

電子システム工学基礎実験 報告書

グループ： A

実験題目 変位電流

報告者 第 1 班 学生番号 21121001 氏名 浅井 雅史

メールアドレス b1121001@edu.kit.ac.jp

共同実験者	学生番号	<u>21121002</u>	氏名	<u>浅岡 駿介</u>
	学生番号	<u>21121007</u>	氏名	<u>伊藤 大智</u>
	学生番号	<u>21121008</u>	氏名	<u>井上 翔陽</u>
	学生番号		氏名	

実験実施日	<u>2022</u> 年 <u>12</u> 月 <u>01</u> 日	天候	<u>曇り</u>	温度	<u>10</u> °C	湿度	<u>55</u> %
報告書提出	(第1回目)	<u>2022</u> 年 <u>12</u> 月 <u>07</u> 日	⇒	受理	/	要再提出	
	(第2回目)	年 月 日	⇒	受理	/	要再提出	
報告書受理日	(最終)	年 月 日					

報告書提出者の自己チェック欄(できていれば□にチェックせよ)

- | | |
|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 実験結果は示されているか？ | <input checked="" type="checkbox"/> 図表の書き方・まとめ方は適切か？ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 考察は十分になされているか？ | <input checked="" type="checkbox"/> 演習問題はできているか？ |
| <input checked="" type="checkbox"/> レポートとしての体裁は適切か？ | |

[注意] ・自己チェック欄が未記入のレポートは内容を見ずに返却する
・自己チェック欄と内容に相違があるものは、その程度に応じて減点する

[報告書に対する教員の所見]	[所見に対する報告者の回答]
<input type="checkbox"/> 図表の体裁に不備がある ()	
<input type="checkbox"/> 実験結果のまとめ方が適切でない ()	
<input type="checkbox"/> 結果に対する考察が不足している ()	
<input type="checkbox"/> 演習問題が解答されていない ()	
<input type="checkbox"/> レポートとしての体裁が整っていない ()	
裏面に続く	裏面に続く

1 目的

アンペア・マクスウェルの法則に関する実験を行い、変位電流 (密度) の理解を深める。

2 原理

変位電流密度 \vec{i}_d とは電束 \vec{D} の時間変化であり、以下の式で与えられる。

$$\vec{i}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

また、平行平板への電圧印として交流を与え場合について考える。微小区間 Δx 離れた二点での電位を測定すると電場は、 $|\vec{E}| = \frac{\Delta V}{\Delta x}$ で計算でき、電束密度を $\vec{E} = \epsilon \vec{D}$ と仮定できる。したがって、変位電流密度 \vec{i}_d は以下の式で与えられる。

$$|\vec{i}_d| = \left| \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right| = \epsilon \left| \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Delta V}{\Delta x} \right) \right| = \frac{\epsilon}{\Delta x} \left| \frac{\partial}{\partial t} (\Delta V) \right|$$

ここで、平行平板に印加する V の角周波数を ω とすると、 $V \propto \sin \omega t$ と書けるので、平行平板電極の面積を S 。二点での電位をそれぞれ $V_1 = A \sin \omega t$, $V_2 = B \sin \omega t$ とすると変位電流の大きさ I_{dmax} は以下の式で求められる。

$$|I_{dmax}| = \frac{\epsilon}{\Delta x} |(A - B)\omega|$$

また、ログスキーコイルにおいてログスキーコイルの両端に現れる誘導電圧を $V_e(t) = C \sin \omega t$ とすると、変位電流の大きさ I_d は以下の式で求められる。

$$|I_{dmax}| = - \left| \frac{l}{\mu_0 N S} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} V_e(t) dt \right| = \frac{l}{\mu_0 N S} \cdot \frac{C}{\omega}$$

3 実験

3.1 実験装置及び器具

木製台，プローブ支持台，ガラス製水槽，平行平板電極，静電プローブ，METRONIX MTR18-1 交流定電圧定電流電源，TEKTRONIX TBS1022 オシロスコープ，ログスキーコイル，抵抗 ($220\text{k}\Omega$)，セメント抵抗 (1Ω)

