

# 電子システム工学基礎実験 報告書

グループ： A

実験題目 電流と磁場

報告者 第 1 班 学生番号 21121001 氏名 浅井 雅史

メールアドレス b1121001@edu.kit.ac.jp

共同実験者	学生番号	<u>21121002</u>	氏名	<u>浅岡 駿介</u>
	学生番号	<u>21121007</u>	氏名	<u>伊藤 大智</u>
	学生番号	<u>21121008</u>	氏名	<u>井上 翔陽</u>
	学生番号		氏名	

実験実施日	<u>2022</u> 年 <u>11</u> 月 <u>24</u> 日	天候	<u>曇り</u>	温度	<u>17</u> °C	湿度	<u>51</u> %
報告書提出	(第1回目)	<u>2022</u> 年 <u>11</u> 月 <u>30</u> 日	⇒	受理	/	要再提出	
	(第2回目)	年 月 日	⇒	受理	/	要再提出	
報告書受理日	(最終)	年 月 日					

報告書提出者の自己チェック欄(できていれば□にチェックせよ)

- |   |  |
|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> 実験結果は示されているか？   | <input checked="" type="checkbox"/> 図表の書き方・まとめ方は適切か？ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 考察は十分になされているか？  | <input checked="" type="checkbox"/> 演習問題はできているか？     |
| <input checked="" type="checkbox"/> レポートとしての体裁は適切か？ |  |

[注意] ・自己チェック欄が未記入のレポートは内容を見ずに返却する  
・自己チェック欄と内容に相違があるものは、その程度に応じて減点する

[報告書に対する教員の所見]	[所見に対する報告者の回答]
<input type="checkbox"/> 図表の体裁に不備がある ( )	
<input type="checkbox"/> 実験結果のまとめ方が適切でない ( )	
<input type="checkbox"/> 結果に対する考察が不足している ( )	
<input type="checkbox"/> 演習問題が解答されていない ( )	
<input type="checkbox"/> レポートとしての体裁が整っていない ( )	
裏面に続く	裏面に続く

## 1 目的

ソレノイドを用いて電流と磁場  $\vec{H}$  の関係を理解すると共に、それらの測定原理およびその方法を習得する。

## 2 原理

### 2.1 ソレノイドによる磁場

図1のような半径  $a$ 、長さ  $b$  の円筒ソレノイドによって中心軸上 ( $r = 0$ ) の P 点に作られる  $B_z$  は、単位長さあたりの巻数を  $n$ 、ソレノイドに流れる電流を  $I$  とすると、

$$B_z = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

であるから、ソレノイドの総巻き数を  $N(=nb)$ 、左側から P 点までの距離を  $z$  とすると、

$$\cos \theta_1 = \frac{z - b}{\sqrt{a^2 + (z - b)^2}} \quad , \quad \cos \theta_2 = \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}}$$

であるから、

$$B_z = \frac{\mu_0 N I}{2} \left\{ \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} + \frac{b - z}{\sqrt{a^2 + (z - b)^2}} \right\}$$

となる。

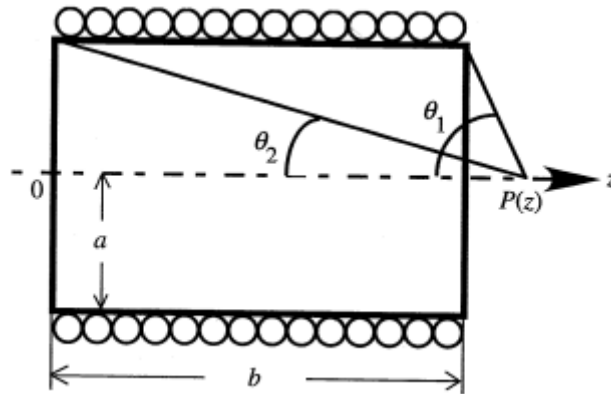


図1 有限長ソレノイド

## 2.2 磁気プローブ

巻数  $N$  が 1 巻のコイルに鎖交する全磁束  $\Phi$  が時間変化すると、コイルの両端に、

$$V_{co} = -\frac{d\phi}{dt}$$

の誘導電圧が現れる。このコイルの大きさが  $\vec{B}$  の空間変動に比べて十分小さければ、コイルの断面積  $S$  上で  $|\vec{B}|$  が一定とみなすことができる。多くの場合、 $N$  の値は ( $\geq 2$ ) であり、この時の全鎖交磁束は、

$$\phi \simeq NBS$$

であるから、

$$V_{co} = -\frac{d(NBS)}{dt} = -NS\frac{dB}{dt}$$

と書ける。この式の右辺は  $B$  の時間微分の形になっているので、 $B$  を求めるためには両辺を時間積分すれば良い。つまりコイル電圧  $V_{co}(t)$  を時間積分することにより、

$$B = -\frac{1}{NS} \int_0^t V_{co}(t) dt$$

として  $B$  の値を得ることができる。この方法を磁気プローブによる磁束密度測定法という。

## 2.3 ログスキーコイルを用いた大電流測定

アンペールの周回積分の法則より、任意の閉ループに沿った  $B$  の線積分はそのループと鎖交する電流  $i$  の値を与え、ループの形状によらない。このことから、断面積  $S$ 、全巻き数  $N$ 、長さが  $l$  のログスキーコイルが  $i$  を取り囲む形で置かれていると、

