

## Travail d'étude et de Recherche

### Compte rendu du semestre 7

---

# Modélisation à partir d'images 2D du comportement mécanique de composites : étude à l'échelle des torons.

---

**Participants :** Anass Aboufadel, Iñaki Arrossagaray, Simon Francheo, Julien Léger,  
Jacques Nithart

Année Universitaire 2025 - 2026

**Encadrants :** Olivier Caty, Kévin Santugini

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Matériaux composites</b>	<b>2</b>
1.1	Définition . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Élasticité linéaire</b>	<b>2</b>
2.1	Loi de Hook . . . . .	2
2.2	Hypothèse d'un matériau isotrope. . . . .	3
2.3	Changement d'échelle . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Identification du matériau et de ses propriétés</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Méthodes d'homogénéisation</b>	<b>4</b>
4.1	Introduction . . . . .	4
4.2	Méthodes d'homogénéisation analytique . . . . .	4
4.2.1	Hypothèse simplificatrice : matériaux isotropes . . . . .	4
4.2.2	Loi des mélanges (règle de Voigt) . . . . .	5
4.2.3	Borne de Reuss . . . . .	5
4.2.4	Modèle d'Halpin-Tsai . . . . .	5
4.3	Homogénéisation numérique . . . . .	6
4.3.1	Principe général . . . . .	6
4.4	Application au composite C/C étudié . . . . .	6
<b>5</b>	<b>Implémentation numérique</b>	<b>7</b>
5.1	Traitement d'image et détection des fibres . . . . .	7
5.2	Génération du maillage . . . . .	8
5.3	Résolution par éléments finis . . . . .	9
5.3.1	Cas test : traction simple . . . . .	10
5.4	Perspectives pour la simulation numérique . . . . .	11

# 1 Matériaux composites

## 1.1 Définition

Un matériau composite est l'assemblage intentionnel d'au moins deux constituants non miscibles à l'échelle microscopique : un renfort (fibres, tissus, particules, nids d'abeilles) et une matrice (phase continue) liés par une interface. L'objectif est d'obtenir des propriétés spécifiques (rigidité/masse, résistance/masse, tenue à l'environnement, fonctions) supérieures à celles de chaque constituant pris isolément.

Rôle des constituants :

- Renfort : porte l'essentiel des efforts (traction/cisaillement) et pilote les propriétés anisotropes via l'orientation et l'architecture .
- Matrice : enrobe et transfère les charges vers le renfort, donne la forme, assure la cohésion, l'étanchéité et la tenue environnementale.
- Interface : zone de contact renfort/matrice ; sa qualité conditionne la résistance au délaminage, la fatigue et la durabilité.

Les matrices se regroupent en trois grandes familles : organiques, céramiques et métalliques dont la nature conditionne la fenêtre de température, la tenue chimique, la masse et la mise en œuvre du composite.

- Composites à matrice organique (CMO) : La matrice est une résine polymère (thermodurcissable ou thermoplastique). Très répandus dans l'industrie grâce à leur faible densité, leurs bons rapports performance/masse et des procédés adaptés à la grande série.
- Composites à matrice céramique (CMC) : La matrice est une céramique , généralement renforcée par des fibres céramiques ou de carbone. Ils sont choisis pour des environnements très chauds et agressifs, avec une meilleure tolérance aux dommages que les céramiques monolithiques ; on les utilise en propulsion, protection thermique et freins céramique-carbone.
- Composites à matrice métallique (CMM) — La matrice est un métal/alliage renforcé par des particules ou fibres. Ils offrent une bonne tenue mécanique à plus haute température que les CMO et une conduction thermique/électrique intéressante, au prix d'une densité plus élevée ; utilisés pour des pièces thermomécaniques, échangeurs et applications aéro/spatiales.

# 2 Élasticité linéaire

## 2.1 Loi de Hook

[—Source de cette section](#)

Généralisation matricielle de la loi de Hook pour un petit élément de volume :

$$[\sigma] = [C][\epsilon] \quad (1)$$

ou :

$$[\epsilon] = [S][\sigma] \quad (2)$$

Avec  $[C]$  est le tenseur de rigidité et  $[S]$  le tenseur de souplesse. Leurs composantes dépendent des paramètres comportementaux des matériaux : modules de Young, coefficients de Poisson, modules de cisaillement.

Pour confirmer les résultats de la simulation, il faudra parvenir à trouver ces paramètres pour la fibre et la matrice constituant le matériau étudié.