3.2 セットアップ

図 1 のように平行平板電極を水に入れた水槽の外側に配置し，電極板に交流を印加する．

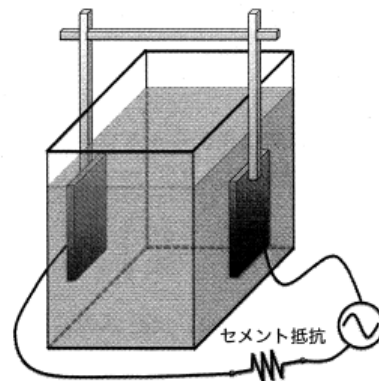


図 1 平行平板を水槽の外に配置した場合の実験配置図

3.3 二本のプロープによる測定

1. 図 2 のように水槽に二本のプロープを差し込む．一つはプロープ支持台を用いて固定し，もう一つはテープで固定する．その間隔 Δx は $\sim 1\text{cm}$ 程度に保ち， Δx の値を測定しておく．
2. 発振周波数は最も高い周波数 (1MHz) からスタートし，徐々に (50k \sim 100kHz刻みで500kHzくらいまで) 周波数を下げながら実施し，それぞれの周波数における波形を記録する．

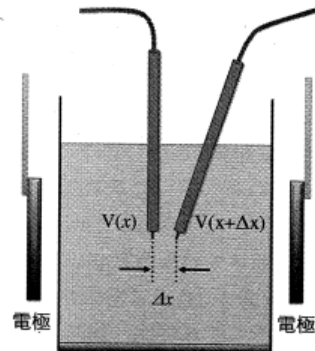


図 2 二本プロープによる変位電流測定実験配置

3.4 ログスキーコイルによる測定

1. 図 3 に示すように，水槽と電極板の間にログスキーコイルが入る程度のスペースを作り，そこにログスキーコイルを挿入する．
2. 実験課題 1 と同様に発振器の周波数 ω を変化させながら，セメント抵抗の両端とログスキーコイルからの出力波形を記録する．

