两学分光学课程内容

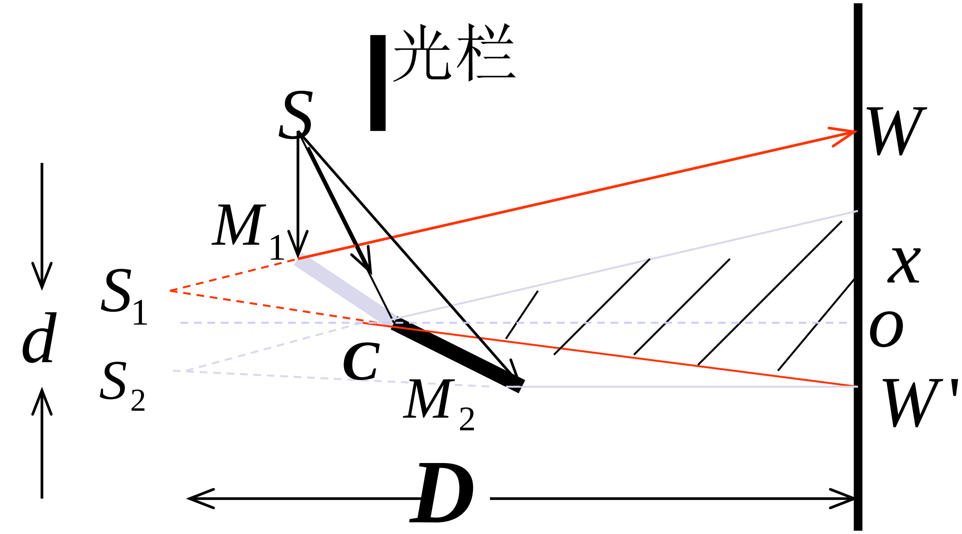
第一章 光学导言(2)
1、 光与自然
2、 惠更斯原理与费马原理
第二章 波动光学引言(3)
1、 光波的认识（电磁波）
2、 光波的数学描述
3、 波前函数
第三章 光的干涉(6)
1、 概述
2、 光波的叠加和干涉
3、 分波前干涉—杨氏干涉
4、 其他分波前干涉装置
5、 分振幅干涉—薄膜干涉（等倾和等厚干涉）
6、 迈克耳孙干涉仪和马赫-曾得尔干涉仪
7、 驻波和多光束干涉
8、 时间相干性和空间相干性
第四章 光的衍射(4)
1、 惠更斯-菲涅耳原理
2、 圆孔和圆屏菲涅耳衍射、波带片
3、 夫琅禾费单缝衍射
4、 夫琅禾费圆孔衍射和光学仪器的分辨本领
5、 位移-相移定理
6、 一维光栅、二维光栅
7、 三维光栅—x射线晶体衍射

第五章 傅立叶变换光学引言(4)
1、 波前变换和相因子分析
2、 余弦光栅的衍射场
3、 傅立叶变换光学大意
4、 阿贝成像原理与空间滤波
5、 泽尼克的相衬法
6、 全息术原理
第六章 光的偏振和光在晶体中的传播(4)
1、 自然光和偏振光
2、 起偏器与检偏器、马吕斯定律
3、 反射和散射光的偏振态
4、 双折射现象
5、 惠更斯作图
6、 波片和补偿器
7、 偏振光的干涉
8、 人为双折射
9、 旋光性，测糖术
第七章 吸收、色散、散射（2）
第八章 光子动量（3）
第九章 光学与光子学新进展
（结合选修学生所属学科，报告）（6）

4、其他分波前干涉装置

- ◑ 非涅耳双面镜
- ◑ 非涅耳双棱镜
- ◑ 劳埃德镜

A、 菲涅耳双面镜 (*)



虚光源 $S_1\ S_2$

$\overline{S_1S_2}$ 平行于 $\overline{WW'}$

$d << D$

屏幕上O点在两个虚光源连线的垂直平分线上，
屏幕上明暗条纹中心对O点的偏离 x为：

$$\begin{cases} x = k\lambda \dfrac{D}{d} & \text{明条纹中心的位置} \\ x = \dfrac{2k+1}{2}\lambda \dfrac{D}{d} & \text{暗条纹中心的位置} \end{cases}$$

$k = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots$

$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$$ 条纹间距

B、菲涅耳双棱镜（*）

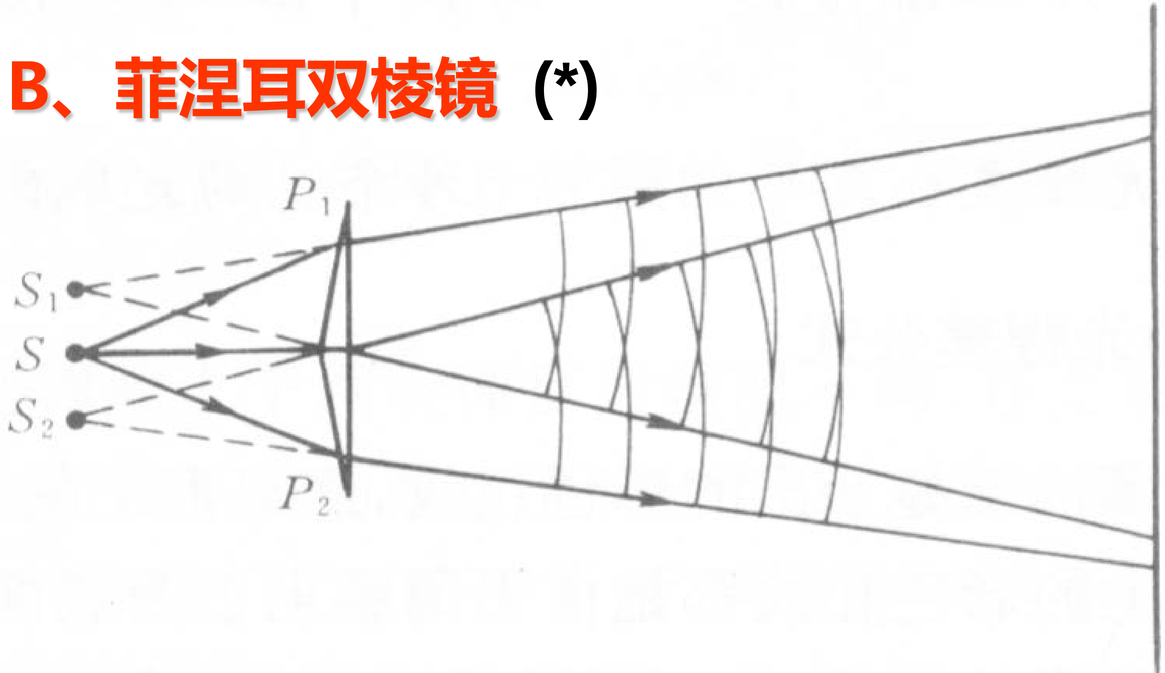


图 2-9　菲涅耳双棱镜

屏幕上*O*点在两个虚光源连线的垂直平分线上，屏幕上明暗条纹中心对*O*点的偏离*x*为：

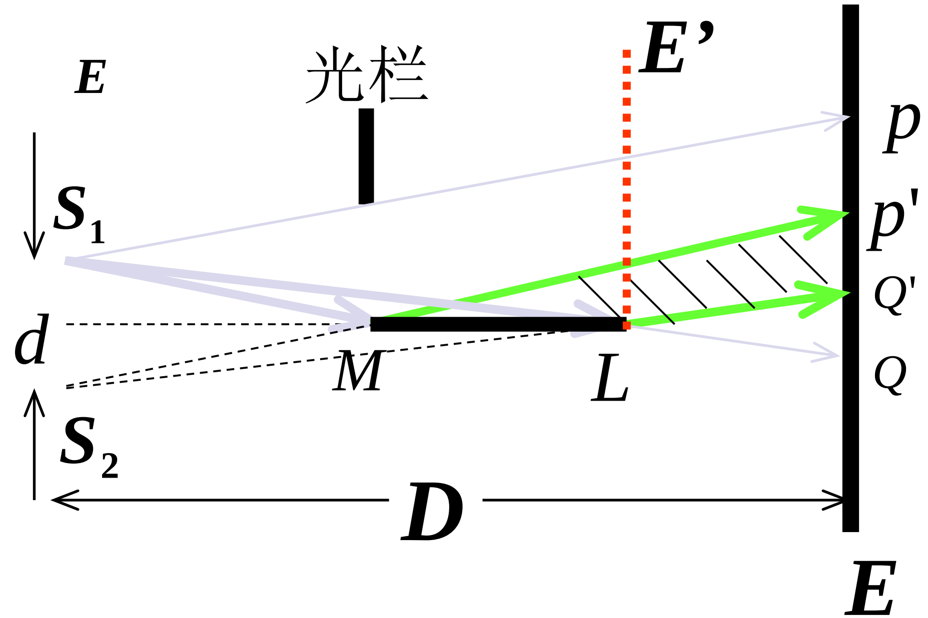
$$x = k\lambda\frac{D}{d}$$ 明条纹中心的位置

$$x = \frac{2k+1}{2}\lambda\frac{D}{d}$$ 暗条纹中心的位置

$$k = 0,\pm1,\pm2\cdots$$

$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$$ 条纹间距

C、洛埃德镜（Lloyd ‘s Mirror）(*)



$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$$ 条纹间距

***L*⁺** 位置，亮条纹还是暗条纹？

掠入射时
界面反射产生半波损

作业：

2.1

2.2

2.3

2.4

习 题

2.1 在杨氏干涉实验中，用 He-Ne 激光束（$\lambda=6328$ Å）垂直照射两个小孔，两小孔的间距为 1.00 mm，小孔至幕的垂直距离为 100 cm. 求下列两种情形下幕上干涉条纹的间距：(1) 整个装置放在空气中；(2) 整个装置放在水中，水的折射率 $n=1.33$.

2.2 在杨氏干涉装置中，双缝至幕的垂直距离为 2.00 m，双缝间距为 0.342 mm，测得第 10 级干涉亮纹至 0 级亮纹间的距离为 3.44 cm. 求光源发出的光波的波长.

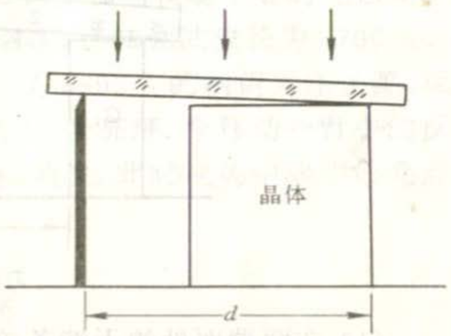
2.3 在杨氏干涉装置中，双缝间距 $d=0.023$ cm，双缝到屏幕的距离 $D=100$ cm. 若光源包含蓝、绿两种色光，它们的波长分别为 4360 Å 和 5460 Å，问两种光的 2 级亮纹相距多少？

2.4 把具有平行器壁的完全相同的两个玻璃容器分别放置在双缝的后面，容器内气体的厚度为 2.00 cm. 两容器中均为空气时观察一次干涉条纹；当一个容器中逐渐充以氯气赶走原来的空气时，干涉条纹相对前者移动了 20 个条纹，求氯气的折射率. 已知光源波长为 589 nm，空气折射率为 1.000 276.

2.5 用单色光垂直照射到两块玻璃板构成的楔形空气薄膜上，观察反射光形成的等厚干涉条纹. 入射光为钠黄光（$\lambda=5893$ Å）时，测得相邻两暗纹间的距离为 0.22 mm. 当以未知波长的单色光照射时，测得相邻两暗纹间的距离为 0.24 mm，求未知波长.

2.6 两块平板玻璃互相叠合在一起，一端相互接触，在离接触线 12.50 cm 处用一金属细丝垫在两板之间，以波长 $\lambda=5460$ Å 的单色光垂直照射，测得条纹间距为 1.50 mm，求金属细丝的直径.

2.7 如图所示，玻璃平板的右侧放置在长方体形晶体上，左侧架于高度固定不变的刀刃，于是在玻璃平板与晶体表面间



习题 2.7

5、<u>分振幅干涉</u>

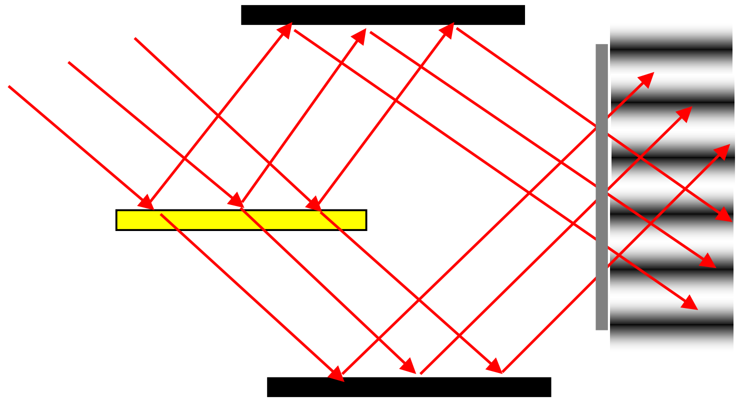
薄膜干涉

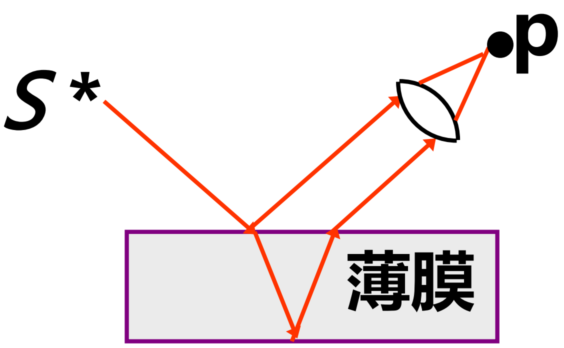
等倾干涉

等厚干涉

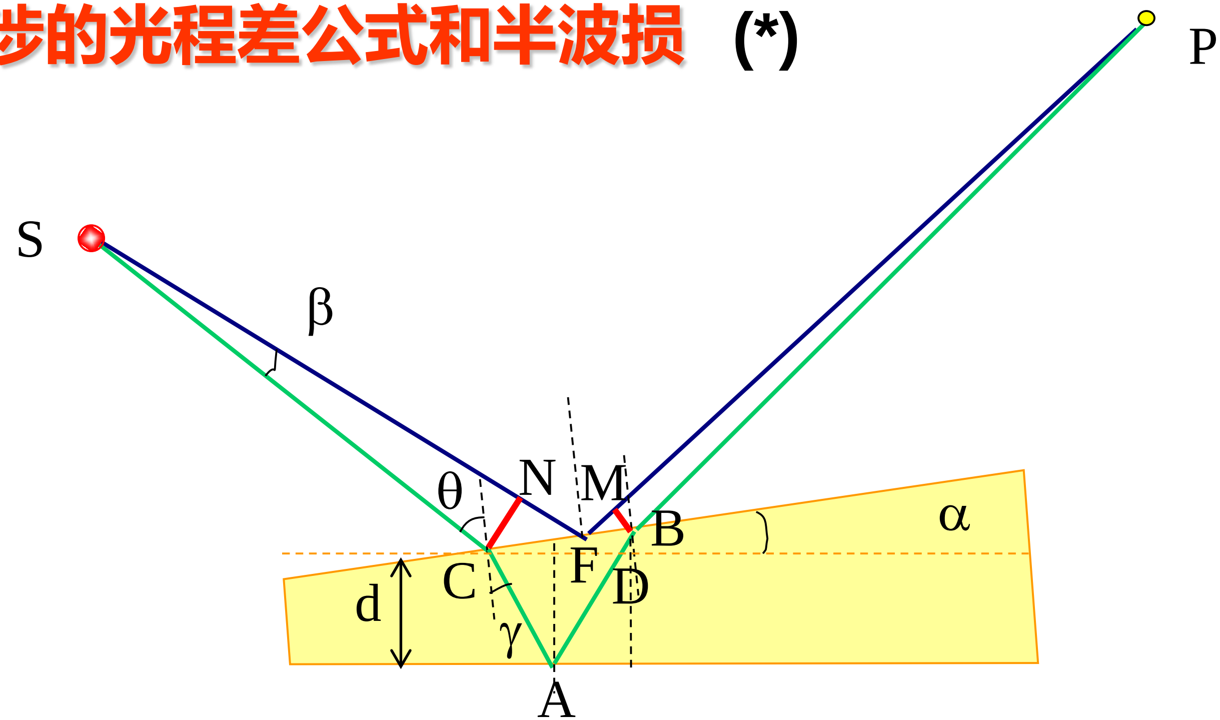
分振幅干涉（*)

让一束光投射到由透明板制成的分束器，光能一部分**反射**，一部分**透射**，再通过反射镜等一类光学器件，让两束光发生**交叠**。





薄膜干涉的光程差公式和半波损 (*)



$$\Delta = n\left(\overline{AC} + \overline{AB}\right) - \left(\overline{FN} + \overline{FM}\right)$$

$$\left(\overline{FN} + \overline{FM}\right) = \overline{FC} \cdot \sin(\theta + \beta) + \overline{FB} \cdot \sin(\theta + \beta) = \overline{CB} \cdot \sin(\theta + \beta)$$

$$\left(\overline{AC} + \overline{AB}\right) = \overline{AC} + \overline{AD} + \overline{DB} = 2\frac{d}{\cos(\gamma + \alpha)} + \frac{\overline{CB}\sin\alpha}{\cos(\gamma + \alpha)}$$

$$\overline{CB} = 2d\tan(\alpha+\gamma)(\cos\alpha + \sin\alpha\tan(2\alpha+\gamma))$$

$$\Delta = 2n\frac{d}{\cos(\gamma+\alpha)} + 2d\tan(\alpha+\gamma)(\cos\alpha + \sin\alpha\tan(2\alpha+\gamma))\left[\frac{n\sin\alpha}{\cos(\gamma+\alpha)} - \sin(\beta+\theta)\right]$$

α和β一般非常小，近似0，所以上式可以近似简化为：

$$\Delta \approx \frac{2nd}{\cos\gamma}(1-\frac{1}{n}\sin\gamma\sin\theta) = 2nd\cos\gamma$$

光在上下表面的反射情况不同，上表面是由光疏介质到光密介质，而下表面是由光密介质到光疏介质，实验和理论表明，光在这样的两个界面反射光束存在半波损失，也就是存在π的附加相位差。

$$\Delta = 2nd\cos\gamma + \frac{\lambda}{2}$$

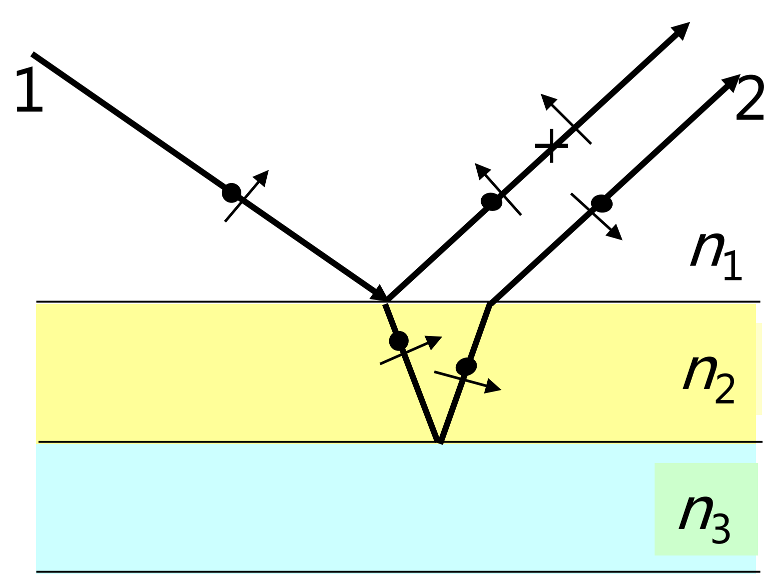
半波损失：在反射点，入射光和反射光的线偏振态恰巧相反，也就是说相位相差π，称之为半波损失。