Ces matrices sont simplifiables en fonction du modèle retenu : orthotrope, isotrope transverse. Le matériau semble isotrope transverse car il admet des fibres ordonnées et

parallèles. Ainsi, si la direction des fibres, notée  $\vec{L}$ , est la direction  $\vec{e}_1$ , la matrice de souplesse s'écrit sous la forme suivante dans son repère principal  $(R) = (O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) = (O, L, T, T)$  :

$$[\mathbf{S}]_{(R)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & -\frac{\nu_{TT}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & -\frac{\nu_{TT}}{E_T} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{TT})}{E_T} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix}_{(R)} \quad (3)$$

avec  $E_L$ ,  $E_T$  les 2 modules de rigidité dans les directions longitudinale et transverse,  $\nu_{TT}$ ,  $\nu_{LT}$  les 2 coefficients de Poisson dans ces directions, et  $G_{LT}$  le module de cisaillement dans les plans passant par l'axe d'orthotropie  $\vec{e}_1$ .

## 2.2 Hypothèse d'un matériau isotrope.

—Source de cette section

Il est possible de faire une simplification du problème en considérant des fibres isotropes et une matrice isotrope. cela nous donne la matrice de rigidité suivante :

$$[\mathbf{M}]_{(R)} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}_{(R)} \quad (4)$$

avec  $C_{11} = 2\mu + \lambda$ ,  $C_{12} = \lambda$  et  $C_{44} = C_{11} - C_{12} = 2\mu$ , ce qui nous donne la matrice de rigidité suivante :

$$[\mathbf{M}]_{(R)} = \begin{bmatrix} 2\mu + \lambda & \lambda & \lambda & 0 \\ \lambda & 2\mu + \lambda & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda & 2\mu + \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\mu \end{bmatrix}_{(R)} \quad (5)$$

Les relations entre les coefficients  $\lambda$ ,  $\mu$  et  $E$ ,  $\nu$  sont :

$$2\mu = \frac{E}{1 + \nu} \quad ; \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (6)$$

pour un matériau isotrope  $E_{xx} = E_{yy} = E$ ;  $\nu_{xy} = \nu_{yx} = \nu$  et  $G_{xy} = G$ . Ainsi la matrice de souplesse s'écrit :

$$[\mathbf{M}]_{(R)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \quad (7)$$

avec

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}.$$

## 2.3 Changement d'échelle

Dans [Ce document](#), on trouve de quoi trouver la rigidité dans la direction des fibres, la rigidité transverse grâce à l'approximation de Reuss ou celle d'Halpin-Tsai, ainsi que les rigidités en cisaillement plan et longitudinal.

## 3 Identification du matériau et de ses propriétés

La présente étude porte sur le matériau composant la tuyère de la fusée Ariane 5. Les tuyères de fusée sont [traditionnellement fabriquées](#) avec un composite CMC, plus précisément de type Carbon-Carbon ou C/C (selon d'autres [sources](#), la matrice du composite pourrait inclure de la silice plutôt que du carbone). En effet, ces composites sont moins denses et thermiquement plus résistants que les CMM.

Les fibres de carbone de cette matrice sont de type PANEX 33 avec un module de young équivalent à [228 GPa](#) et d'un coefficient de poisson de [0.2](#). Pour ce qui est de la matrice, elle est de type carbone obtenu par CVI (Chemical Vapour Infiltration), ayant comme propriété [215 GPa](#) pour le module de young et 0.41 pour le coefficient de poisson. <https://hal.science/tel-03624079/>

<https://new.societechimiquedefrance.fr/wp-content/uploads/2019/12/2006-295-296-mars-avr-Delhaes1-p.42.pdf>

Les fibres de carbone étudiées présentent la même évolution du comportement en traction lors d'essais à des températures de plus en plus élevées. = température n'a pas d'influence

## 4 Méthodes d'homogénéisation

### 4.1 Introduction

L'homogénéisation consiste à déterminer les propriétés mécaniques effectives d'un matériau composite hétérogène à partir des propriétés de ses constituants (fibres et matrice) et de leur arrangement géométrique. Cette approche permet de passer d'une échelle microscopique (où les hétérogénéités sont visibles) à une échelle macroscopique (où le matériau peut être traité comme homogène).