$$\mu_0 i = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

という式が成り立つ。よって  $i(t)$  の作る磁束の時間変化によりログスキーコイルの両端に現れる誘導電圧  $V_e(t)$  の関係は、

$$i = -\frac{l}{\mu_0 NS} \int_0^t V_e(t) dt$$

となる。また、電流路とログスキーコイルの相互インダクタンス  $M$  が既知の場合、 $V_e$  は、

$$V_e = M \frac{di}{dt}$$

なので、

$$i = \int_0^t \frac{1}{M} V_e(t) dt \simeq \frac{RC}{M} V_c$$

としても求めることができる。

### 3 実験

#### 3.1 実験器具

TEKTRONIX TBS1022 オシロスコープ, ソレノイドコイル, 磁気プローブ, ロゴスキーコイル, 高電圧パルス大電流発生電源, 抵抗 ( $220\text{ k}\Omega$ ), 可変抵抗 ( $< 20\text{ }\Omega$ )

#### 3.2 セットアップ

1. 図 2 のように実験配置を組み立てる. ただし, 外部抵抗  $R$ (可変抵抗) は臨界制動波形となる抵抗値になるように調整し, 接続する.

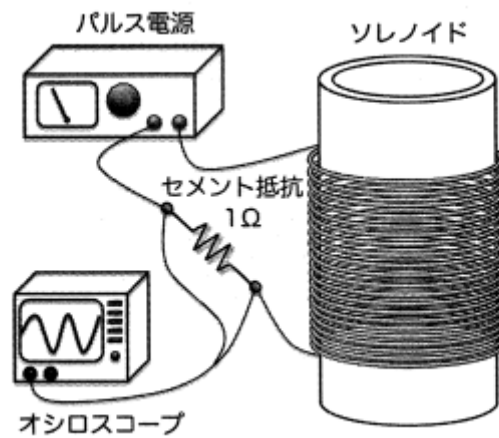


図 2 実験装置

### 3.3 磁気プローブによる磁場測定

1. 磁気プローブのターン数  $N$  と断面積  $S$  を実測により求め、記録する。
2. 図 3 のように実験器具を配置し、磁気プローブをソレノイド中心軸上の適当な位置に保持し、放電する。この際、充電電圧は 50 V 程度とし、その値を記録する。
3. 抵抗  $R$  の両端は臨界制動波形  $V_R$  が現れ、磁気プローブからは出力波形  $V_{co}$  が得られることを確認する。
4. 磁気プローブをソレノイド中心軸上に沿って動かしながら、ソレノイド中心軸上の  $z$  座標と、その点で得られた臨界制動波形  $V_R$  および出力波形  $V_{co}$  を記録する。ただし、磁束密度分布  $B_z(z)$  が滑らかに算出できるように細かく測定を行う。

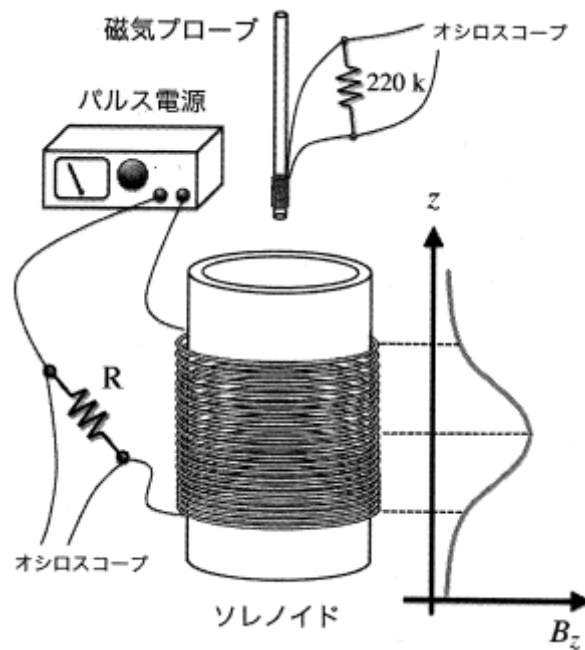


図 3 実験課題 1 における実験配置

### 3.4 ログスキーによる電流測定

1. ログスキーコイルのターン数  $N$ ，断面積  $S$ ，円周長さ  $l$  の値を実測より求め，記録する．
2. 図 4 のように実験器具を配置し，実験を行う．この際，充電電圧値を記録する．
3. 抵抗  $R$  の両端は臨界制動波形  $V_R$  が現れ，ログスキーコイルからは出力波形  $V_e$  が得られることを確認する．
4. ログスキーコイルを貫く導線の数 (鎖交電流) を徐々に変化させて，鎖交数と得られた出力波形を記録する．

