两学分光学课程内容

第一章　光学导言(3)
1、　光与自然
2、　惠更斯原理与费马原理
第二章　波动光学引言(3)
1、　光波的认识（电磁波）
2、　光波的数学描述
3、　波前函数
第三章　光的干涉(6)
1、　概述
2、　光波的叠加和干涉
3、　分波前干涉—杨氏干涉
4、　其他分波前干涉装置
5、　分振幅干涉—薄膜干涉（等倾和等厚干涉）
6、　迈克耳孙干涉仪和马赫-曾得尔干涉仪
7、　驻波和多光束干涉
8、　时间相干性和空间相干性
第四章　光的衍射(4)
1、　惠更斯-菲涅耳原理
2、　圆孔和圆屏菲涅耳衍射、波带片
3、　夫琅禾费单缝衍射
4、　夫琅禾费圆孔衍射和光学仪器的分辨本领
5、　位移-相移定理
6、　一维光栅、二维光栅
7、　三维光栅—x射线晶体衍射

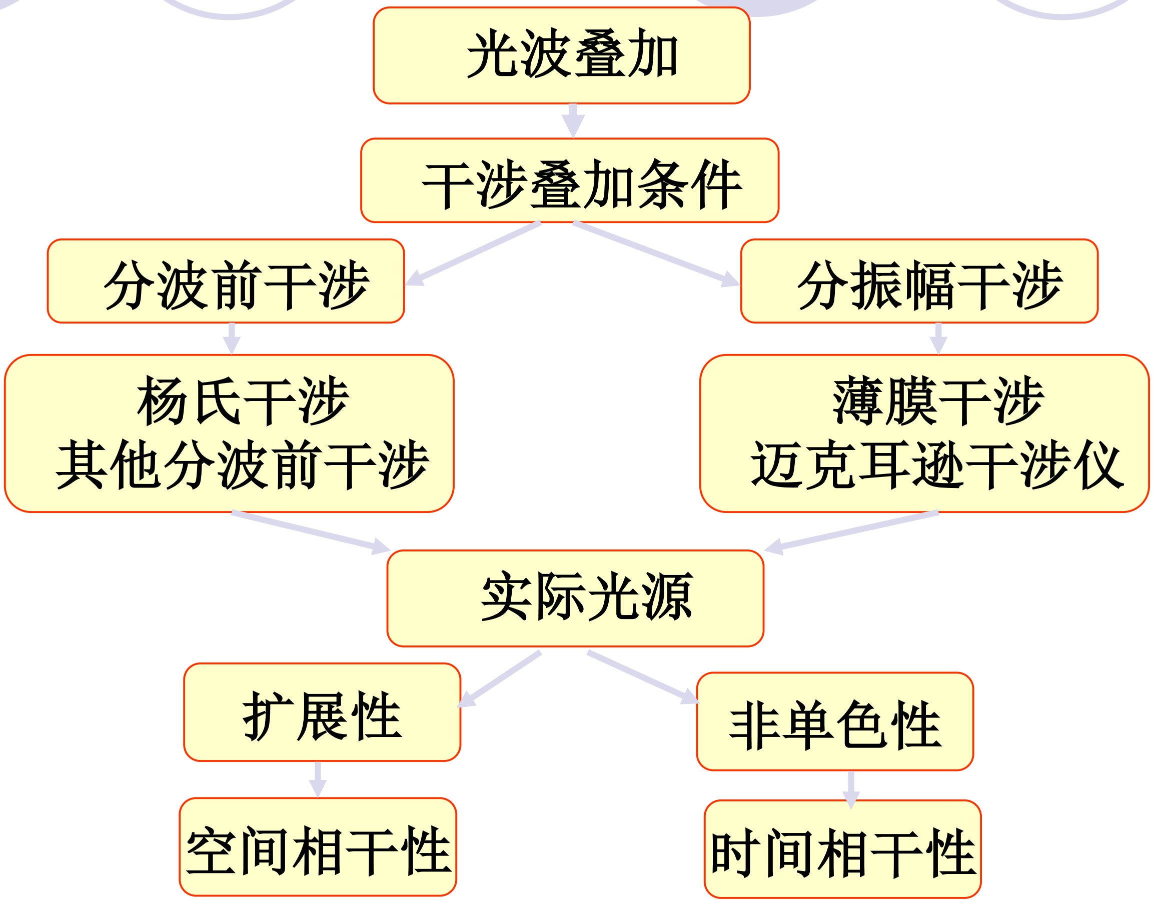
第五章　傅立叶变换光学引言(4)
1、　波前变换和相因子分析
2、　余弦光栅的衍射场
3、　傅立叶变换光学大意
4、　阿贝成像原理与空间滤波
5、　泽尼克的相衬法
6、　全息术原理
第六章　光的偏振和光在晶体中的传播(4)
1、　自然光和偏振光
2、　起偏器与检偏器、马吕斯定律
3、　反射和散射光的偏振态
4、　双折射现象
5、　惠更斯作图
6、　波片和补偿器
7、　偏振光的干涉
8、　人为双折射
9、　旋光性，测糖术
第七章　吸收、色散、散射（2）
第八章　光子动量（2）
第九章　光学与光子学新进展
（结合选修学生所属学科，报告）（8）

共36学时

第三章 光的干涉

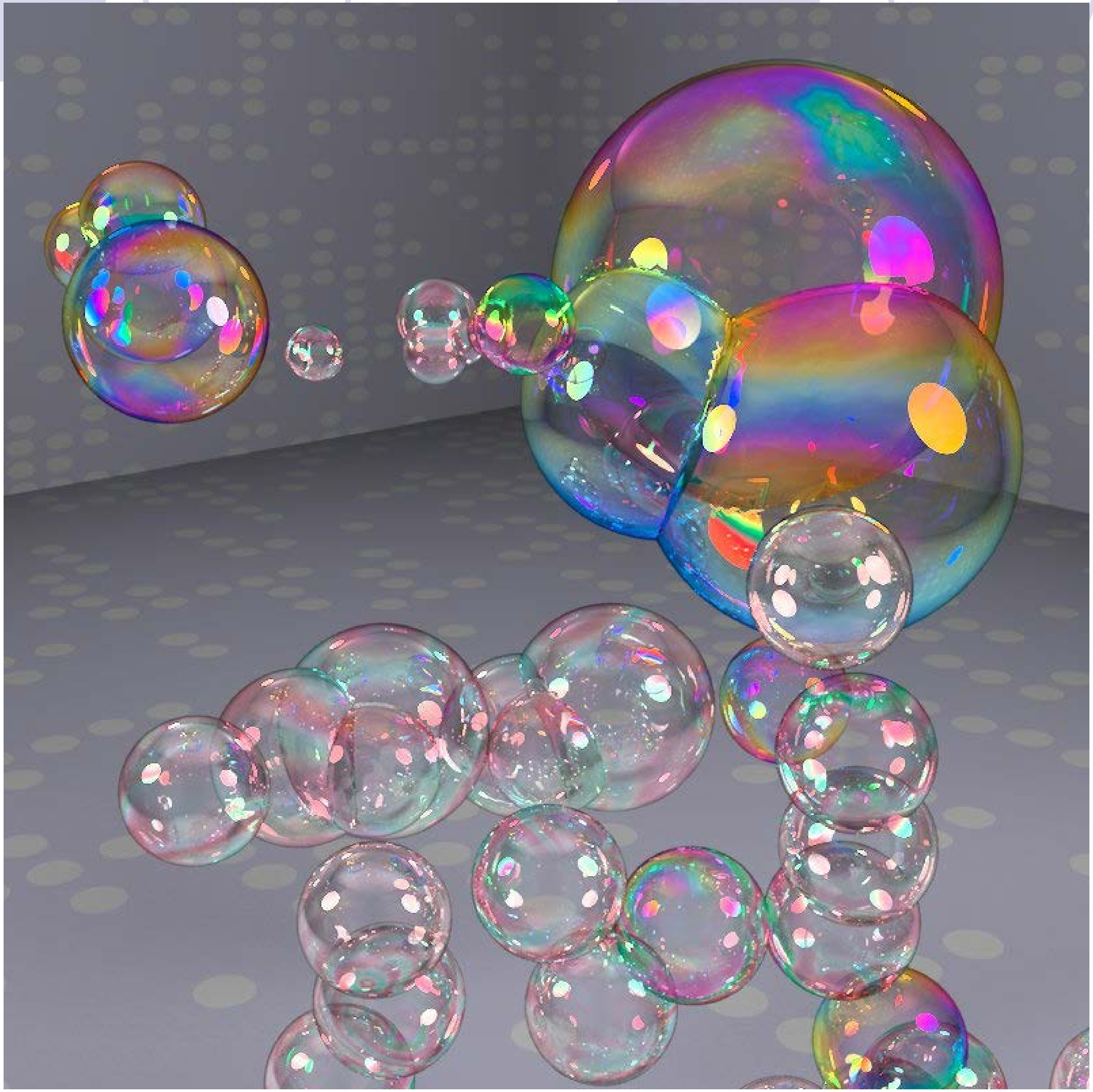
Contents

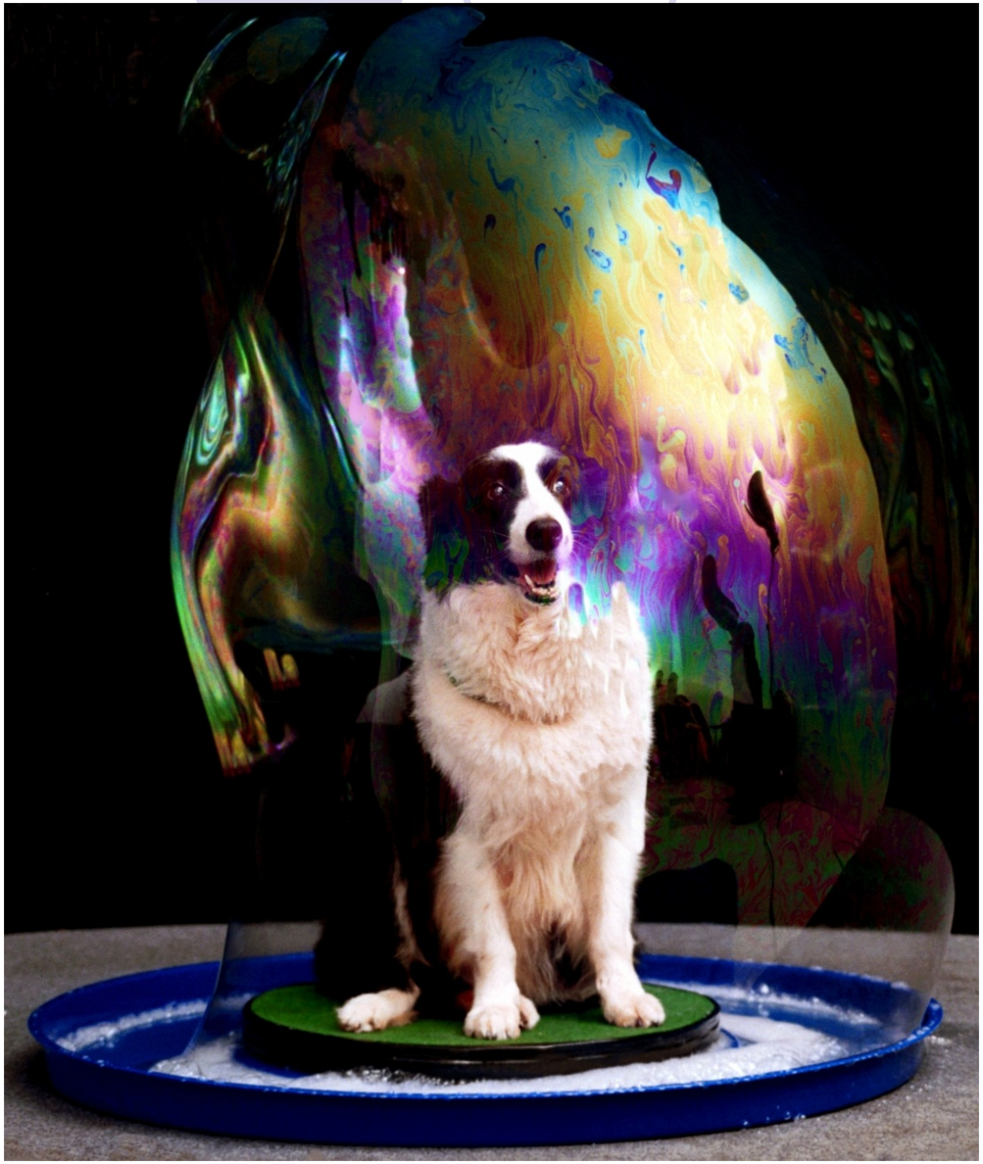
- 概述
- 光波的叠加和干涉
- 分波前干涉：杨氏干涉
- 其它分波前干涉装置
- 分振幅干涉：迈克耳孙干涉仪和马赫-曾得尔干涉仪
- 其它分振幅干涉
- 驻波和多光束干涉
- 时间相干性和空间相干性


