

1 目的

さぐり電極を用いて一对の電極が作る電位の空間分布を測定し、その結果を用いて等電位面・電気力線・電場ベクトルを測定する。

2 原理

2.1 電場の測定

一対の電極が作る電場を $\vec{E}(x, y, z)$ とすると、 \vec{E} の方向は等電位面との直交条件を使って求められる。さらに、2つの等電位面間の電位差 ΔV と距離 Δd より、 \vec{E} の大きさは以下の式で求められる。

$$|\vec{E}| = -\frac{\Delta V}{\Delta d}$$

ただし、上記の方法は電極により一様な空間に作られた電場に沿って電流が流れていることを前提としており、障害物の近傍では電流路が著しく制限されることから、一様な空間に作られる電場とは異なるものになる。そのため、本実験では障害物の影響も測定する。

2.2 ガウスの法則

電極板周りの空間の誘電率を ϵ とし、電極板を取り囲む任意の閉曲面を S 、閉曲面内の全電荷量を Q 、面電荷密度をそれぞれ σ 、 $-\sigma$ とすると、ガウスの法則より以下の式が成り立つ。

$$\int_S (\epsilon \vec{E}) \cdot d\vec{S} = Q = \pm \sigma S$$

2.3 仮想的な電極版

電極板の厚み t が $t \cong 0$ と近似できるほど非常に薄く、さらには電極板の面積 S が $S \rightarrow \infty$ と近似できるほど大きいと仮定する。この時、導体内部の電位 V はいたるところで一定で、 \vec{E} は電極板を垂直につながるので、

$$\vec{E} \parallel d\vec{S} \quad \text{かつ} \quad |\vec{E}| = k (k \text{ は定数})$$

が成り立つ。(2)、(3) とより、面電荷密度 σ 、 $-\sigma$ に対応する電極板が作る電場をそれぞれ \vec{E}_+ 、 \vec{E}_- とすると、

$$|\vec{E}_+| = |\vec{E}_-| = \frac{\sigma}{2\epsilon}$$

と求められる。ただし、 \vec{E}_+ は電極板から湧き出す方向、 \vec{E}_- は吸い込み方向となる。さらに重ね合わせの原理より、電極板の電場 \vec{E} の大きさは、

$$|\vec{E}| = |\vec{E}_+| + |\vec{E}_-| = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

と求められ、その方向は電極板と垂直かつ、プラスの電荷が帯電した電極板からマイナスの電荷が帯電した電極板へ向かう向きとなる。また、静電場条件より

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \Leftrightarrow \vec{E} = -\nabla V \Leftrightarrow V = E_x$$

となるので、等電位面は電極板と平行になる。ただし、現実には仮想的な電極板とは異なり、電極板は有限長であり、多くの場合厚みを無視することはできない。そのため、本実験では実際に何 % ずれが生じているのか測定する。

3 実験

3.1 実験器具

木製台, プローブ支持台, ガラス製水槽, 平行平板電極, 静電プローブ, METRONIX MTR18-1 直流定電圧定電流電源, TEKTRONIX TBS1022 オシロスコープ

3.2 実験方法

3.2.1 設置

- xy 平面において平面を格子状に分割し, その各格子点での電位 $V(x, y)$ を測定する. そして, 各格子点の各座標とその点での電位を表にまとめる.
- 水槽内に平行電極板を設置し, 電極間が 30 cm になるように調整する. その後, 横から見て電極が平行になっていること, 原点に対して電極板が x 方向, y 方向へずれていないこと, 互いの電極が回転していないか確認し, 固定用ネジで平行平板を固定する. ただし, 水槽の中心を原点, x 方向を水槽の長辺方向, y 方向を水槽の短辺方向, z 方向を水槽の深さ方向とする.
- 静電プローブ固定用治具に静電プローブを固定し, 静電プローブから出ている配線をオシロスコープのチャンネル 1 へ接続し, オシロスコープの設定を行う.
- 直流電源を準備し, 直流電源の + 極と-極をそれぞれケーブルで電極板へ接続する. さらに, 直流電源の一極とオシロスコープの GND を接続し, 電極間に 10 V の電圧を印加する.

3.2.2 電位分布の測定

- xy 平面において平面を格子状に分割し, その各格子点での電位 $V(x, y)$ を測定する. そして各格子点の各座標とその点での電位を表にまとめる.

3.2.3 エッジ効果

- xy 平面において電極板近傍の電位 $V(x, y)$ を詳細に測定し, その座標と電位を表にまとめる.