条件：（正入射、掠入射和斜入射）

1. 正入射时，$n_1<n_2$,界面反射有相位突变π，有半波损失；$n_1>n_2$,界面反射没有相位突变，即没有半波损失。

2. 掠射时，无论$n_1>n_2$还是$n_1<n_2$，界面反射均有半波损失。

斜入射时的半波损



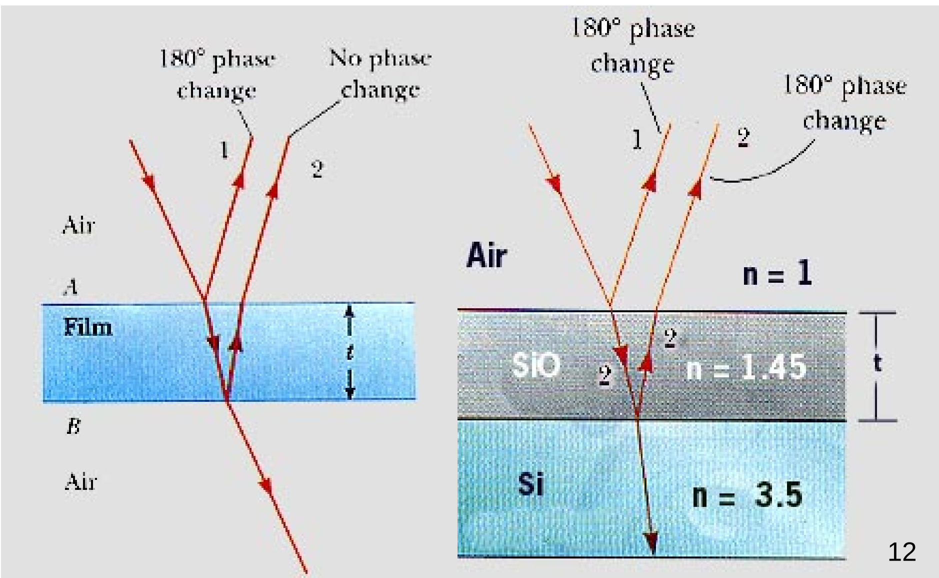
结论（限于入射角小于布儒斯特角）

i. 当$n_1>n_2<n_3$或$n_1<n_2>n_3$，要计相位突变π，即实际光程差为：

$$\Delta L_{12}=\Delta L_0 \pm \frac{\lambda}{2}$$

ii. 当$n_1>n_2>n_3$或$n_1<n_2<n_3$，没有相位突变，实际光程差为：

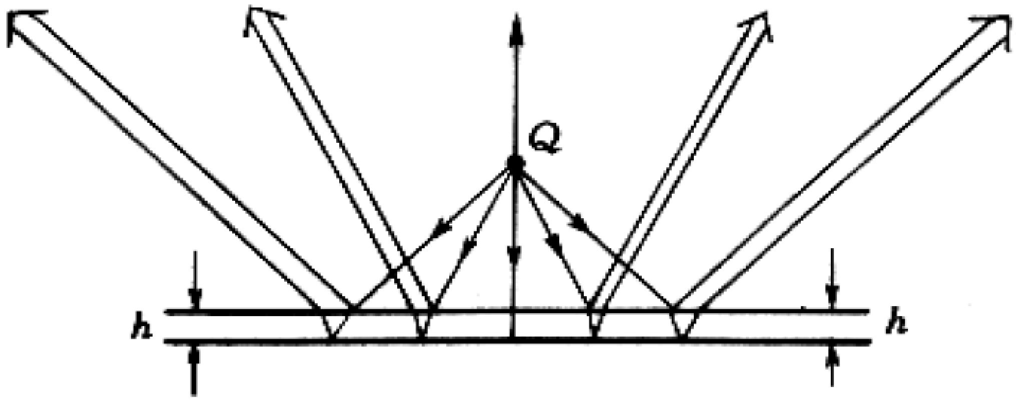
$$\Delta L_{12}=\Delta L_0$$



等倾干涉 (*)

A. 等倾干涉的观察方法：

薄膜的折射率和厚度都是均匀的，所以光程差仅随着入射角（或折射角）而变化，也就是干涉条纹的明暗来源于入射角。



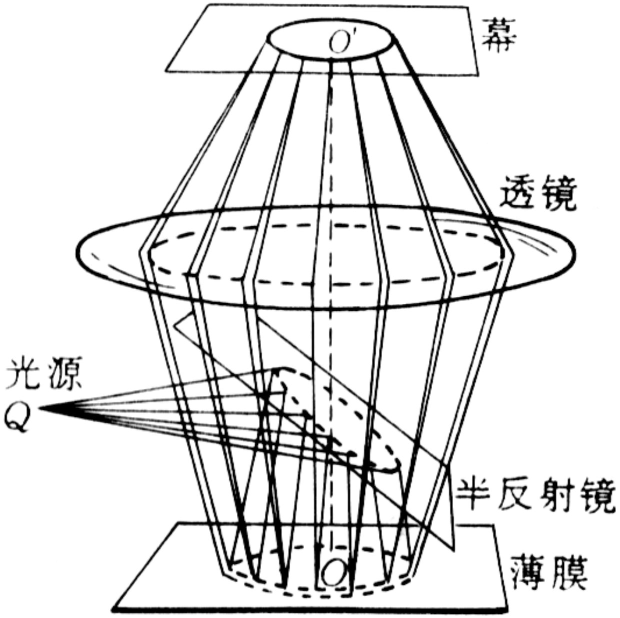
幕上同一条干涉条纹，是由同一倾角的入射光形成的，故此称此干涉条纹为**等倾条纹**。

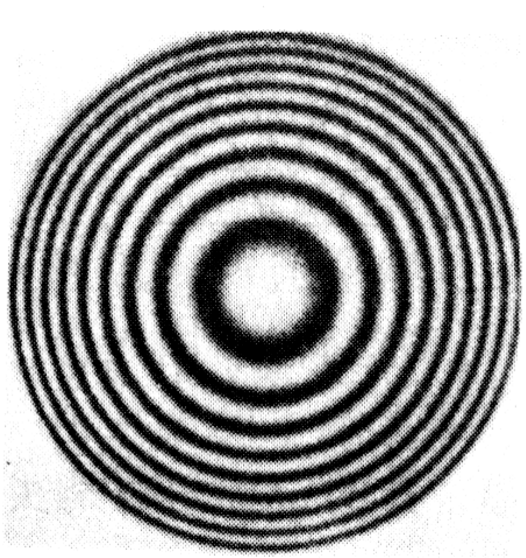
$$\Delta = 2nd\cos\gamma + \frac{\lambda}{2}$$

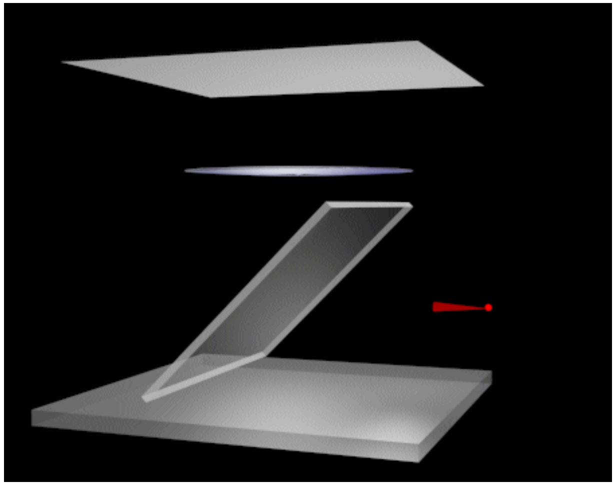
同一反射角对应着同一个光程差

恒定不变

等倾干涉实验装置图：







B、等倾干涉条纹的特征：

光程差

$$\Delta = n(\overline{AB}+\overline{BC}) - n'\,\overline{AD} + \frac{\lambda}{2}$$

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \frac{d}{\cos r}$$

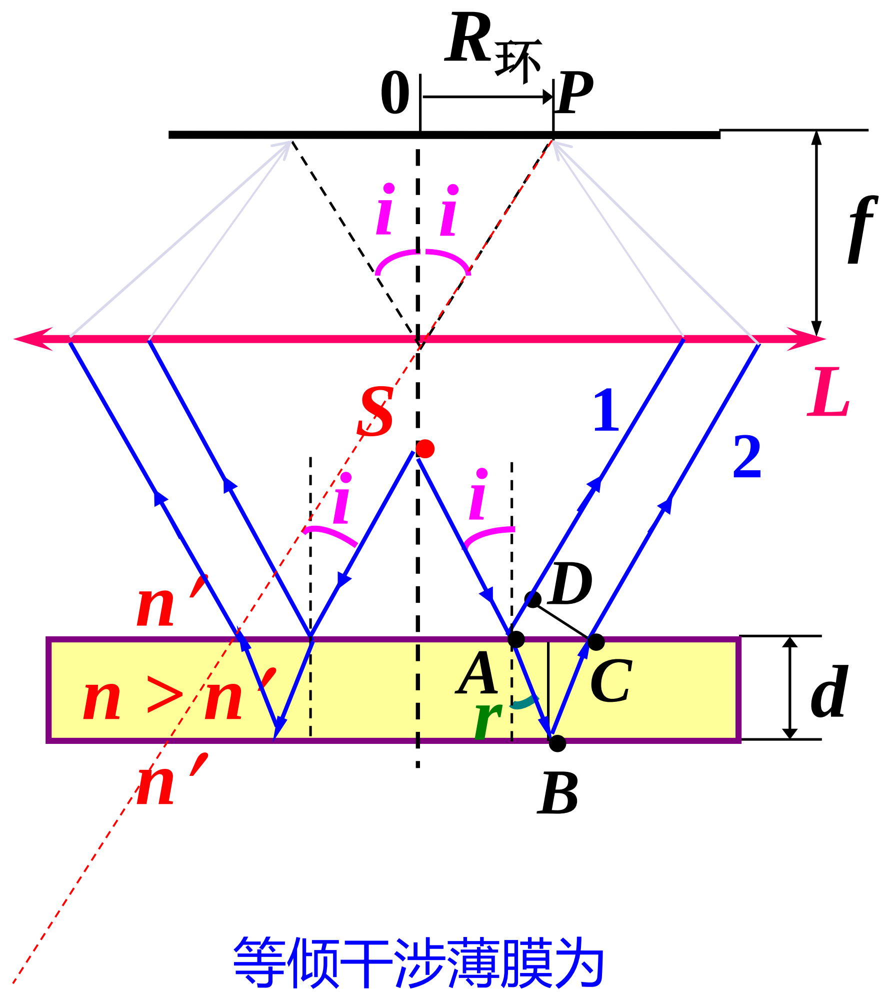
$$\overline{AD} = \overline{AC}\cdot\sin i$$

$$= 2d\cdot\operatorname{tg} r\cdot\sin i$$

$$\therefore \Delta = \frac{2nd}{\cos r} - \frac{2n'd\cdot\sin r\cdot\sin i}{\cos r} + \frac{\lambda}{2}$$

$$n'\sin i = n\sin r$$

$$\Delta = 2nd\cos\gamma + \frac{\lambda}{2}$$



等倾干涉薄膜为

膜厚 d 均匀不变的薄膜

并行光聚焦在焦平面同一点

干涉条纹的形状

入射角相同的光在膜内的折射角相同，根据光程差公式，光程差相等，所以入射角相等的光形成的干涉情况相同，应该处于同一级干涉条纹上，焦平面上的干涉条纹为一环形。所有的折射角度在焦平面上构成一系列同心圆环。

亮条纹满足： $$\Delta = 2nd\cos\gamma + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

暗条纹满足： $$\Delta = 2nd\cos\gamma + \frac{\lambda}{2} = (k+\frac{1}{2})\lambda$$

膜的厚度d 一定时，越靠近中心处，入射角i 越小，折射角γ越小，光程差越大，条纹级次越高。因此等倾干涉图样中间条纹的级次比外侧高。

干涉条纹的间距

相邻条纹的光程差为λ

$$\delta\Delta = -2nd\sin\gamma\cdot\delta\gamma = \lambda$$

$$\delta\gamma = \gamma_{k+1} - \gamma_k = -\frac{\lambda}{2nd\sin\gamma}$$

$$R = f\tan i$$

同心等倾干涉条纹，中心的干涉条纹较疏，外沿较密。

薄膜厚度变化时，干涉条纹变化规律

$$\Delta = 2nd\cos\gamma + \frac{\lambda}{2}$$

$$\delta\gamma = \gamma_{k+1} - \gamma_k = -\frac{\lambda}{2nd\sin\gamma}, \qquad R = f\tan i$$

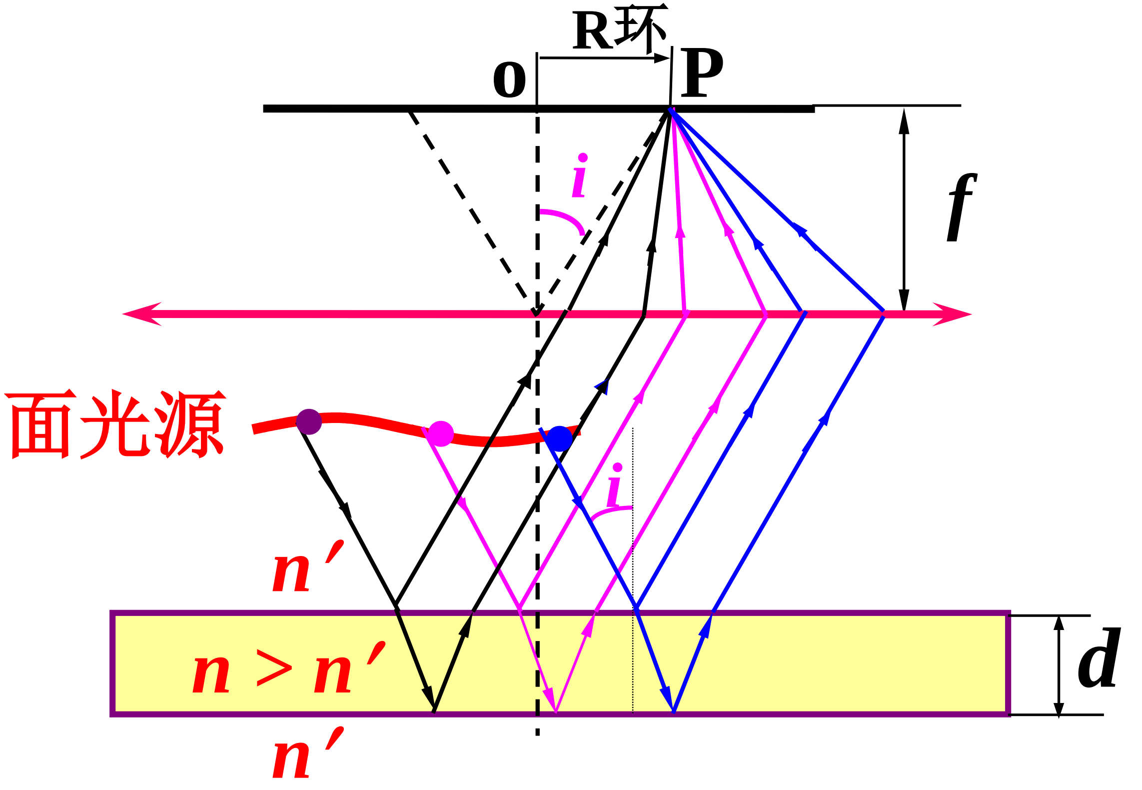
中心处: \gamma~0
\Delta=2*nd*+\lamda/2
即中心处明暗交替。

膜的厚度*d*增大时，条纹外冒，中心处明暗交替。

膜的厚度*d*减小时，条纹内缩，中心处明暗交替。

面光源照明时，干涉条纹的分析

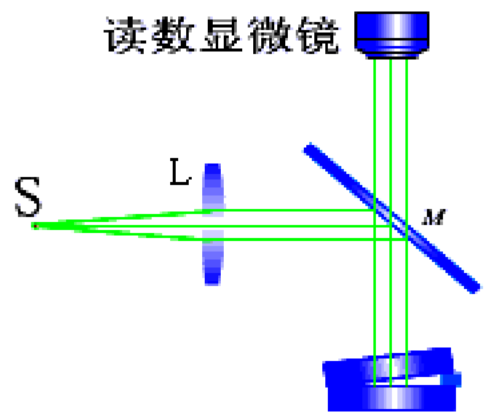
从面光源上不同点发出的光，只要入射角 i 相同，它们在厚度均匀的膜上下表面反射的光经透镜都将汇聚在同一个干涉环上，只是光源上不同点发出的光彼此非相干叠加。只要 i 相同，都将汇聚在同一个干涉环上，因而明暗对比更鲜明。

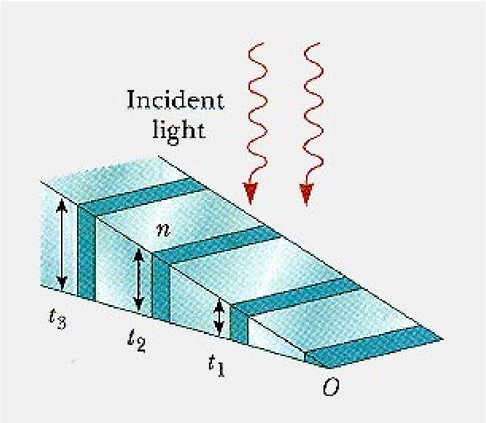


等厚干涉 (equal thickness interference) (*)

光的等厚干涉在科学研究和工业生产上有着广泛的应用，可用于光波波长的测定、精密测长、光学元件及精密加工机械表面光洁度的判断等方面。

A、楔形(wedge)等厚干涉





入射光为平行光或准平行光，则入射角或折射角为一常数，光程差决定于薄膜的厚度，在薄膜厚度相等的地方具有相等的光程差，因而具有相同的干涉强度。干涉条纹和薄膜的等厚线一致，故称这种干涉条纹为**等厚条纹**。

光程差：$\Delta = 2nd\cos\gamma + \dfrac{\lambda}{2}$

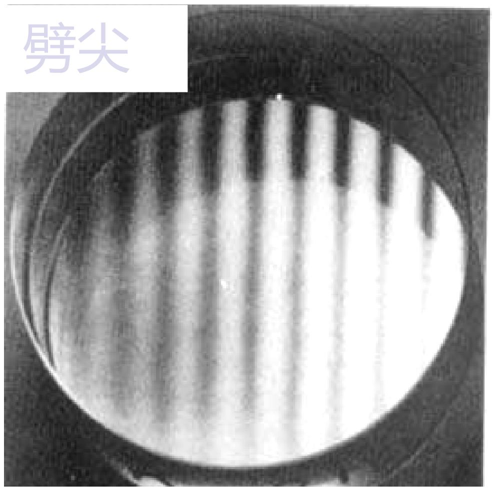
通常使用单色光垂直照射薄膜，入射角 $i \approx 0$，折射角 $\gamma \approx 0$，所以：

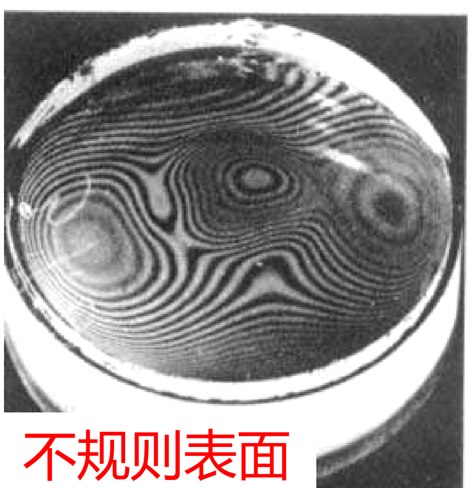
$$\Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2}$$

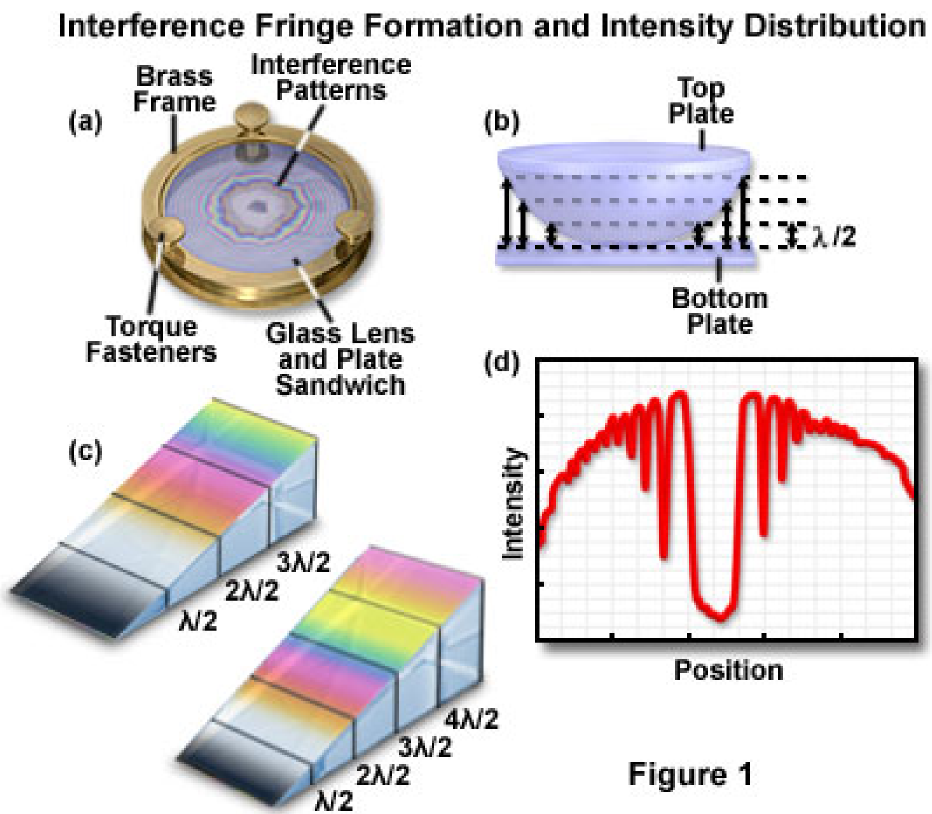
等厚干涉条纹(fringe)的特征

干涉条纹的形状：

薄膜厚度相同处，光程差相同，对应同一条干涉条纹---等厚干涉



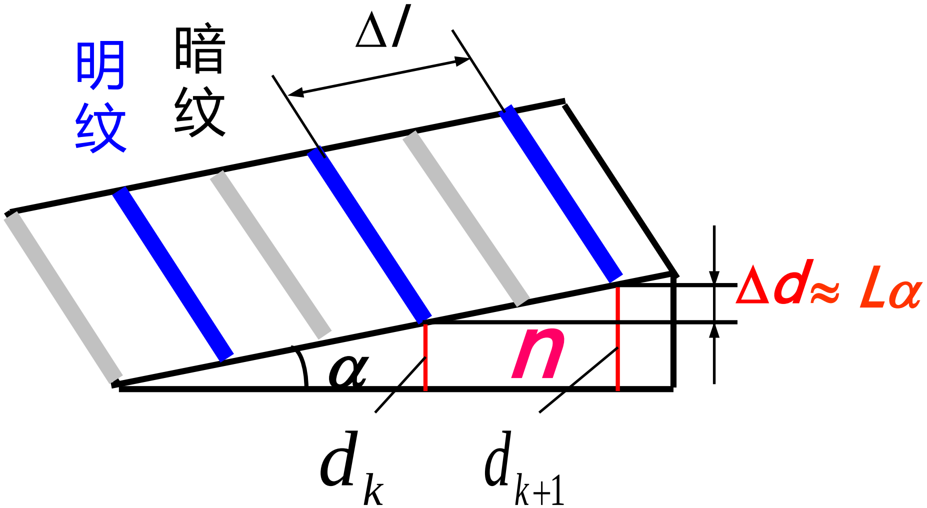




等厚干涉条纹

$$\Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2}$$

条纹级次分布和相邻亮条纹（或暗条纹）之间的厚度差



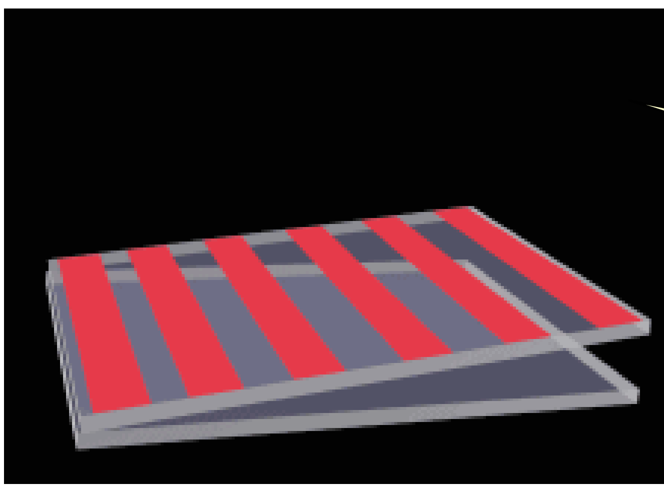
$$\Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \qquad \text{亮条纹}$$

$$\Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2})\lambda, \quad \text{暗条纹}$$