光波叠加
干涉叠加条件
分波前干涉
分振幅干涉
杨氏干涉
其他分波前干涉
薄膜干涉
迈克耳逊干涉仪
实际光源
扩展性
非单色性
空间相干性
时间相干性

1、概述

现实生活中的干涉现象

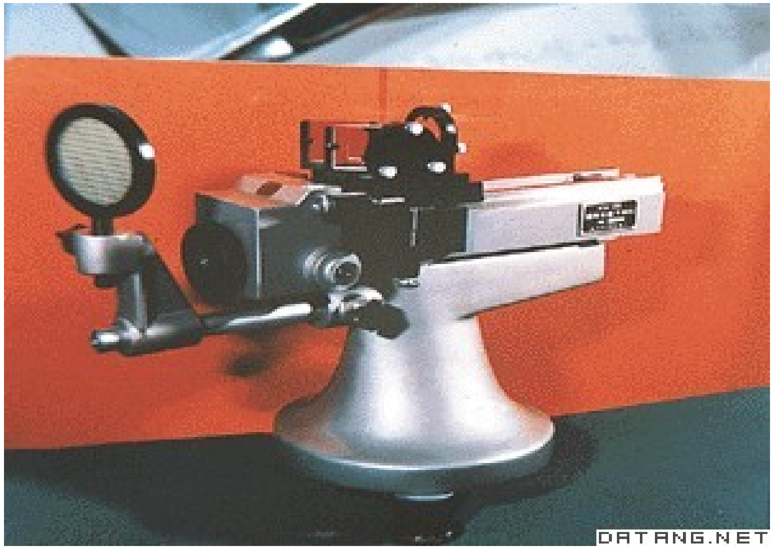


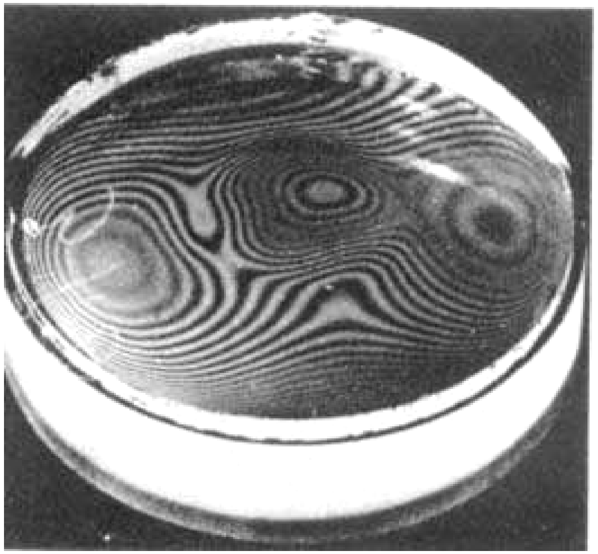


光波的干涉-历史

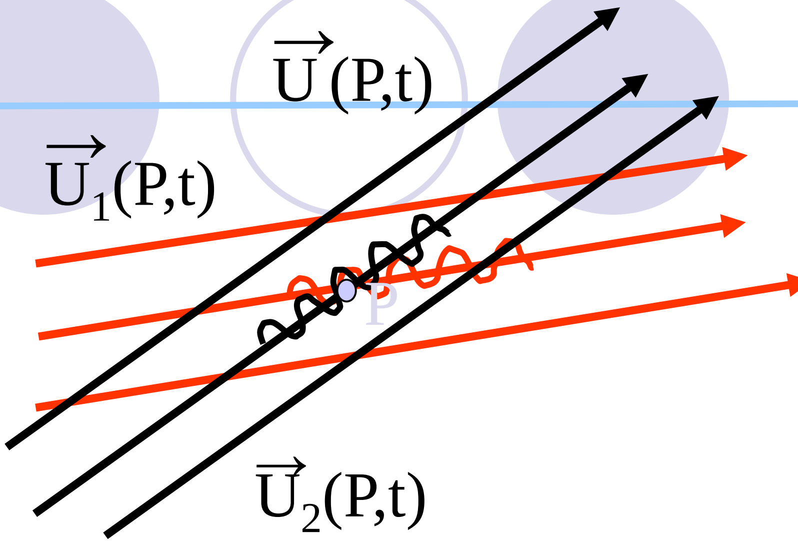
历史上，干涉现象曾经是奠定光的波动性的基础。1800年，T. Young(1773-1829)提出了反对微粒说的几条论据，并首次提出干涉这一术语，他分析了水波和声波叠加后产生的干涉现象。杨于1801年最先用双缝演示了光的干涉现象，提出波长概念，并成功地测量了光波波长。他还用干涉原理解释了白光照射下薄膜呈现的颜色。

至今，光的干涉原理已经广泛地用于精密计量、天文观测、光弹性应力分析、光学精密加工中的自动控制等许多领域。





2、光波的叠加和干涉



波的独立传播原理

$$\boxed{\vec{U}(P,t)=\vec{U}_1(P,t)+\vec{U}_2(P,t)}$$

波的叠加原理

在通常介质和通常光强下，波的叠加原理总是成立的。

$$\boxed{\vec{U}(P,t)\neq\vec{U}_1(P,t)+\vec{U}_2(P,t)???}$$

请思考！

光的独立传播与光强分布（振幅叠加-强度叠加）

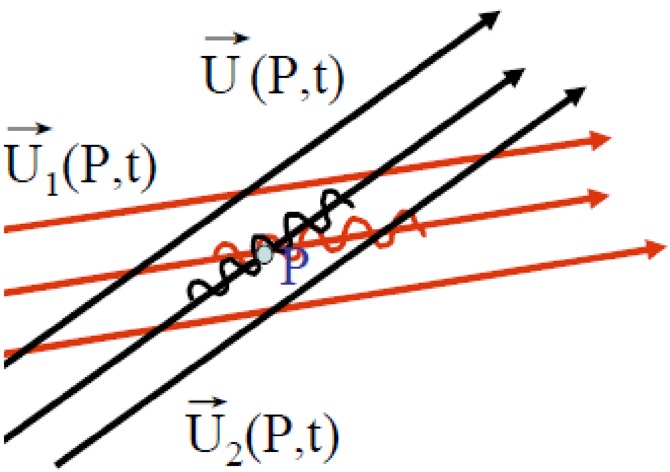
光强定义 $$I \equiv \frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t} |U(t)|^2 dt \equiv \left\langle |U(t)|^2 \right\rangle$$

单位时间内，在垂直于能流方向的单位面积上通过的能量的时间平均值

Δt是测量时间；对于简谐波，可取为周期T

U_1和U_2单独存在的时候在P点的光强：

$$I_1(P) = \left\langle |U_1|^2 \right\rangle; I_2(P) = \left\langle |U_2|^2 \right\rangle$$



U_1和U_2同时存在时，P点的光强？

$$I(P) \equiv \left\langle |\vec{U}_1|^2 \right\rangle + \left\langle |\vec{U}_2|^2 \right\rangle ???$$

$$I(P) \equiv \left\langle |\vec{U}_1 + \vec{U}_2|^2 \right\rangle = \left\langle |\vec{U}_1|^2 \right\rangle + \left\langle |\vec{U}_2|^2 \right\rangle + 2\left\langle \vec{U}_1 \cdot \vec{U}_2 \right\rangle$$

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + \Delta I(P)$$

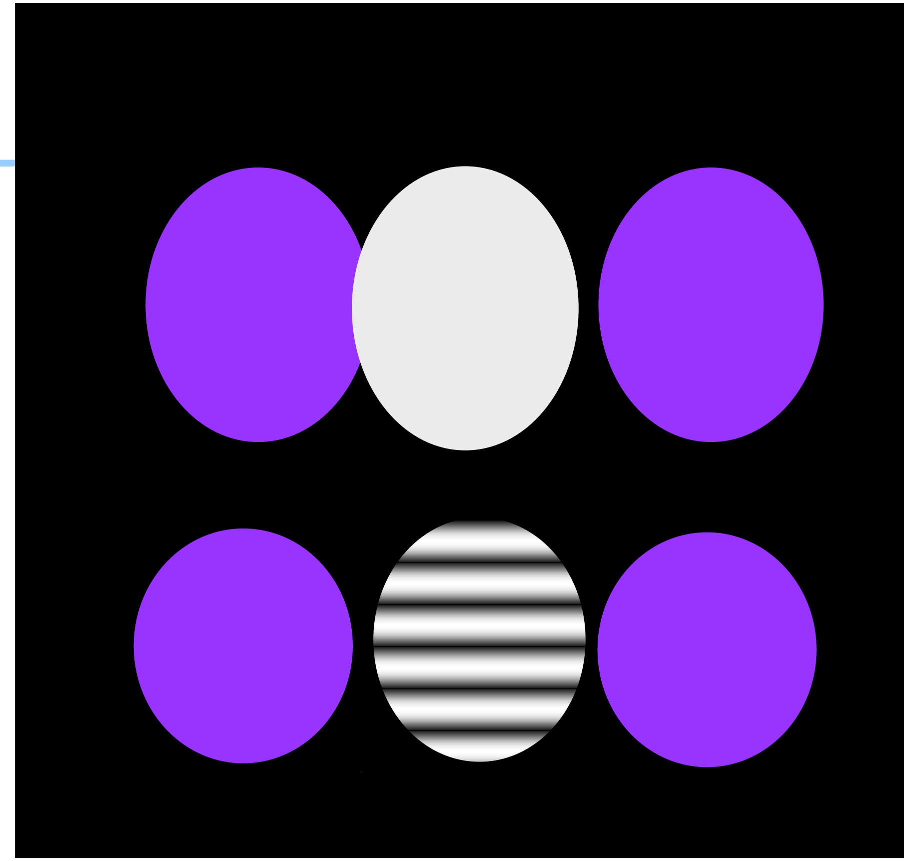
波叠加的相干条件

(1) 非相干叠加：$\langle \vec{U}_1 \cdot \vec{U}_2 \rangle \equiv 0$

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P)$$

(2) 相干叠加：$\langle \vec{U}_1 \cdot \vec{U}_2 \rangle \not\equiv 0$

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + \Delta I(P)$$

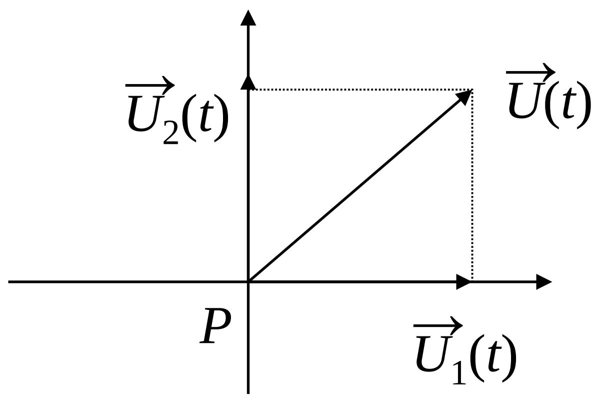


交叠区出现明暗相间的条纹，$\Delta I(P)$是空间函数，使得光强在空间有一定的分布，$\Delta I(P)$成为干涉项。

问题：相干叠加条件？

稳定干涉的三个条件

1. 两列波的扰动方向一致，或有方向一致的平行分量。如果正交，必然是非相干叠加。



$$\vec{U}_1 \perp \vec{U}_2,$$

$$U^2(t) = U^2{}_1(t) + U^2{}_2(t)$$

取时间平均：$\langle U^2(t) \rangle = \langle U^2{}_1(t) \rangle + \langle U^2{}_2(t) \rangle,$

所以：$I(P) = I_1(P) + I_2(P)$ → 非相干叠加

稳定干涉的三个条件

2. 频率相同是相干的另一条件。

两列波若频率不同，必然为非相干叠加。

$$U_1(P,t)=A_1\cos\left(\omega_1 t-\phi_1(P)\right);U_2(P,t)=A_2\cos\left(\omega_2 t-\phi_2(P)\right)$$

叠加原理： $U(P,t)=U_1(P,t)+U_2(P,t)$

光强： $I(P)=\left\langle U^2\right\rangle=\left\langle (U_1+U_2)^2\right\rangle=\left\langle U_1^{\ 2}+U_2^{\ 2}+2U_1U_2\right\rangle$

$$=\left\langle U_1^{\ 2}\right\rangle+\left\langle U_2^{\ 2}\right\rangle+2\left\langle U_1U_2\right\rangle$$

$$=I_1(P)+I_2(P)+\boxed{\Delta I(P)}$$

$$\Downarrow$$

是否为零决定了是否是相干叠加

推导！

稳定干涉的三个条件

2. 频率相同是相干的另一条件。

两列波若频率不同，必然为非相干叠加。

$$\Delta I(P) = 2\langle U_1 U_2 \rangle = \langle 2A_1 A_2 \cos(\omega_1 t - \varphi_1(P))\cos(\omega_2 t - \varphi_2(P)) \rangle$$

$$= A_1 A_2 \langle \underline{\cos((\omega_1+\omega_2)t - (\varphi_1+\varphi_2))} \rangle + A_1 A_2 \langle \underline{\cos((\omega_1-\omega_2)t - (\varphi_1-\varphi_2))} \rangle$$

0

如果$\omega_1 \neq \omega_2$，此项为零；

此时，$I(P) = I_1(P) + I_2(P)$ 为非相干叠加！

如果$\omega_1 = \omega_2$，此项有可能不为零；

此时，$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + \Delta I(P)$

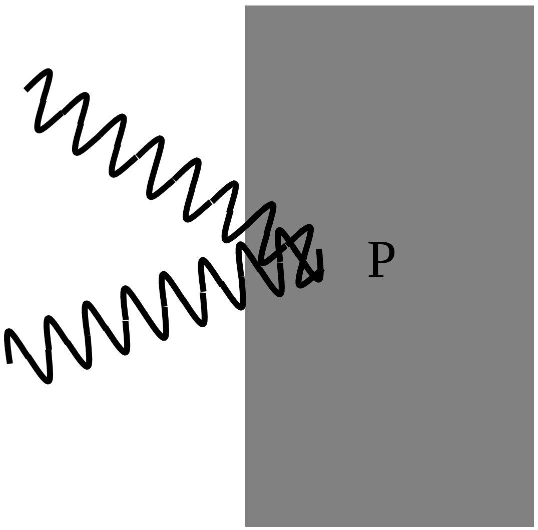
其中 $\Delta I(P) = A_1 A_2 \langle \cos(\phi_1 - \phi_2) \rangle = 2\sqrt{I_1 I_2}\langle \cos\delta(P) \rangle$

$\boxed{\langle \cos(\delta(P)) \rangle \text{ 决定了干涉条纹的空间分布}}$

稳定干涉的三个条件

3. 稳定的相位差，才能获得稳定干涉图样

$$I(P)=I_1(P)+I_2(P)+2\sqrt{I_1I_2}\langle\cos\delta(P)\rangle$$

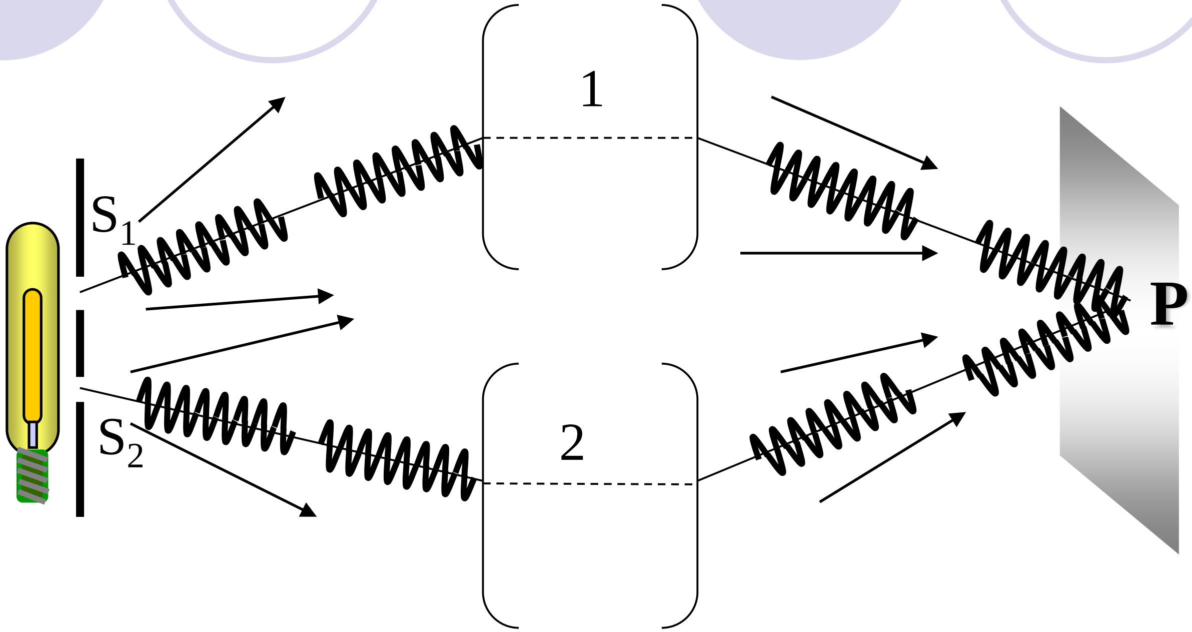


三个相干条件的针对性

- 相同偏振分量：针对于矢量波，光波矢量波，且是横波。
- 相同频率：针对于任何波。
- 稳定相位差：对于宏观波源发出的波，稳定不是问题。

  对于光波要认真考虑。

相位差的产生



$$\varphi_1(P)=\varphi_{10}(t)+\frac{2\pi}{\lambda}L_{S_1 1P}$$

发光的初始相位

由光程决定，对时间要稳定

$$\varphi_2(P)=\varphi_{20}(t)+\frac{2\pi}{\lambda}L_{S_2 2P}$$

相位差的稳定

$$I(P)=I_1(P)+I_2(P)+2\sqrt{I_1I_2}\langle\cos\delta(P)\rangle$$

$$\delta(P)=\varphi_1(P)-\varphi_2(P)$$

$$=\frac{2\pi}{\lambda}\left[L_{S_1 1P}-L_{S_2 2P}\right]+\underline{\underline{\left[\varphi_{10}(t)-\varphi_{20}(t)\right]}}$$