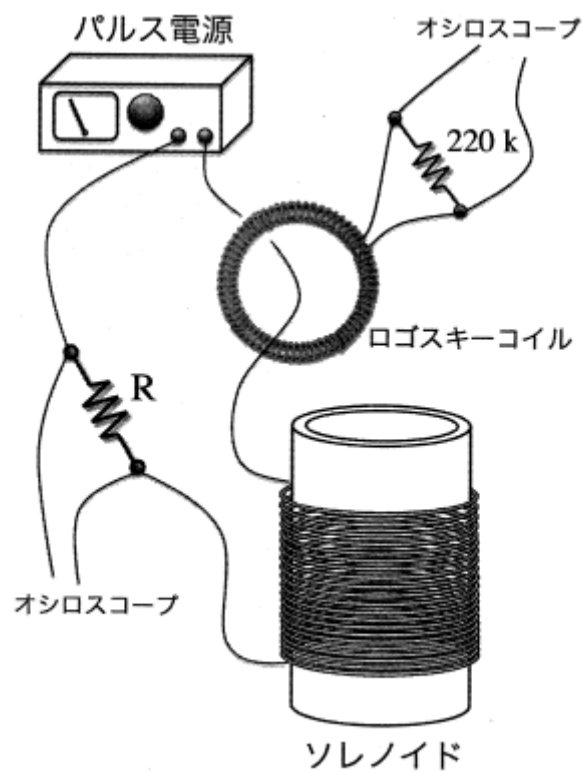


図 4 実験課題 2 における実験配置

## 4 結果

### 4.1 実験課題 1

ソレノイド底面を  $z = 0$  [cm] とし, 各  $z$  座標における測定結果を以下の図 5～図 25 に示す. また,  $z$  座標と磁気プローブの出力  $V_{co}$  の積分である  $\int_0^t V_{co}(t)dt$  との測定結果を表 1 に示す. ただし, 磁気プローブの出力  $V_{co}$  の積分はオシロスコープから得られるデジタルデータ (テキストデータ) を使用して算出する方法を用いる.