3.2.4 障害物の影響

- 水槽の中の適当な位置に金属を置き, xy 平面の電位分布 $V(x, y)$ を表にまとめる. その際, 金属を置いた座標を記録しておく.

4 結果

4.1 実験課題 1

実験課題 1 の実験結果を表 1 に示す．ただし， x 座標， y 座標に対応する数値の単位は [V] とする．

表 1 電位分布

x [mm] y [mm]	-210	-180	-150	-120	-90	-60	-30	0	30	60	90	120	150	180	210
-120	1.88	1.96	2.16	2.44	2.68	3.14	3.48	3.90	4.76	5.12	5.50	5.76	6.08	5.92	6.42
-60	1.64	1.50	1.36	1.88	2.70	3.10	3.44	3.94	4.74	5.32	5.66	6.34	7.04	6.26	6.90
0	1.54	1.30	1.00	1.62	2.64	3.12	3.42	3.98	4.64	5.40	5.70	6.32	7.30	6.52	7.06
60	1.64	1.54	1.34	1.90	2.74	3.14	3.46	3.94	4.66	5.50	5.40	6.16	7.34	6.54	7.04
120	1.88	1.96	2.20	2.38	2.84	3.12	3.58	4.08	4.70	5.34	5.34	5.78	6.36	6.10	6.78

4.2 実験課題 2

実験課題 2 の実験結果を表 2 に示す．ただし， x 座標， y 座標に対応する数値の単位は [V] とする．

表 2 電極板近傍布巾の電位分布

x [mm] y [mm]	110	120	130	140	150	160	170	180	190
50	6.82	6.98	6.98	7.58		8.02	7.70	7.68	7.56
60	6.78	6.88	7.12	7.36		8.06	7.64	7.56	7.44
70	6.62	6.84	6.98	6.84	6.52	7.84	7.50	7.48	7.40
80	6.30	6.82	7.02	6.56	6.32	7.42	7.34	7.40	7.32
90	6.60	6.70	6.86	6.50	6.14	7.12	7.16	7.30	7.18
100	6.56	6.62	6.72	6.38	6.12	6.80	7.14	6.94	7.20
110	6.50	6.54	6.68	6.18	6.16	6.64	7.04	7.08	7.02
120	6.46	6.50	6.60	6.20	6.06	6.76	7.00	7.00	7.06

4.3 実験課題 3

実験課題 3 の実験結果を表 3 に示す．障害物の中心点は原点である．ただし， x 座標， y 座標に対応する数値の単位は [V] とする．

表 3 障害物ありの電位分布

x [mm] y [mm]	-210	-180	-150	-120	-90	-60	-30	0	30	60	90	120	150	180	210
-120	1.86	1.92	2.26	2.16	2.86	3.24	3.84	4.26	4.74	5.22	5.50	6.22	6.50	5.74	5.78
-60	1.76	1.48	1.32	1.98	2.64	3.16	3.68	4.08	4.76	5.32	5.56	6.58	7.68	6.68	5.88
0	1.60	1.22	0.98	1.70	2.68	3.12	3.50		5.10	5.52	5.84	6.74	7.86	6.80	6.12
60	1.66	1.56	1.28	1.90	2.76	3.10	3.62	4.30	4.92	5.42	5.70	6.56	7.58	6.60	6.10
120	1.84	1.94	2.22	2.34	2.92	3.24	3.72	4.34	4.88	5.26	5.72	5.92	6.66	6.02	5.98

5 考察

1. 実験課題 1 で得られた結果をもとに, xy 平面 ($z = 0$) における等電位線の概要図を描け. 図には電極板, 印加電圧等の必要な情報も明記すること. また, 等電位線は水槽壁面近傍および電極板の外側の領域についても, 可能な限り詳細に記載すること.

概略図を図 1 に示す.

2. 実験課題 1 で得られた xy 平面 ($z = 0$) における測定値を用いて, 各人で指定された電位に対する等電位線を最小 2 乗法による数値計算で求めよ. 計算過程も明記すること.