$\downarrow$

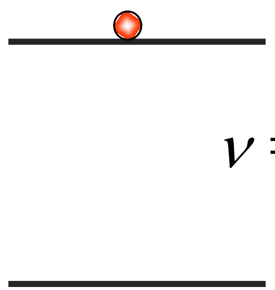
$\boxed{\text{稳定取决于此}}$

普通光源是否满足呢？

光源：能发射光波的物体

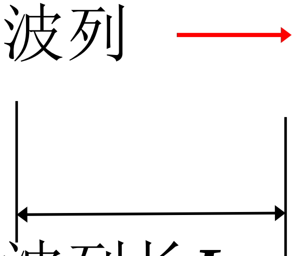
光源的最基本发光单元是分子、原子、量子点等

能级跃迁辐射



$$\nu = (E_2 - E_1)/h$$

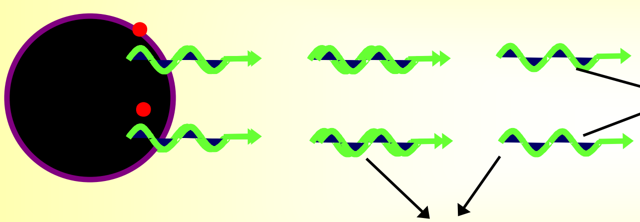
波列



波列长$\boldsymbol{L = \tau c}$　　$\tau < 10^{-8}\,s$

普通光源：　自发辐射
- 发光的间隙性
- 发光的随机性

光源



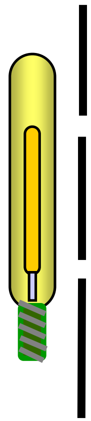
独立（不同原子发的光）

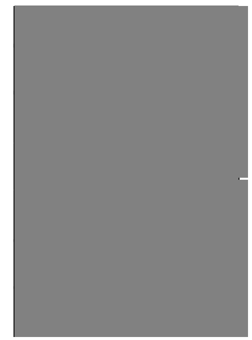
独立（同一原子先后发的光）

两个独立的普通光源不可能成为一对相干光源

光源：能发射光波的物体

钠光灯





两束光
不相干！

原因：发光是随机的，间歇性的。

两列光波相位差不可能恒定。

光源：能发射光波的物体

问题：对于一个普通的点光源，可以随机发射任意初始位相的光波。那么透过双缝后是否会发生干涉?

进一步说：点光源发射的是球面波，其波前等相位，即

$$\varphi_1(t) = \varphi_2(t)$$

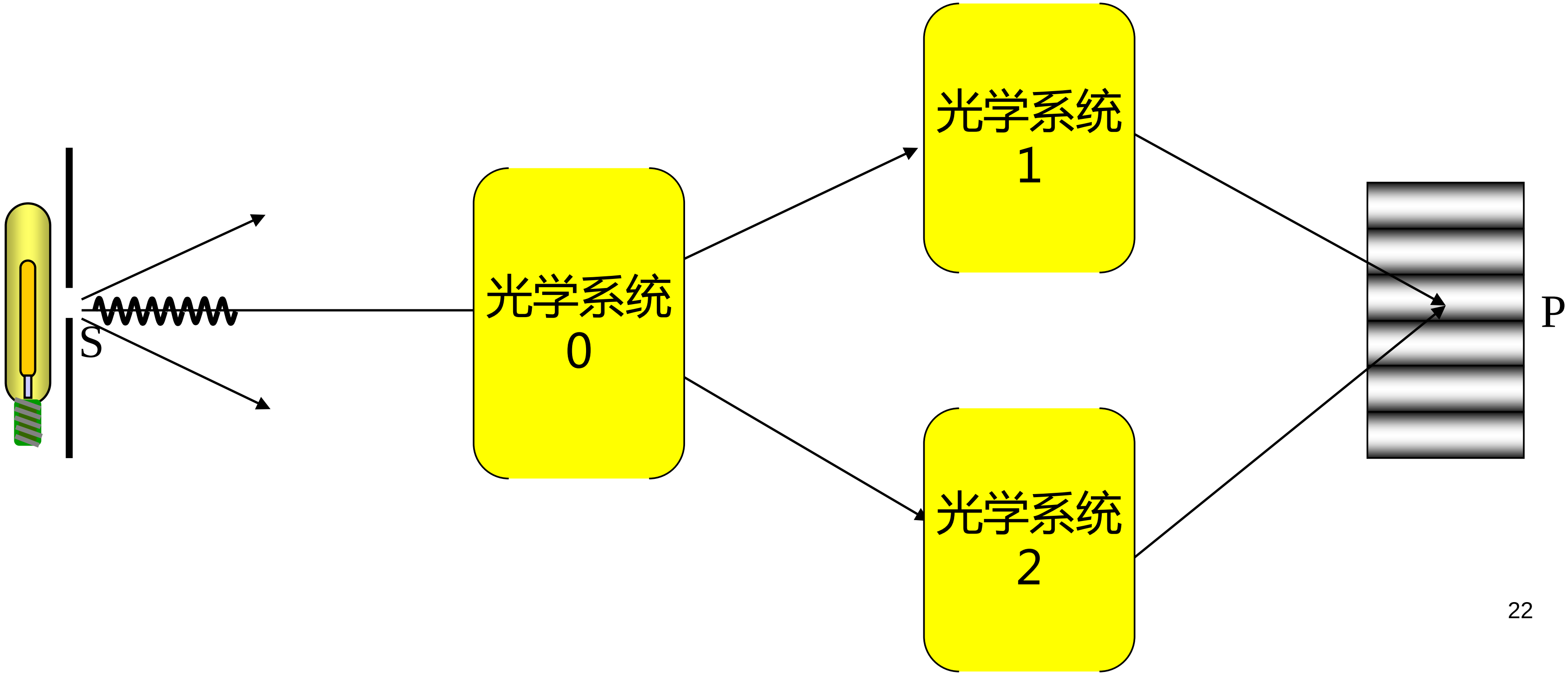
那么，作为自然光源的点光源，是否能产生干涉现象呢?

点光源所发出的波列并非为指向某一方向的波动，而是弥散在空间的球面波。从此球面波前上任意固定两点，其位相差对于任何发射出的波列来说都是相等的。因此，从此点光源的波前上取得的两点，都可以发生干涉效应。我们以单一光子来看，每一个光子都可以产生干涉条纹。因此，观察干涉的条件就是点光源。

能否利用普通光源获得相干光？

利用普通光源获得相干光的方法的基本原理是：把由光源上同一点同一次发的光设法分成两部分，然后再使这两部分叠加起来。

由于这两部分光实际上都来自同一发光原子的同一次发光，它们满足相干条件而成为相干光。分开之后所走的路程不同，导致光波的相位不同，根据其差别分别产生干涉加强或者减弱。



能否利用普通光源获得相干光?

$$\delta(P)=\varphi_1(P)-\varphi_2(P)$$

$$=-\frac{2\pi}{\lambda}\left[L_{S01P}-L_{S02P}\right]+\underbrace{\left[\varphi_{10}(t)-\varphi_{20}(t)\right]}_{0}$$

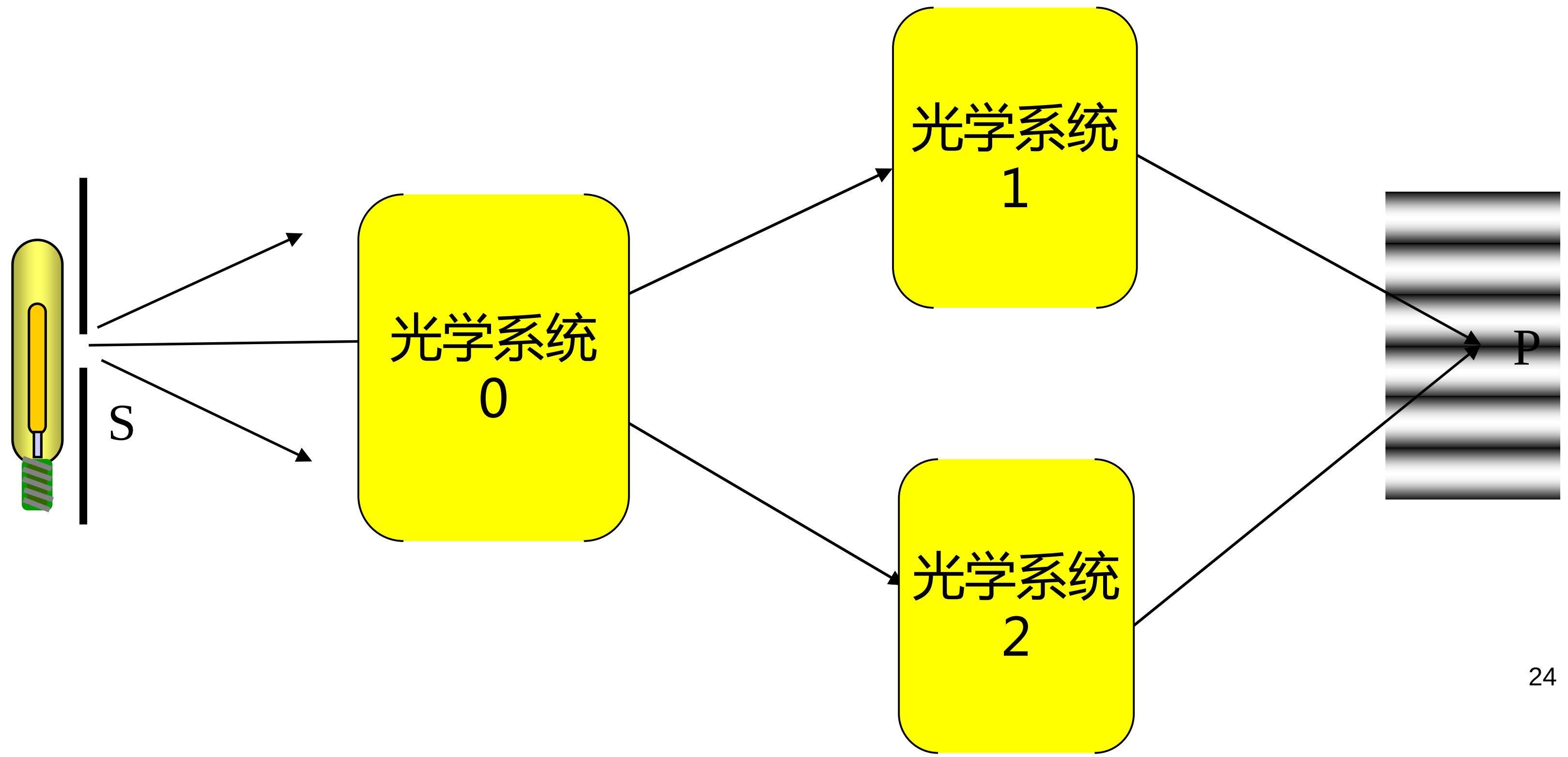
$$=-\frac{2\pi}{\lambda}\left[L_{S01P}-L_{S02P}\right]$$

$\boxed{\text{与初始相位无关，对时间稳定。}}$

能否利用普通光源获得相干光?

$$I(P)=I_1(P)+I_2(P)+2\sqrt{I_1 I_2}\langle\cos\delta(P)\rangle$$

$$I(P)=I_1(P)+I_2(P)+2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta(P)$$



干涉的结果：干涉场光强分布

双光束干涉 $I(P)=I_1(P)+I_2(P)+2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta(P)$

关键：双（多）光束干涉中的 “δ(P)”

- 光波的叠加原理，观察屏上的波前函数为：

$$\tilde{U}(x,y)=\tilde{U}_1(x,y)+\tilde{U}_2(x,y)+\bullet\bullet\bullet$$

- 观察屏上光强分布：

$$I(x,y)=\tilde{U}(x,y)\cdot\tilde{U}^*(x,y)$$

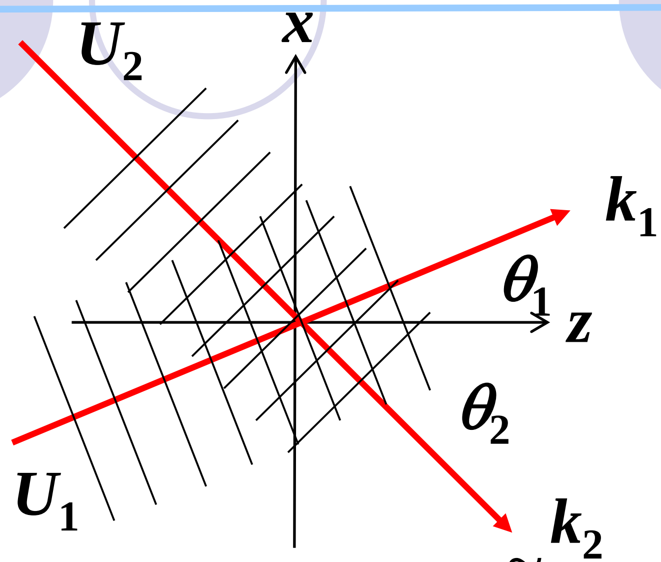
$$=\left(\tilde{U}_1(x,y)+\tilde{U}_2(x,y)+\bullet\bullet\bullet\right)\cdot\left(\tilde{U}_1(x,y)+\tilde{U}_2(x,y)+\bullet\bullet\bullet\right)^*$$

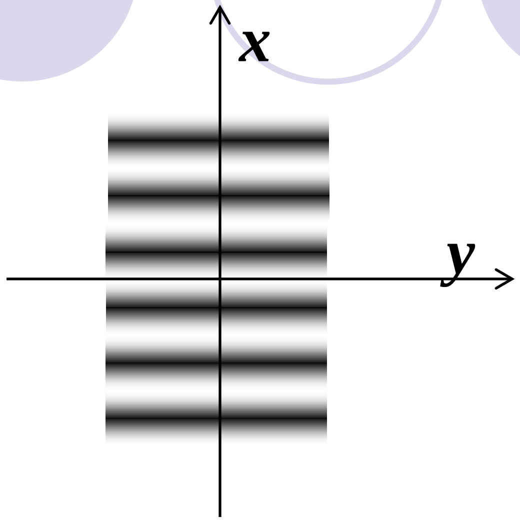
- 几种常用波前函数：

$$\tilde{U}(x,y)=Ae^{i(k_x\cdot x+k_y\cdot y)}\qquad \tilde{U}(x,y)\approx\frac{A}{z_0}e^{ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}}\cdot e^{-ik\frac{xx_0+yy_0}{z_0}}$$

$$\tilde{U}(x,y)\approx\frac{A}{z_0}e^{-ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}}\cdot e^{ik\frac{xx_0+yy_0}{z_0}}$$