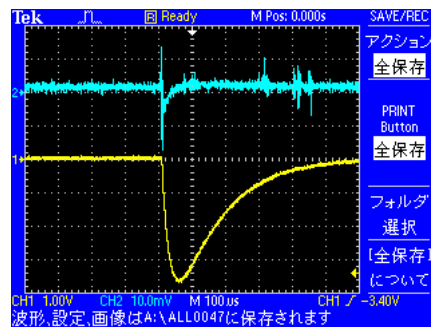


図 5  $z = -8$  [cm] における測定結果

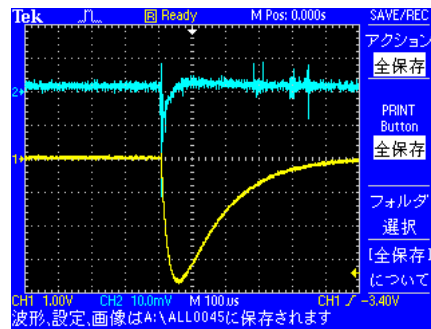


図 6  $z = -6$  [cm] における測定結果

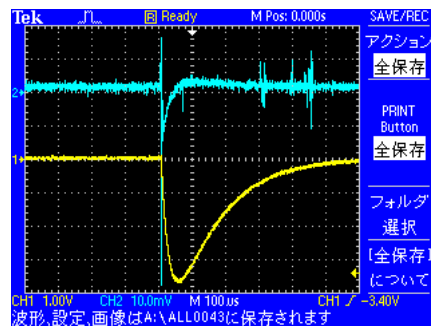


図 7  $z = -4$  [cm] における測定結果

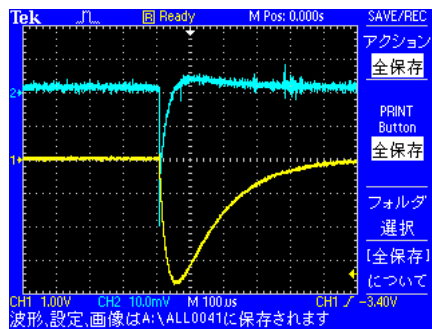


図 8  $z = -2 [cm]$  における測定結果

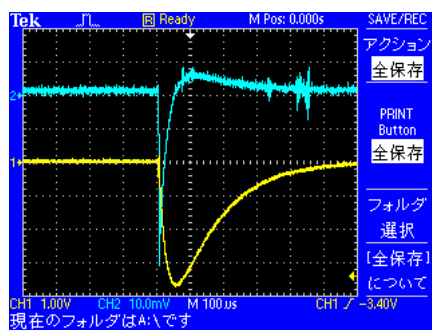


図 9  $z = 0 [cm]$  における測定結果

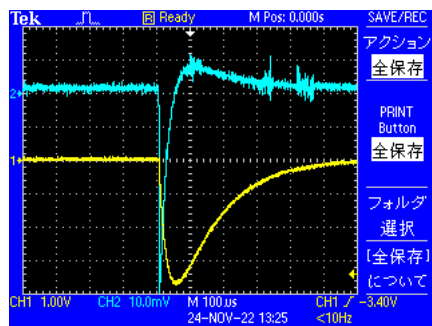


図 10  $z = 2 [cm]$  における測定結果

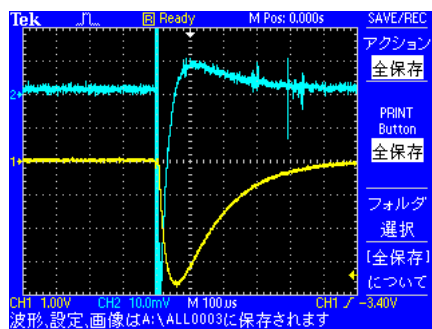


図 11  $z = 4 [cm]$  における測定結果



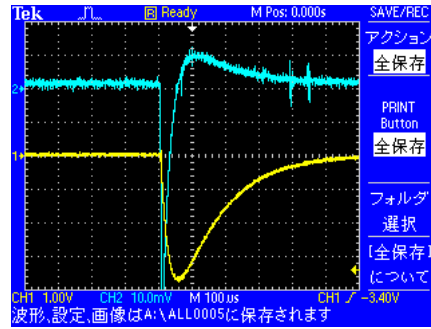


図 12  $z = 6 [cm]$  における測定結果

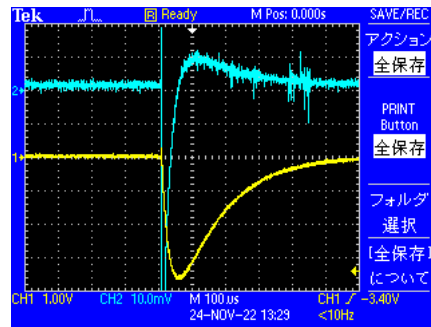


図 13  $z = 8 [cm]$  における測定結果

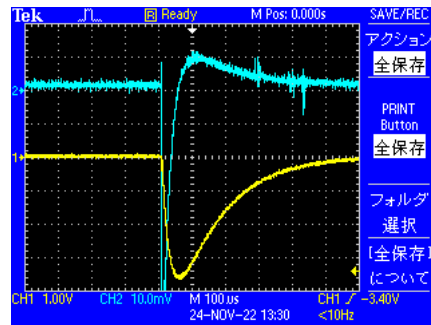


図 14  $z = 10 [cm]$  における測定結果

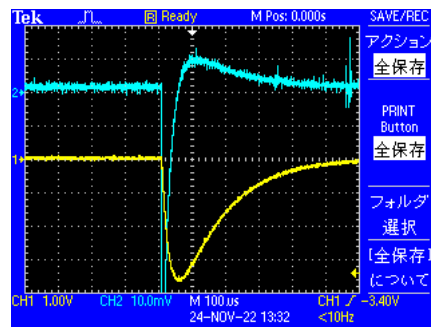


図 15  $z = 12 [cm]$  における測定結果

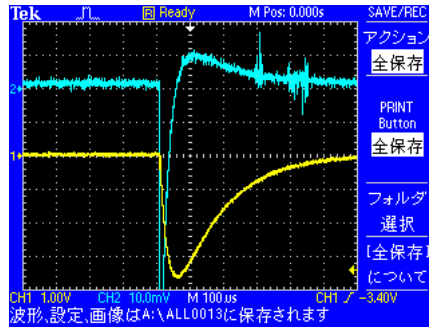


図 16  $z = 14 [cm]$  における測定結果

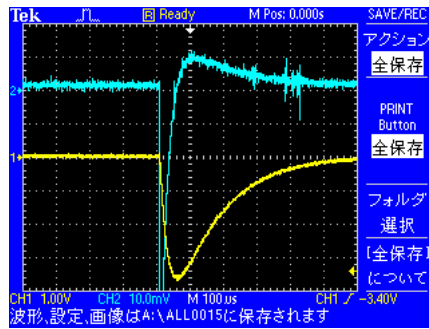


図 17  $z = 16 [cm]$  における測定結果

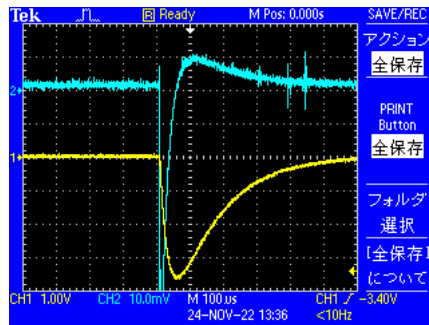


図 18  $z = 18 [cm]$  における測定結果