Il existe deux grandes familles de méthodes d'homogénéisation :

- **Méthodes analytiques** : basées sur des modèles mathématiques simplifiés donnant des bornes ou des estimations des propriétés effectives
- **Méthodes numériques** : basées sur la résolution des équations d'équilibre sur un Volume Élémentaire Représentatif (VER) discrétisé

### 4.2 Méthodes d'homogénéisation analytique

#### 4.2.1 Hypothèse simplificatrice : matériaux isotropes

Dans un premier temps, nous considérons que la fibre et la matrice sont toutes deux isotropes. Cette hypothèse simplifie considérablement l'analyse tout en capturant les phénomènes physiques essentiels. Chaque phase  $i$  est alors caractérisée par seulement deux constantes élastiques :

- Module de Young :  $E_i$
- Coefficient de Poisson :  $\nu_i$

Ou de manière équivalente par les coefficients de Lamé :

$$\lambda_i = \frac{\nu_i E_i}{(1 + \nu_i)(1 - 2\nu_i)} \quad ; \quad \mu_i = \frac{E_i}{2(1 + \nu_i)} \quad (8)$$

où  $\lambda_i$  est le premier coefficient de Lamé et  $\mu_i$  est le module de cisaillement.

**Remarque importante :** Dans la réalité, ni les fibres de carbone PANEX 33 ni la matrice CVI ne sont parfaitement isotropes. Les fibres présentent une forte anisotropie longitudinale/transverse, et la matrice CVI peut également présenter une texture. Cependant, cette simplification isotrope constitue une première étape nécessaire avant d'introduire progressivement la complexité du comportement anisotrope réel.

#### 4.2.2 Loi des mélanges (règle de Voigt)

La loi des mélanges, ou borne de Voigt, suppose une déformation homogène dans tout le composite (hypothèse d'iso-déformation). Elle fournit une borne supérieure des modules effectifs.

Pour un composite unidirectionnel de fraction volumique de fibres  $v_f$  (et donc  $v_m = 1 - v_f$  pour la matrice), le module longitudinal effectif est donné par :

$$E_L^{\text{Voigt}} = v_f E_f + v_m E_m \quad (9)$$

Cette relation est exacte pour le module longitudinal d'un composite à fibres longues alignées sous chargement longitudinal. Pour le coefficient de Poisson longitudinal :

$$\nu_{LT}^{\text{Voigt}} = v_f \nu_f + v_m \nu_m \quad (10)$$

#### 4.2.3 Borne de Reuss

La borne de Reuss suppose une contrainte homogène dans tout le composite (hypothèse d'iso-contrainte). Elle fournit une borne inférieure des modules effectifs.

Pour le module transverse, la borne de Reuss s'écrit :

$$E_T^{\text{Reuss}} = \frac{E_f E_m}{v_m E_f + v_f E_m} \quad (11)$$

Pour le module de cisaillement :

$$G_{LT}^{\text{Reuss}} = \frac{G_f G_m}{v_m G_f + v_f G_m} \quad (12)$$

où  $G_i = \frac{E_i}{2(1+\nu_i)}$  est le module de cisaillement de chaque phase.

#### 4.2.4 Modèle d'Halpin-Tsai

Le modèle d'Halpin-Tsai est une formule semi-empirique particulièrement adaptée aux composites à fibres continues. Elle interpole entre les comportements de Voigt et Reuss.

Pour le module transverse  $E_T$  :

$$\frac{E_T}{E_m} = \frac{1 + \xi \eta v_f}{1 - \eta v_f} \quad (13)$$

où :

$$\eta = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + \xi} \quad (14)$$

Le paramètre  $\xi$  dépend de la géométrie et du type de chargement. Pour des fibres circulaires sous chargement transverse, on utilise généralement  $\xi = 2$  pour le module transverse et  $\xi = 1$  pour le module de cisaillement.

### 4.3 Homogénéisation numérique

#### 4.3.1 Principe général

L'homogénéisation numérique vise à déterminer les propriétés effectives d'un matériau composite en résolvant numériquement les équations d'équilibre sur un Volume Élémentaire Représentatif (VER). Contrairement aux méthodes analytiques qui reposent sur des hypothèses simplificatrices, l'approche numérique permet de :

- Prendre en compte la microstructure réelle du matériau (à partir d'images de microscopie)
- Traiter des arrangements complexes de fibres
- Calculer les champs de contraintes et déformations locaux

#### 4.4 Application au composite C/C étudié

Pour le composite carbone/carbone des tuyères Ariane 5 :

- Fibres PANEX 33 :  $E_f = 228$  GPa,  $\nu_f = 0.2$
- Matrice CVI carbone :  $E_m = 215$  GPa,  $\nu_m = 0.41$
- Fraction volumique de fibres :  $v_f$  (à déterminer à partir des images?)