平行光干涉





$$\tilde{U}_1(x,y) = A_1 e^{i(k\sin\theta_1 \cdot x - \phi_{10})} \qquad \tilde{U}_2(x,y) = A_2 e^{i(-k\sin\theta_2 \cdot x - \phi_{20})}$$

$$I(x,y) = (\tilde{U}_1 + \tilde{U}_2)\cdot(\tilde{U}_1 + \tilde{U}_2)^*$$

$$= \tilde{U}_1 \cdot \tilde{U}_1^* + \tilde{U}_2 \cdot \tilde{U}_2^* + \tilde{U}_1 \cdot \tilde{U}_2^* + \tilde{U}_2 \cdot \tilde{U}_1^*$$

$$= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left[k(\sin\theta_1 + \sin\theta_2)x - (\phi_{10} - \phi_{20})\right]$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta(x,y)$$

平行光干涉

条纹表象：*余弦调制*

表达参数：*条纹间距（空间周期、频率）、衬比度*

A、条纹间距：

$$\Delta\delta = 2\pi, \quad \text{即} \quad k(\sin\theta_1 + \sin\theta_2)\Delta x = 2\pi$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$\Longrightarrow$ 条纹间距公式 $\Delta x = \dfrac{\lambda}{\sin\theta_1 + \sin\theta_2}$

平行光干涉

条纹间距的倒数被定义成空间频率，记为**f**，常用单位**mm^{-1}**

$$f=\frac{1}{\Delta x} \longrightarrow \text{空间频率}$$

两平行光干涉的空间频率：

$$f=\frac{\sin\theta_1+\sin\theta_2}{\lambda}$$

干涉场强度空间分布可以用空间频率改写成：

$$I=I_0\left(1+\gamma\cos(2\pi fx+\phi_0)\right),\qquad I_0=I_1+I_2$$

两种典型的光路获得空间高频和低频

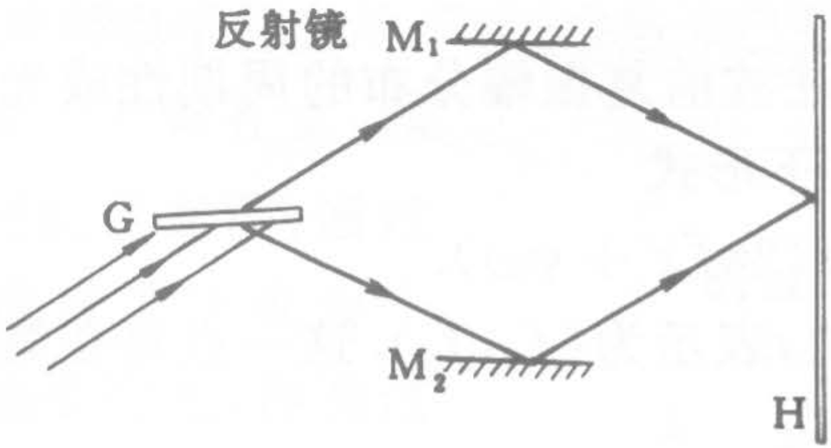


图 2.23　大角度相干以获得高频余弦光栅

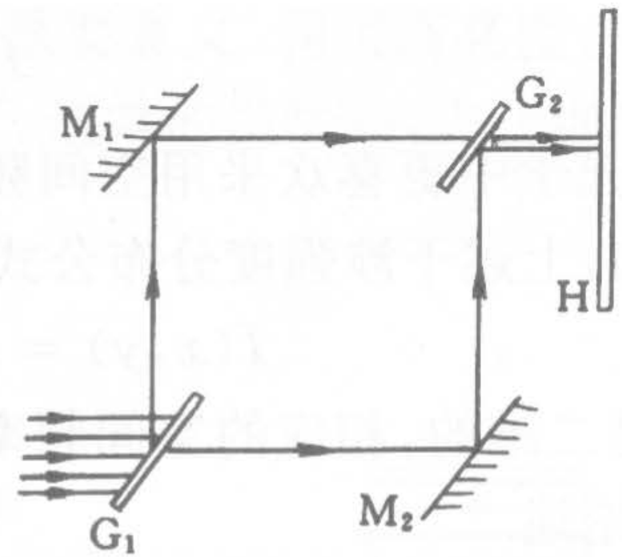


图 2.24　小角度相干以获得低频余弦光栅

平行光干涉

例1、两束相干的平行光，传播方向角$\theta_1=\pi/6$，$\theta_2=\pi/4$，光波长为633nm，求干涉条纹的间距和空间频率？

间距：
$$\Delta x=\frac{\lambda}{\sin\theta_1+\sin\theta_2}=\frac{633nm}{\sin\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{4}}\approx 0.53\mu m$$

空间频率：
$$f=\frac{1}{\Delta x}=\frac{1}{0.53\mu m}\approx 1896mm^{-1}$$

例2、想获得低频$f=20mm^{-1}$，求两平行光的夹角，设光波长为633nm.

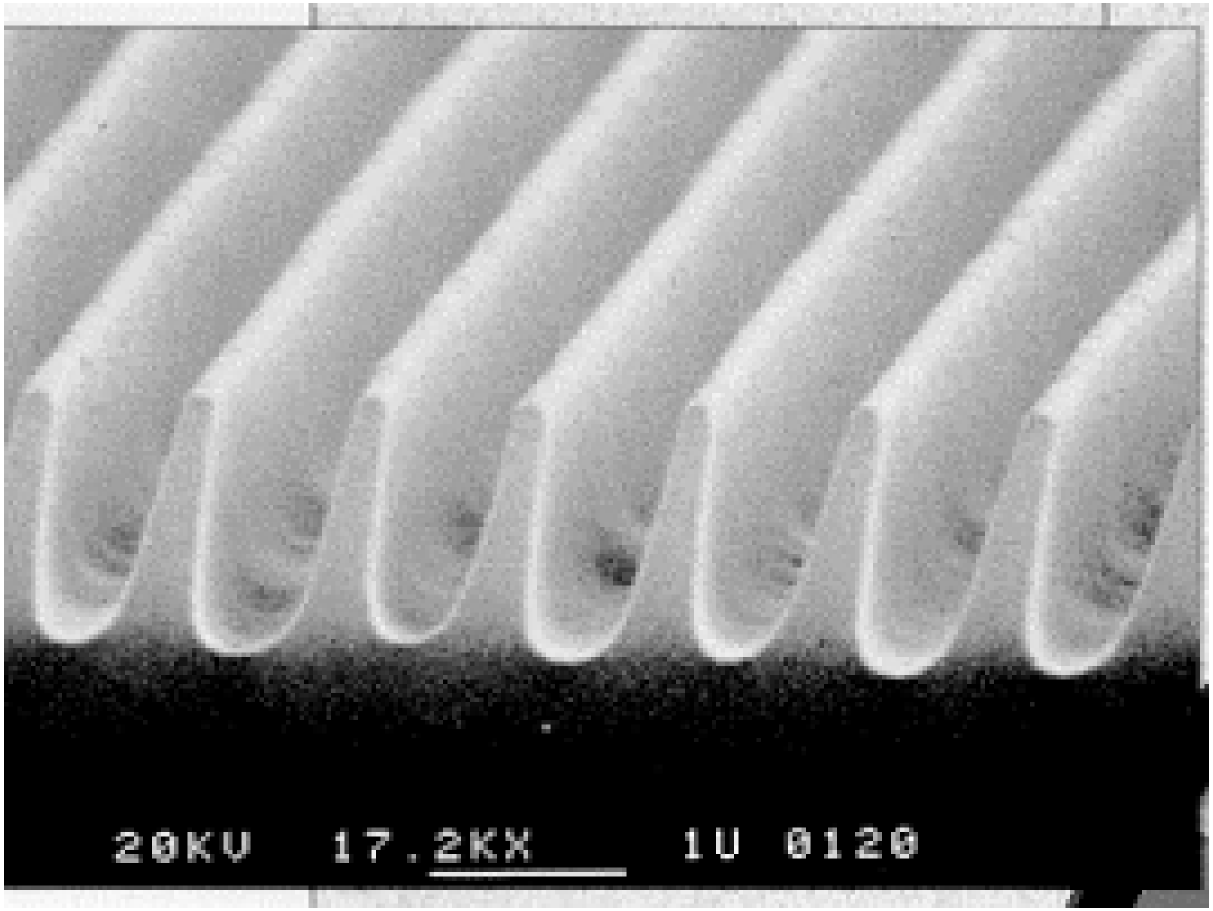
$$f=\frac{\sin\theta_1+\sin\theta_2}{\lambda}\approx\frac{\theta_1+\theta_2}{\lambda}=\frac{\Delta\theta}{\lambda}$$

于是：

$$\Delta\theta\approx f\lambda=20\times 633\frac{nm}{mm}\approx 0.013rad\approx 45'$$

大夹角⇔高空间频率，小夹角⇔低空间频率

平行光干涉



双光束干涉是制备大面积光栅的重要方法。

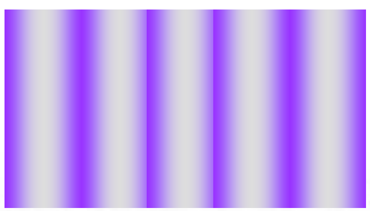
B、衬比度：

双光束干涉强度公式：

$$I(P)=I_1(P)+I_2(P)+2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta(P)$$

极大 $$I_M=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2},\qquad \delta=2k\pi$$

极小 $$I_m=I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2},\qquad \delta=(2k+1)\pi$$



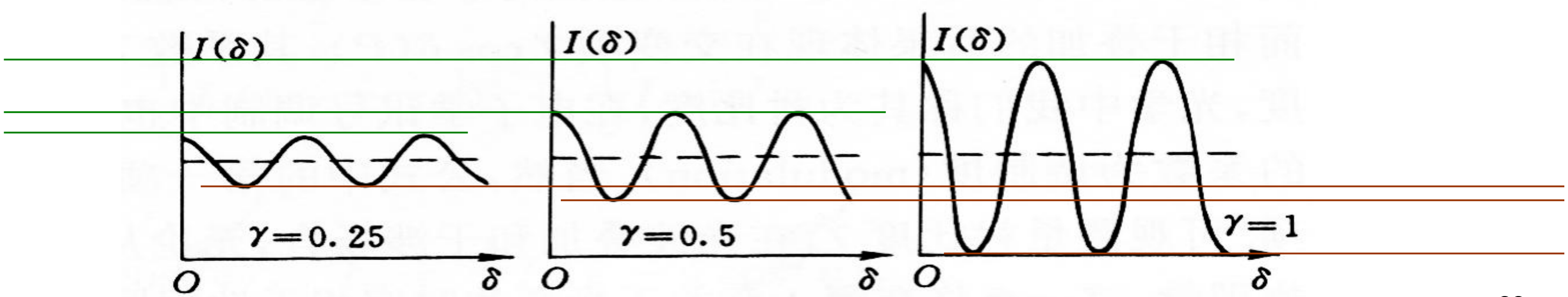


图 2.14 干涉场强度起伏程度由衬比度描述

衬比度：

最大光强

$$\gamma = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$$

最小光强

衬比度的决定因素之一：（双光束）振幅比

$$I(P)=I_1(P)+I_2(P)+2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta(P)$$

双光束干涉强度公式

$$I_M=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2},\qquad \delta=2k\pi$$

$$I_m=I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2},\qquad \delta=(2k+1)\pi$$

$$\boxed{\gamma=\frac{I_M-I_m}{I_M+I_m}}$$

$$\gamma=\frac{2\sqrt{I_1I_2}}{I_1+I_2}\xrightarrow{\boxed{I\propto A^2}}\gamma=\frac{2\dfrac{A_1}{A_2}}{1+\left(\dfrac{A_1}{A_2}\right)^2}$$

或

$$\gamma=\frac{2\dfrac{A_2}{A_1}}{1+\left(\dfrac{A_2}{A_1}\right)^2}$$

衬比度的决定因素之一：（双光束）振幅比

例如：

$$\frac{A_1}{A_2}=1 \quad \to \gamma=1; \qquad \frac{A_1}{A_2}=3 \quad \to \gamma=0.6; \qquad \frac{A_1}{A_2}=10 \quad \to \gamma=0.2$$

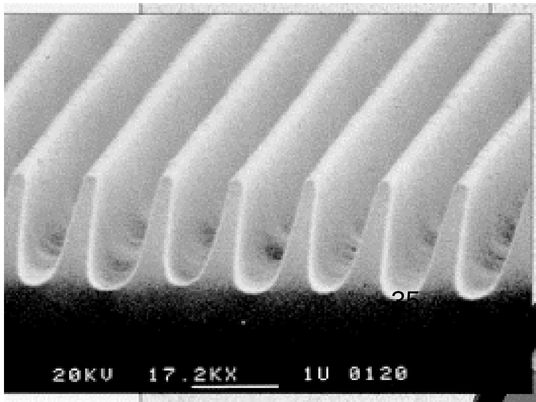
$$0 \le \gamma \le 1$$

双光束干涉强度公式可以写成衬比度的形式：

$$I=I_0\left(1+\gamma\cos\delta(P)\right), \qquad I_0=I_1+I_2$$

结论：实验中要获得高衬比度的干涉图样，需要：

参与相干叠加的两光束，振幅尽量相等



衬比度决定因素之二：偏振

$$I_1 = I_2 = I$$

偏振分析：s、p

$$I_{1s} = I_{2s} = I_{1p} = I_{2p} = \frac{1}{2} I$$

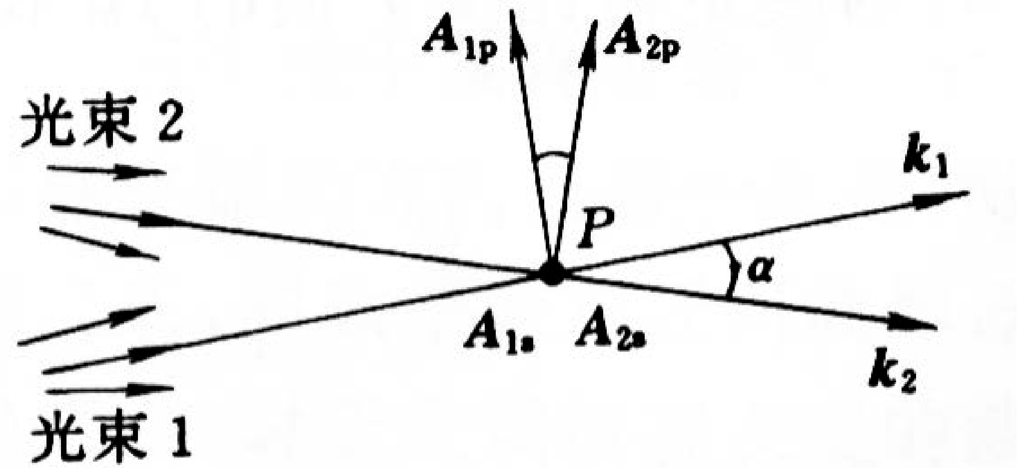


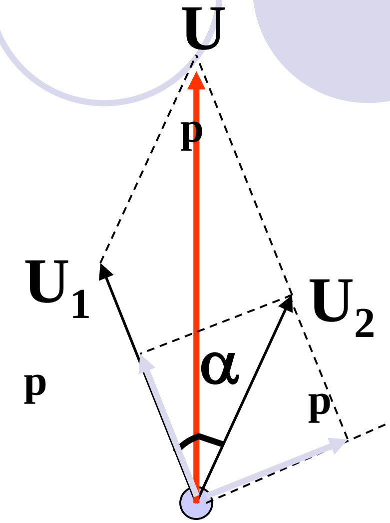
图 2.15　考察自然光干涉的衬比度

s光：

$$I_s(P) = I_{1s}(P) + I_{2s}(P) + 2\sqrt{I_{1s} I_{2s}} \cos\delta(P)$$

$$I_{Ms} = 2I\ , \qquad I_{ms} = 0$$

衬比度决定因素之二：偏振



对p光：

$$U_p{}^2 = U_{1p}{}^2 + U_{2p}{}^2 + 2U_{1p}U_{2p}\cos\alpha$$

$$\left\langle U_p{}^2 \right\rangle = \left\langle U_{1p}{}^2 \right\rangle + \left\langle U_{2p}{}^2 \right\rangle + \left\langle 2U_{1p}U_{2p}\cos\alpha \right\rangle$$

$$I_p = I_{1p} + I_{2p} + 2\sqrt{I_{1p}I_{2p}}\cos\alpha\cdot\cos\delta(P)$$

$$I_{Mp} = I(1+\cos\alpha)\quad,\quad I_{mp} = I(1-\cos\alpha)$$

$$I_M = I_{Ms} + I_{Mp} = I(3+\cos\alpha)$$

$$I_m = I_{ms} + I_{mp} = I(1-\cos\alpha)$$

$$\gamma = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} = \frac{1+\cos\alpha}{2}$$