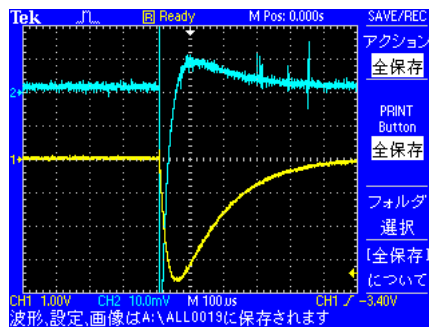


図 19  $z = 20 [cm]$  における測定結果

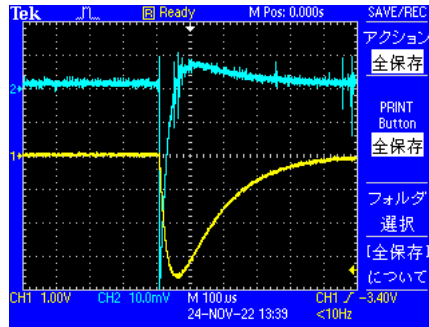


図 20  $z = 22 [cm]$  における測定結果

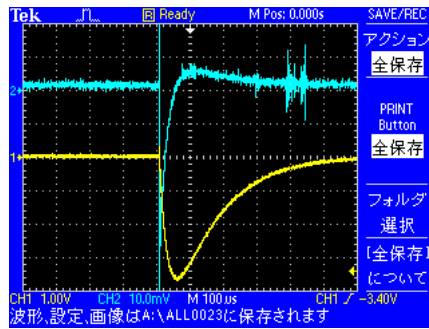


図 21  $z = 24 [cm]$  における測定結果

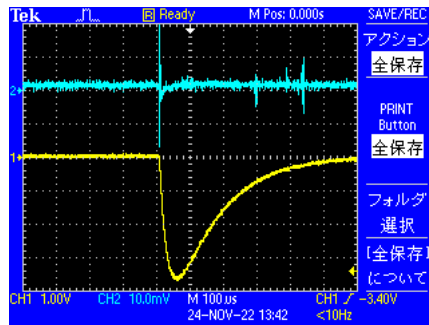


図 22  $z = 26 [cm]$  における測定結果

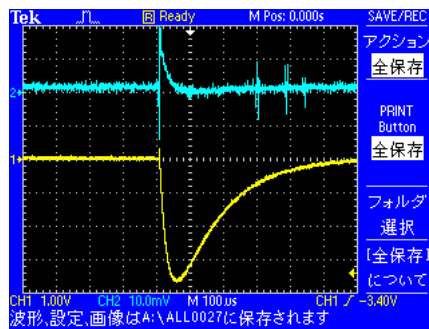


図 23  $z = 28 [cm]$  における測定結果

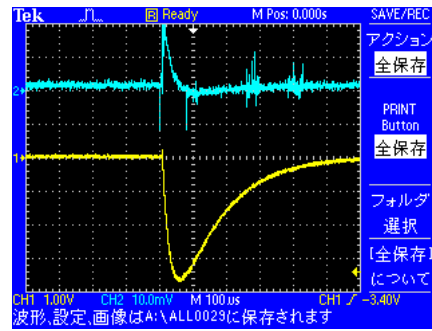


図 24  $z = 30 [cm]$  における測定結果

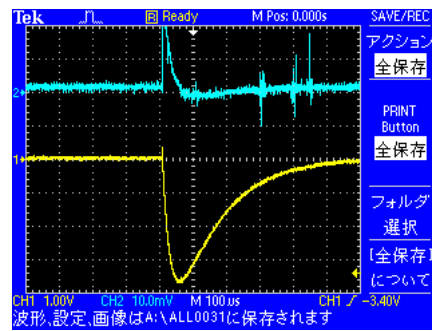


図 25  $z = 32 [cm]$  における測定結果

表 1 磁気プローブの出力  $V_{co}$  の積分結果

$z$ 座標 [cm]	$\int_0^t V_{co}(t)dt [\mu\text{V}]$
-8	0.0706
-6	0.154
-4	0.221
-2	0.421
0	0.794
2	1.14
4	1.40
6	1.46
8	1.47
10	1.49
12	1.51
14	1.51
16	1.49
18	1.46
20	1.39
22	1.04
24	0.768
26	0.394
28	0.336
30	0.511
32	0.591

## 4.2 実験課題 2

鎖交数を変化させた際の，各鎖交数における測定結果を図 26～図 30 に示す．また，鎖交数と，抵抗  $R$  の両端の電圧波形  $V_R$  のピーク電圧  $V_{Rmax}$  と，ログスキーコイルの出力  $V_e$  の積分である  $\int_0^t V_e(t)dt$  との測定結果を表 2 に示す．ただし，ログスキーコイルの出力  $V_e$  の積分はオシロスコープから得られるデジタルデータ（テキストデータ）を使用して算出する方法を用いる．