**Remarque :** Ces valeurs seront utilisées dans un premier temps en considérant les deux phases comme isotropes. Il sera ensuite possible d'introduire l'anisotropie des fibres et de la matrice pour obtenir des prédictions plus précises des propriétés du composite.

## 5 Implémentation numérique

### 5.1 Traitement d'image et détection des fibres

Le traitement d'image constitue la première étape de la chaîne numérique automatisée. À partir d'images obtenues par microscopie électronique au LCTS du matériau composite, des techniques de vision par ordinateur sont employées pour détecter et localiser les fibres dans la matrice, fournissant ainsi les données géométriques nécessaires à la génération du maillage. Ce maillage sera ensuite utilisé pour la simulation par éléments finis afin de calculer les propriétés mécaniques effectives du composite.

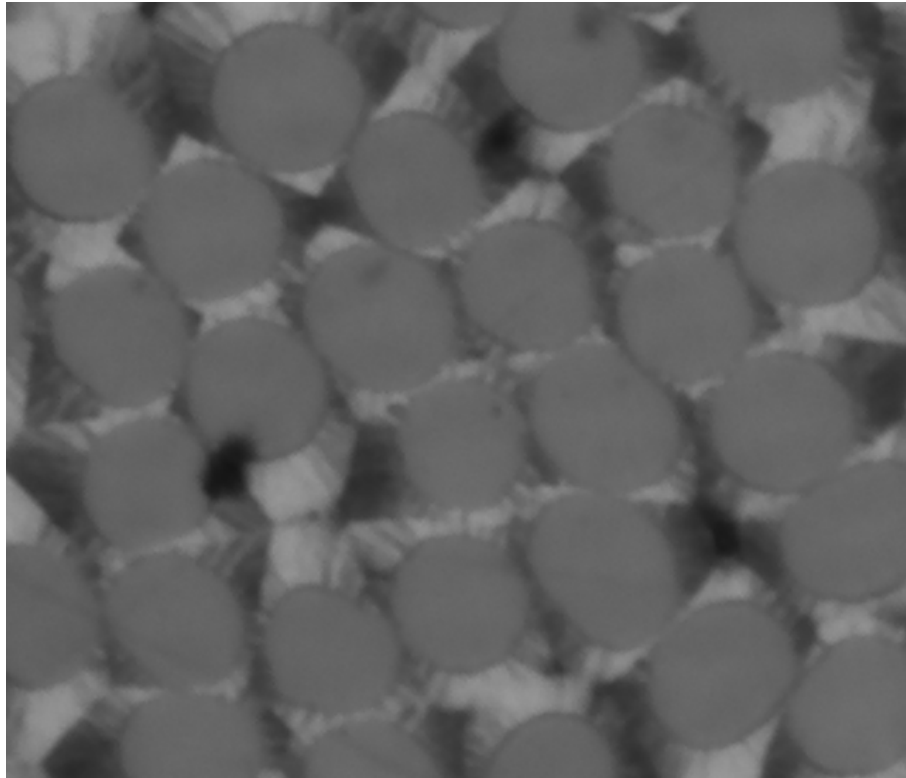


FIGURE 1 – Image originale du composite obtenue par microscopie électronique

Le processus de détection (`traitement.py`) comprend plusieurs étapes :

1. **Prétraitement** : Conversion de l'image couleur en niveaux de gris, suivie d'un filtrage gaussien avec un noyau  $9 \times 9$  et une déviation standard de 2 pixels pour réduire le bruit tout en préservant les contours des fibres.
2. **Détection de cercles** : Utilisation de la transformée de Hough pour cercles via la fonction `cv2.HoughCircles` d'OpenCV. Les paramètres sont ajustés pour détecter des cercles avec des rayons compris entre 40 et 50 pixels, correspondant à la taille des fibres dans l'image.
3. **Validation et sauvegarde** : Les cercles détectés sont validés visuellement et leurs paramètres (coordonnées  $x, y$  du centre et rayon) sont sauvegardés dans le fichier `cercles.txt`.