衬比度决定因素之二：偏振

$$当\alpha = 10^\circ，\quad \gamma \approx 0.99;\quad 当\alpha = 20^\circ，\quad \gamma \approx 0.97;$$

$$当\alpha = 30^\circ，\quad \gamma \approx 0.93;\quad 当\alpha = 60^\circ，\quad \gamma \approx 0.75;$$

在傍轴情况下，$\alpha<20^\circ$是，γ与1接近，可以把自然光干涉看成标量干涉。

更普遍的意义：

双光束之间偏振的相关性：相同偏振方向的分量发生干涉，不同的偏振分量作为背景存在。

普通光源的干涉实验

前面已经讲到：为了消除普通光源随机性所引起的场点相位无规跃变的影响，我们需借助光学系统，将点光源发出的一列光波分解为二，使其经过不同路径后再重新交叠。由于这样得到的两列波来自同一点源，故它们频率相同，位相差稳定，且存在振动方向一致的平行分量，满足相干条件。

使一列波先分解再交叠的方法：

- 分波前法/波阵面分割(Division of wavefront)
- 分振幅法/振幅分割(Division of amplitude)

Division of wavefront: 杨氏干涉，菲涅耳双面镜和双棱镜，比累(Billet)剖开透镜，迈克耳孙测星干涉仪，…

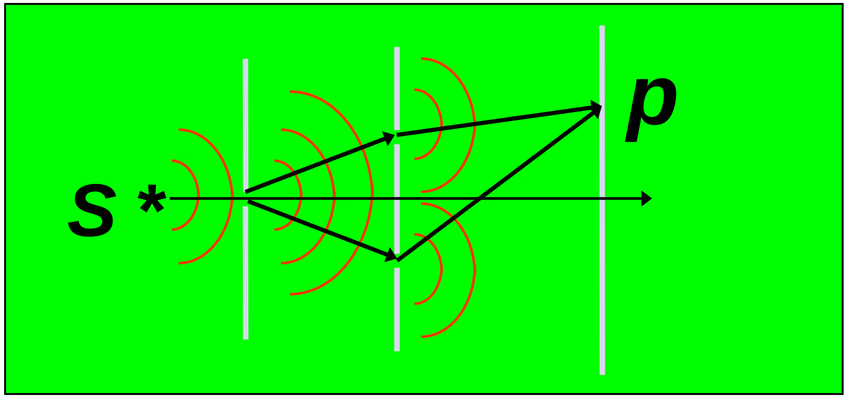
Division of amplitude: 斐索干涉仪，迈克耳孙干涉仪，特怀曼-格林干涉仪雅满(Jamin)干涉仪，马赫-曾德尔干涉仪，…

驻波和多光束干涉

A. 分波前干涉

从同一波面上取不同部分产生次波相干

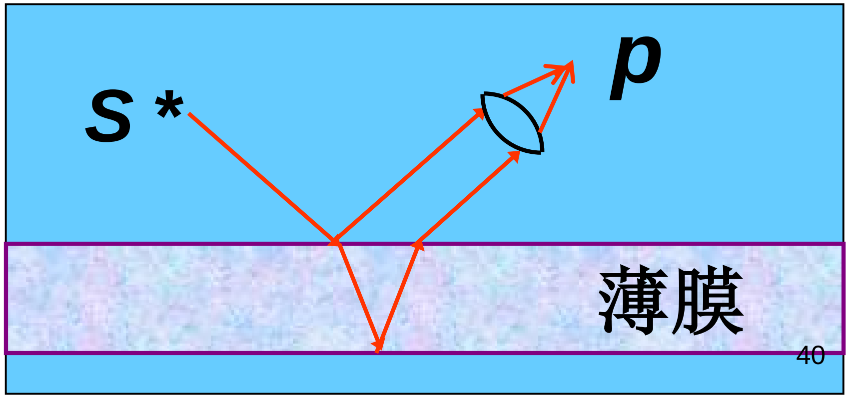
杨氏双孔干涉 ⟹



B. 分振幅干涉

利用介质表面反射和透射将波前振幅分解成两部分

薄膜干涉 ⟹



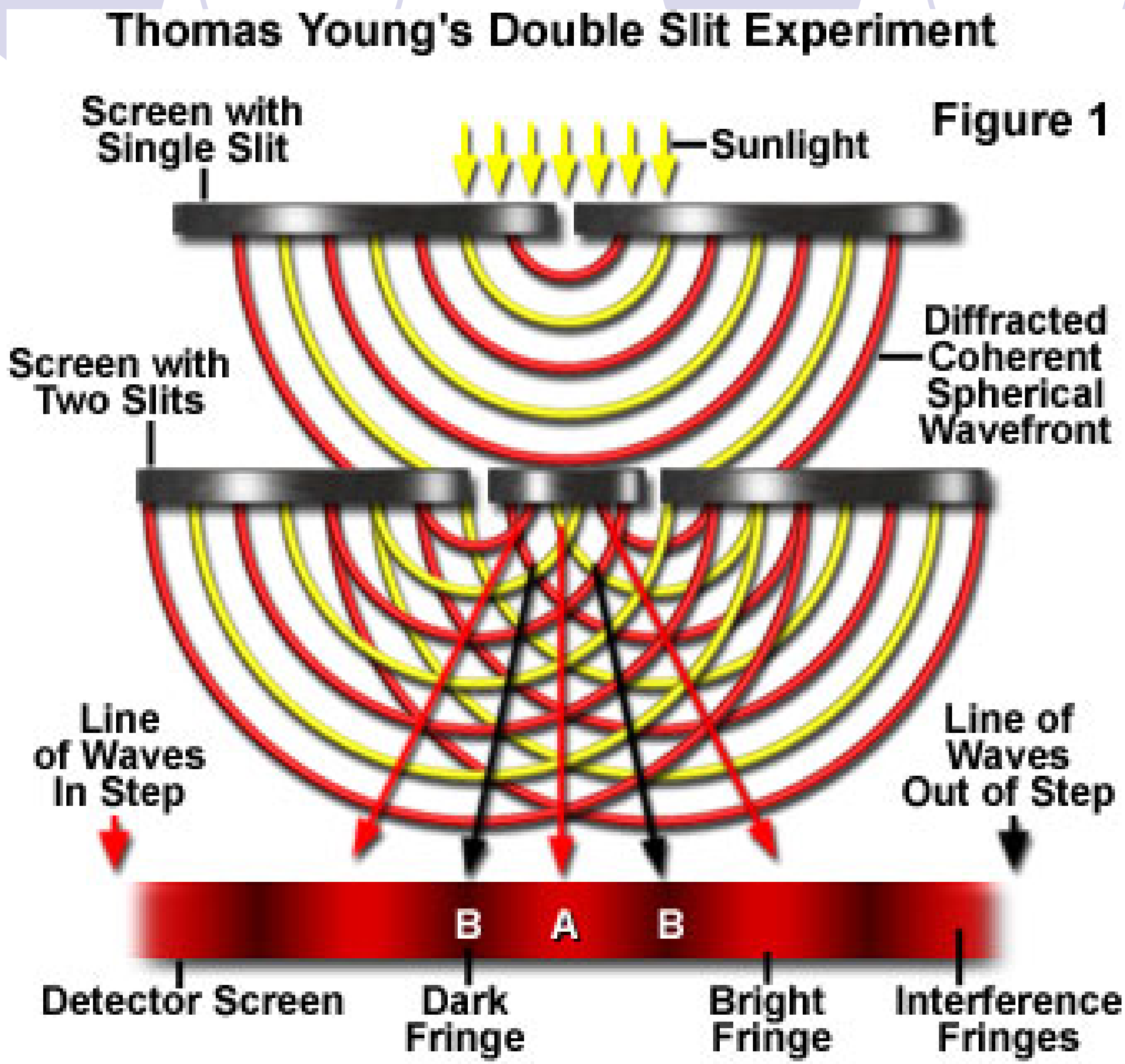
3、Division of wavefront: 杨氏干涉

英国物理学家，考古学家，医生。光的波动说的奠基人之一。1773年6月13日生于米尔费顿，曾在伦敦大学、爱丁堡大学和格丁根大学学习，伦敦皇家学会会员，巴黎科学院院士。1829年5月10日在伦敦逝世。

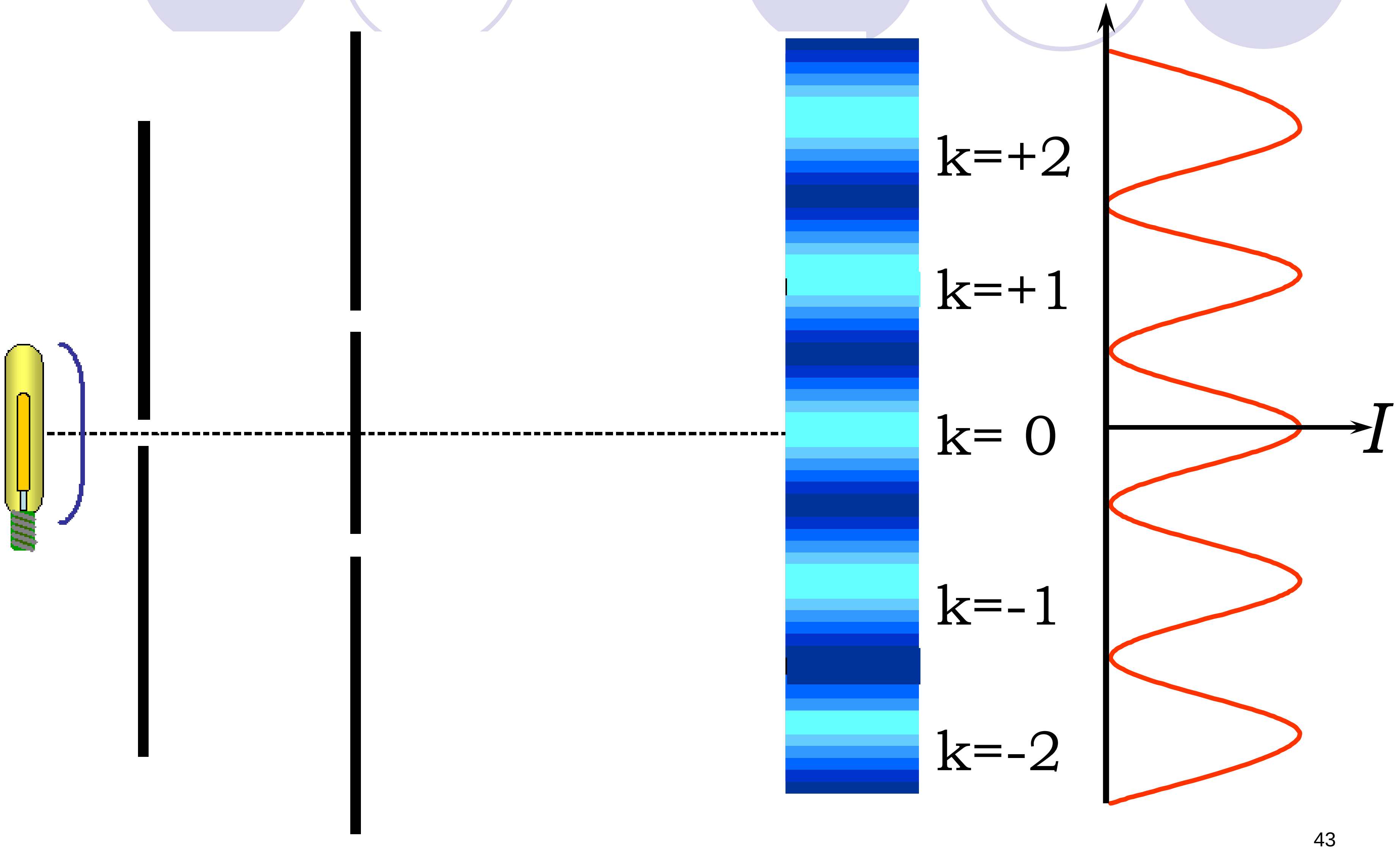
《自然哲学与机械工艺课程》(1807年)
《医学文献介绍及实用疾病分类学》(1813)
《拉普拉斯天体力学原理阐明》(1821)
《声和光的实验和探索纲要》(1801)

1793年写了第一篇关于视觉的论文，发现了眼睛中晶状体的聚焦作用，他成为皇家学会会员。1801年发现眼睛散光的原因，由此进入光学的研究领域。
杨爱好乐器，几乎能演奏当时的所有乐器，这种才能与他对声振动的深入研究是分不开的。光会不会也和声音一样，是一种波？杨做了著名的杨氏干涉实验，为光的波动说奠定了基础。
这个理论在当时并没有受到应有的重视，还被权威们讥为“荒唐”和“不合逻辑”，这个自牛顿以来在物理光学上最重要的研究成果，就这样被缺乏科学讨论气氛的守旧的舆论压制了近20年。杨并没有向权威低头，而是为此撰写了一篇论文，不过论文无处发表，只好印成小册子，据说发行后“只印出了一本”。杨在论文中勇敢地反击：“尽管我仰慕牛顿的大名，但是我并不因此而认为他是万无一失的。我遗憾地看到，他也会弄错，而他的权威有时甚至可能阻碍科学的进步。”
他不仅在物理学领域领袖群英、名享世界，而且涉猎甚广，光波学、声波学、流体动力学、造船工程、潮汐理论、毛细作用、用摆测量引力、虹的理论……力学、数学、光学、声学、语言学、动物学、埃及学……他对艺术还颇有兴趣，热爱美术，几乎会演奏当时的所有乐器，并且会制造天文器材，还研究了保险经济问题。而且托马斯·杨擅长骑马，并且会要杂技走钢丝。