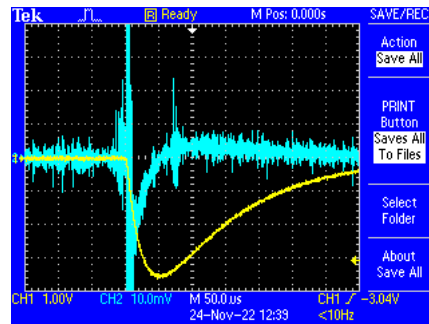


図 26 鎖交数が 1 の時の測定結果

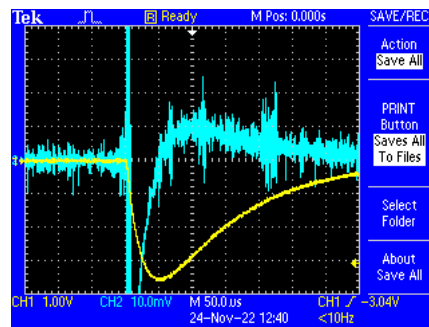


図 27 鎖交数が 2 の時の測定結果

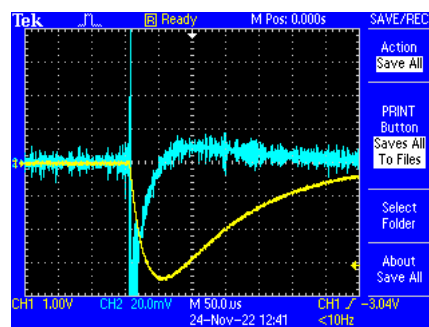


図 28 鎖交数が 3 の時の測定結果

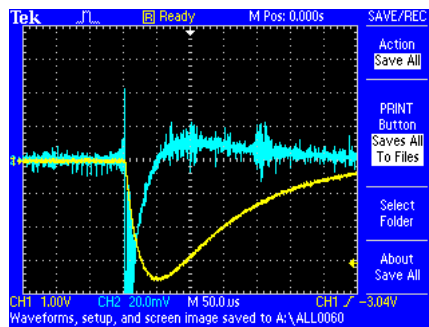


図 29 鎖交数が 4 の時の測定結果

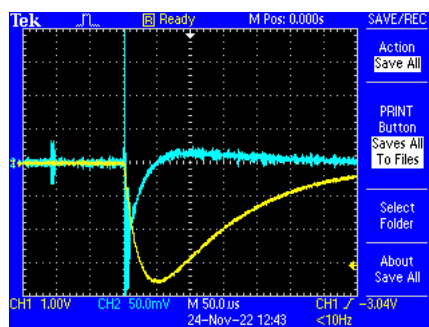


図 30 鎖交数が 5 の時の測定結果

表 2 ログスキーコイルの出力  $V_e$  の積分結果

鎖交回数	$\int_0^t V_e(t)dt [\mu V]$
1	0.523
2	1.09
3	1.53
4	1.70
5	2.39

## 5 データ解析と考察

1. 実験課題 1 で得られた結果から，ソレノイド中心軸上の軸方向磁束密度分布  $B_z(z)$  を算出せよ．ただし，導出過程も示すこと．

各  $z$  座標における磁気プローブの出力  $V_{co}$  を積分し， $\int_0^t V_{co}(t)dt$  を算出する．その後，ソレノイド中心軸上の軸方向磁束密度分布  $B_z(z)$  を以下の式で求め，算出結果を有効数字 3 桁で表 3 に示す．

$$B = -\frac{1}{NS} \int_0^t V_{co}(t)dt$$

ただし、各パラメータは次のようになる．

$$N = 33 [\text{回}], S = \pi \times 0.00275^2 \simeq 2.38 \times 10^{-5} [\text{m}^2]$$

表 3 ソレノイド中心軸上の軸方向磁束密度分布  $B_z(z)$

$z$ 座標 [cm]	磁束密度 $B_z(z)$ [mT]
-8	0.0900
-6	0.196
-4	0.282
-2	0.537
0	1.01
2	1.46
4	1.79
6	1.86
8	1.87
10	1.91
12	1.93
14	1.93
16	1.90
18	1.87
20	1.77
22	1.32
24	0.980
26	0.503
28	0.429
30	0.652
32	0.754



2. ソレノイド中心軸上の軸方向磁束密度分布  $B_z(z)$  をビオ・サバルの法則を用いて計算せよ。ただし、ビオ・サバルの法則を明確に示し、そこからソレノイド中心軸上の磁束密度を求める導出過程も詳細に記述すること。

ビオ・サバルの法則より以下の式が成り立つ。

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

ここで、図 1 のような有限長ソレノイドについて考えると、単位長さあたりの電流は  $nIdz$  であるから、ビオ・サバルの法則より、

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{nIdz dl \sin \theta}{r^2} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{nI \sin \theta}{a} dl d\theta$$

となる。ここで  $\int_c dl = 2\pi ab$  であり、 $d\theta$  を  $\theta_1 \rightarrow \theta_2$  で積分すると、以下の式が成り立つ。

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

したがって、ソレノイド中心軸上の磁束密度は以下の式で求められ、その算出結果を有効数字 3 桁で表 4 に示す。

$$B_z = \frac{\mu_0 NI}{2} \left\{ \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} + \frac{b - z}{\sqrt{a^2 + (z - b)^2}} \right\}$$

ただし、各パラメータは、

$$N = 33, \mu_0 = 1.257 \times 10^{-6} [\text{H/m}], a = 0.0465 [\text{m}], b = 0.250 [\text{m}]$$

となり、電流  $I$  は  $R = 10.6 [\Omega]$  に関して、以下の式で求められる。

$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{37.2}{10.6} \simeq 3.51$$

表 4 ビオ・サバルの法則を用いて算出した磁束密度

$z$ 座標 [cm]	磁束密度 $B_z(z)$ [mT]
-8	0.0917
-6	0.145
-4	0.244
-2	0.430
0	0.716
2	1.00
4	1.18
6	1.28
8	1.33
10	1.36
12	1.36
14	1.36
16	1.35
18	1.31
20	1.24
22	1.11
24	0.868
26	0.563
28	0.323
30	0.186
32	0.114

