

## 1 目的

共振回路は同調回路，フィルター回路，発信回路等の構成要素として応用上重要である．ここでは，電気回路の復習も踏まえて，並列共振回路のインピーダンス周波数特性を測定し，電気回路におけるフェーザ，複素インピーダンス，電圧波形波の振幅と進み・遅れ等の概念を再確認する．また，電気回路演習での実験 [1] を再確認し基本的な測定技能を高める．また，共振回路に対する理解も深める．

## 2 理論

並列共振回路の一般形を図 1 に示す．ここではコイル  $L$  とキャパシタ  $C$  は理想的であるとし，抵抗  $R$  を並列に考える．各周波数  $\omega$  [rad/s] での複素アドミタンス  $Y(\omega)$  [S] もしくは複素インピーダンス  $Z(\omega)$  [ $\Omega$ ] は，以下のように書ける．

$$Y(\omega) = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}$$
$$Z(\omega) = \frac{1}{Y(\omega)} = \frac{L}{C} \cdot \frac{1}{\frac{L}{RC} + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

サセプタンス成分  $\omega C - \frac{1}{\omega L}$  がゼロとなる共振角周波数  $\omega_0$  [rad/s]，共振周波数  $f_0$  [Hz]

$$\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} = 0 \longrightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

において，図 1 の並列共振回路のインピーダンスの大きさは最大をとり，共振の状態になる．

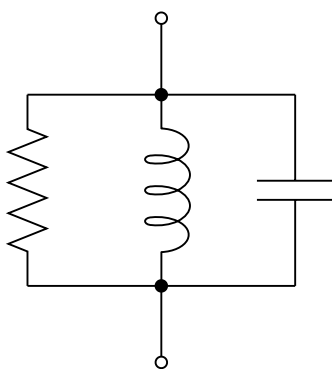


図 1 LCR 並列共振回路

並列共振回路に対し回路全体を流れる電流  $I$  [A] と抵抗  $R$  に分流する電流  $I_R$  [A] の電流相対比  $I_{ratio}$  を定義する.

$$I_{ratio} \equiv \frac{|I_R|}{|I|}$$

$I_{ratio}$  の周波数特性を同調曲線と呼ぶ. 図 1 の並列並列共振回路においては  $I_{ratio}$  は

$$I_{ratio} = \frac{1}{|Y(\omega)|R} = \frac{|Z(\omega)|}{R} = \frac{|Z(\omega)|}{\max |Z(\omega)|}$$

ともかける. 共振周波数  $f_0$  [Hz] において  $I_{ratio}$  は最大値 1 をとる.  $I_{ratio} = 1/\sqrt{2}$  を満たす各周波数  $\omega_L$ ,  $\omega_H$  ( $\omega_L < \omega_0 < \omega_H$ ), あるいは周波数  $f_L$ ,  $f_H$  ( $f_L < f_0 < f_H$ ) に対し

$$S = \frac{\omega_0}{\omega_H - \omega_L} = \frac{f_0}{f_H - f_L}$$

を選択度と呼ぶ. 共振周波数の時のコイルまたはキャパシタに分流する電流  $I$  との電流比を考えると, 共振回路の  $Q$  は

$$Q = \omega_0 CR = \frac{R}{\omega_0 L} = R \sqrt{\frac{C}{L}}$$

で与えられる. このとき,

$$Q = S$$

が成立する.

### 3 測定

#### 測定機器

コイル，キャパシタ，固定抵抗，ブレッドボード，オシロスコープ，発振器，配線材料，関数電卓，ノート PC

#### 測定手順

##### 理論値計算

指定された  $L, C, R$  の値をもとにインピーダンスの理論値を  $f = 100 [\text{Hz}] \sim 100 [\text{kHz}]$  の範囲で回路シミュレータを用いて計算し，インピーダンスの大きさ，偏角，電流相対比の理論曲線をそれぞれ両対数・片対数・通常方眼グラフ用紙にプロットする．なお，理論値計算では一律にコイルの巻線抵抗を  $r_L = 0.6 [\Omega]$  に設定すること．共振周波数  $f_0 [\text{Hz}]$ ，同調度計算のための  $f_L, f_H [\text{Hz}]$  は回路シミュレータから数値的に求めておく．電流相対比のグラフは  $f_L, f_H$  を含むよう適切に計算帯域を設定せよ．