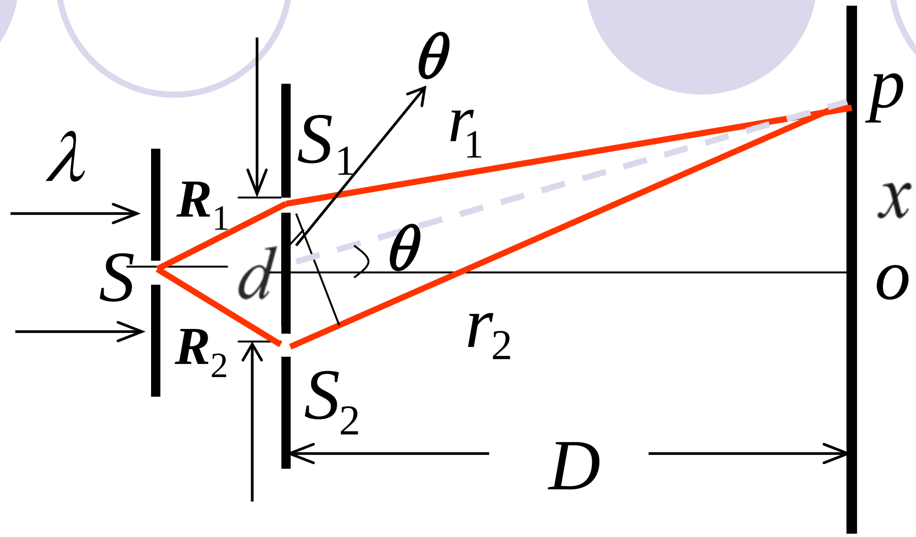
3、Division of wavefront: 杨氏干涉



3、Division of wavefront: 杨氏干涉



3、Division of wavefront: 杨氏干涉



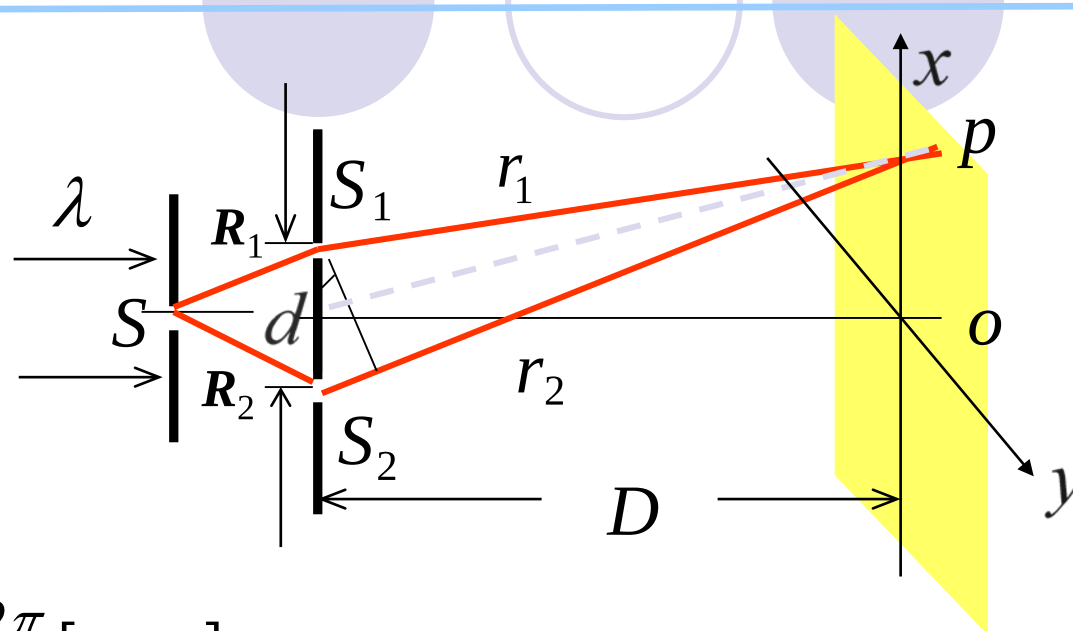
$$I(P)=I_1(P)+I_2(P)+2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta(P)$$

$$\delta=\frac{2\pi}{\lambda}\left[(R_2+r_2)-(R_1+r_1)\right]$$

r_1-r_2相同的点，干涉情况相同。数学证明：r_1-r_2=constant的点的轨迹是以两点光源为焦点的回旋双曲面。

3、Division of wavefront: 杨氏干涉

屏上p点



对称装置，$R_1 = R_2$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}[(R_2 + r_2) - (R_1 + r_1)] = \frac{2\pi}{\lambda}[r_2 - r_1]$$

$$r_1 = \sqrt{D^2 + (x - \frac{1}{2}d)^2 + y^2}$$

$$r_2 = \sqrt{D^2 + (x + \frac{1}{2}d)^2 + y^2}$$

$d, x, y << D$

$$r_2 - r_1 \approx \frac{d}{D}x$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{d}{D}x$$

3、Division of wavefront: 杨氏干涉

$$I(P)=I_1(P)+I_2(P)+2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta(P) \qquad \delta=\frac{2\pi d}{\lambda D}x$$

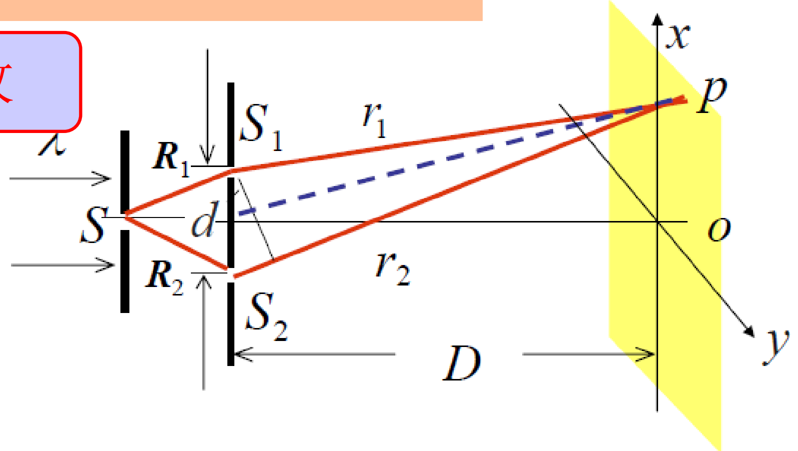
If $\delta=2k\pi$, 干涉相长

$k=0$，零级亮纹

产生亮条纹 @ $x=(D/d)k\lambda$

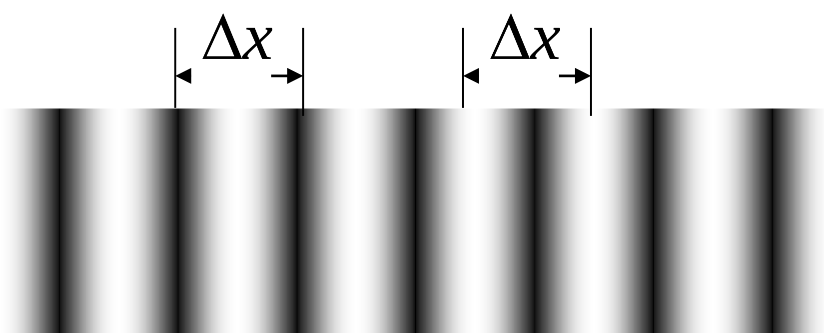
If $\delta=(2k+1)\pi$, 干涉相消

形成暗条纹 @ $x=(D/d)(k+1/2)\lambda$



这样，紧靠o点附近的干涉图样由一系列亮带和暗带组成，称为**干涉条纹**。它们是等距的，其走向与两光源连线S_1S_2垂直。

条纹间距Δx= $(D/d)\lambda$定义为相邻两条亮纹或者暗纹之间的距离



例题： 杨氏干涉装置中，双孔间距d=0.233mm，屏幕到小孔的距离D=100cm，单色光照明，测得条纹间距Δx=2.53mm, 求单色光波长。

$$\Delta x \equiv \frac{D}{d}\lambda$$

$$\Downarrow$$

$$\lambda = \frac{d}{D}\Delta x$$

$$= \frac{0.0233}{100} \times 0.253\text{cm}$$

$$= 5.89 \times 10^{-5}\text{cm}$$

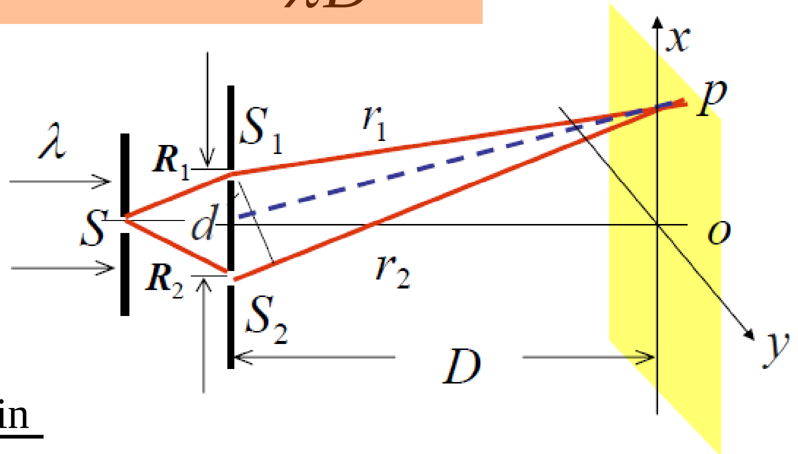
$$= 589\text{nm}$$

3、Division of wavefront: 杨氏干涉

$$I(P)=I_1(P)+I_2(P)+2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta(P) \qquad \delta=\frac{2\pi d}{\lambda D}x$$

$$I_{\max}=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}$$

$$I_{\min}=I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2}$$



条纹可见度(衬比度)：$\gamma=\dfrac{I_{\max}-I_{\min}}{I_{\max}+I_{\min}}$

$$\gamma=\frac{2\sqrt{I_1I_2}}{I_1+I_2}\xrightarrow{\boxed{I\propto A^2}}\gamma=\frac{2\dfrac{A_1}{A_2}}{1+\left(\dfrac{A_1}{A_2}\right)^2} \quad \text{或} \quad \gamma=\frac{2\dfrac{A_2}{A_1}}{1+\left(\dfrac{A_2}{A_1}\right)^2}$$

需要指出的是，该式中的振幅是参与相干叠加的振幅，也即振动方向一致的那两个振幅分量之比值。相互垂直的振幅分量不参与干涉。

3、Division of wavefront: 杨氏干涉

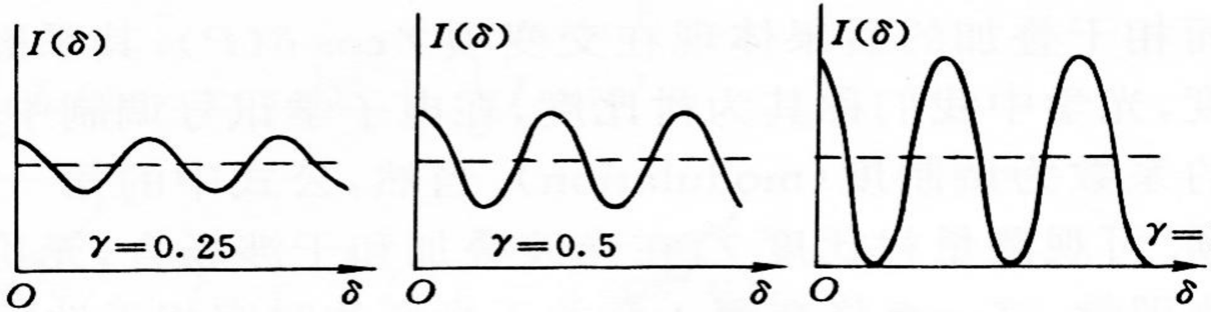


图 2. 14　干涉场强度起伏程度由衬比度描述

If $I_1=I_2=I_0$, $\gamma=1$

$$I = 2I_0(1+\cos\delta) = 4I_0\cos^2(\frac{\delta}{2}) = 4I_0\cos^2(\frac{\pi d}{\lambda D}x)$$

余弦变化

3、Division of wavefront: 杨氏干涉

$$\frac{A_1}{A_2}=1\rightarrow\gamma=1$$

$$\frac{A_1}{A_2}=3\rightarrow\gamma=0.6$$

$$0\le\gamma\le1$$

$$\frac{A_1}{A_2}=10\rightarrow\gamma=0.2$$

双光束干涉强度公式可以写成衬比度的形式：

$$I=I_0(1+\gamma\cos\delta(P)),\qquad I_0=I_1+I_2$$

结论：实验中要获得高衬比度的干涉图样，需要：

参与相干叠加的两光束，振幅尽量相等

3、Division of wavefront: 杨氏干涉

衬比度的决定因素之一：（双光束）振幅比

衬比度的决定因素之二：偏振

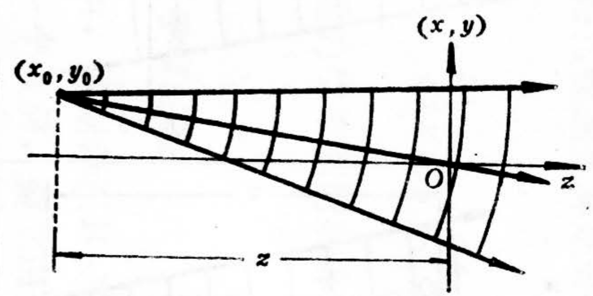
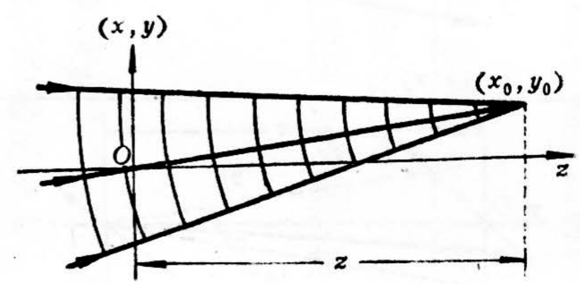
思考题