Pour l'image présentée en Figure 1, la détection automatique grâce à la transformée de Hough a permis d'identifier 28 fibres :



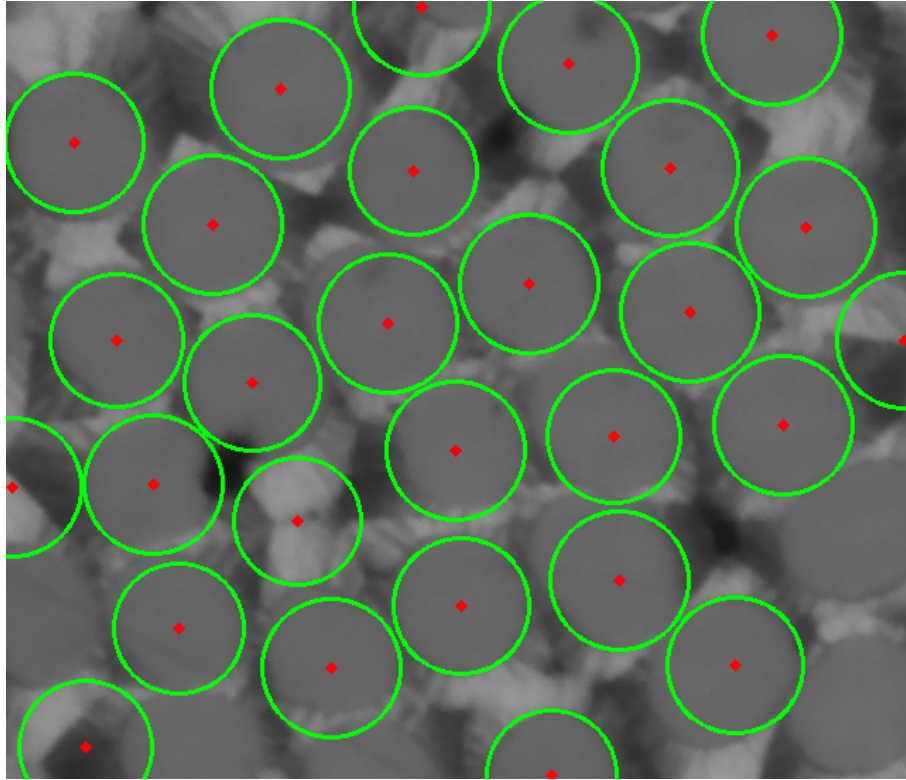


FIGURE 2 – Détection automatique des 28 fibres (cercles verts avec centres rouges) sur l'image du composite

La détection s'avère être satisfaisante, avec une localisation précise des centres et des rayons des fibres. Au niveau des bords de l'image, certaines fibres sont partiellement visibles, ce qui entraîne une détection incomplète. On compte environ 5 faux positifs (cercles détectés en dehors des fibres réelles) et 2 faux négatifs (fibres non détectées). Cependant, ces erreurs sont mineures et n'affectent pas significativement la qualité du maillage généré par la suite. Si on enlève les détection du bord, on obtient une détection bien meilleure avec 1 seul faux positif.

## 5.2 Génération du maillage

La génération automatique du maillage constitue l'étape intermédiaire cruciale reliant l'analyse d'image à la simulation numérique. Le script Python `maillage.py` lit les coordonnées des fibres détectées dans le fichier `cercles.txt` et crée un fichier géométrique Gmsh (.geo) décrivant la géométrie du Volume Élémentaire Représentatif (VER) du composite. Ce fichier est ensuite utilisé par Gmsh pour générer un maillage adapté à la simulation par éléments finis. Le processus comprend plusieurs aspects clés :

- **Lecture des données** : Le script importe les coordonnées (x,y) des centres et les rayons des fibres à partir du fichier `cercles.txt` généré lors de l'étape de traitement d'image.
- **Gestion des coordonnées** : Une attention particulière est portée à la conversion des systèmes de coordonnées entre OpenCV (origine en haut à gauche) et Gmsh (origine en bas à gauche).
- **Construction géométrique** : Le script crée les entités géométriques nécessaires dans le fichier .geo, incluant les surfaces des fibres, le domaine de la matrice, et les interfaces fibre-matrice.
- **Tags physiques** : Chaque entité géométrique est associée à un tag physique pour

différencier les matériaux et appliquer les conditions aux limites lors de la simulation.