厚度差：$\Delta d = d_{k+1} - d_k = \dfrac{\lambda}{2n}$

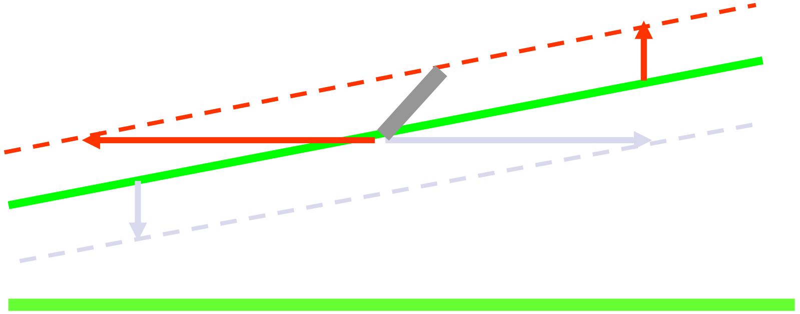
条纹间距：$\boxed{\Delta l = \dfrac{\Delta d}{\alpha} = \dfrac{\lambda}{2n\alpha}}$

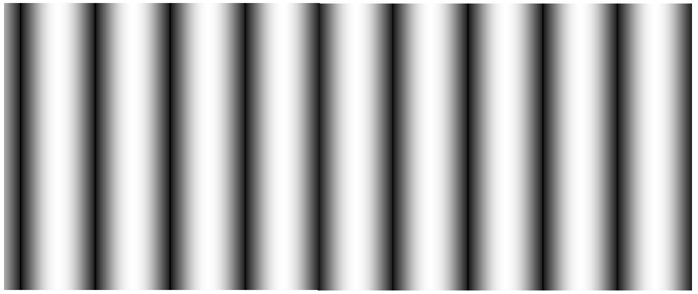
放大

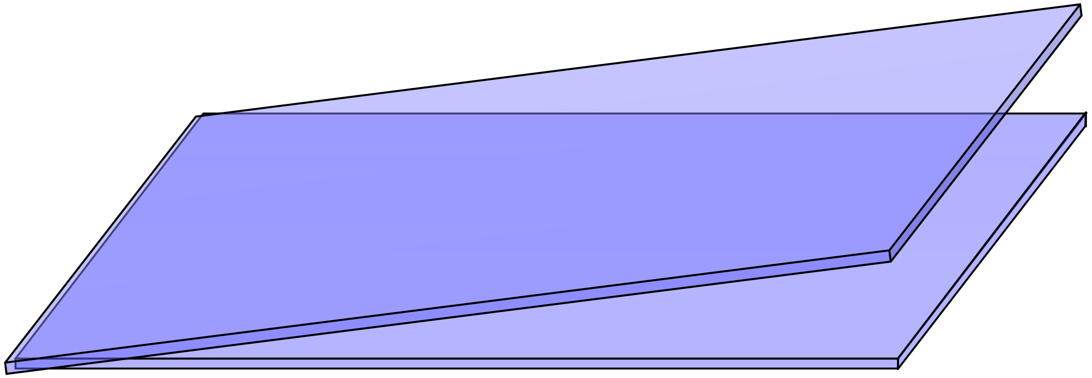


劈角越小，干涉条纹越稀疏，
劈角越大，干涉条纹越密集。

干涉条纹的平移

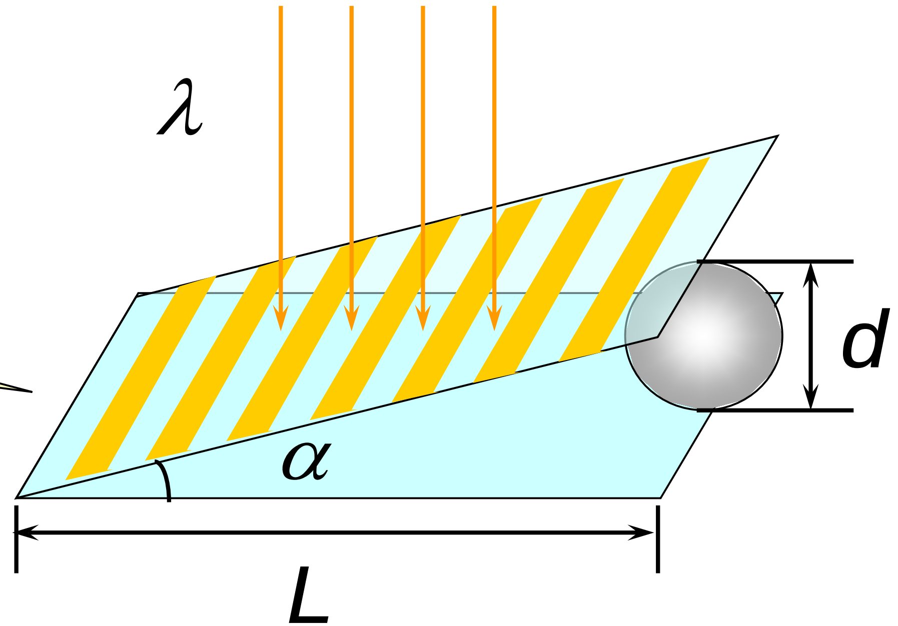




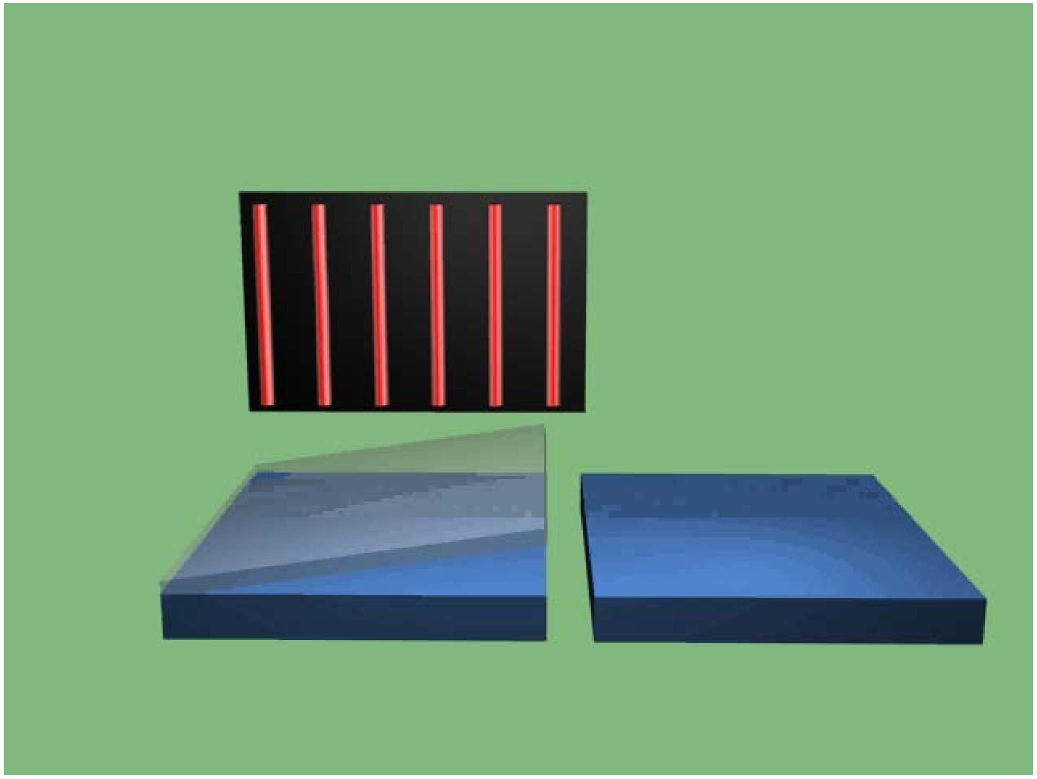


应用

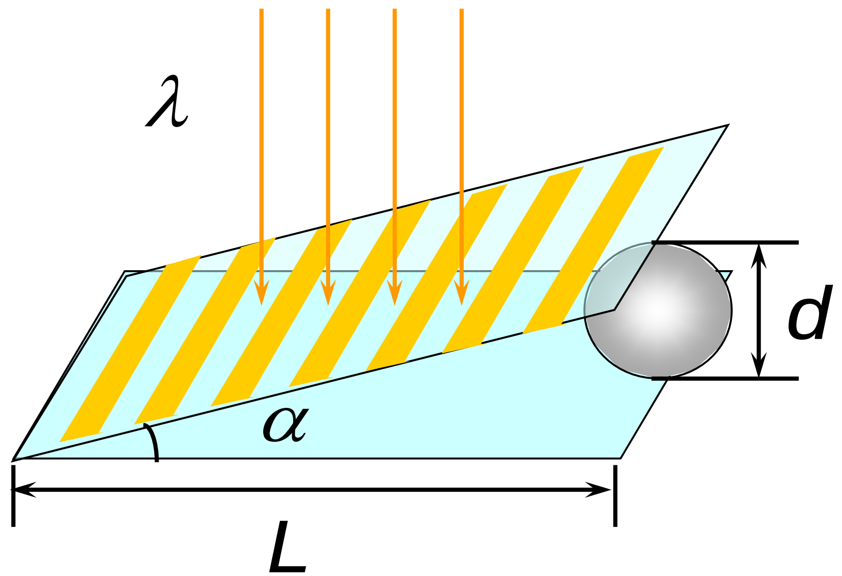
长度（高度）测量



工件表面平整度检测



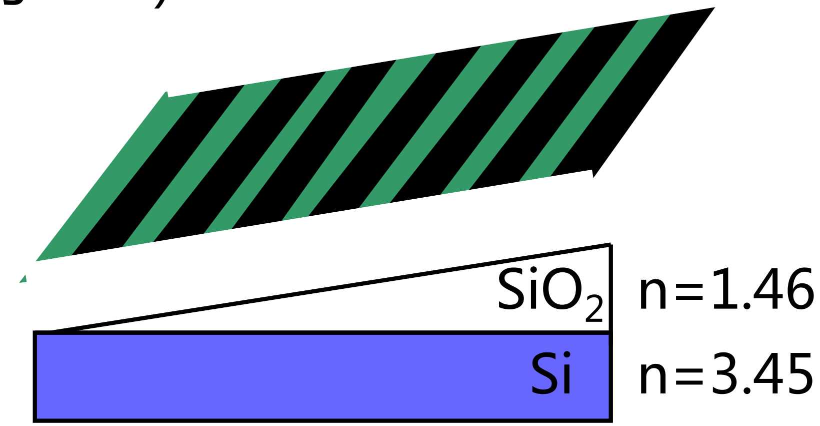
例1、测量钢球直径。用波长为*589.3nm*的钠黄光垂直照射长 *L=20mm* 的空气劈尖，测得条纹间距为1.18×10^{-4} *m*。求：钢球直径*d*。



$$\Delta l=\frac{\lambda}{2n\alpha} \quad \xrightarrow{n=1} \quad \alpha=\frac{\lambda}{2\Delta l}$$

$$d=L\alpha=\frac{589.3\times10^{-9}\times20\times10^{-3}}{2\times1.18\times10^{-4}}=5\times10^{-5}\,\mathrm{m}$$

例2、在半导体元件生产中，为测定硅（*Si*）片上 SiO_2 薄膜的厚度，将该膜一端削成劈尖状，已知 SiO_2 折射率 *n=1.46*，用波长为 *546.1nm* 的绿光垂直照射，观测到 SiO_2 劈尖薄膜上出现 *7* 条暗纹图，问 SiO_2 薄膜厚度是多少（*Si* 的折射率为 *3.42*）？



解：劈尖处是明纹？？？

$$厚度差：\Delta d = d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2n}$$

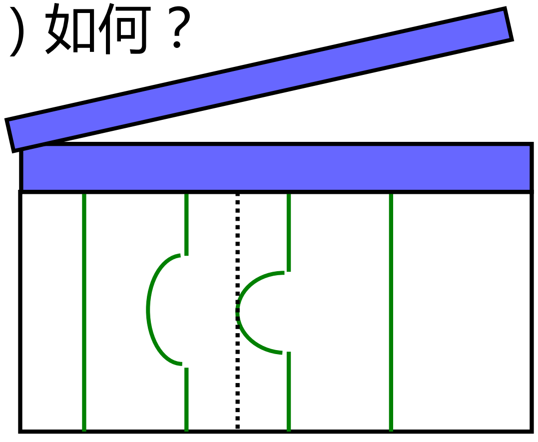
$$D = 6\Delta d + \frac{1}{2}\Delta d = 6.5\times\frac{\lambda}{2n} = 6.5\times\frac{456.1\times10^{-9}m}{2\times1.46} \approx 1\times10^{-6}m$$

$$= 1\mu m$$

例3、为检测某一工件的表面光洁度，在它表面上放一块标准平面玻璃，一端夹一小片锡箔，使平板玻璃与待测物之间形成空气劈尖，用通过绿色滤片的波长为*550nm*的光垂直照射，观测到一般干涉条纹间距$\Delta l=2.34mm$，但某处条纹弯曲如图所示，其弯曲最大畸变量$a=1.86mm$。问：该处工件表面有怎样的缺陷，其深度（或高度）如何？

$$\Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \qquad 亮条纹$$

$$\Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2})\lambda, \quad 暗条纹$$



为凹陷，其深度为*h*

厚度差：$\Delta d = d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2n}$

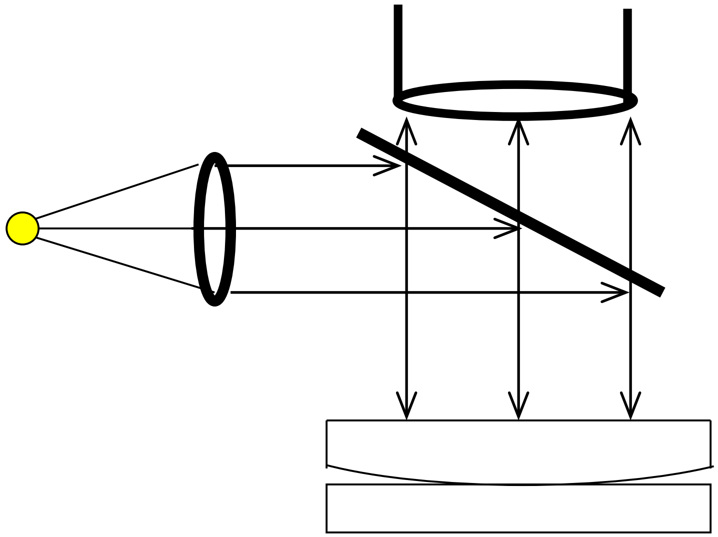
$$\frac{a}{\Delta l} = \frac{h}{\Delta d}$$

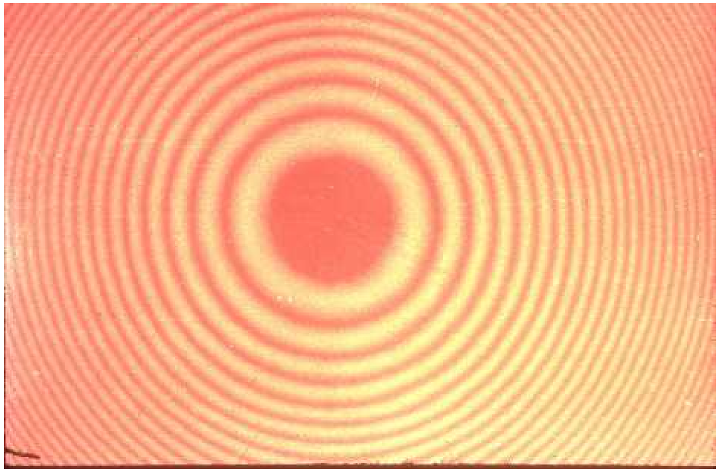
条纹间距：$\Delta l = \frac{\Delta d}{\alpha} = \frac{\lambda}{2n\alpha}$

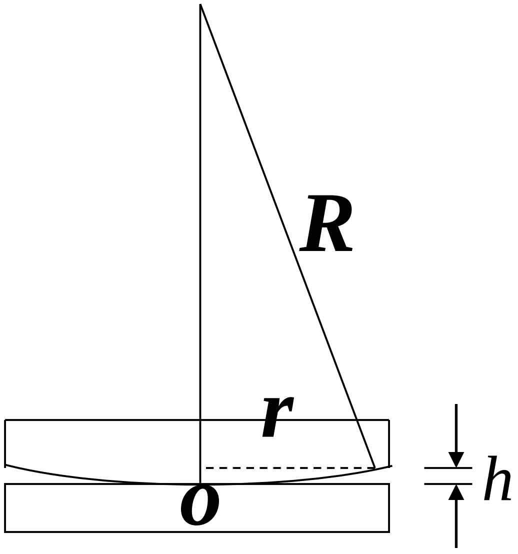
$$h = \frac{a\Delta d}{\Delta l} = \frac{a\lambda}{2\Delta l} = \frac{1.86\times 550\times 10^{-6}}{2\times 2.34} \approx 2.19\times 10^{-4}(mm)$$

$$= 0.219\,\mu m$$

B、牛顿环(Newton Ring)





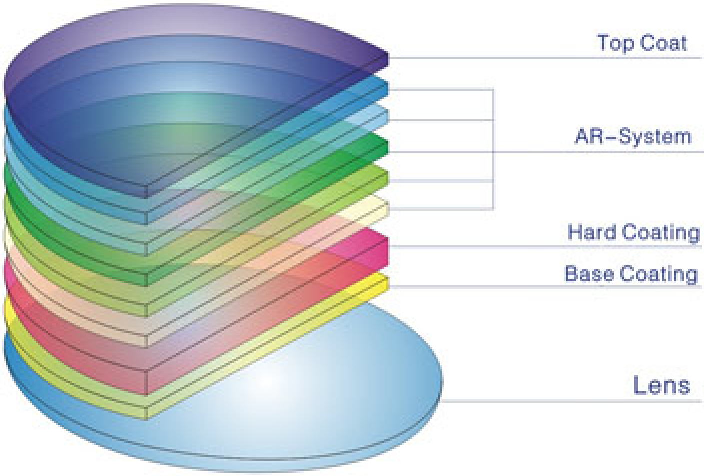


$$\Delta = 2nh + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & \text{亮条纹} \\ (k+\frac{1}{2})\lambda, & \text{暗条纹} \end{cases}$$

$$h = R - \sqrt{R^2 - r^2} = R\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}\right] \xrightarrow{r<<R} h \approx \frac{r^2}{2R}$$