3、Division of wavefront: 杨氏干涉

前面处理干涉问题的主要手段是求解光程差，下面我们用波前函数处理干涉，更简单明了。

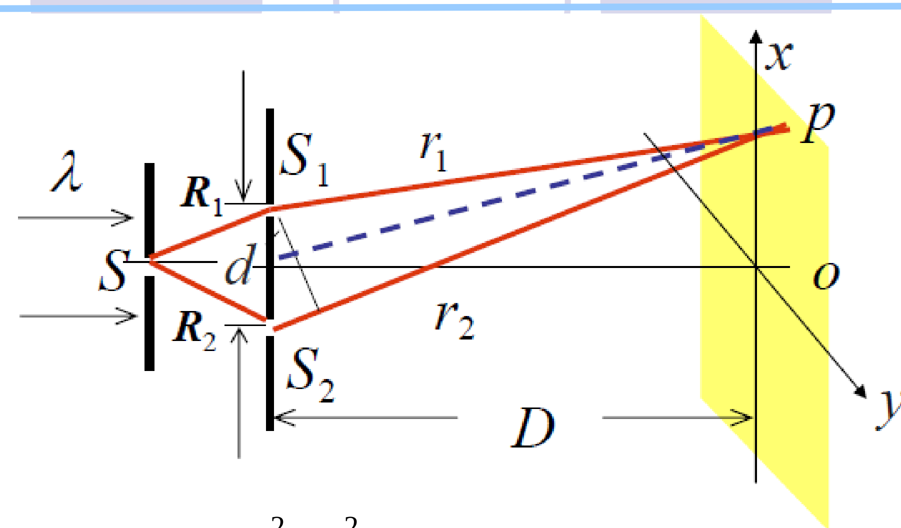
干涉条纹分析方法二：波前函数分析法

复习第二章内容：

波的类型	特征	相因子	图解
(4) 发散球面波	中心在轴外 坐标 $(x_0, y_0, -z)$	$\exp\left[ik\left(\frac{x^2+y^2}{2z} - \frac{xx_0+yy_0}{z}\right)\right]$	
(5) 会聚球面波	中心在轴外 坐标 (x_0, y_0, z)	$\exp\left[-ik\left(\frac{x^2+y^2}{2z} - \frac{xx_0+yy_0}{z}\right)\right]$	

3、Division of wavefront: 杨氏干涉

波前函数分析法



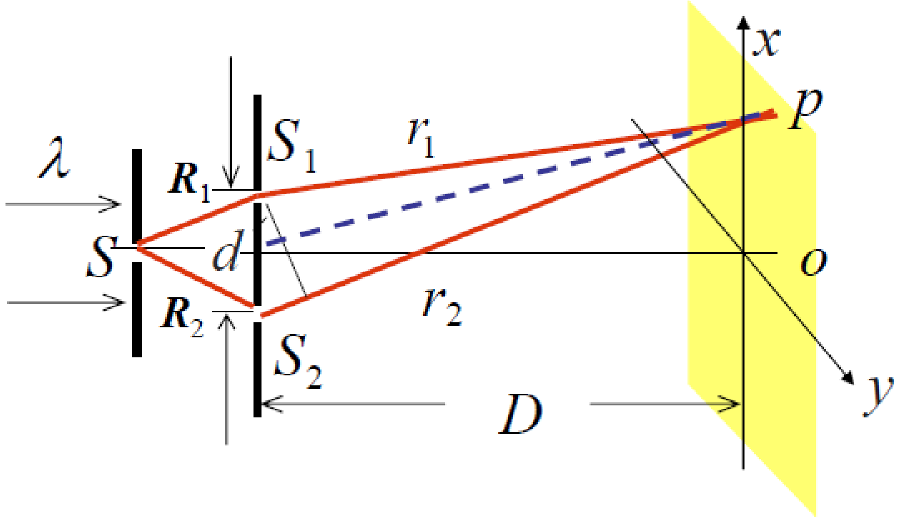
$$\tilde{U}_{1或2}(x,y)=\frac{A_{1或2}}{D}e^{ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}}\cdot e^{-ik\frac{xx_0+yy_0}{z_0}}=Ae^{ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}}\cdot e^{-ik\frac{xx_0+yy_0}{z_0}}$$

$$\tilde{U}_1,\quad x_0=\frac{d}{2},y_0=0,z_0=D \qquad \tilde{U}_2,\quad x_0=-\frac{d}{2},y_0=0,z_0=D$$

$$\tilde{U}=\tilde{U}_1+\tilde{U}_2$$

3、Division of wavefront: 杨氏干涉

波前函数分析法



$$I(x,y) = (\tilde{U}_1 + \tilde{U}_2)\cdot(\tilde{U}_1 + \tilde{U}_2)^*$$

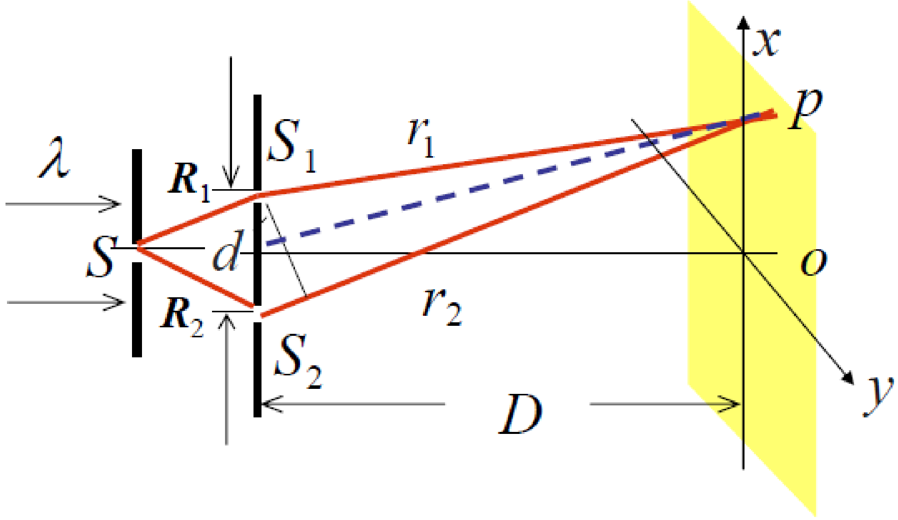
$$= \tilde{U}_1\cdot\tilde{U}_1^* + \tilde{U}_2\cdot\tilde{U}_2^* + \tilde{U}_1\cdot\tilde{U}_2^* + \tilde{U}_2\cdot\tilde{U}_1^*$$

$$= 2A^2 + 2A^2\cos\left[k\frac{d}{D}x\right]$$

$$= 2I_0\left[1+\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda D}x\right)\right]$$

3、Division of wavefront: 杨氏干涉

时间尺度问题



- 接收者或探测器的时间响应;
- 干涉项中场点相位差的时间稳定，包括两此光源的相位稳定和传播过程中的相位稳定;
- 观测时间;
- 光扰动周期.

如何才能观测到稳定的杨氏干涉现象？

◑ 关于杨氏干涉的进一步说明：

1、非单一波长照明—如白光照明

条纹间距：$\Delta x = \dfrac{D}{d}\lambda$

波长越长，条纹间距越大，但是零级亮纹的位置相同。

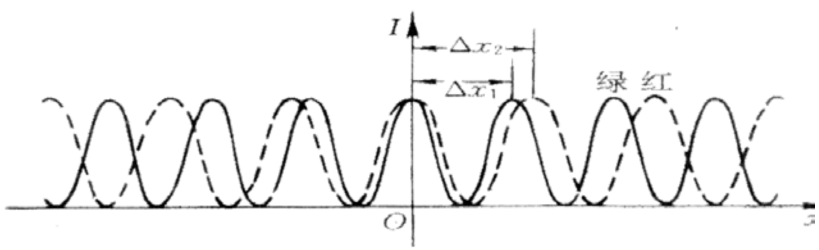


图 2-5　不同色光形成的干涉条纹

◑ 关于杨氏干涉的进一步说明：

1、非单一波长照明—如白光照明

例题： 蓝绿光为杨氏干涉实验的光源，波长范围Δλ=100nm，中心波长λ=490nm，估算第几级开始条纹变得无法辨认？

长波长：$\lambda+\dfrac{1}{2}\Delta\lambda$　　　短波长：$\lambda-\dfrac{1}{2}\Delta\lambda$

当长波长的k级亮条纹和短波长的k+1级亮条纹重合，条纹无法辨认，所以：

$$k\Delta x_{长} = (k+1)\Delta x_{短}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$k\frac{D}{d}(\lambda+\frac{1}{2}\Delta\lambda) = (k+1)\frac{D}{d}(\lambda-\frac{1}{2}\Delta\lambda)$$

于是：$$k\Delta\lambda = \lambda-\frac{\Delta\lambda}{2}$$

代入数值：$$k=\frac{440}{100}=4.4$$

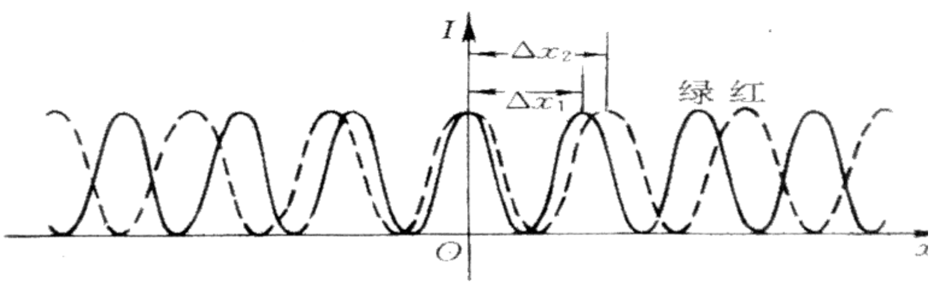


图 2-5　不同色光形成的干涉条纹

结论：从第四级开始条纹变得不可分辨。

◑ 关于杨氏干涉的进一步说明：

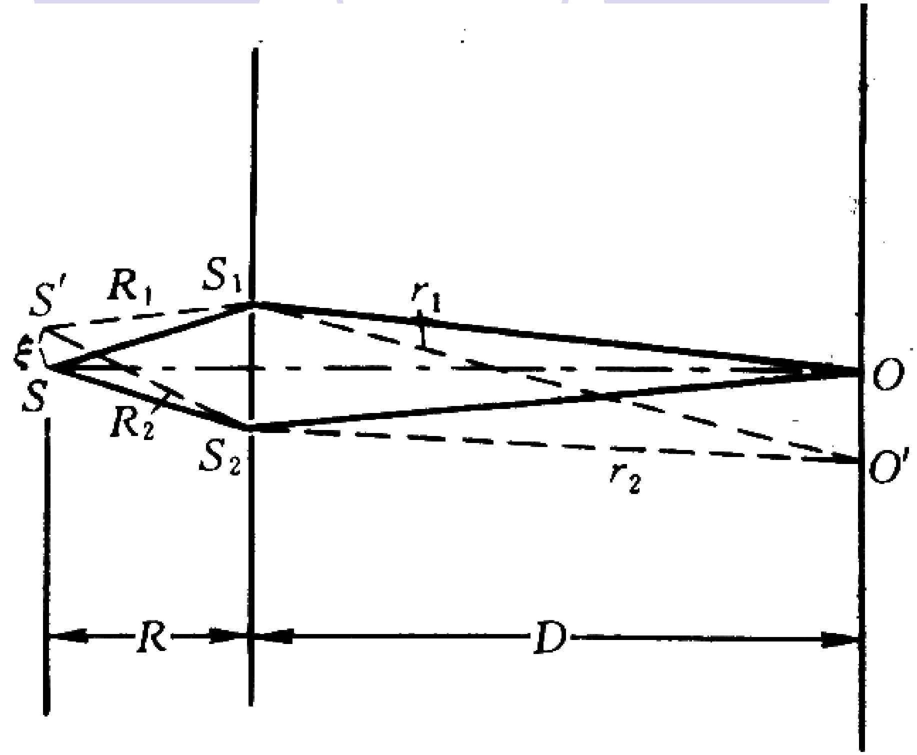
2、光源不在对称轴上

$$r_1 = \sqrt{D^2 + (x - \frac{1}{2}d)^2}$$

$$r_2 = \sqrt{D^2 + (x + \frac{1}{2}d)^2}$$

$$R_1 = \sqrt{R^2 + (\xi - \frac{1}{2}d)^2}$$

$$R_2 = \sqrt{R^2 + (\xi + \frac{1}{2}d)^2}$$



$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\left[(R_2 + r_2) - (R_1 + r_1)\right] \xrightarrow{\xi, d, x << D, R} \delta \approx \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{d}{R}\xi + \frac{d}{D}x\right)$$

◑ 关于杨氏干涉的进一步说明：

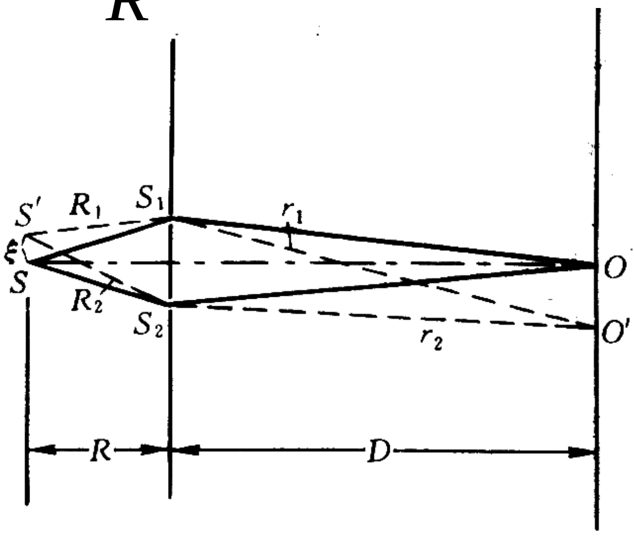
2、光源不在对称轴上

$$\delta \approx \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{d}{R}\xi + \frac{d}{D}x\right)$$

A、零级亮纹的位置：

$$\delta = 0 \longrightarrow \frac{d}{R}\xi + \frac{d}{D}x_0 = 0 \longrightarrow x_0 = -\frac{D}{R}\xi$$

零级亮条纹沿ξ的反方向移动了 $(D/R)\xi$



B、条纹间距：

$$\frac{d}{R}\xi + \frac{d}{D}x_k = k\lambda \rightarrow x_k = \frac{D}{d}k\lambda - \frac{D}{R}\xi$$