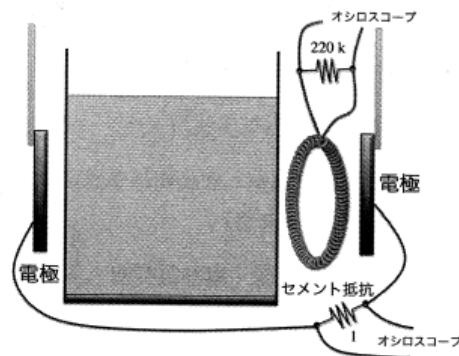


図 3 ログスキーコイルによる変位電流測定実験配置

4 結果

4.1 実験課題 1

各周波数 f における測定結果を以下の図 4～図 9 に示す．また， Δx は 10.0 [mm] に調整した．

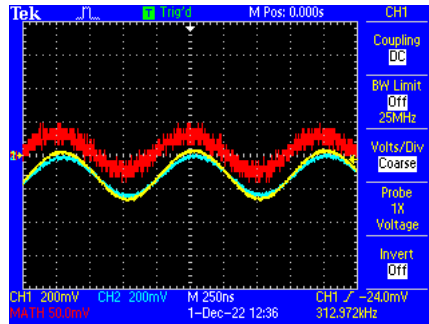


図 4 $f = 1\text{MHz}$ のときの測定結果

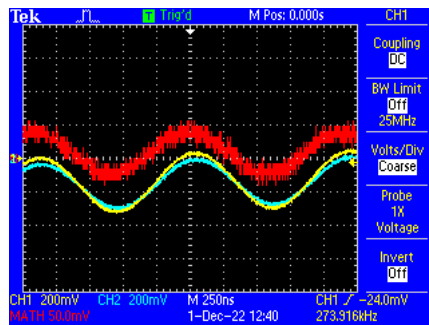


図 5 $f = 900\text{kHz}$ のときの測定結果

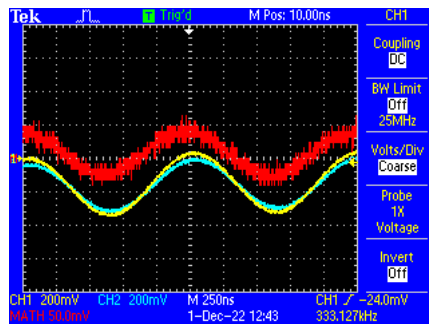


図 6 $f = 800\text{kHz}$ のときの測定結果

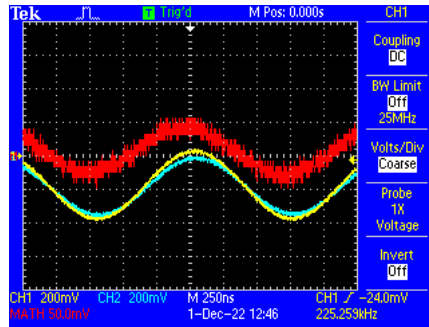


図7 $f = 700\text{kHz}$ のときの測定結果

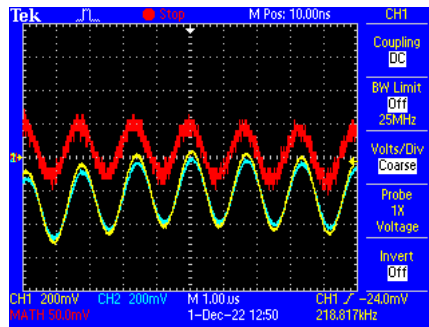


図8 $f = 600\text{kHz}$ のときの測定結果

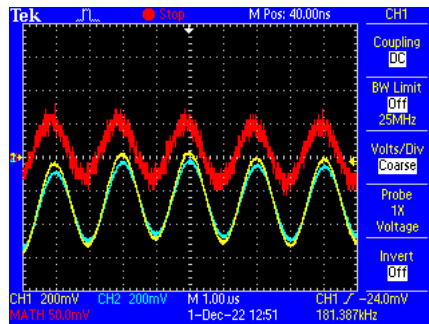


図9 $f = 500\text{kHz}$ のときの測定結果

4.2 実験課題 2

各周波数 f における測定結果を以下の図 10～図 15 に示す。

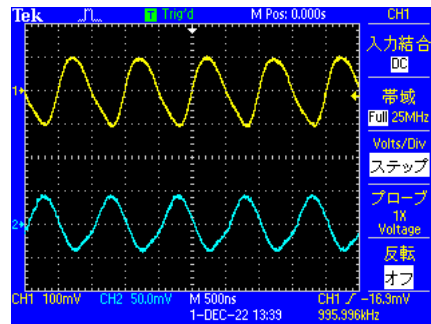


図 10 $f = 1\text{MHz}$ のときの測定結果

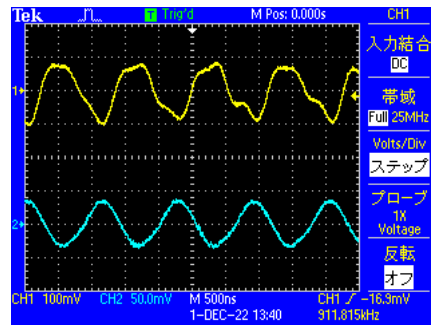


図 11 $f = 900\text{kHz}$ のときの測定結果

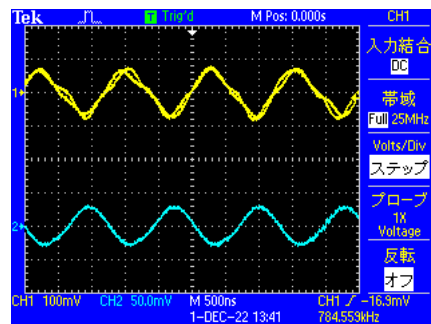


図 12 $f = 800\text{kHz}$ のときの測定結果

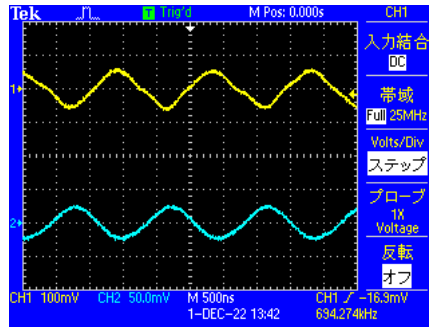


図 13 $f = 700\text{kHz}$ のときの測定結果

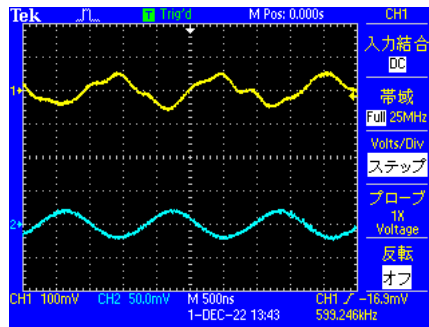


図 14 $f = 600\text{kHz}$ のときの測定結果

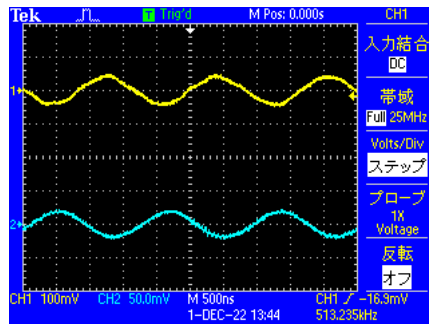