亮条纹和暗条纹的半径？

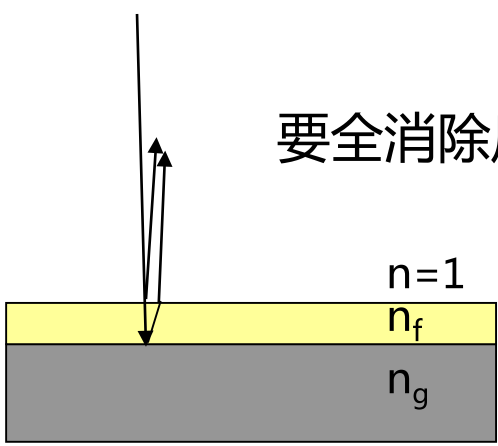
C、增透(anti-reflection)和增反膜(high reflector)



增透膜: 光在空气(n=1)和玻璃(n ≈ 1.52)分界面上的反射光强是入射光强的5%；透射光强为95%。在许多光学仪器中反射光是十分有害的，例如对照相机，有6个透镜12个反射面，透射光强为$(0.95)^{12}\approx 0.55$，再比如潜水艇的潜望镜有20个透镜，透射光强为$(0.95)^{40}\approx 0.13$，反射光在界面上的多次反射，大大降低了成象质量。因此需要增透（抗反射）膜。

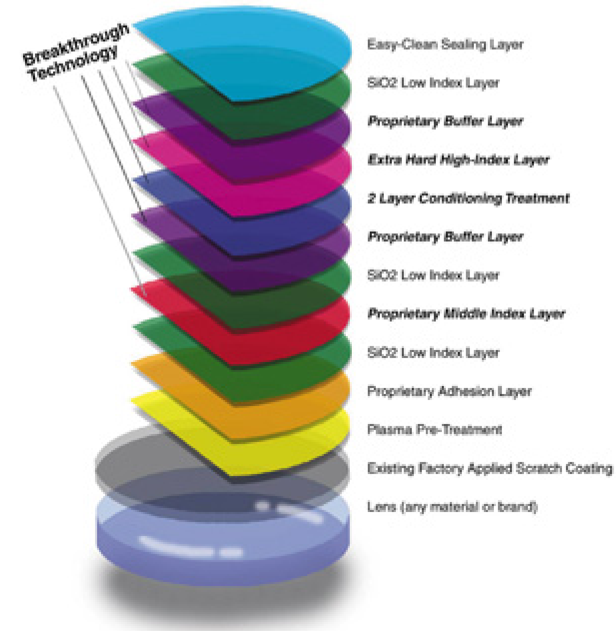
$$\text{增透要求：}\Delta=\frac{\lambda}{2}$$

要全消除反射,要求两列波的振幅相等；



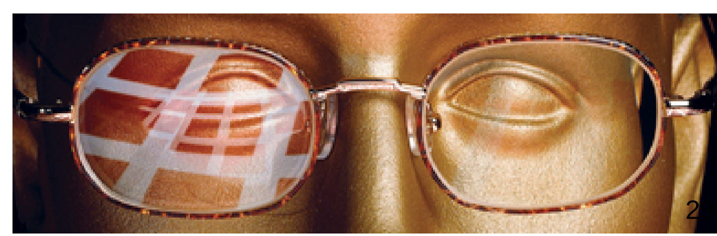
$$n_f=\sqrt{n_1\cdot n_g}=1.23$$

此时： $$\Delta=2n_f d=\frac{\lambda}{2}$$



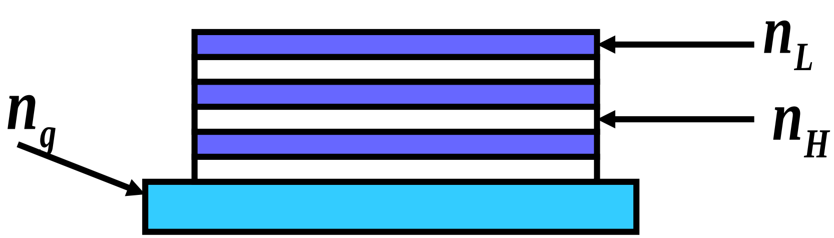
目前还找不到折射率为1.23的介质。现在的做法是使用折射率为1.38的MgF_2，人对光的敏感波长为550nm，

$$d=\frac{550nm}{4\times 1.38}\approx 100nm$$



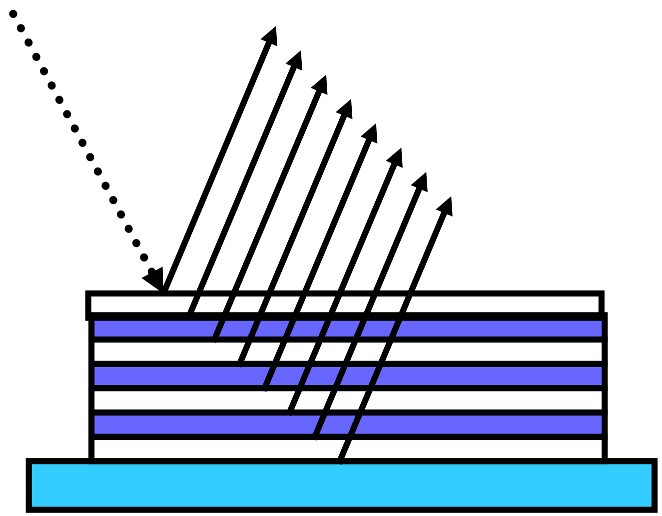
增反膜：

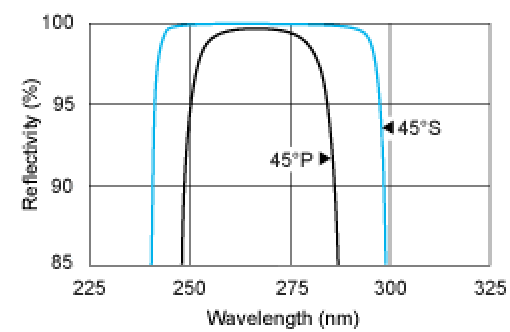
蒸镀一定厚度的膜，使膜的两个分界面上的反射光相长相干，提高反射光强要达到较高的反射率，需要采用多层膜，比如MgF_2和ZnS交替的多层膜。



$$n < n_L < n_H$$

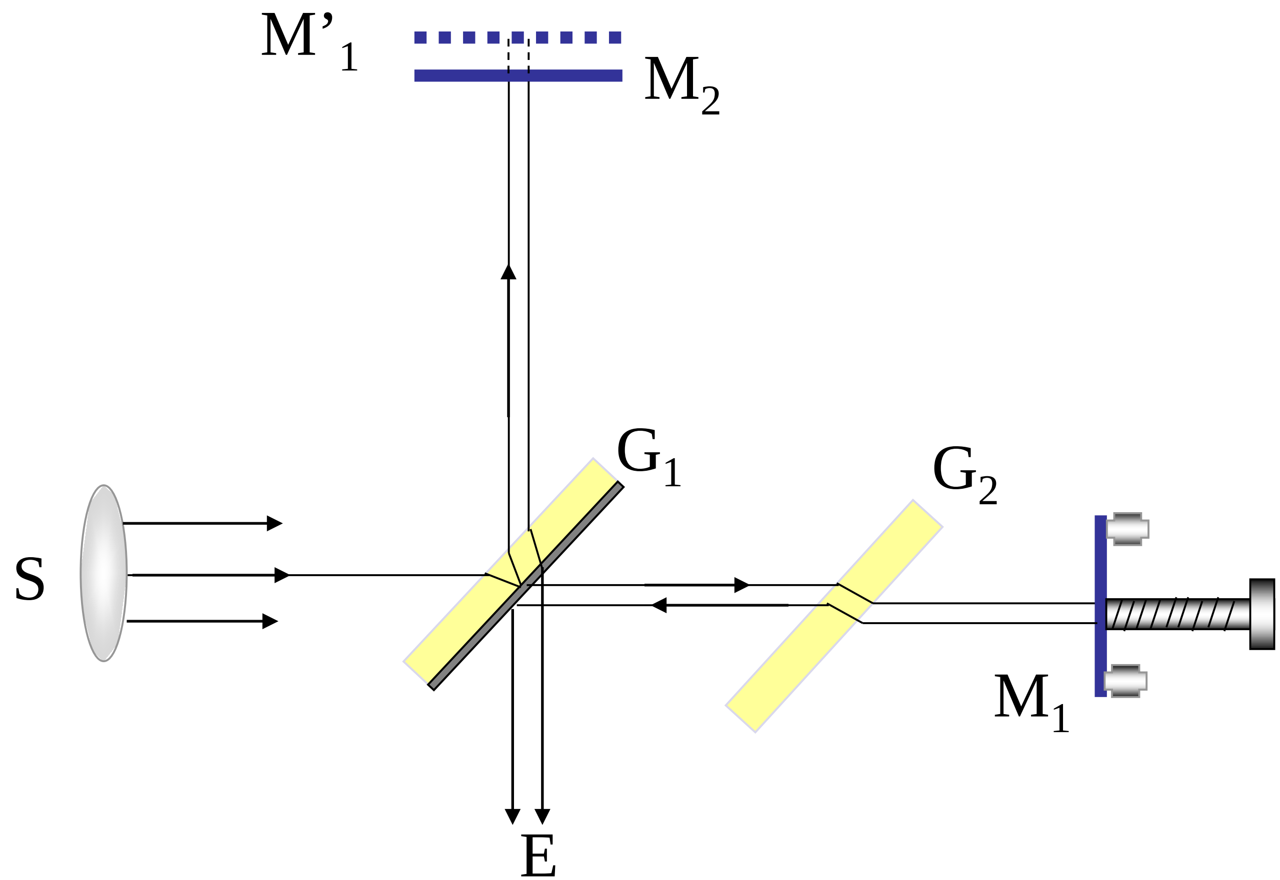
$$n_H > n_g$$



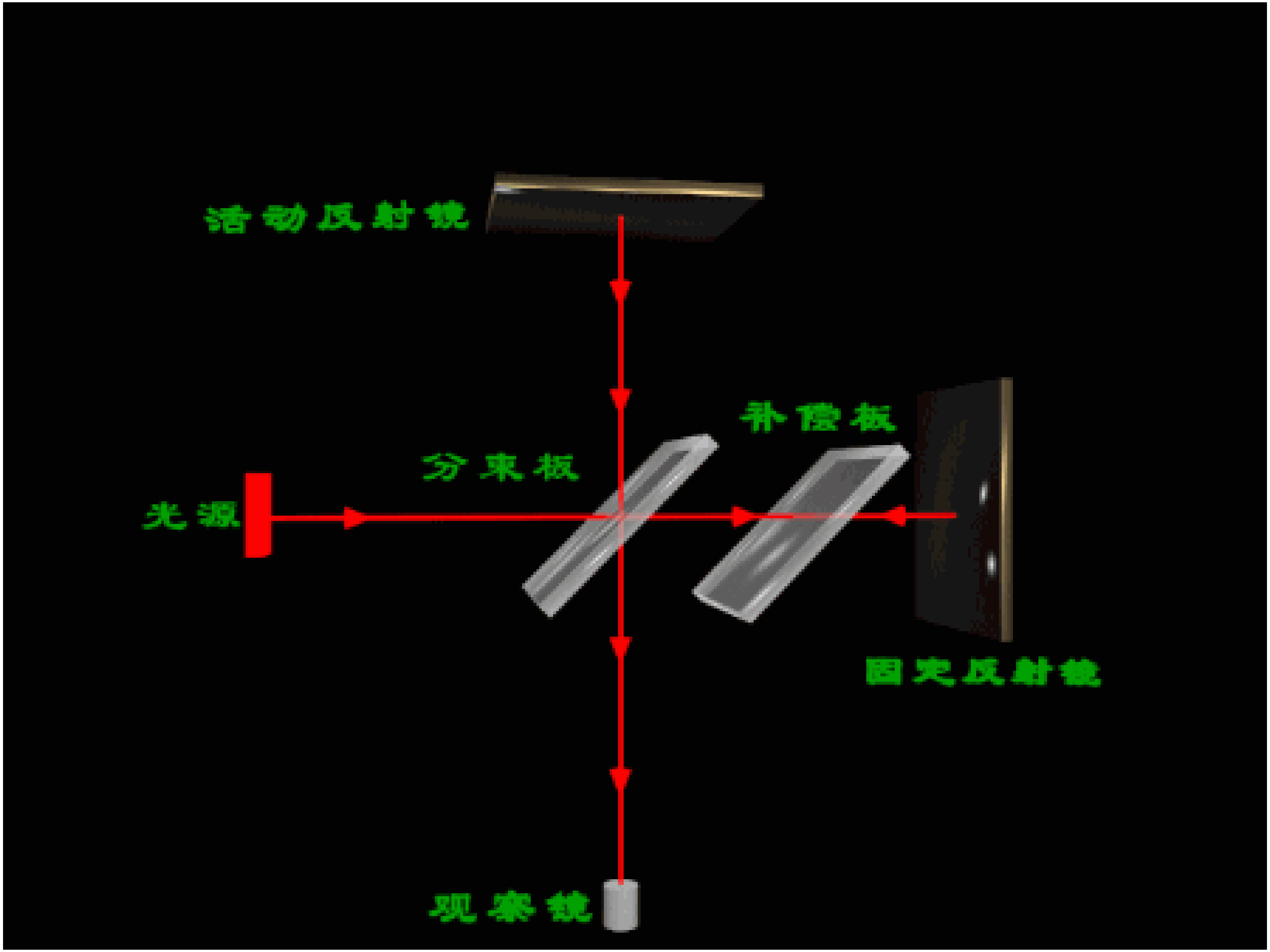


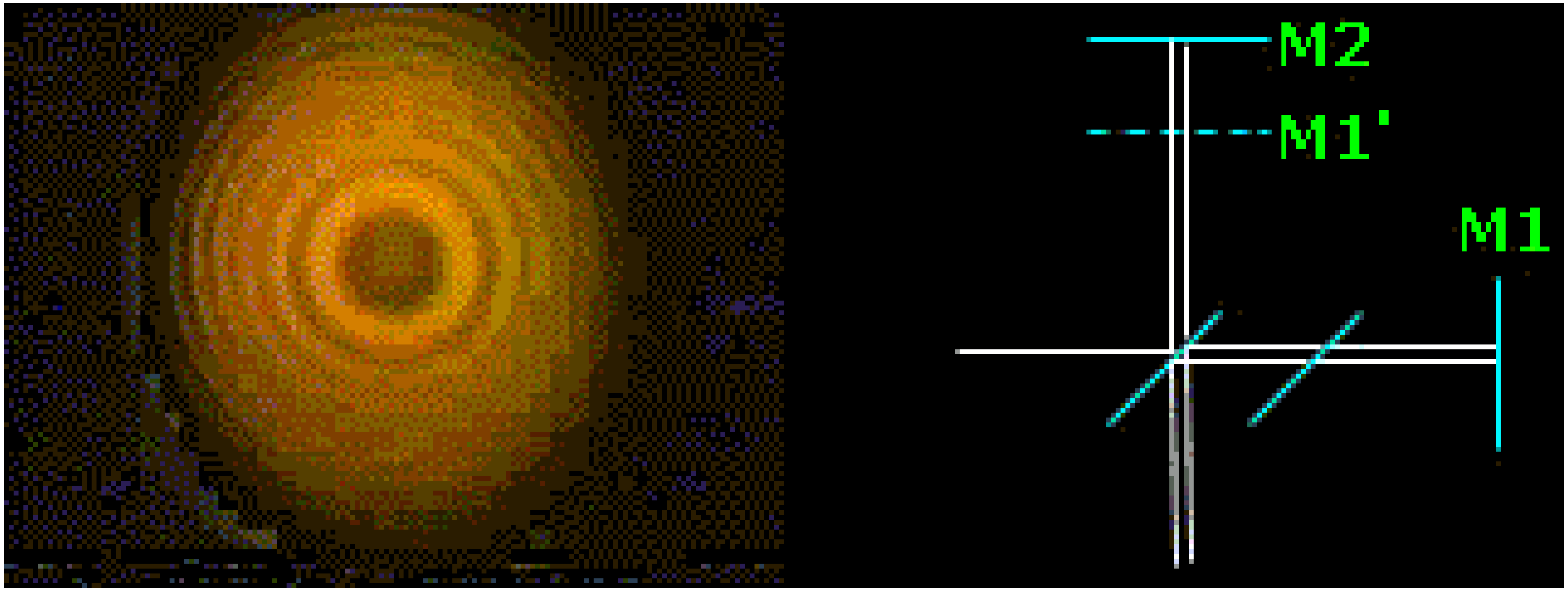
图中反射膜为7层。若镀13层，反射光的百分比可达99%

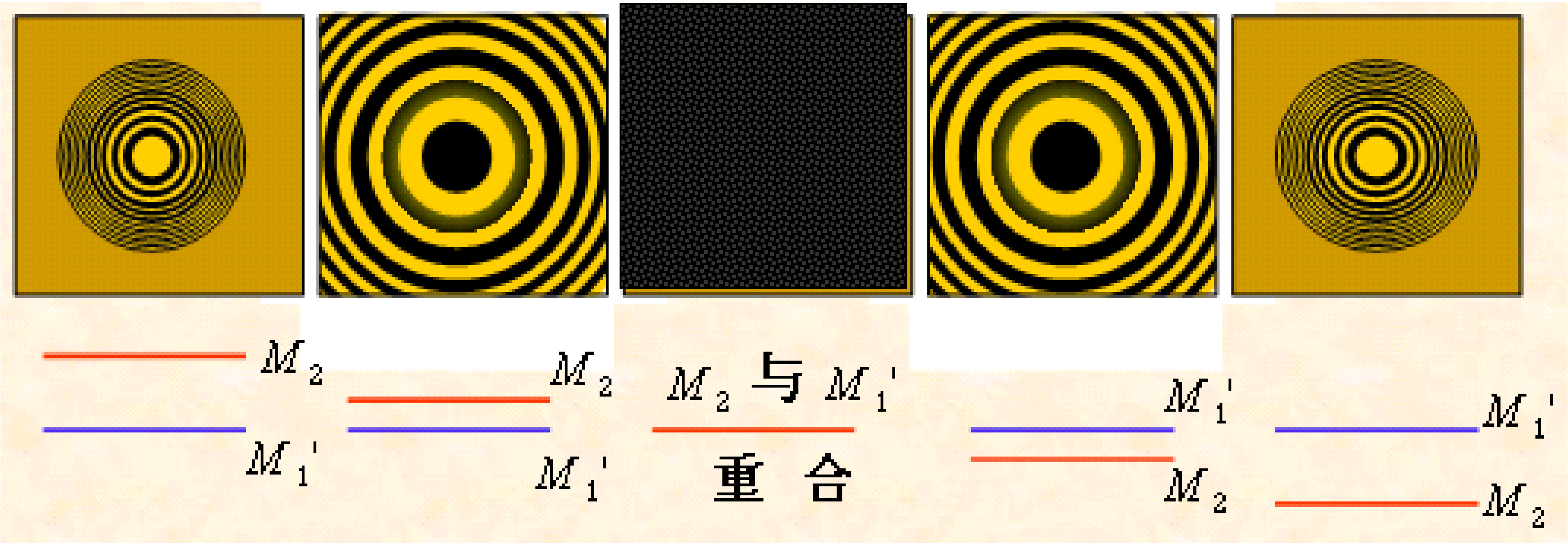
6、迈克耳孙干涉仪装置 (*)