##### 回路

測定においては，共振回路全体を流れる電流  $I$  を測定するために測定用の抵抗  $R'$  を直列に挿入し，図 2 に示す回路構成をとる．

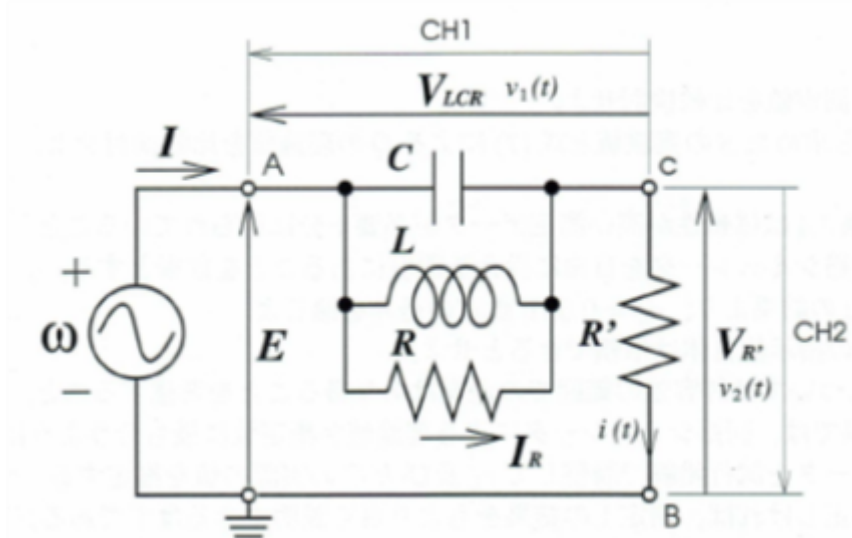


図 2 LCR 並列共振測定回路

## 測定 1

発振器から正弦波を発生させ、適当な  $R'$  を用いて図の  $c$  点を電圧測定の基準として  $A - c$  間  $v_1(t)$  [V] をオシロスコープの CH1,  $B - c$  間  $v_2(t)$  [V] を CH2 で測定する. 回路を流れる瞬間電流値  $i(t)$  は  $i(t) = -v_2(t)/R'$  で求まるが, 波形が反転していることに注意すること. 一つの測定周波数  $f$  [Hz] についての測定対象は, 瞬間電圧  $v_1(t)$  と  $v_2(t)$  の最大振幅  $|V_1|$ ,  $|V_2|$  [V], 周期  $f$  [Hz],  $v_1(t)$  と  $v_2(t)$  の対応する零交差点の時間幅  $\Delta T$  [sec] である. 前者二つの振幅値からインピーダンスの大きさを求める. 後者二つの時間幅からインピーダンスの偏角を求める. 周波数  $f$  はオシロスコープの測定機能を利用する. 測定範囲内で適切に測定し, インピーダンスの周波数特性, 電流相対比をそれぞれ理論値をプロットしたグラフ用紙に記入する. なお, 実際の共振周波数  $f_0$  と  $f_L, f_H$  を求めるため,  $f_0, f_L, f_H$  近傍は詳しく測定すること.

## 実験条件

使用する素子の条件は  $L = 1 \text{ mH}$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$ ,  $R = 22 \text{ k}\Omega$  である.

## 使用機器

1. RC 発振器 (ケンウッド AG-203A)
2. DSO (Tektronix TBS1022)
3. ブレッドボード
4. Qucs 0.0.16

作成した回路を図 3 に示す.