3. 設問 (1) および (2) で得られた結果をグラフに重ね書きしなさい。そして、貴方のプローブ測定精度を有効数字 2 桁で示せ。

設問 (1) および (2) で得られた結果を重ね書きしたグラフを図 に示す。プローブ測定精度を以下の式で求め、その算出結果を有効数字 2 桁で表 5 に示す。

$$\frac{\delta B}{B} = \frac{\text{実験値} - \text{理論値}}{\text{理論値}}$$

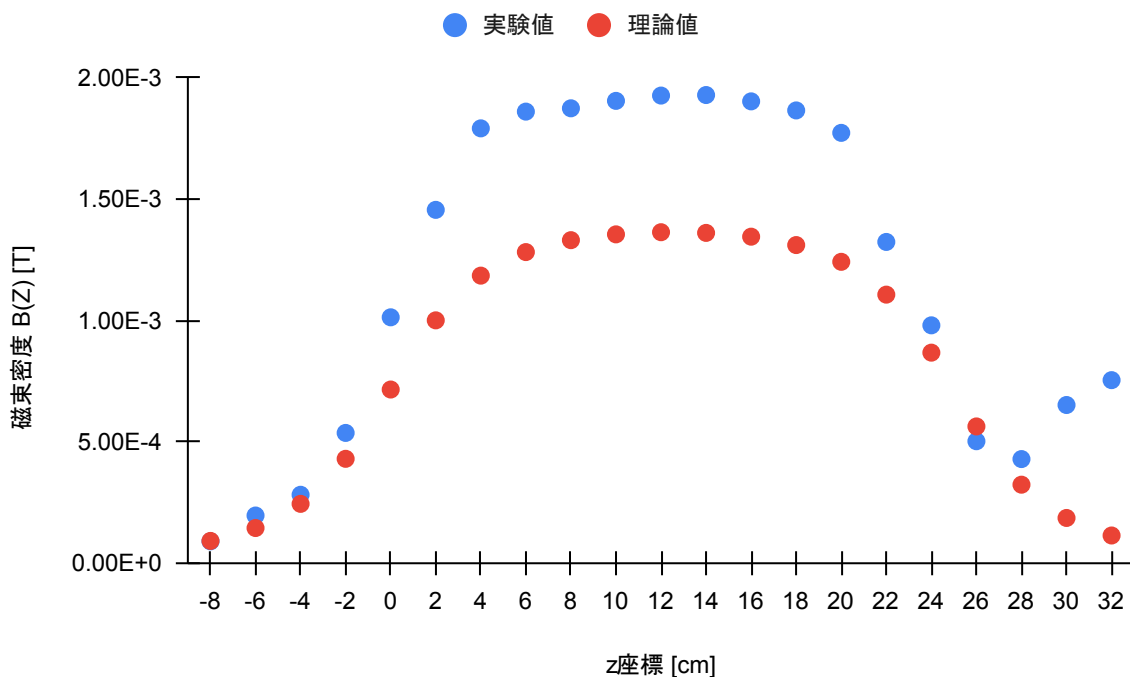


図 31 設問 (1) および (2) におけるソレノイド中心軸上の磁束密度分布  $B_z(z)$

表 5 プローブの測定精度の算出結果

$z$ 座標 [cm]	実験値 [mT]	理論値 [mT]	$\frac{\delta B}{B}$
-8	0.0900	0.0917	-0.018
-6	0.196	0.145	0.36
-4	0.282	0.244	0.15
-2	0.537	0.430	0.25
0	1.01	0.716	0.42
2	1.46	1.00	0.46
4	1.79	1.18	0.51
6	1.86	1.28	0.45
8	1.87	1.33	0.41
10	1.91	1.36	0.41
12	1.93	1.36	0.41
14	1.93	1.36	0.42
16	1.90	1.35	0.41
18	1.87	1.31	0.42
20	1.77	1.24	0.43
22	1.32	1.11	0.20
24	0.980	0.868	0.13
26	0.503	0.563	-0.11
28	0.429	0.323	0.33
30	0.652	0.186	2.50
32	0.754	0.114	5.62

4. 実験課題 2 において，抵抗  $R$  の両端の電圧波形  $V_R$  から閉ループ回路に流れるパルス電流の最大値を求めよ．導出過程も示すこと．

各鎖交数における電圧波形  $V_R$  におけるピーク電圧  $V_{Rmax}$  を読み取ることで，閉ループ回路に流れるパルス電流の最大値  $I_R$  は以下の式で算出される．

$$I_R = \frac{V_{Rmax}}{R}$$

この算出結果を表 6 に示す．ただし， $R = 10.6 [\Omega]$  である．表 6 より，パルス電流の最大値の最確値は次のように求められる．

$$I_{RS} \simeq 3.35 [\text{A}]$$

表 6 抵抗  $R$  の両端の電圧波形  $V_R$  から算出したパルス電流の最大値

鎖交数	$V_R [\text{V}]$	パルス電流の最大値 $[\text{A}]$
1	36.0	3.40
2	35.6	3.36
3	34.8	3.28
4	35.6	3.36
5	35.6	3.36

5. 実験課題 2 において，ログスキーコイルの出力  $V_e$  から閉ループ回路に流れるパルス電流の最大値を求めよ．導出過程も示すこと．

閉ループ回路に流れるパルス電流は以下の式で算出される．

$$i_e = -\frac{l}{\mu_0 n N S} \int_0^t V_e(t) dt$$

この算出結果を表 7 に示す．ただし，各パラメータは次のようになる．

$$\mu_0 = 1.257 \times 10^{-6} [\text{H/m}], N = 219, S = \pi \times 0.11875^2 \simeq 0.04430 [\text{m}^2], l = 2\pi \times 0.11875 \simeq 0.7461 [\text{m}]$$

表 7 より，パルス電流の最大値の最確値は次のように求められる．

$$I_{es} \simeq 3.04 [\text{A}]$$

表 7 ログスキーコイルの出力  $V_e$  から算出したパルス電流の最大値

鎖交数	$\int_0^t V_e(t) dt [\mu\text{V}]$	パルス電流の最大値 $[\text{A}]$
1	0.523	3.20
2	1.09	3.33
3	1.53	3.13
4	1.70	2.60
5	2.39	2.92