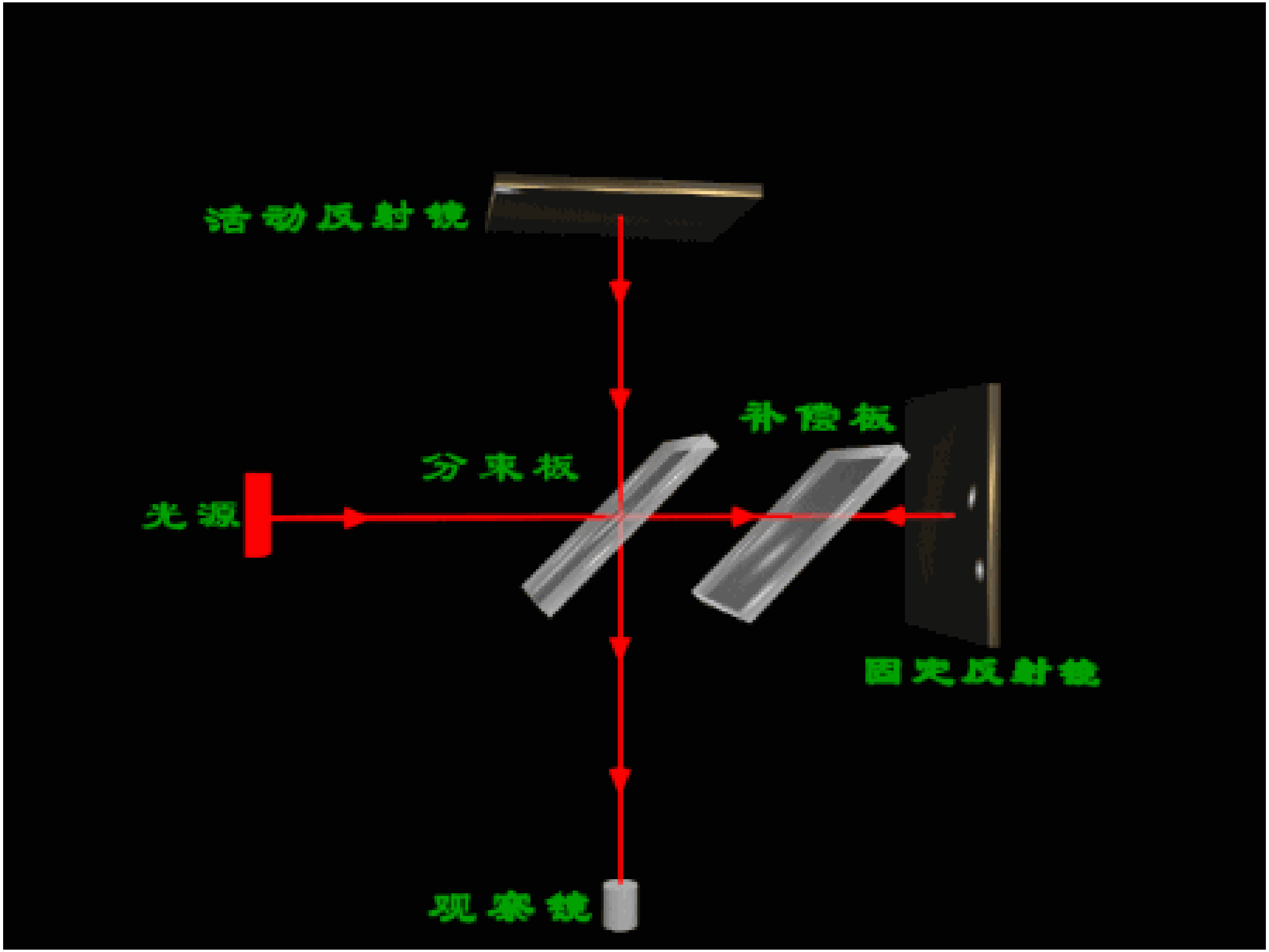


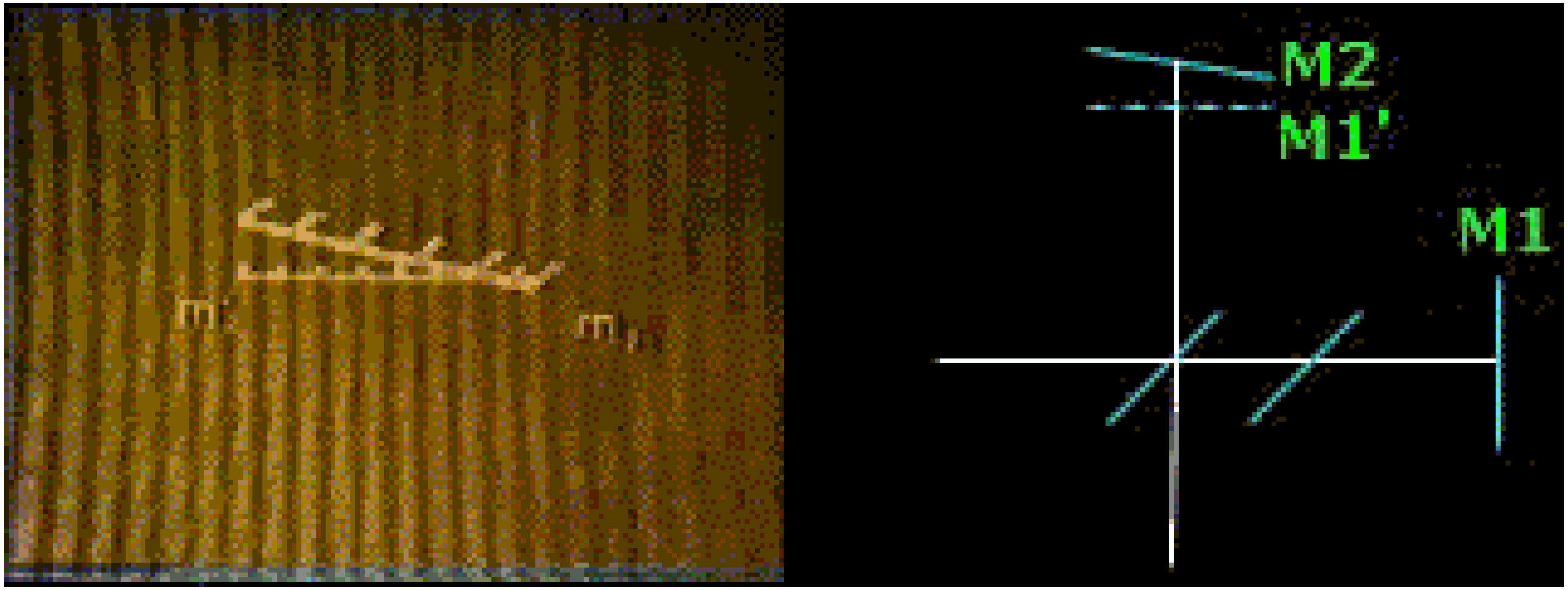
M_1和M_2是一对精密磨制的平面反射镜，G_1和G_2是厚度和折射率都均匀相等的玻璃板，G_1背后镀了一层半反半透的银膜，称为分光板，G_2为补偿板。两束光一个在G_1背面内部反射一次，另外一束光在G_1背面的外部反射一次，因为有银膜，两束光的相位突变比较复杂，附加相位并非恰好为π。

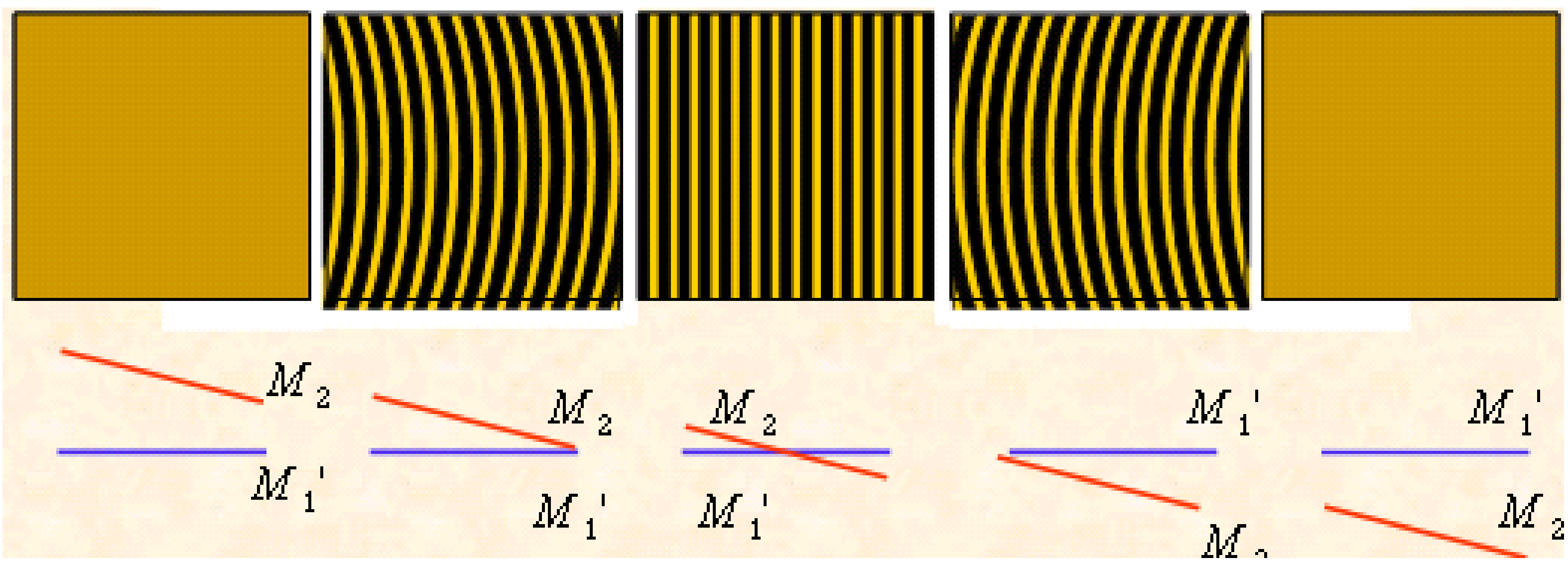

活动反射镜
补偿板
分束板
光源
固定反射镜
观察镜


M2
M1'
M1


M_2
M_1'
M_2
M_1'
M_2 与 M_1'
重　合
M_1'
M_2
M_1'
M_2


活动反射镜
补偿板
分束板
光源
固定反射镜
观察镜


M2
M1'
M1


M_2
M_1'
M_2
M_1'
M_2
M_1'
M_1'
M_1'
M_2

补偿板的作用

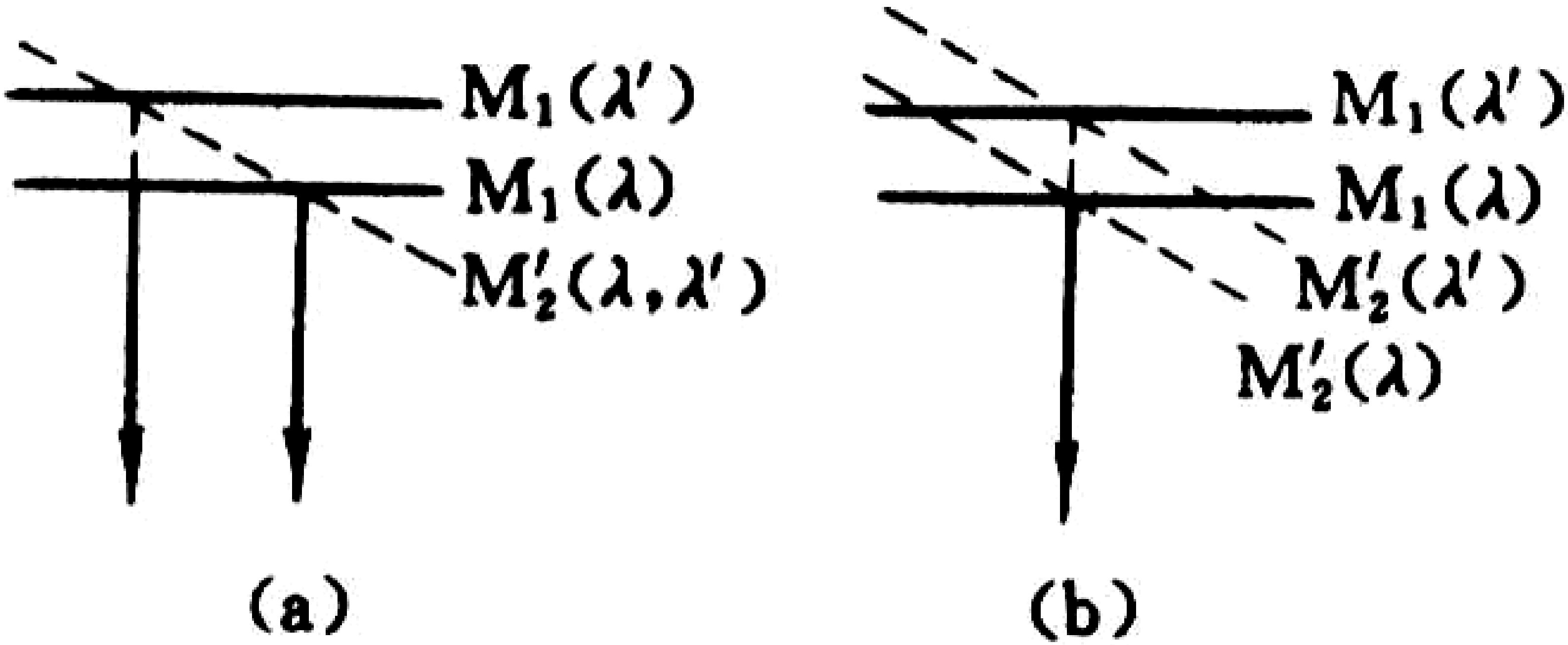
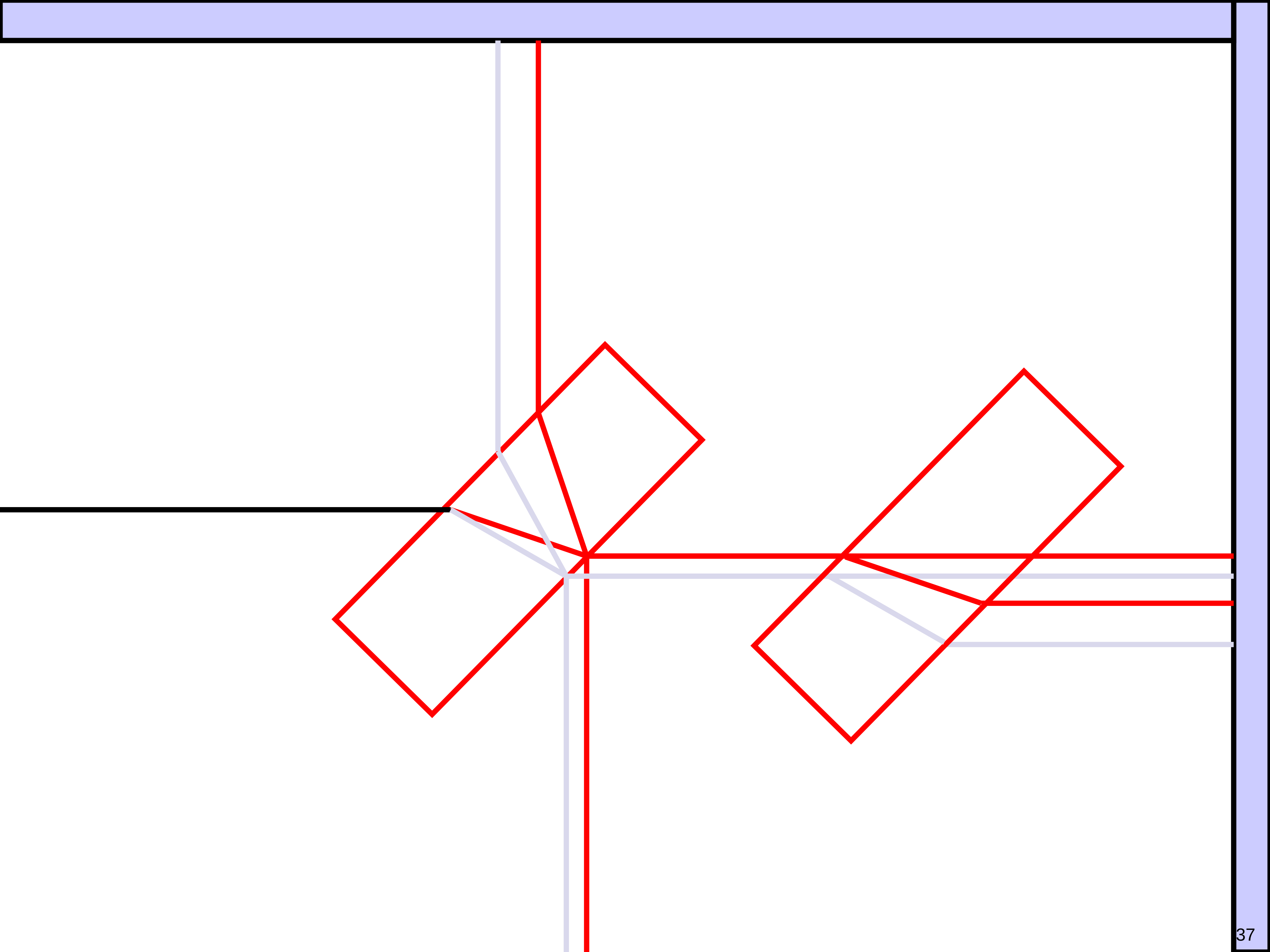