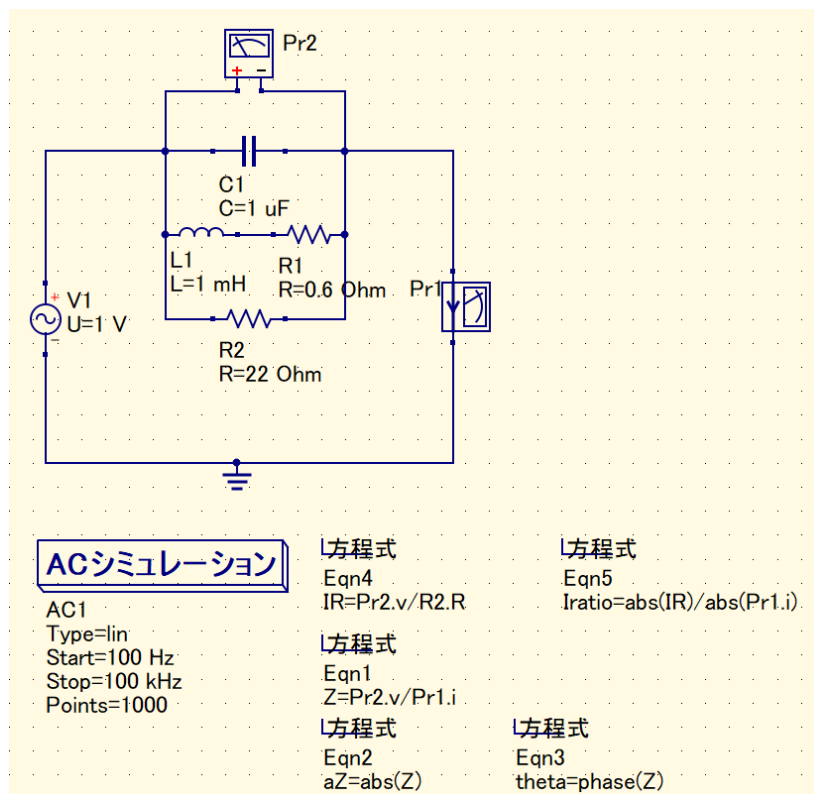


図3 作成した回路

## 4 結果

本実験で測定したデータを表 1 に示す．また，測定結果から $|Z(\omega)|$ ， $I_{ratio}$  及び  $\theta$  の算出には以下の式を用いる．

$$|Z(\omega)| = \frac{|V_1|}{|V_2|} \times R'$$

$$I_{ratio} = \frac{|V_1| \times R'}{|V_2| \times R}$$

$$\theta = \Delta T \times f \times 360$$

表 1 測定したデータ及び考察のためのデータ処理

測定周波数 $f$ [Hz]	$ V_1 $ [mV]	$ V_2 $ [mV]	$\Delta T$ [ $\mu$ s]	$ Z(\omega) $ [ $\Omega$ ]	$\theta$ [ $^\circ$ ]	$I_{ratio}$
100	14	150	3800.0	0.9	136.8	0.042
1000	85	150	190.0	5.7	68.4	0.258
1600	140	150	105.0	9.3	60.5	0.424
2600	220	150	45.0	14.7	42.1	0.667
3600	280	150	17.5	18.7	22.7	0.848
4100	300	150	11.0	20.0	16.2	0.909
5100	310	150	0.0	20.7	0.0	0.939
6100	300	150	7.0	20.0	-15.4	0.909
8900	250	150	12.0	16.7	-38.4	0.758
9900	230	150	12.0	15.3	-42.8	0.697
10900	200	150	13.0	13.3	-51.0	0.606
50000	50	150	4.8	3.3	-85.5	0.152
100000	25	150	2.7	1.7	-97.2	0.076

## 5 考察

### 5.1 理論値と測定値の比較

実験によって算出した値と，理論値の比較を行ったものを表 2，表 3，表 4 に示す．

表 2 インピーダンスの理論値と測定値の比較

測定周波数 $f$ [Hz]	Z の理論値 [ $\Omega$ ]	Z の測定値 [ $\Omega$ ]	相対誤差率 [%]
100	0.846	0.933	10.36
1000	6.132	5.667	-7.59
1600	9.726	9.333	-4.04
2600	15.282	14.667	-4.03
3600	19.367	18.667	-3.62
4100	20.766	20.000	-3.69
5100	21.717	20.667	-4.84
6100	21.066	20.000	-5.06
8900	16.830	16.667	-0.97
9900	15.415	15.333	-0.53
10900	14.168	13.333	-5.89
50000	3.182	3.333	4.76
100000	1.591	1.667	4.73