図 15 $f = 500\text{kHz}$ のときの測定結果

5 データ解析と考察

1. 実験課題 1 について, 二本のプロープを用いて得られた電位差 ΔV の時間変化データ $\Delta V(t)$ と Δx より, それぞれの発振周波数における I_d の値を求め, 表にして示せ.

算出した変位電流 I_d を表 1 に示す. ただし, テキスト p234 より真空の誘電率は $8.854 \times 10^{-12} [\text{F/m}]$ であり, p38 より水の比誘電率は $80.4 (20^\circ\text{C})$ なので, $\epsilon = 7.11862 \times 10^{-10} [\text{F/m}]$ として算出する.

表 1 実験課題 1 における変位電流 I_d

$f [\text{kHz}]$	$\Delta V [\text{V}]$	$I_{dmax} [\text{A}]$
1000	0.044	0.00028339
900	0.048	0.00027824
800	0.052	0.00026794
700	0.052	0.00023444
600	0.064	0.00024733
500	0.068	0.00021899

2. 実験課題 2 において, それぞれの発振周波数におけるログスキーコイルの出力から I_d を算出し, 表にして示せ.

算出した変位電流 I_d を表 2 に示す. また, $\mu_0 = 0.000001257 [\text{H/m}]$, $N = 211$, $l = 2\pi \times 0.1095 = 0.688 [\text{m}]$, $S = \pi \times 0.0100^2 = 0.000314 [\text{m}^2]$ である.

表 2 実験課題 2 における変位電流 I_d

$f [\text{kHz}]$	$A [\text{V}]$	$I_{dmax} [\text{A}]$
1000	0.105	0.13805
900	0.085	0.12418
800	0.080	0.13148
700	0.065	0.12209
600	0.055	0.12052
500	0.045	0.11833

3. 二本のプロープを用いて得られた I_d とログスキーコイルから得られた I_d の値を比較検討せよ.