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{D}{d}\lambda$$ 条纹间距不变。

C、干涉强度分布 （设 $I_1 = I_2 = I_0$）

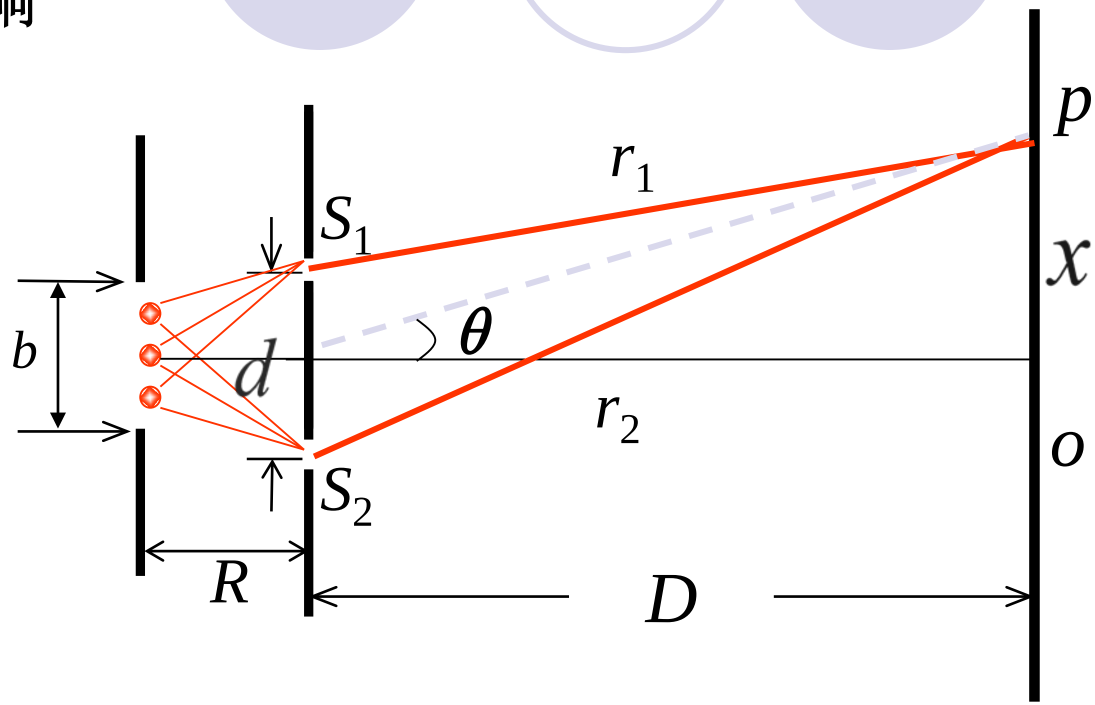
对称时的强度分布： $I = 2I_0(1+\cos\delta) = 4I_0\cos^2(\frac{\delta}{2}) = 4I_0\cos^2(\frac{\pi d}{\lambda D}x)$

不对称时的强度分布： $I = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda D}(x + \frac{D}{R}\xi)\right)$

◑ 关于杨氏干涉的进一步说明：

3、光源宽度对干涉条纹的影响

光源宽度为b，非相干、均匀。总的干涉场为各个点源的干涉场的非相干叠加。



$$dI_1(\xi) = dI_2(\xi) = \frac{I_0}{b} d\xi$$

$$dI(x) = 4\frac{I_0}{b} d\xi \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda D}(x + \frac{D}{R}\xi)\right)$$

$$I(x) = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dI(\xi) = 4\frac{I_0}{b}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda D}(x + \frac{D}{R}\xi)\right) d\xi$$

$$= 2I_0\left(1 + \frac{\lambda R}{\pi db}\sin(\boxed{\frac{\pi db}{\lambda R}})\cos(\frac{2\pi d}{\lambda D}x)\right)$$

u

$$\Rightarrow I(x) = 2I_0\left(1 + \frac{1}{u}\sin u \cdot \cos(\frac{2\pi d}{\lambda D}x)\right)$$

◑ 关于杨氏干涉的进一步说明：

3、光源宽度对干涉条纹的影响

衬比度： $I_M = 2I_0\left(1+\left|\frac{1}{u}\sin u\right|\right)$ $I_m = 2I_0\left(1-\left|\frac{1}{u}\sin u\right|\right)$

$$\gamma = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} = \left|\frac{\sin u}{u}\right|$$

光源极限宽度： 第一次衬比度降为零的光源宽度为光源的<u>极限宽度</u>。

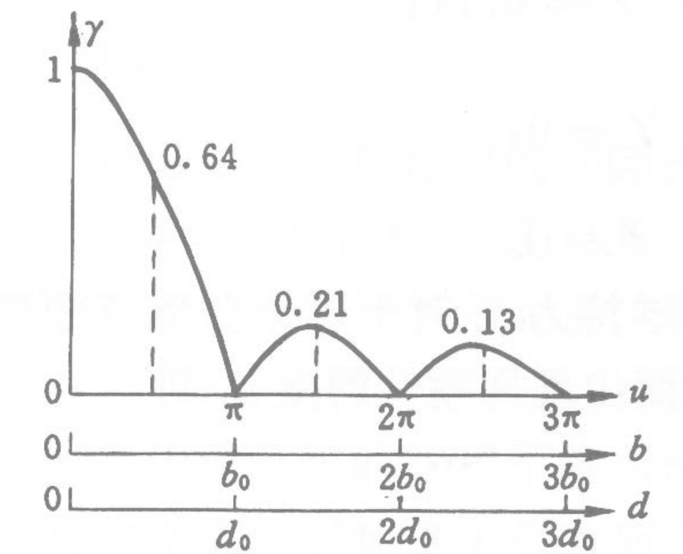


图 4.11 线光源照明时的衬比度曲线

$$\frac{\pi d}{\lambda R} b_0 = \pi \quad \Rightarrow \quad b_0 = \lambda R \frac{1}{d}$$

◑ 关于杨氏干涉的进一步说明：

3、光源宽度对干涉条纹的影响

$$\frac{\pi d}{\lambda R} b_0 = \pi \quad \Rightarrow \quad b_0 = \lambda R \frac{1}{d}$$

◑ 关于杨氏干涉的进一步说明：

3、光源宽度对干涉条纹的影响

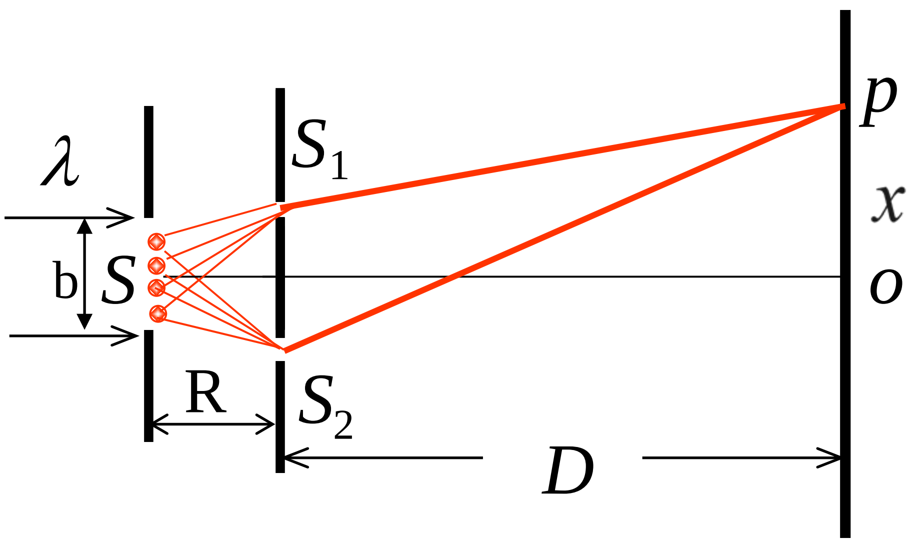
引申：如果b确定，能够干涉的S_1和S_2的距离也有个极限值。

$$\frac{\pi b}{\lambda R} d_0 = \pi \quad \Rightarrow \quad d_0 = \lambda R \frac{1}{b}$$

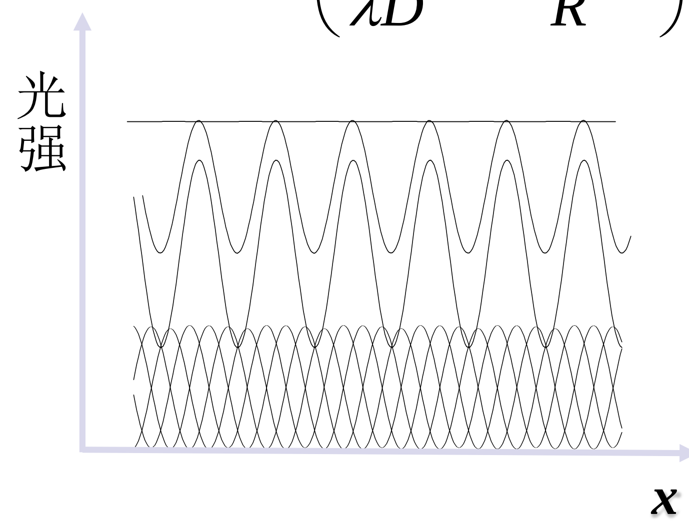
◑ 关于杨氏干涉的进一步说明：

3、光源宽度对干涉条纹的影响

对于光源极限宽度的直观解释



$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda D}\left(x - \frac{D}{R}\xi\right)\right)$$



$$b < \lambda R \frac{1}{d}$$

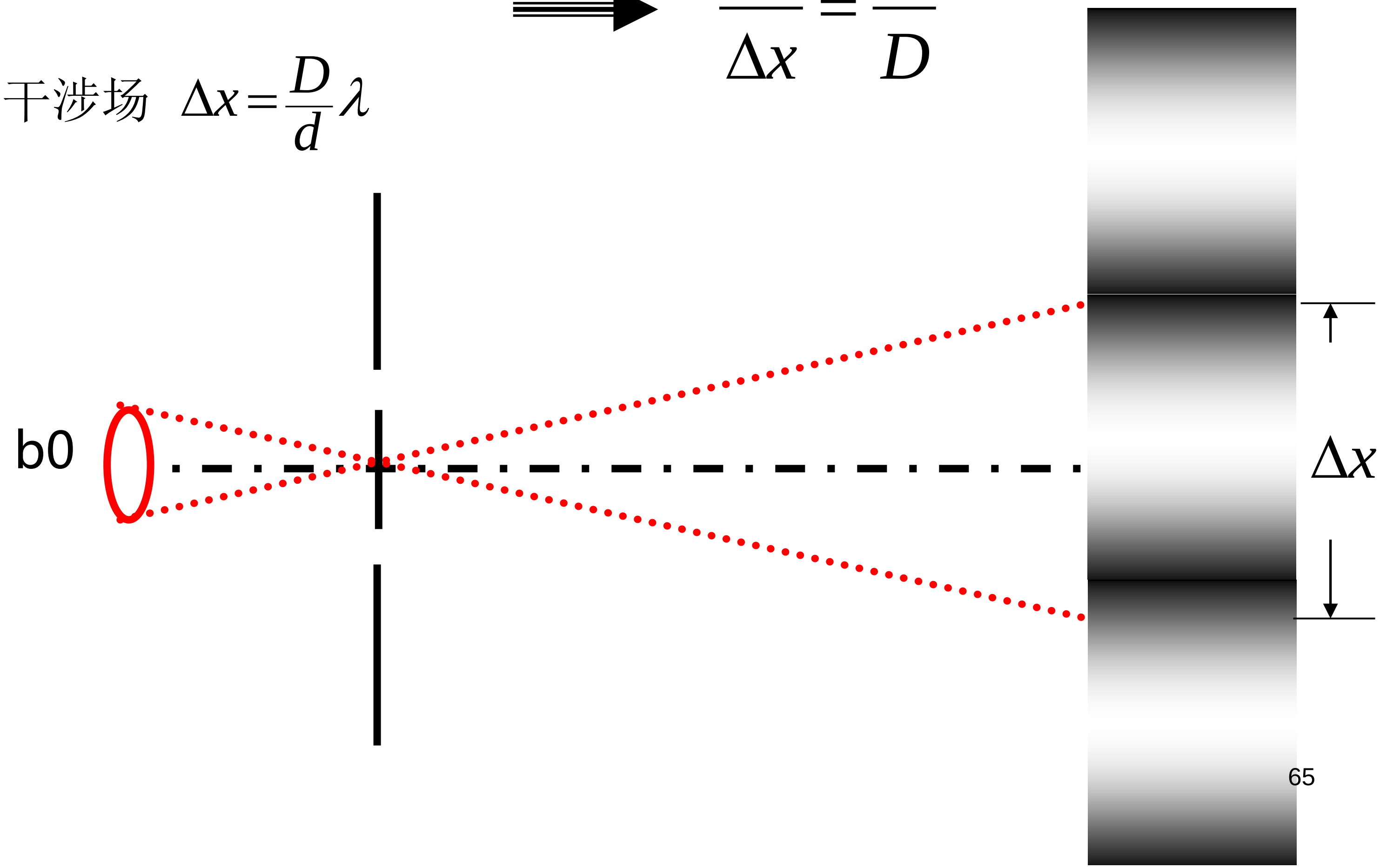
◑ 关于杨氏干涉的进一步说明：

3、光源宽度对干涉条纹的影响

光源 $b_0 = \lambda R \dfrac{1}{d}$

干涉场 $\Delta x = \dfrac{D}{d}\lambda$

$$\Longrightarrow \quad \frac{b_0}{\Delta x} = \frac{R}{D}$$



例题1：设R=40cm，d=1mm，λ=600nm，求光源的极限宽度？

$$b_0 = \lambda R \frac{1}{d} = \frac{400 \times 0.6 \times 10^{-3}}{1} mm = 0.24mm$$

光源宽度b限定为1.2mm，求双孔极限间距d_0？

$$d_0 = \lambda R \frac{1}{b} = \frac{400 \times 0.6 \times 10^{-3}}{1.2} mm = 0.20mm$$

例题2：一杨氏干涉装置以太阳为光源，当双缝的距离增大到59μm时，干涉条纹消失。光的有效波长为550nm，太阳到地球的距离R=1.5×10⁸km。求太阳对地球的视角和太阳的直径？

太阳直径：$$b_0 = \lambda R \frac{1}{d} = \frac{1.5 \times 10^8 km \times 550nm}{59 \mu m} = 1.4 \times 10^6 km$$

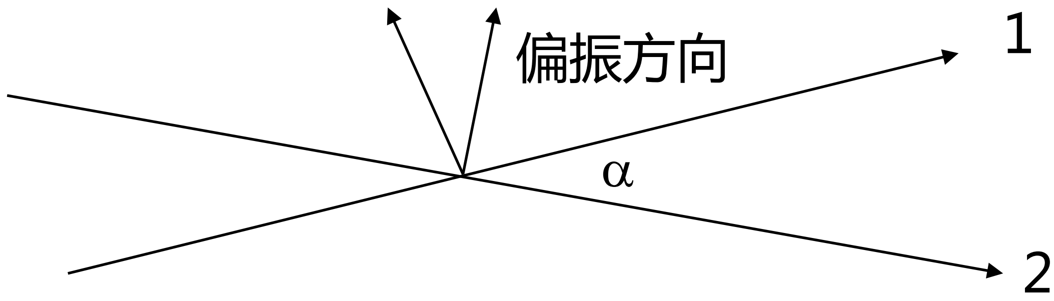
太阳对地球的视角：$$\varphi = \frac{b_0}{R} = 0.0093rad$$

杨氏干涉实验意义：

1. 利用分波前法实现<u>普通光源照明下的光波干涉</u>，各种分波前干涉装置均可归结成杨氏双孔干涉模式。
2. 证实了惠更斯原理中提出的<u>次波</u>的存在，并证明了波前上各次波源的相干性，为光波衍射理论形成了思想基础。
3. 以杨氏双空干涉模型为基础展开对光场的<u>空间相干性</u>、<u>光学全息术</u>等等问题的讨论。

作业：

1. 求干涉的衬比度随两相干光束夹角α的变化：两束光为p偏振，光强 $I_1 = mI_2$



2.三束等光强、偏振方向相同、相干平行光，如下图所示，求屏幕H上的光强分布。