表 3 インピーダンスの偏角の理論値と測定値の比較

測定周波数 $f$ [Hz]	$\theta$ の理論値 [ $^{\circ}$ ]	$\theta$ の測定値 [ $^{\circ}$ ]	相対誤差率 [%]
100	44.700	136.800	206.04
1000	68.218	68.400	0.27
1600	60.025	60.480	0.76
2600	43.201	42.120	-2.50
3600	24.815	22.680	-8.60
4100	15.706	16.236	3.37
5100	-1.056	0.000	-100.00
6100	-14.946	-15.372	2.85
8900	-39.806	-38.448	-3.41
9900	-45.324	-42.768	-5.64
10900	-49.772	-51.012	2.49
50000	-81.683	-85.500	4.67
100000	-85.852	-97.200	13.22

表 4 電流相対比の理論値と測定値の比較

測定周波数 $f$ [Hz]	$I_{ratio}$ の理論値	$I_{ratio}$ の測定値	相対誤差率 [%]
100	0.038	0.042	10.48
1000	0.279	0.258	-7.59
1600	0.442	0.424	-4.04
2600	0.695	0.667	-4.03
3600	0.885	0.848	-4.11
4100	0.944	0.909	-3.69
5100	0.987	0.939	-4.84
6100	0.958	0.909	-5.06
8900	0.765	0.758	-0.97
9900	0.701	0.697	-0.53
10900	0.644	0.606	-5.89
50000	0.145	0.152	4.76
100000	0.077	0.076	-1.36

インピーダンスの大きさについては，理論値と測定値の相対誤差率が-7.59%~10.36% に収まる結果となった．本実験で使用しているコンデンサは誤差が±10[%] 含んでいることを考慮するとうまく測定できたと判断できる．

インピーダンスの偏角については，理論値と測定値の相対誤差率が-100.00%~206.04% に収まる結果となった．これは，コンデンサの誤差を踏まえたとしても，相対誤差率が大きい結果となった．インピーダンスの偏角を調べる際に， $\Delta T$  を計測するが，その際にオシロスコプの画面を直接読み取ったため誤差が発生したと考えられる．