二本のプロープを用いて測定した変位電流 I_d は、誘電率 80.4(20°C) の誘電体 (水) の内部の電束密度から生じる. その一方で、ログスキーコイルを用いて測定した変位電流 I_d は、誘電率 1.00 の誘電体 (空気) の内部の電束密度から生じる.

$$\vec{i}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

より、プロープを用いて測定した変位電流 I_d のほうがログスキーコイルを用いて測定した変位電流 I_d より 80.4 倍大きいと考えられる. また、水の誘電率は温度が低くなるにつれ上がり、10°C では 84.14 になる. このことから、水の誘電率の温度依存性によって $84.14/80.4 \simeq 1.05$ 倍されたと考えられる. さらに、実験課題 1 ではノイズが多く発生しており、 $\pm 20\text{mV}$ の読み取り誤差が発生する. 読み取り誤差による倍率は、 $(0.055 + 0.02)/0.055 \simeq 1.364$ 倍となる. 同様に、微小区間 Δx やログスキーコイルの断面積、円周の長さによる、読み取り誤差による影響も考えられる.

表 3 実験課題 1, 2 それぞれで求められた変位電流の比

f [kHz]	変位電流 (実験課題 1)[A]	変位電流 (実験課題 2)[A]	比
1000	0.00028339	0.13805	487.1465605
900	0.00027824	0.12418	446.2884911
800	0.00026794	0.13148	490.7153997
700	0.00023444	0.12209	520.7591997
600	0.00024733	0.12052	487.3076539
500	0.00021899	0.11833	540.3642519

4. 実験課題 2 について、ログスキーコイルから得られた I_d と、セメント抵抗の両端の電圧波形から得られる I_F の位相の相対関係を示せ.

平行平板に印加する V の角周波数を ω とし、 V が $\sin \omega t$ に比例する場合、オームの法則 $V = I_F R$ より以下の関係が成り立つ.

$$I_F \propto \cos \omega t$$

$|\vec{i}_d| = \frac{\epsilon}{\Delta x} \left| \frac{\partial}{\partial t} (\Delta V) \right|$ となるので、 I_d は以下の関係が成り立つ.

$$I_d \propto \sin \omega t$$

したがって、ログスキーコイルから得られた I_d と、セメント抵抗の両端の電圧波形から得られる I_F の位相は π ずれる.

5. コンデンサーを含む回路では、 I_F と I_d が閉ループを作るために、 $I_F + I_d$ はどのような面を取っても、 $I_F + I_d = \text{一定}$ となる. この予測が正しいかどうか得られた実験データに基づいて判定せよ. 実験結果より算出した $I_F + I_d$ とそのデータ処理を表 4 に示す. 相対誤差率は $-10\% \sim 16\%$ となっているので、「 $I_F + I_d = \text{一定}$ となる」とは言えない.

表 4 $I_F + I_d$ とそのデータ処理

	f [kHz]	I_d [A]	I_F [A]	$I_F + I_d$ [A]	相対誤差率 [%]
	1000	0.1380544747	0.0425	0.1805544747	16.52985447
	900	0.1241759826	0.0375	0.1616759826	4.345675992
	800	0.1314804521	0.03	0.1614804521	4.219480651
	700	0.1220889913	0.025	0.1470889913	-5.068767911
	600	0.1205237478	0.02	0.1405237478	-9.305975924
	500	0.1183324069	0.02	0.1383324069	-10.72026728
平均				0.1549426759	

6 宿題

1. $\nabla \times \vec{H} = (i + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})$ の両辺の発散をとることで、この式が電荷保存則 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot i = 0$ を確かに満たしていることを示せ.

両辺の発散をとると、任意のベクトル \vec{A} に関して、 $\text{div}(\text{rot} \vec{A})$ となることから、

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) = \nabla \cdot \left(i + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = \nabla \cdot i + \frac{\partial (\nabla \cdot \vec{D})}{\partial t} = 0$$

となる．ここで、ガウスの法則より $\text{div} \vec{D} = \rho$ であるので、以下の式が成り立ち、題意は示された．

$$\nabla \cdot i + \frac{\partial (\nabla \cdot \vec{D})}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot i = 0$$

参考文献

- [1] 電子システム工学基礎実験テキスト
- [2] Properties of Water http://www.isc.meiji.ac.jp/~nkato/Useful_Info.files/water.html