图 4.52　说明补偿板的作用



精密测长

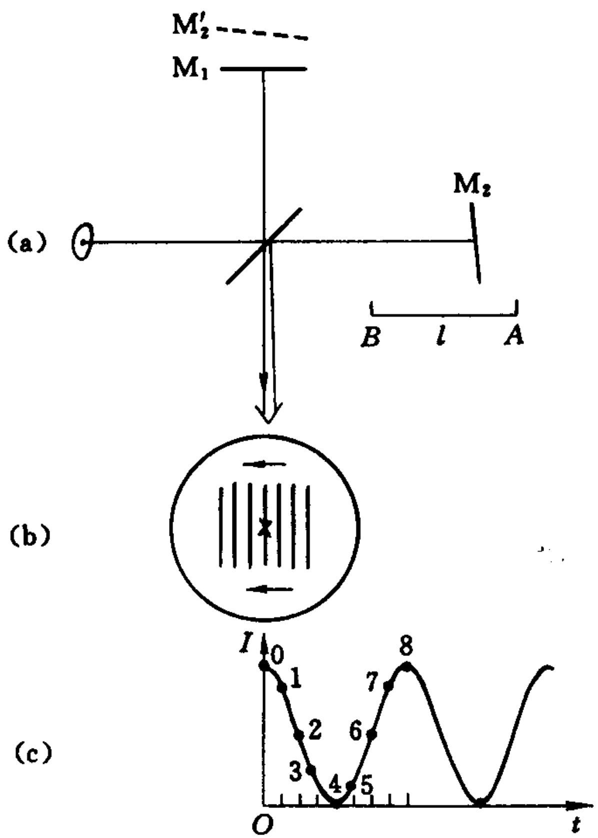


图 4.51　干涉测长原理示意图
(a) 动臂平移,(b) 条纹平移,(c) 光电计数

迈克耳孙干涉仪的一个臂可由丝杠操纵做长程平移，如左图，M2由A→B平移l，光程改变量为：

$$\Delta L = 2nl$$

在平移中，该处的干涉强度改变了N次，则：

$$\Delta L = N\lambda$$

求得平移长度：

$$l = N\frac{\lambda}{2n}$$

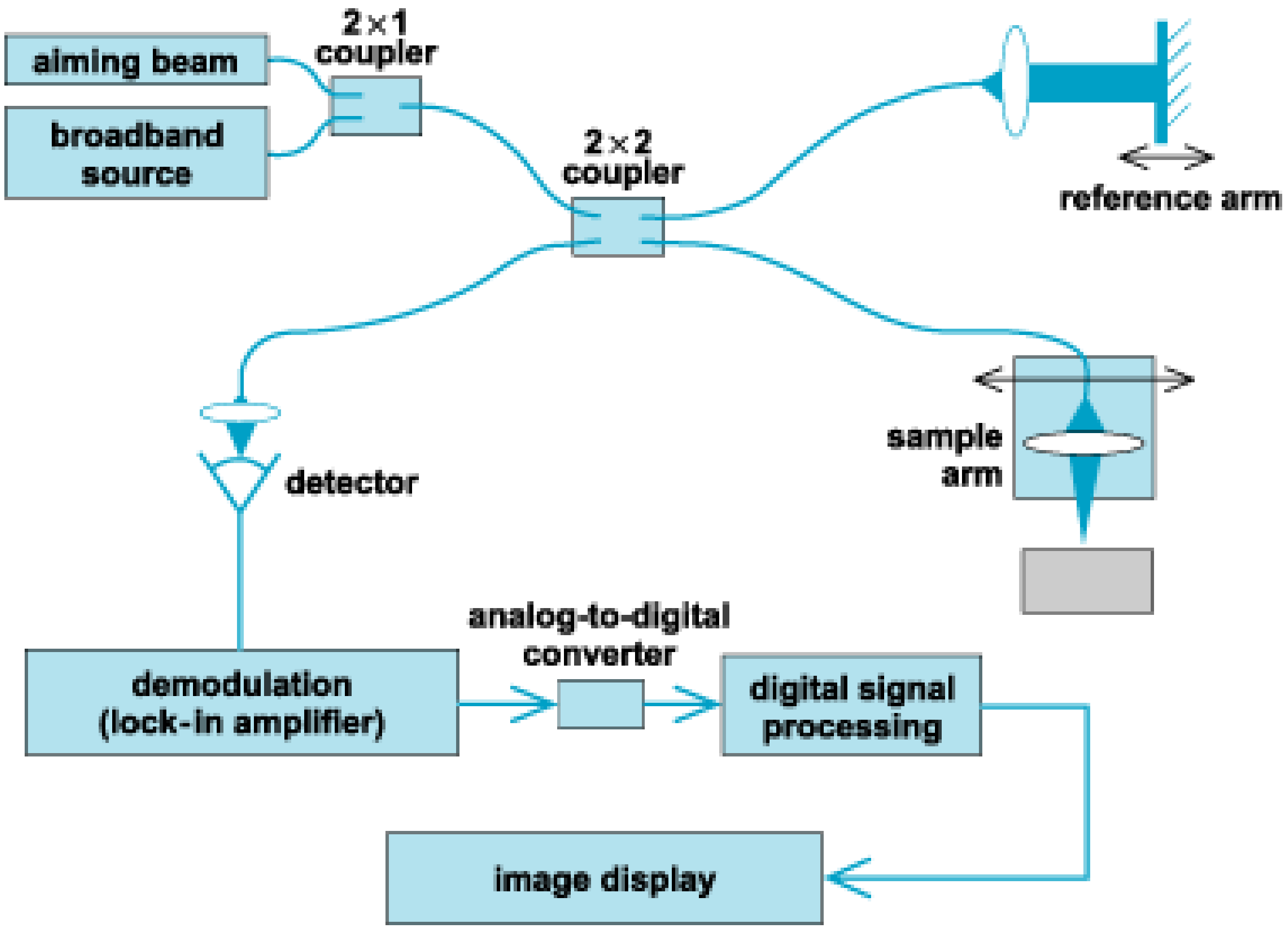
迈克耳孙干涉仪的测长精度，取决于对干涉强度变化的计数精度。

$$\delta l = \frac{\lambda}{2n}\delta N$$

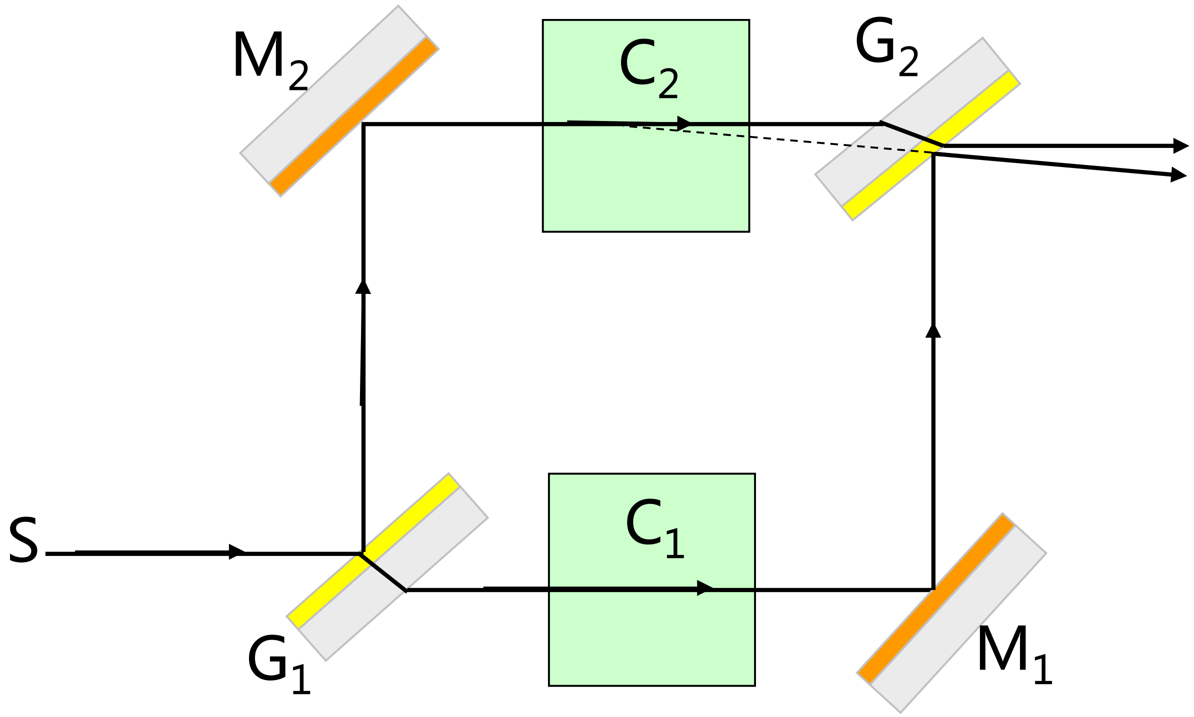
现代光电计数技术可以将条纹测量精度提高到1/12，此时干涉仪的测长精度达到：

$$\delta l = \frac{\lambda}{2}\times\frac{1}{12} \sim 20nm$$

光纤化的迈克耳孙干涉仪

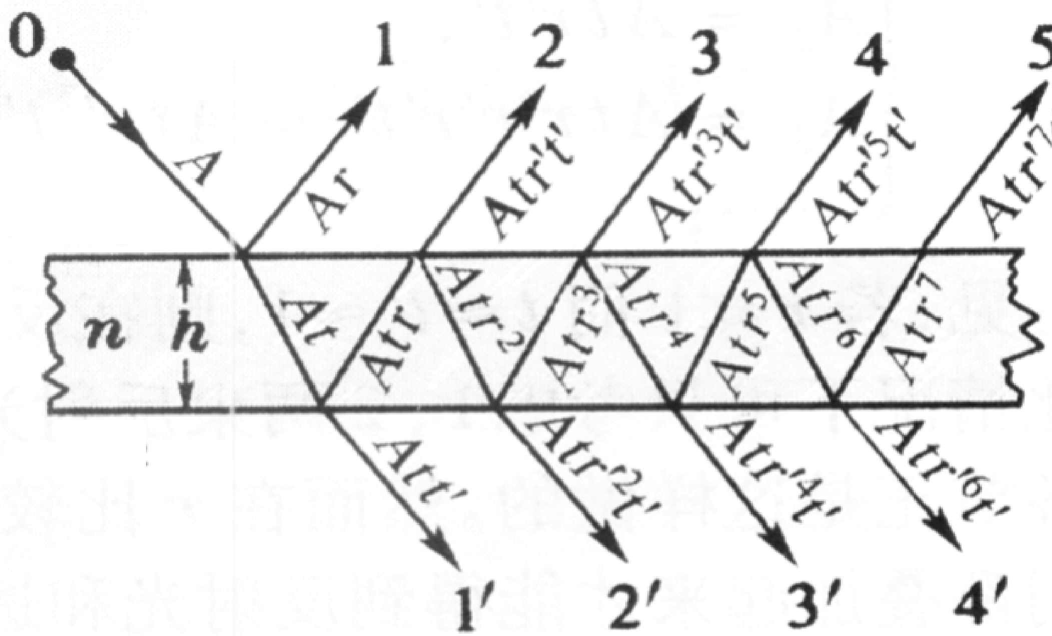


马赫-曾德 (Mach-Zehnder)干涉仪 **(*)**



马赫-曾德尔干涉仪的光路示意图

7、多光束干涉（*）（*）



0
1
2
3
4
5
A
Ar
Atr't'
Atr'3t'
Atr'5t'
Atr'7t'
n
h
At
Atr
Atr2
Atr3
Atr4
Atr5
Atr6
Atr7
Att'
Atr'2t'
Atr'4t'
Atr'6t'
1'
2'
3'
4'

法布里 - 珀罗干涉仪：（Fabry-Perot）

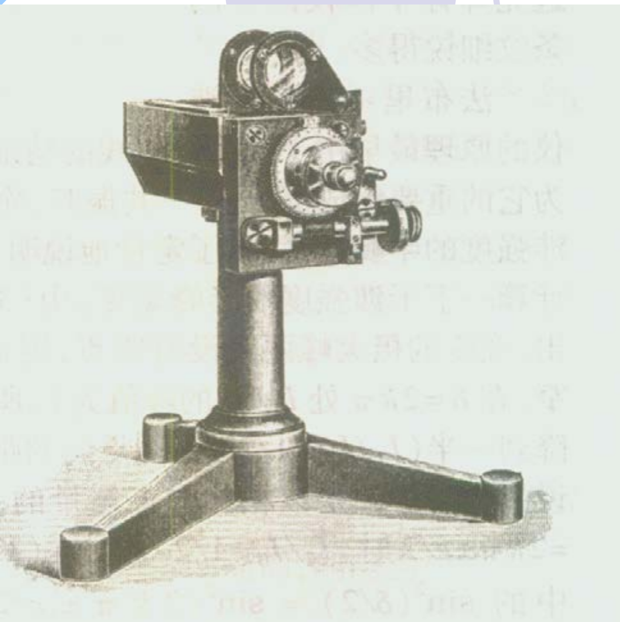
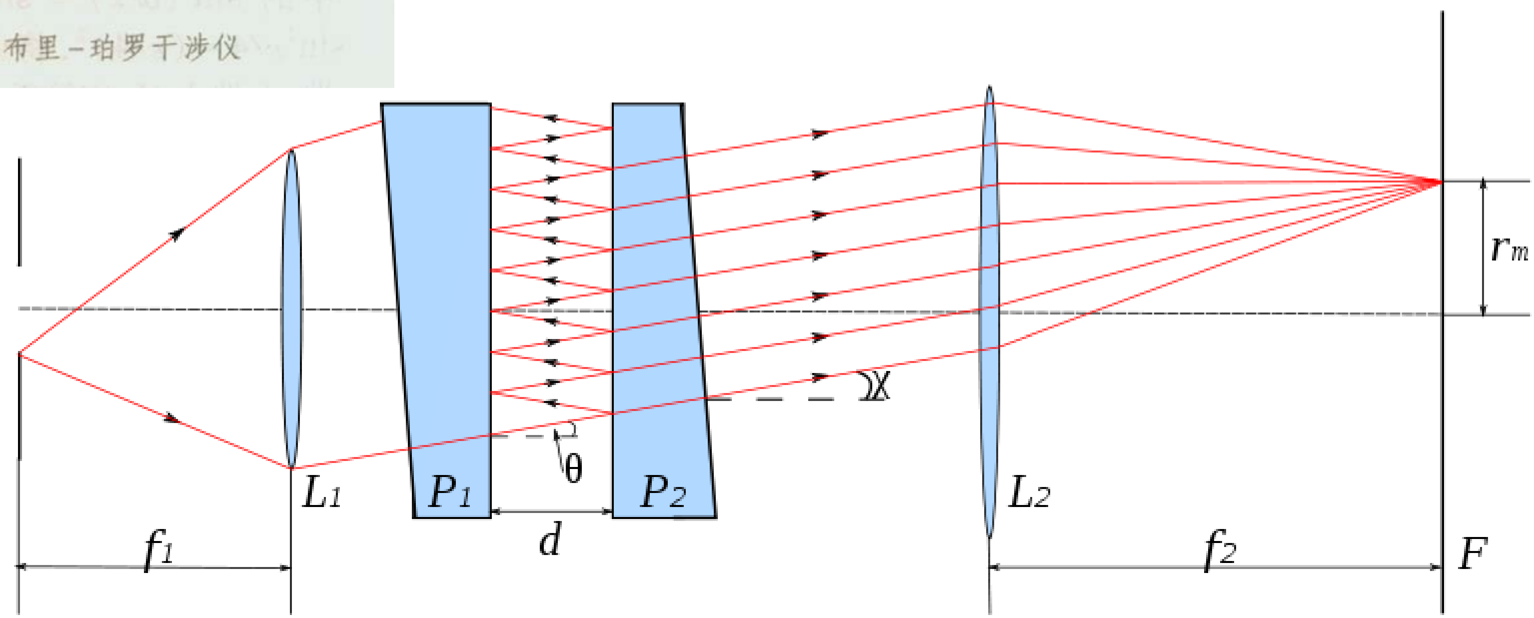


图 3 – 61 法布里–珀罗干涉仪



求解多光束干涉

光波的叠加原理，观察屏上的波前函数为：

$$\tilde{U}(x,y)=\tilde{U}_1(x,y)+\tilde{U}_2(x,y)+\bullet\bullet\bullet$$

观察屏上光强分布：

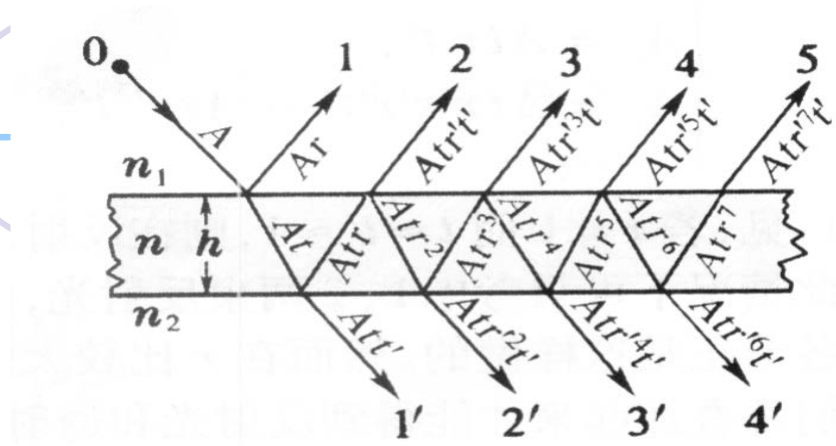
$$I(x,y)=\tilde{U}(x,y)\cdot\tilde{U}^*(x,y)$$

$$=\left(\tilde{U}_1(x,y)+\tilde{U}_2(x,y)+\bullet\bullet\bullet\right)\cdot\left(\tilde{U}_1(x,y)+\tilde{U}_2(x,y)+\bullet\bullet\bullet\right)^*$$

要解决的关键问题：

各个波前函数之间的关系---振幅关系和相位关系

振幅关系



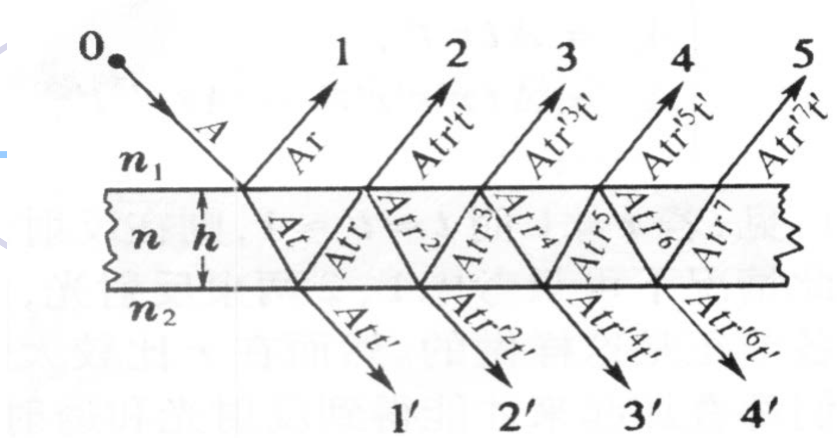
反射光

$$\begin{cases} A_1 = Ar \\ A_2 = Atr't' \\ A_3 = Atr'^3 t' \\ A_4 = Atr'^5 t' \\ \cdots \quad \cdots \end{cases}$$

透射光

$$\begin{cases} A_1' = Att' \\ A_2' = Att'r'^2 \\ A_3' = Att'r'^4 \\ A_4' = Att'r'^6 \\ \cdots \quad \cdots \end{cases}$$

相位关系



$\Delta L = 2nh\cos i$ ，不计相位突变 $\delta = \dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta L = \dfrac{4\pi nh\cos i}{\lambda}$

反射光
$$\begin{cases} \tilde{U}_1 = Ar \\ \tilde{U}_2 = Atr't'e^{i\delta} \\ \tilde{U}_3 = Atr'^3 t'e^{i2\delta} \\ \tilde{U}_4 = Atr'^5 t'e^{i3\delta} \\ \cdots \quad \cdots \end{cases}$$

透射光
$$\begin{cases} \tilde{U}_1' = Att' \\ \tilde{U}_2' = Att'r'^2 e^{i\delta} \\ \tilde{U}_3' = Att'r'^4 e^{i2\delta} \\ \tilde{U}_4' = Att'r'^6 e^{i3\delta} \\ \cdots \quad \cdots \end{cases}$$

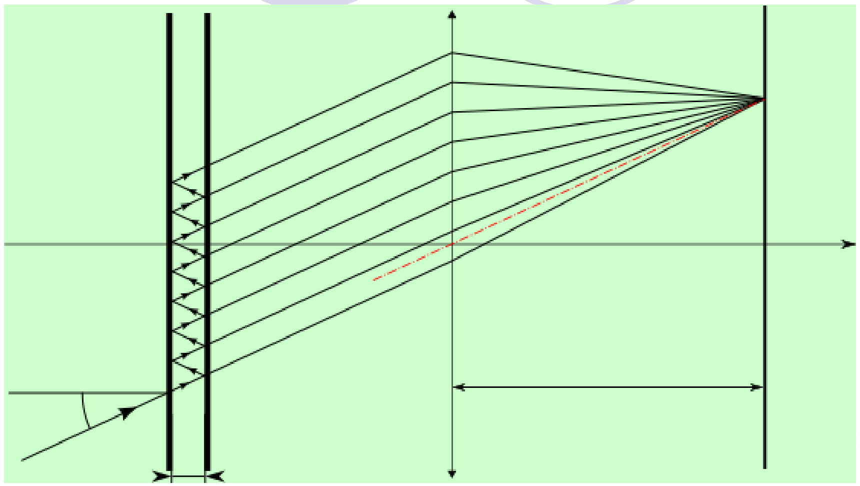
总的反射光和透射光：

$$\begin{cases} \tilde{U}_R = \sum_{j=1}^{\infty} \tilde{U}_j \\ \tilde{U}_T = \sum_{j=1}^{\infty} \tilde{U}'_j \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_R = \tilde{U}_R \cdot \tilde{U}_R^* \\ I_T = \tilde{U}_T \cdot \tilde{U}_T^* \end{cases}$$

等比数列之和：

$$\tilde{U}_T = \frac{Att'}{1 - r'^2 e^{i\delta}} \xrightarrow[R = r^2]{\text{斯托克斯倒逆关系} \quad r = -r',\ r^2 + tt' = 1} I_T = \frac{I_0}{1 + \frac{4R\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}{(1-R)^2}}$$

反射光光强：



$$I_R = I_0 - I_T = \frac{I_0}{1+\dfrac{(1-R)^2}{4R\sin^2\left(\dfrac{\delta}{2}\right)}}$$