- **Optimisation du maillage** : Le paramètre de raffinement (1c) est ajusté pour équilibrer la précision du maillage et le temps de calcul.

Le maillage est composé de triangles, avec un raffinement plus important autour des fibres pour capturer les gradients de contraintes élevés. La Figure 3 illustre le maillage généré automatiquement, montrant clairement les fibres (en noir) intégrées dans la matrice (en bleu).

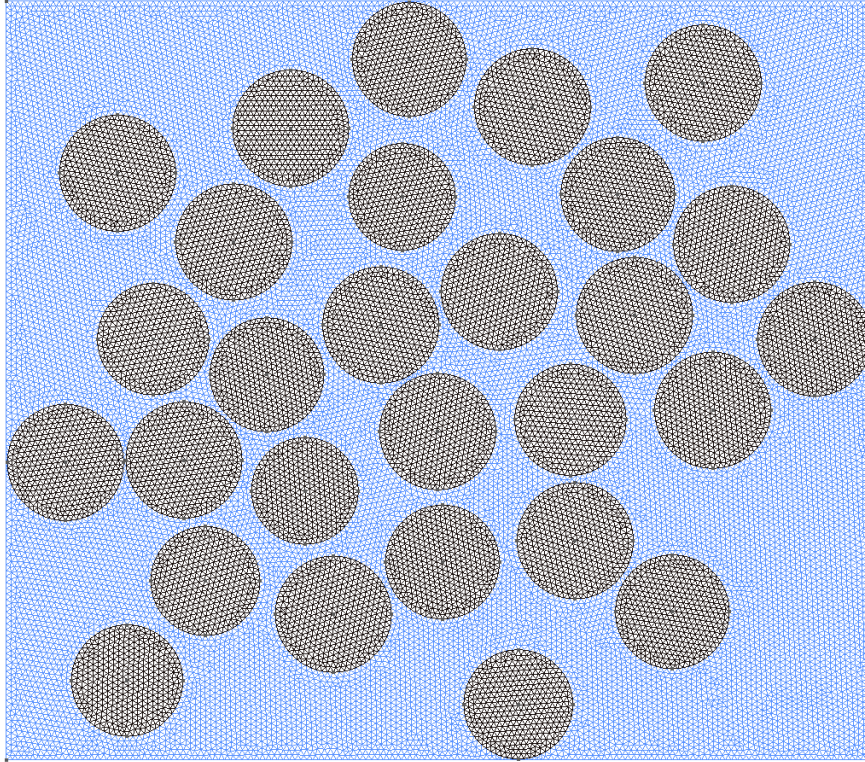


FIGURE 3 – Maillage généré automatiquement : 14 240 éléments triangulaires avec fibres (noir) dans matrice (bleu)

Le maillage final comprend 6 673 nœuds et 14 240 éléments triangulaires, généré en quelques secondes avec Gmsh. Les fibres sont correctement représentées avec des contours nets, et la matrice est maillée de manière uniforme. Ce maillage servira de base pour la simulation par éléments finis visant à calculer les propriétés mécaniques effectives du composite. Le maillage est bien cohérent avec l'image originale, capturant fidèlement la géométrie des fibres détectées. Seule la matrice est considérée hors des fibres, sans tenir compte des éventuelles porosités ou défauts microscopiques.

### 5.3 Résolution par éléments finis

La simulation par éléments finis est réalisée en C++, en utilisant la bibliothèque Eigen pour la résolution des systèmes linéaires. Le maillage généré est importé, et les propriétés mécaniques des fibres et de la matrice sont assignées en fonction des tags physiques. Le code suit une programmation orientée objet pour modularité et clarté. La structure principale comprend les classes suivantes :

- **Material** : Représente un matériau avec ses propriétés élastiques (module de Young, coefficient de Poisson).
- **Node** : Représente un nœud du maillage avec ses coordonnées et degrés de liberté.

- **Element** : Représente un élément fini (triangle) avec ses nœuds associés et son matériau.
- **MeshReader** : Lit le fichier de maillage et crée les objets nœuds, éléments et matériaux.
- **Mesh** : Contient la liste des nœuds, éléments et matériaux du maillage (créé par **MeshReader**).
- **Solver** : Assemble la matrice de rigidité globale, applique les conditions aux limites et résout le système linéaire (avec BiCGSTAB d'Eigen).
- **BoundaryCondition** : Gère les conditions aux limites (Dirichlet, Neumann).