電流相対比について，理論値と測定値の相対誤差率が-7.59%~10.48% に収まる結果となった．

これは，コンデンサの誤差が±10% 含んでいることを考慮すると適切に測定できていると判断できる．

## 5.2 S の実験値及び Q の理論値の比較

式 (6) に実験から求めた数値を代入すると．

$$S = \frac{5100}{9900 - 2600} \approx 0.6986$$

また，式 (7) を用いて算出できる Q の理論値は

$$Q = 22\sqrt{\frac{10^{-6}}{10^{-3}}} \approx 0.6957$$

となる．これらの相対誤差率は，0.42% となる．本実験で使したコンデンサの誤差を考慮して，適切に測定できたと判断できる．



## 6 演習課題

### 6.1 $f = f_L, f_H$ の場合

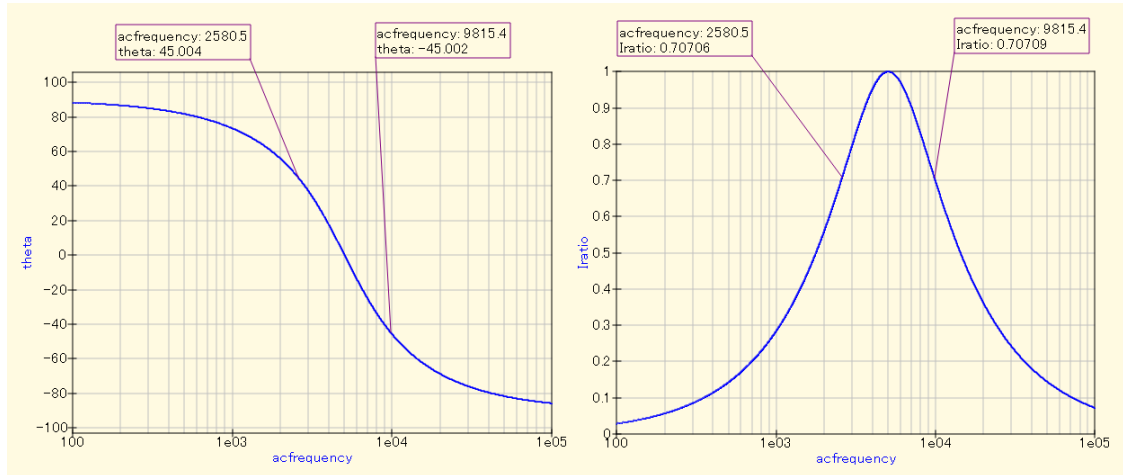


図4 理想コイルにおける  $f = f_L, f_H$  の場合のインピーダンス偏角の周波数特性

$f = f_L, f_H$  においてインピーダンス偏角はそれぞれ  $\arg Z = 45^\circ, -45^\circ$  となる。

## 6.2 理想コイルとそうでない場合の比較

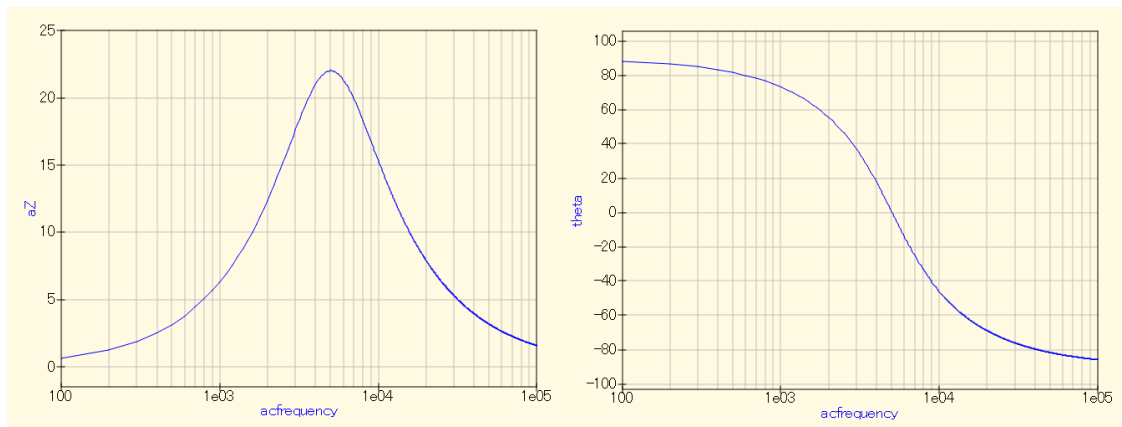


図5 理想コイルにおけるインピーダンス周波数特性およびインピーダンス偏角の周波数特性

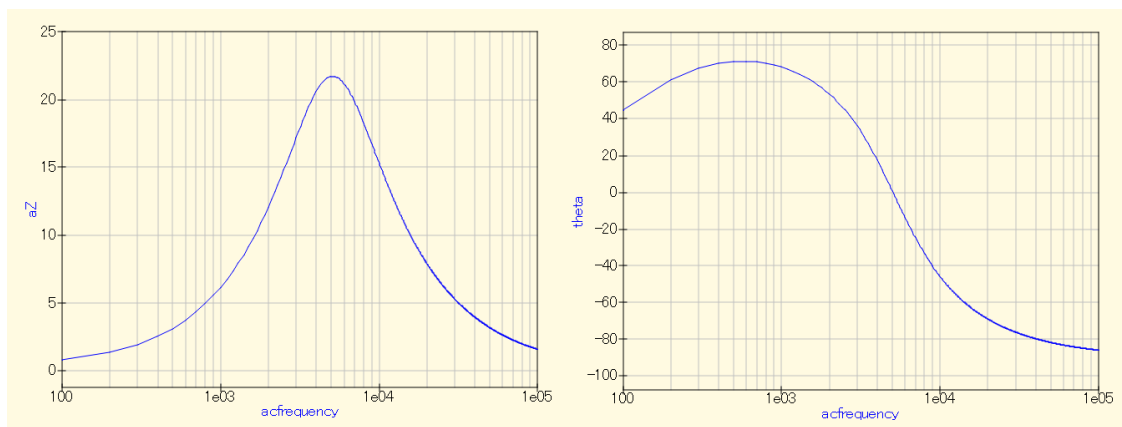


図6 理想でないコイルにおけるインピーダンス周波数特性およびインピーダンス偏角の周波数特性

インピーダンスの大きさの周波数特性では顕著な差は見られないが、インピーダンスの偏角の周波数特性では顕著な差が見られる。

## 参考文献

- [1] 電子システム工学基礎実験テキスト