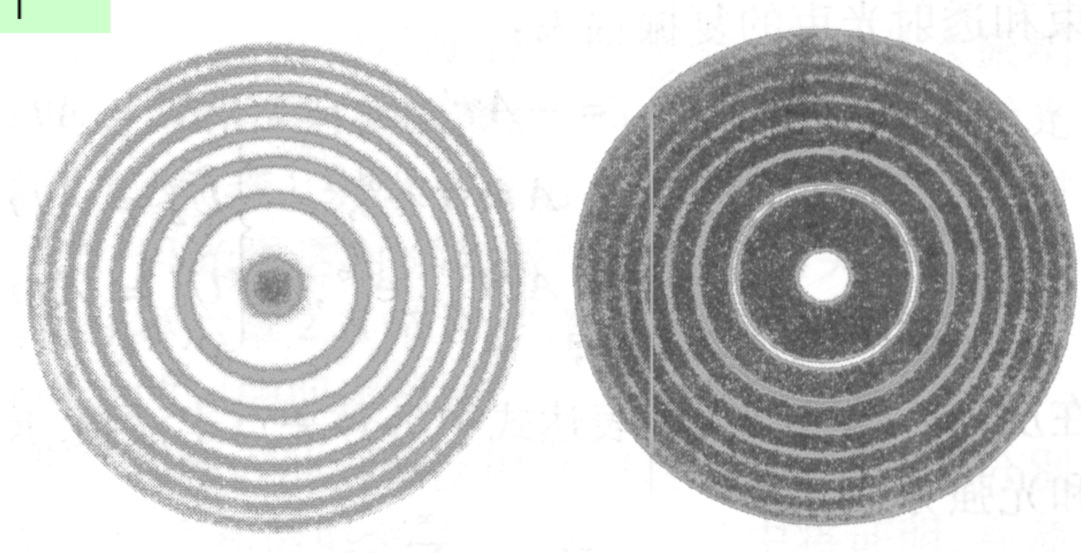


图 3－59 反射光和透射光的干涉条纹

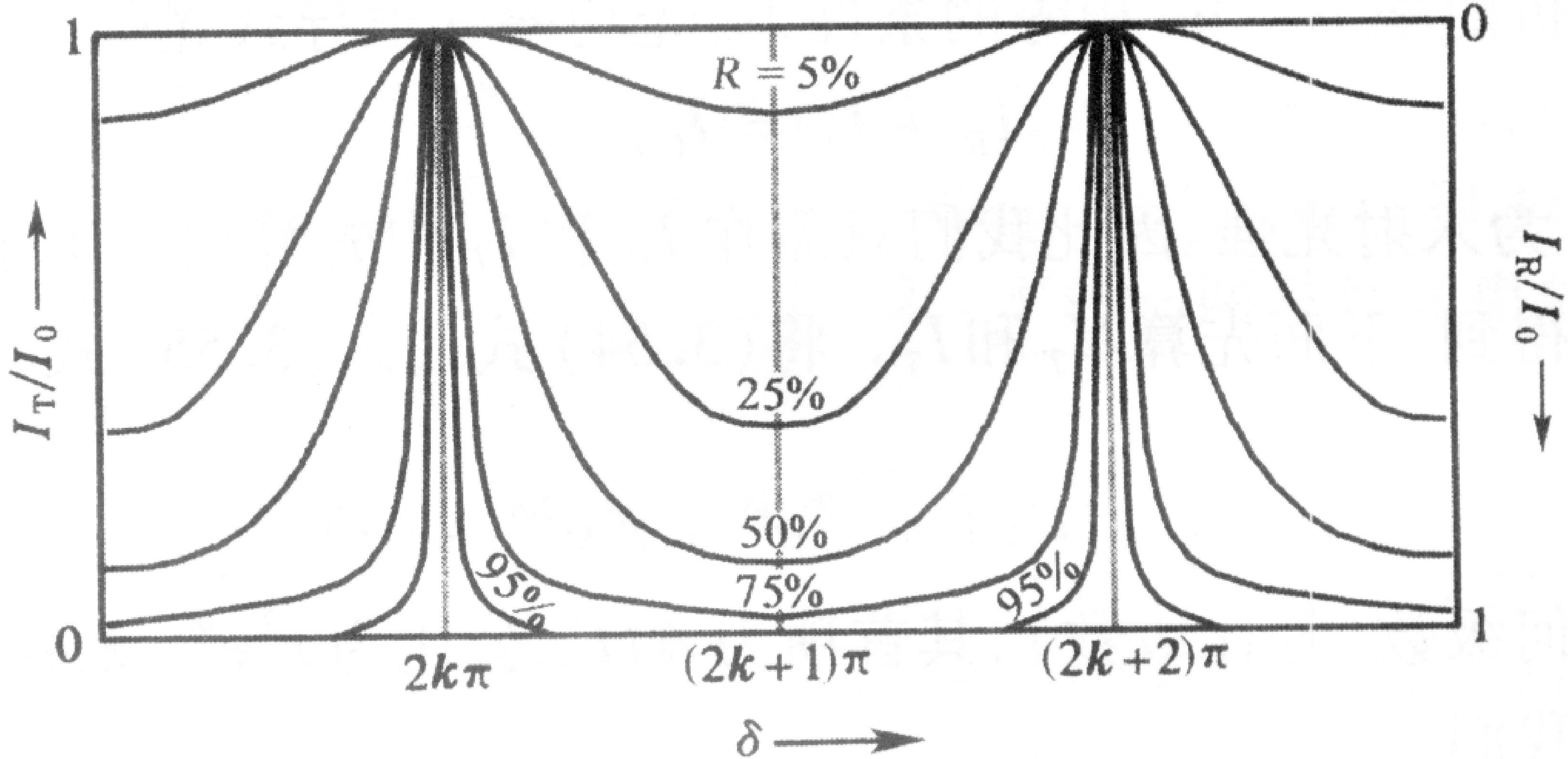
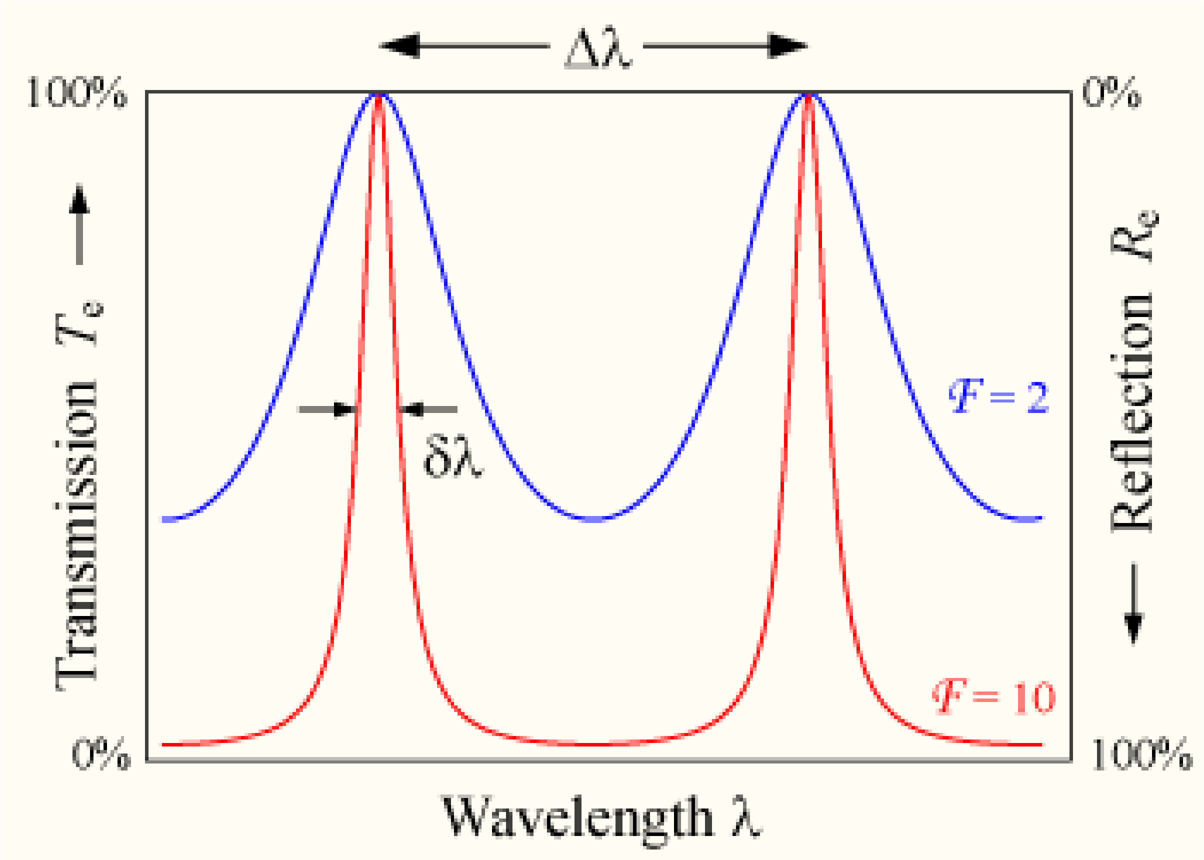


图 3－60 多光束干涉强度分布曲线

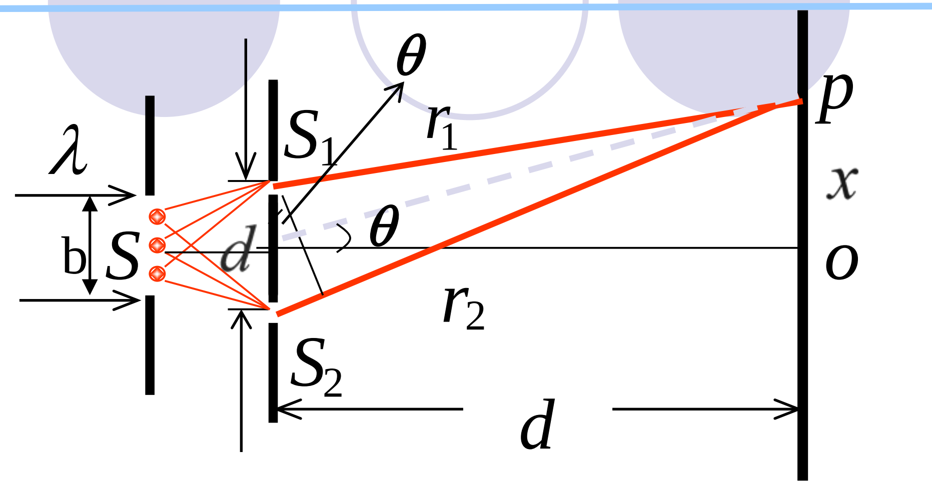
F-P resonator/cavity



8、空间相干性和时间相干性

空间相干性(spatial coherence)

从光源宽度说起



$$S:\tilde{u}_{01},\quad \tilde{u}_{02},\quad \tilde{u}_{03}\cdots\tilde{u}_{0m}\cdots\rightarrow\begin{cases}S_1:\tilde{u}_{11},\quad \tilde{u}_{12},\quad \tilde{u}_{13}\cdots\tilde{u}_{1m}\cdots\\ S_2:\tilde{u}_{21},\quad \tilde{u}_{22},\quad \tilde{u}_{23}\cdots\tilde{u}_{2m}\cdots\end{cases}$$

$$\tilde{U}_1=\tilde{u}_{11}+\tilde{u}_{12}+\tilde{u}_{13}+\cdots\tilde{u}_{1m}+\cdots$$

$$\tilde{U}_2=\tilde{u}_{21}+\tilde{u}_{22}+\tilde{u}_{23}+\cdots\tilde{u}_{2m}+\cdots$$

$\tilde{U}_1$和$\tilde{U}_2$既含有相干成分，也含有非相干成分，比如$\tilde{u}_{1i}$和$\tilde{u}_{2i}$完全相干，$\tilde{u}_{1i}$和$\tilde{u}_{2k}(i\neq k)$则完全非相干。这样混合在一起，$\tilde{U}_1$和$\tilde{U}_2$为部分相干，相干程度(衬比度γ)不仅和光场S有关，也和S_1、S_2的间距有关。

相干程度（γ）和S1、S2间距的关系

第一次衬比度降为零的光源宽度为光源的极限宽度。

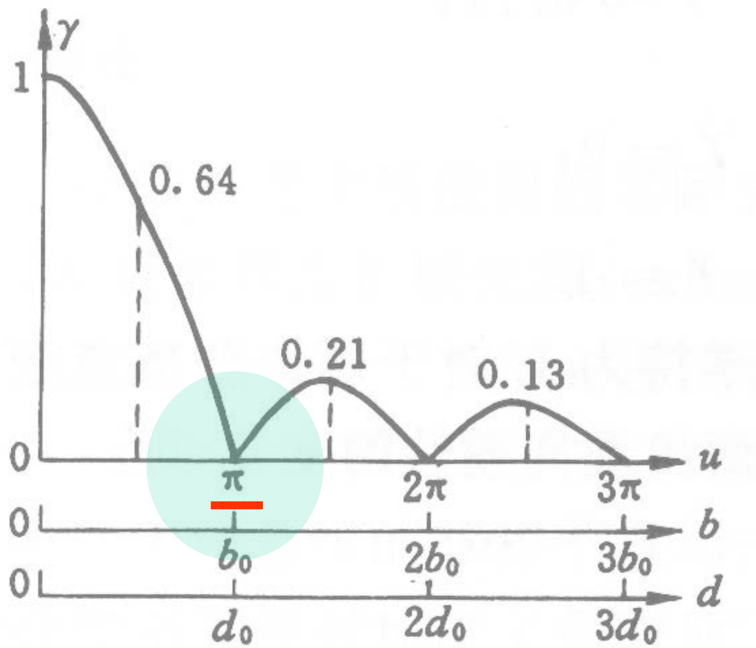


图 4.11　线光源照明时的衬比度曲线

$$\gamma=\frac{I_M-I_m}{I_M+I_m}=\left|\frac{\sin u}{u}\right|,\quad 其中u=\pi\frac{db}{\lambda R}$$

$$\frac{\pi d}{\lambda R}b_0=\pi \quad\Rightarrow\quad b_0=\lambda R\frac{1}{d}$$

同理分析，如果b确定，能够干涉的S1和S2的距离也有个极限值。

$$\frac{\pi b}{\lambda R}d_0=\pi \quad\Rightarrow\quad d_0=\lambda R\frac{1}{b}$$

光源的空间相干性

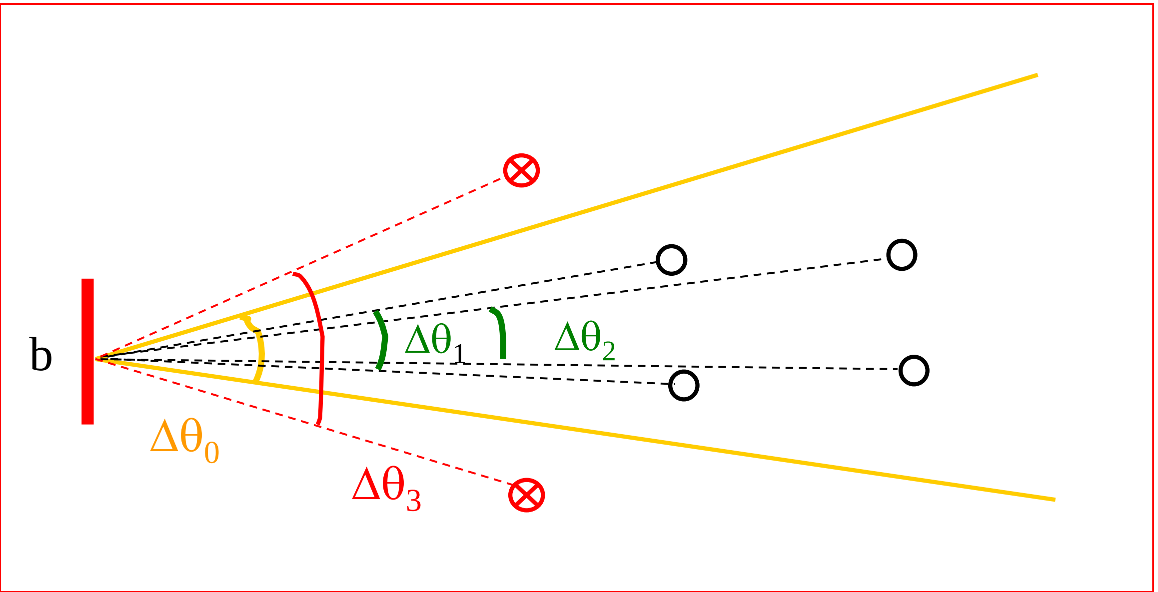
双孔对光源中心的张角 *vs* 光源对双孔中心的张角

$$d_0 = \lambda R \frac{1}{b} \xrightarrow{\text{改写}} b \cdot \frac{d_0}{R} = \lambda$$

双孔对光源中心所张开的孔径角$\Delta\theta_0 \approx \dfrac{d_0}{R}$，所以上式改写为：

$$b \cdot \Delta\theta_0 \approx \lambda$$

$\Delta\theta_0$称为相干孔径角，当$\begin{cases} \Delta\theta < \Delta\theta_0,\ \ \gamma > 0,\ \text{部分相干。} \\ \Delta\theta \geq \Delta\theta_0,\ \ \gamma \approx 0,\ \text{非相干。} \end{cases}$



$$0 \leftarrow \frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0} \rightarrow 1$$

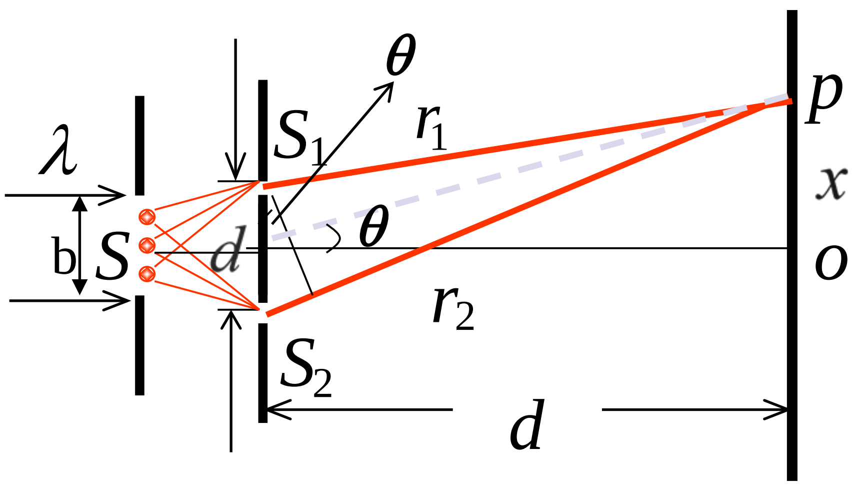
$$\downarrow$$

$$1 \leftarrow \gamma \rightarrow 0$$

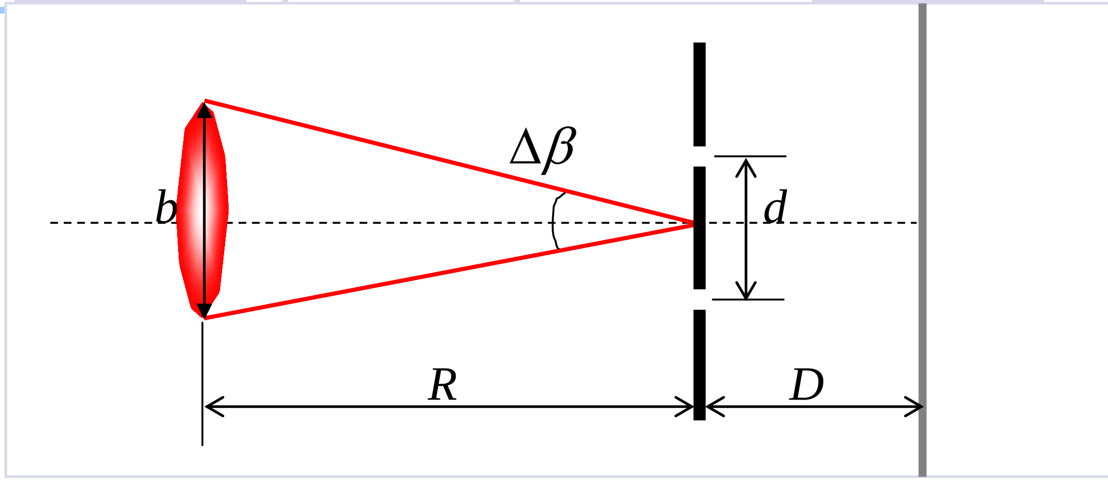
$$\gamma = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} = \left|\frac{\sin u}{u}\right|，\text{其中} u = \pi\frac{db}{\lambda R}$$

改写：$u = \pi\frac{d}{R}\cdot\frac{b}{\lambda} \xrightarrow{b\Delta\theta_0=\lambda,\Delta\theta=\frac{d}{R}} u = \pi\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}$，所以：

$$\gamma\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}\right) = \left|\frac{\sin \pi\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}}{\pi\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}}\right|$$



光源对双孔中心的张角



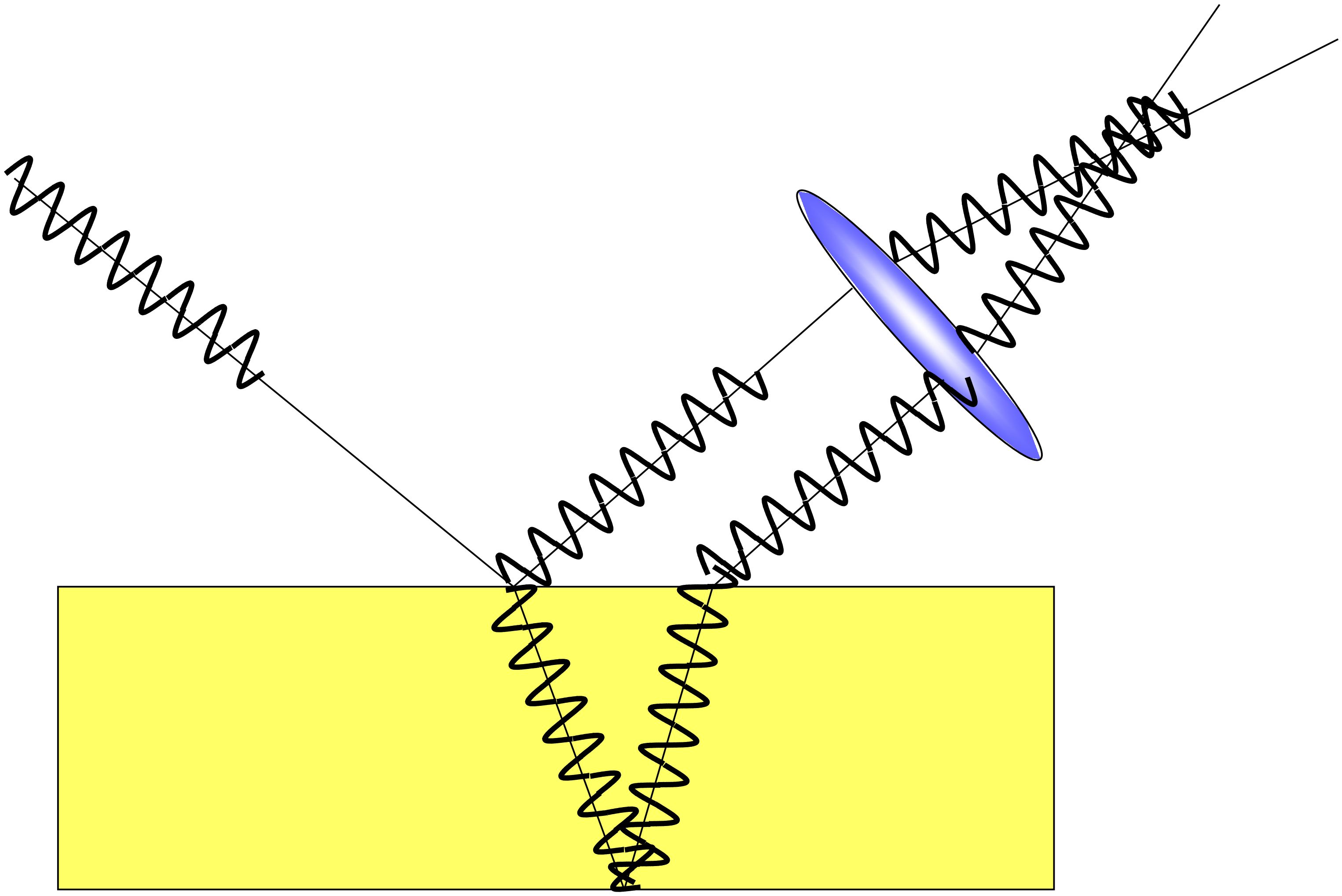
$$d_0 = \lambda R \frac{1}{b} \xrightarrow{\text{改写}} d_0 \cdot \frac{b}{R} = \lambda$$