6. 実験課題 2 において、閉ループ回路に流れるパルス電流の最大値を、閉ループ回路の回路方程式を解くことによって求めよ。導出過程も示すこと。

本実験で用いた閉ループ回路の回路方程式は以下のように表される。

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = V$$

ここで、臨界制動波形であることから、 $R^2 = \frac{4L}{C}$  を満たすので、閉ループ回路に流れるパルス電流は以下の式で表される。

$$i = e^{-\frac{R}{2L}t} (C_1 + C_2 t)$$

ここで、初期条件より  $t = 0$  において、 $i = 0$ 、 $L \frac{di}{dt} = V$  であるので、 $C_1 = 0$ 、 $C_2 = \frac{V}{L}$  となる。したがって、閉ループ回路に流れるパルス電流は以下の式で算出される。

$$i = \frac{V}{L} t e^{-\frac{R}{2L}t}$$

ここで、パルス電流が最大値を取る時の  $t$ 、充電電圧  $V$ 、ソレノイドコイルのインダクタンス  $L$ 、可変抵抗  $R$  の値は、

$$t = 31.5 [\mu\text{s}], V = 50 [\text{V}], L = 338 [\mu\text{H}], R = 10.6 [\Omega]$$

となるので、パルス電流の最大値は次のように求められる。

$$i = \frac{V}{L} t e^{-\frac{R}{2L}t} \simeq 2.85 [\text{A}]$$

7. 設問 (4)～(6) で求めた値を比較し、その妥当性を検討せよ。

設問 (6) で得られたパルス電流を理論値として、以下の式で相対誤差率を求める。

$$\text{相対誤差率} = \frac{\text{測定値} - \text{理論値}}{\text{理論値}} \times 100$$

抵抗  $R$  の両端にかかる電圧波形  $V_R$  より算出したパルス電流の相対誤差率は、

$$\frac{3.35 - 2.85}{2.85} \times 100 \simeq 17.5 [\%]$$

となる。これは可変抵抗の抵抗値のブレやオシロスコープの波形の読み取り誤差を考慮したとしても、相対誤差率が大きい結果となった。

また、ログスキーコイル両端にかかる電圧波形  $V_e$  より算出したパルス電流の相対誤差率は、

$$\frac{3.04 - 2.85}{2.85} \times 100 \simeq 6.67 [\%]$$

となる。これは可変抵抗の抵抗値のブレやオシロスコープの波形の読み取り誤差を考慮すると妥当であると考えられる。

8. 実験課題 2 において、パルス電流が流れている閉ループとログスキーコイルの間に存在する相互インダクタンス  $M$  は、式 42 で与えられる関係を持つ。実際に得られた実験値から、相互インダクタンス  $M$  を求めよ。導出過程も明記すること。

42 式より  $V_e = M \frac{di}{dt}$  が成り立ち、この両辺を  $t$  で積分すると以下の式が成り立つ。

$$\int_0^t V_e(t) dt = Mi$$

そして、この式を変形すると相互インダクタンス  $M$  は以下の式で算出される。

$$M = \frac{1}{i} \int_0^t V_e(t) dt$$

相互インダクタンス  $M$  は次のように求められる。

$$M \simeq 0.174 [\mu\text{H}]$$

9. 相互インダクタンス  $M$  は、式 41, 42 から分かるように、ログスキーコイルの形状から求めることが出来る。実際に実測した値から相互インダクタンス  $M$  を算出せよ。導出過程も示すこと。

$i = \frac{1}{M} \int_0^t V_e(t) dt$  であるので、

$$\frac{l}{\mu_0 NS} \int_0^t V_e(t) dt = \frac{1}{M} \int_0^t V_e(t) dt$$

となる。したがって、この式を変形すると相互インダクタンス  $M$  は以下の式で算出される。

$$M = \frac{\mu_0 NS}{l}$$

ただし、各パラメータは次のようになる。

$$\mu_0 = 1.257 \times 10^{-6} [\text{H/m}], N = 219, S = \pi \times 0.11875^2 \simeq 0.04430 [\text{m}^2], l = 2\pi \times 0.11875 \simeq 0.7461 [\text{m}]$$

相互インダクタンス  $M$  は次のように求められる。

$$M \simeq 0.163 [\mu\text{H}]$$

10. 設問 (8) および (9) で算出した値を比較し、その妥当性を検討せよ。

設問 (9) で得られた相互インダクタンスを理論値として、以下の式で相対誤差率を求める。

$$\text{相対誤差率} = \frac{\text{測定値} - \text{理論値}}{\text{理論値}} \times 100$$

相互インダクタンス  $M$  の相対誤差率は、

$$\frac{1.74 \times 10^{-7} - 1.63 \times 10^{-7}}{1.63 \times 10^{-7}} \times 100 \simeq 6.75 [\%]$$

となる。これは可変抵抗の抵抗値のブレやオシロスコープの波形の読み取り誤差を考慮すると妥当であると考えられる。

11. このログスキーコイルの形状が円ではなく、楕円のとき、得られる出力はどう変化するか答えよ。

ログスキーコイルの原理は、アンペールの周回積分の法則を用いて考えられる。そして、アンペールの周回積分の法則は、ループの形状によらないため、ログスキーコイルの形状が円ではなく、楕円であったとしても、得られる出力は変わらないと考えられる。

## 参考文献

- [1] 電子システム工学基礎実験テキスト