近接する両サイド (x 方向) の測定値をそれぞれ V_1, V_2 とし, その x 座標をそれぞれ x_1, x_2 とすると, 6.0 V となる座標 x は, 以下の式で導出される.

$$x = \frac{|V_2 - 6|x_1 + |V_1 - 6|x_2}{|V_2 - V_1|}$$

表 1 と上式より, 導出結果を表 4 に示すまた, 6.0 V に対する等電位線を $x = ay^2 + by + c [\text{mm}]$ とおくと最小二乗法より,

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum y_i^4 & \sum y_i^3 & \sum y_i^2 \\ \sum y_i^3 & \sum y_i^2 & \sum y_i^1 \\ \sum y_i^2 & \sum y_i^1 & \sum y_i^0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \sum y_i^2 x_i \\ \sum y_i^1 x_i \\ \sum y_i^0 x_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.002485\dots \\ -0.03671\dots \\ 99.13\dots \end{pmatrix}$$

以上より, 6.0 V に対する等電位線は

$$x = 0.00249y^2 - 0.0367y + 99.1 [\text{mm}]$$

となる.

表 4 6.0V 周りの電位分布とそのデータ処理

	y 座標 [mm]	$x_1 = 90$ mm 上の電位 V_1 [V]	$x_2 = 150$ mm 上の電位 V_2 [V]	6.0Vとなる x 座標 [mm]	y^2 [mm ²]	y^3 [mm ³]	y^4 [mm ⁴]	xy^2 [mm ³]	xy [mm ²]
	-120.00	5.50	6.08	141.72	14400.00	-360.00	207360000.00	2040827.59	-17006.90
	-60.00	5.66	7.04	104.78	3600.00	-180.00	12960000.00	377217.39	-6286.96
	0.00	5.70	7.30	101.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	60.00	5.40	7.34	108.56	3600.00	180.00	12960000.00	390804.12	6513.40
	120.00	5.34	6.36	128.82	14400.00	360.00	207360000.00	1855058.82	15458.82
合計				585.14	36000.00	0.00	440640000.00	4663907.92	-1321.63

3. 設問 (2) で得られた結果をグラフ用紙に描け.

結果を図 2 に示す.

4. 実験課題 2 で得た結果をもとに, 電極板の端面近傍での電気力線を表す 1 次関数を 1 つ求めよ.

ここで, 7.5V に対する等電位線を $x = dy^2 + ey + f$ [mm] とおき, 設問 (3) と同様にデータ処理を行い, 表 5 に示す. 表 5 と最小二乗法より

$$\begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum y_i^4 & \sum y_i^3 & \sum y_i^2 \\ \sum y_i^3 & \sum y_i^2 & \sum y_i^1 \\ \sum y_i^2 & \sum y_i^1 & \sum y_i^0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \sum y_i^2 x_i \\ \sum y_i^1 x_i \\ \sum y_i^0 x_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.002485 \dots \\ -0.03671 \dots \\ 99.13 \dots \end{pmatrix}$$

以上より, 6.0 V に対する等電位線は

$$x = 0.00249y^2 - 0.0367y + 99.1 \text{ [mm]}$$

となる.

5. 電極板の端面における \vec{E} の大きさ $|\vec{E}|$ は, 原点における $|\vec{E}|$ の何 % にまで下がっているか?

原点周りにおける $|\vec{E}|$ は (0,0), (30,0) の二点より, 次のように求められる.

$$|\vec{E}| = \frac{4.64 - 3.98}{30 - 0} = 0.022$$

電極板の端面における $|\vec{E}|$ は (120,0), (150,0) の二点より, 次のように求められる.

$$|\vec{E}| = \frac{7.30 - 6.32}{150 - 120} = 0.033$$

電極板の端面における \vec{E} の大きさ $|\vec{E}|$ は, 原点における $|\vec{E}|$ の 150.0% にまで上がっている.

6. 実験で用いた水道水を純水に変えた場合, この実験はどのようなになるか考察せよ.

水道水は不純物が溶け込んでいるため, 電流を通す. 一方で, 純水は不純物がないため電気を通さない. 実験で用いた水道水を純水に変えた場合, 電極板間に電気が流れないため, 電場は発生しないと考えられる.

7. もしも水槽内に水道水が入っていなかったら, \vec{E} の空間分布はどうなるか? 理由と共にそのグラフの概略を示せ.

水道水が入っていない場合, 誘電体は空気となる. また, 誘電体が変わった場合, 誘電率は高くなるため \vec{E} の大きさは小さくなり, \vec{E} の向きは変わらない. \vec{E} の空間分布は実験課題 1 と変わらないと考えられる. よって, 概略図は図 3 のようになる.

8. 実験課題 3 で得られた結果より等電位線を描け.

等電位線を図 4 に示す.

参考文献

- [1] 電子システム工学基礎実験テキスト