光源对双孔中心所张开的孔径角$\Delta\beta \approx \dfrac{b}{R}$，所以上式改写为：

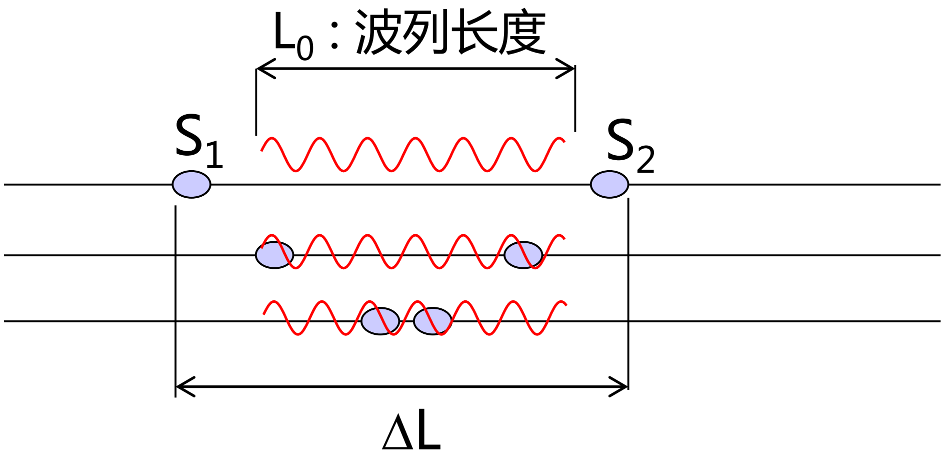
$$d_0 \cdot \Delta\beta \approx \lambda$$

$\Delta\beta$给定时，当$\begin{cases} d < d_0，\ \gamma > 0，\text{部分相干。} \\ d \ge d_0，\ \gamma \approx 0，\text{非相干。} \end{cases}$

时间相干性(temporal coherence)



光场的时间相干性来源于光源发光过程的断续性。



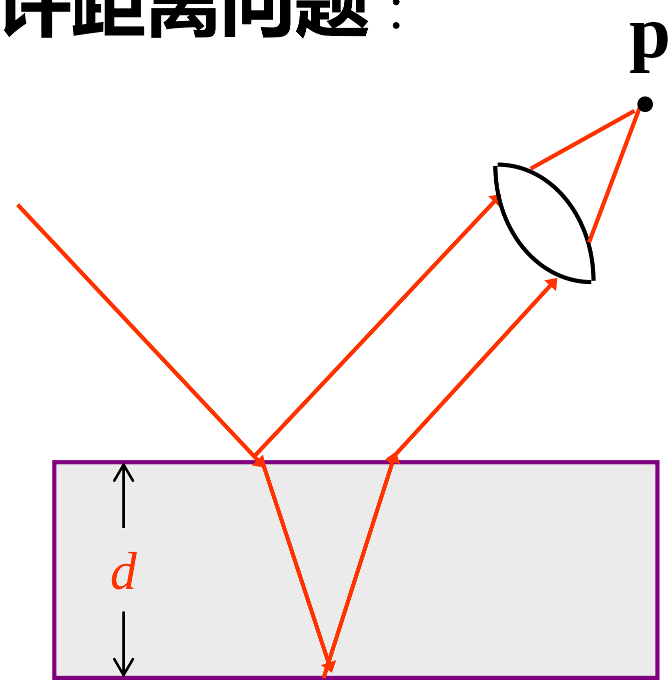
$$\left.\begin{cases}\Delta L > L_0 \dashrightarrow (S_1, S_2)\text{非相干} \\ \Delta L < L_0 \dashrightarrow (S_1, S_2)\text{部分相干} \\ \Delta L \approx 0 \dashrightarrow (S_1, S_2)\text{近乎完全相干}\end{cases}\right\rangle \rightarrow$$

波列长度就成为光场纵向两点是否相干的标记，称其为相干长度，相干长度除以真空光速等于相干时间，它是光列的持续时间τ_0。光场纵向的时间相干性也可以用相干时间表示。

衬比度：

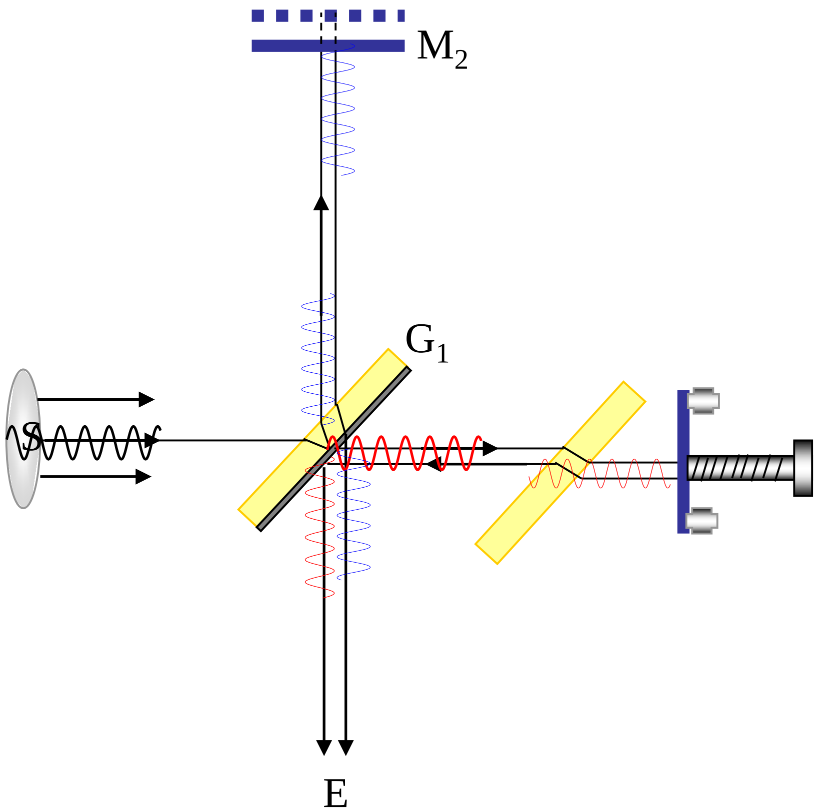
$$\gamma\left(\frac{\Delta L}{L_0}\right) = \left|\frac{\sin \pi \dfrac{\Delta L}{L_0}}{\pi \dfrac{\Delta L}{L_0}}\right| \quad \text{或} \quad \gamma\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) = \left|\frac{\sin \pi \dfrac{\tau}{\tau_0}}{\pi \dfrac{\tau}{\tau_0}}\right|$$

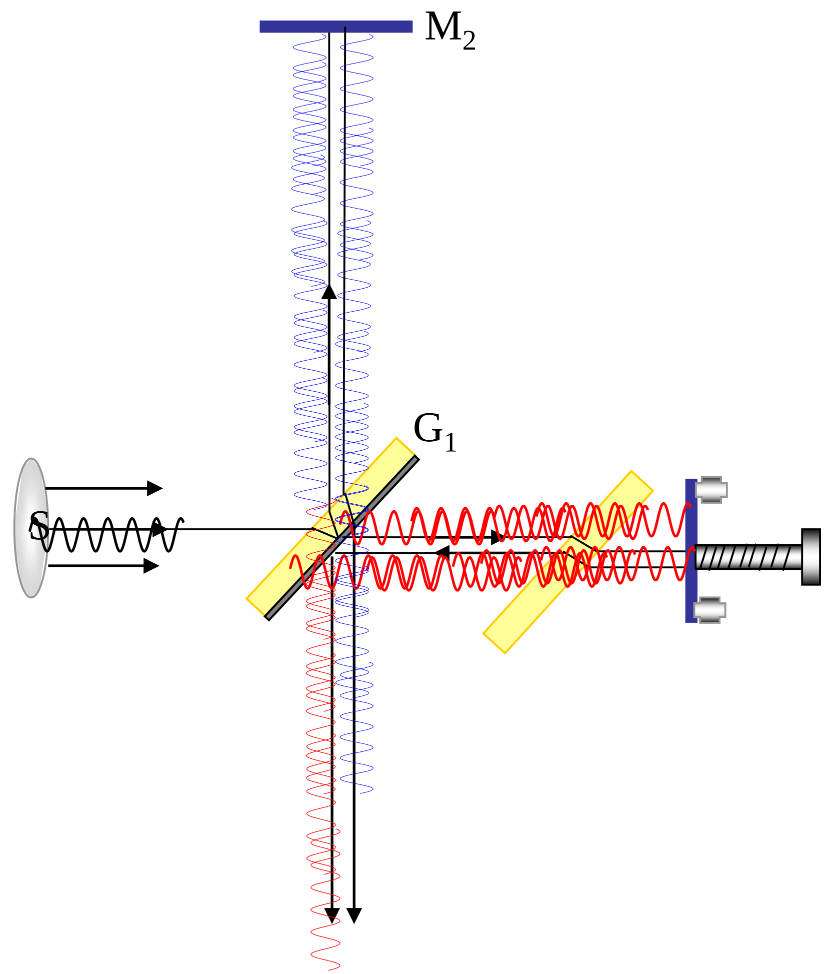
薄膜干涉的允许距离问题：



$$\Delta L = 2nd\cos\gamma$$

#时间相干性--迈克耳孙干涉仪的量程





测长量程：$l_{Max} = (\frac{1}{2}L_0) = \frac{1}{2}c\tau_0$

相干长度（或相干时间）和什么有关？

相干长度（或相干时间）和光波的单色性(monochromatism)有关

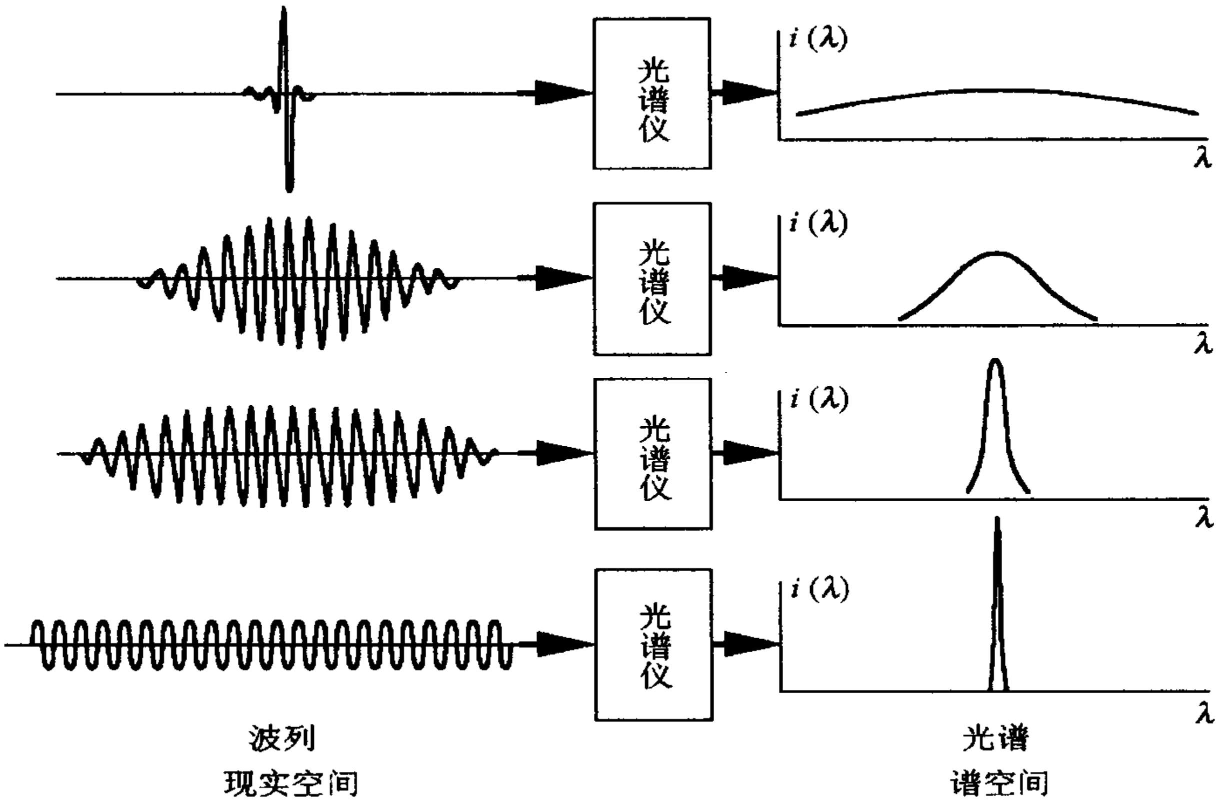


图 4.66　波列长度与非单色性之反比关系

$$L_0 = c\tau_0 \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda},$$　　$\Delta\lambda$为谱线宽度。

$$\tau_0 \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\frac{c}{\lambda} \approx 1 \xrightarrow{\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\approx\frac{\Delta\nu}{\nu},\quad \nu=\frac{c}{\lambda}\text{为光频率}} \underline{\tau_0 \Delta\nu \approx 1}$$ → 时间相干性反比例公式

*第三章 小结

光波叠加

干涉叠加条件

分波前干涉

杨氏干涉
其他分波前干涉

分振幅干涉

薄膜干涉
迈克耳逊干涉仪

实际光源

扩展性

空间相干性

$$b\Delta\theta_0 \approx \lambda, \quad b\frac{d_0}{R} = \lambda$$

$$\gamma\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}\right) = \left|\frac{\sin\pi\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}}{\pi\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0}}\right|$$

非单色性

时间相干性

$$L_0 \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}, \quad \tau_0 \cdot \Delta\nu \approx 1$$

$$\gamma\left(\frac{\Delta L}{L_0}\right) = \left|\frac{\sin\pi\frac{\Delta L}{L_0}}{\pi\frac{\Delta L}{L_0}}\right|$$

作业：2.5，2.8，2.11，2.14

习 题

2.1 在杨氏干涉实验中，用 He-Ne 激光束（$\lambda=6328$ Å）垂直照射两个小孔，两小孔的间距为 1.00 mm，小孔至幕的垂直距离为 100 cm. 求下列两种情形下幕上干涉条纹的间距：(1) 整个装置放在空气中；(2) 整个装置放在水中，水的折射率 $n=1.33$.

2.2 在杨氏干涉装置中，双缝至幕的垂直距离为 2.00 m，双缝间距为 0.342 mm，测得第 10 级干涉亮纹至 0 级亮纹间的距离为 3.44 cm. 求光源发出的光波的波长.

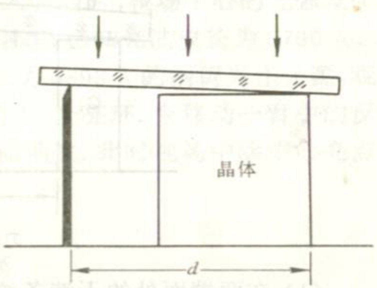
2.3 在杨氏干涉装置中，双缝间距 $d=0.023$ cm，双缝到屏幕的距离 $D=100$ cm. 若光源包含蓝、绿两种色光，它们的波长分别为 4360 Å 和 5460 Å，问两种光的 2 级亮纹相距多少？

2.4 把具有平行器壁的完全相同的两个玻璃容器分别放置在双缝的后面，容器内气体的厚度为 2.00 cm. 两容器中均为空气时观察一次干涉条纹；当一个容器中逐渐充以氯气赶走原来的空气时，干涉条纹相对前者移动了 20 个条纹，求氯气的折射率. 已知光源波长为 589 nm，空气折射率为 1.000 276.

2.5 用单色光垂直照射到两块玻璃板构成的楔形空气薄膜上，观察反射光形成的等厚干涉条纹. 入射光为钠黄光（$\lambda=5893$ Å）时，测得相邻两暗纹间的距离为 0.22 mm. 当以未知波长的单色光照射时，测得相邻两暗纹间的距离为 0.24 mm，求未知波长.

2.6 两块平板玻璃互相叠合在一起，一端相互接触，在离接触线 12.50 cm 处用一金属细丝垫在两板之间，以波长 $\lambda=5460$ Å 的单色光垂直照射，测得条纹间距为 1.50 mm，求金属细丝的直径.

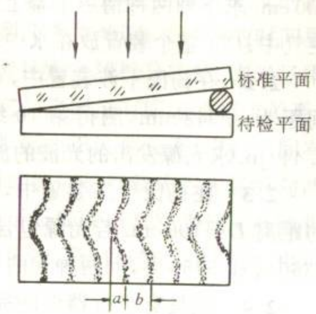
2.7 如图所示，玻璃平板的右侧放置在长方体形晶体上，左侧架于高度固定不变的刀刃，于是在玻璃平板与晶体表面间



习题 2.7

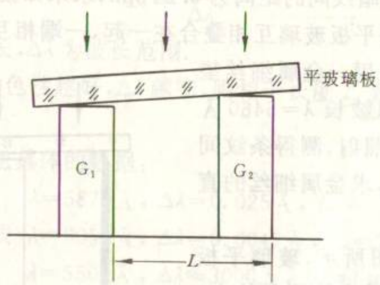
形成一空气尖劈.玻璃板与晶体的接触线至刀刃的距离 $d=5.00\,\mathrm{cm}$.今以波长 $\lambda=6000\,\text{Å}$ 的单色光垂直入射,观察由空气尖劈形成的等厚条纹.当晶体由于温度上升而膨胀时,观察到条纹间距从 0.96 mm 变到 1.00 mm,问晶体的高度膨胀了多少?

2.8 利用空气尖劈的等厚干涉条纹可检验平板工作表面的平整度.一标准平板玻璃复盖在待检工件表面上,所形成的等厚干涉条件如图所示,问待检工件表面是怎样的?如果待检表面有一凹槽,凹槽的深度 H 等于多少?如果待检表面有一凸坎,凸坎的高度 H 等于多少?设入射光的波长已知,图中 a,b 也已知.



习题 2.8

2.9 块规是机加工用的一种长度标准.它是一块钢质长方体,它的两个端面应相互平行.并磨平抛光,两个端面间距离即长度标准,块规的校准如图所示,其中 G_1 是合格块规,G_2 是与 G_1 同规号待校准的块规,两块规放在平台上,上面覆盖一块平玻璃板,平玻璃板与块规端面形成空气尖劈.用波长为 589.3 nm 的单色光垂直照射时,可在块规端面处观察到等厚干涉条纹.



习题 2.9

(1) 在两端面处的干涉条纹间距都是 $l=0.50\,\mathrm{mm}$,试求块规的

高度差.G_1 和 G_2 相距 $L=5.0\,\mathrm{cm}$.

(2) 如何判断两块规谁长谁短?

(3) 如果 G_1 端面处的干涉条纹间距是 0.50 mm,G_2 端面处的干涉条纹间距是 0.30 mm,则说明什么问题?

(4) 如果 G_2 与 G_1 同样地合格,则应如何?

2.10 设平凸透镜与平板玻璃良好接触,两者间的空气隙形成牛顿环.用波长为 589 nm 的光波照射,测得从中心算起第 k 个暗纹直径为 0.70 mm,第 $k+10$ 个暗纹直径为 1.70 mm.

(1) 求平凸透镜凸面的曲率半径.

(2) 若形成牛顿环的空气间隙中充满折射率为 1.33 的水,则上述两暗纹的直径变为多大?

2.11 用波长为 589 nm 的黄光观察牛顿环,在透镜与平板玻璃接触良好的情形下:测得第 20 个暗纹(从中心算起)的直径为 0.687 cm.当透镜向上移动 $5.00\times10^{-4}\,\mathrm{cm}$ 时,同一级暗纹的直径变为多少?

2.12 一肥皂膜的厚度为 $0.550\,\mu\mathrm{m}$,折射率为 1.35,白光(波长范围为 4000~7000 Å)垂直照射,问在反射光中哪些波长的光得到增强?哪些波长的光干涉相消?

2.13 为了测量一精密螺栓的螺距,可用此螺栓来移动迈克耳孙干涉仪中的一面反射镜.已知所用光波的波长为 5460 Å,螺栓旋转一周后,视场中移过了 2023 个干涉条纹,求螺栓的螺距.

2.14 在迈克耳孙干涉仪的一臂中放置一 2.00 cm 长的抽成真空的玻璃管.当把某种气体缓缓通入管内时,视场中心的光强发生了 210 次周期性变化,求该气体的折射率.已知光波波长为 5790 Å.

2.15 迈克耳孙干涉仪以波长为 5893 Å 的钠黄光作光源,观察到视场中心为亮点,此外还能看到 10 个亮环.今移动一臂中的反射镜,发现有 10 个亮环向中心收缩而消失.此时视场中除中心亮点外还剩 5 个亮环.求:

(1) 反射镜移动的距离.

(2) 开始时中心亮点的干涉级.

(3) 反射镜移动后,视场中最外圈亮环的干涉级.

2.16　在典型的杨氏干涉装置中，已知光源宽度 $b=0.25\,\mathrm{mm}$，双孔间距 $d=0.50\,\mathrm{mm}$，光源至双孔的距离 $R=20\,\mathrm{cm}$，所用光波波长为 $\lambda=546\,\mathrm{nm}$. (1) 试计算双孔处的横向相干宽度. 在观察屏幕上能否看到干涉条纹？(2) 为能观察到干涉条纹，光源至少应再移远多少距离？

2.17　利用迈克耳孙干涉仪进行长度精密测量，光源是镉的红色谱线，波长为 6438 Å，谱线宽度为 0.01 Å. 问一次测长的量程是多少？如果用波长为 6328 Å 的激光，谱线宽度为 1×10^{-5} Å，则一次测长的量程是多少？