Le code assemble la matrice de rigidité globale en parcourant chaque élément, calculant sa matrice locale à partir des propriétés du matériau et des fonctions de forme. Les conditions aux limites sont appliquées avant de résoudre le système linéaire pour obtenir les déplacements nodaux. Le post-traitement est effectué en exportant les résultats au format VTK pour visualisation avec Paraview.

La matrice de rigidité globale est creuse, et l'utilisation de la bibliothèque Eigen permet d'exploiter des structures de données optimisées pour les matrices creuses, réduisant ainsi la mémoire utilisée et accélérant la résolution. Le solveur BiCGSTAB est choisi pour sa robustesse et son efficacité sur les grands systèmes creux typiques des simulations par éléments finis. Par défaut, une tolérance de  $1 \times 10^{-12}$  est utilisée pour la convergence, avec 1000 itérations maximum.

### 5.3.1 Cas test : traction simple

Le premier cas test consiste à utiliser un domaine rectangulaire composé d'un matériau homogène et isotrope, de module de Young  $E = 200$  GPa et coefficient de Poisson  $\nu = 0.3$ . Une traction simple est appliquée à gauche et à droite, avec des surfaces libres en haut et en bas. On utilise les paramètres suivants :

- Domaine : Rectangle composé de 206 éléments triangulaires et 128 nœuds
- Longueur  $L = 10$  m, hauteur  $H = 2$  m
- Conditions aux limites : Force uniforme de 1000 N appliquée sur les bords gauche et droit

La loi de Hooke permet de calculer analytiquement le déplacement attendu en  $x$  :

$$\Delta L = \frac{FL}{EA} = \frac{1000 \times 10}{200 \times 10^9 \times 2} = 2.5 \times 10^{-8} \text{ m} \quad (15)$$

Selon l'axe  $y$ , le coefficient de Poisson  $\nu = 0.3$  donne un déplacement attendu de :

$$\Delta H = -\nu \frac{\Delta L}{L} H = -0.3 \times \frac{2.5 \times 10^{-8}}{10} \times 2 = -1.5 \times 10^{-9} \text{ m} \quad (16)$$

La simulation numérique donne les résultats suivants :

- $\Delta L_{num} = 2.10577e - 08$  m
- $\Delta H_{num} = -1.37217e - 09$  m
- Erreur relative sur  $\Delta L$  : 15.77 %
- Erreur relative sur  $\Delta H$  : 8.19 %
- Temps de calcul : 0.00829753s
- Itérations BiCGSTAB : 100

La matrice de rigidité globale est de taille  $256 \times 256$ , avec 3176 coefficients non nuls. Le temps de calcul est très rapide grâce à la petite taille du système, le solveur BiCGSTAB convergeant en 100 itérations avec une tolérance de  $1 \times 10^{-12}$ .

Avec seulement 206 éléments (5 nœuds à gauche/droite), les résultats restent dans le même ordre de grandeur que les valeurs analytiques, validant ainsi le code pour ce

cas simple. Des maillages plus fins permettront d'améliorer la précision plus tard. Avec Paraview, on peut visualiser les champs de déplacements résultants.

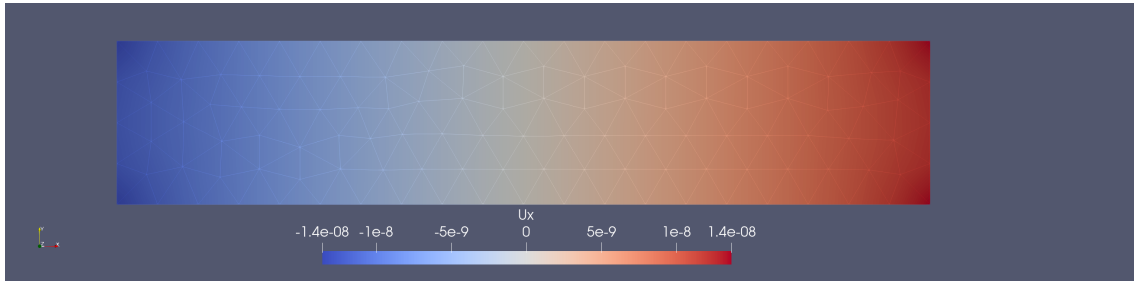


FIGURE 4 – Champ de déplacement  $u_x$  résultant de la simulation par éléments finis

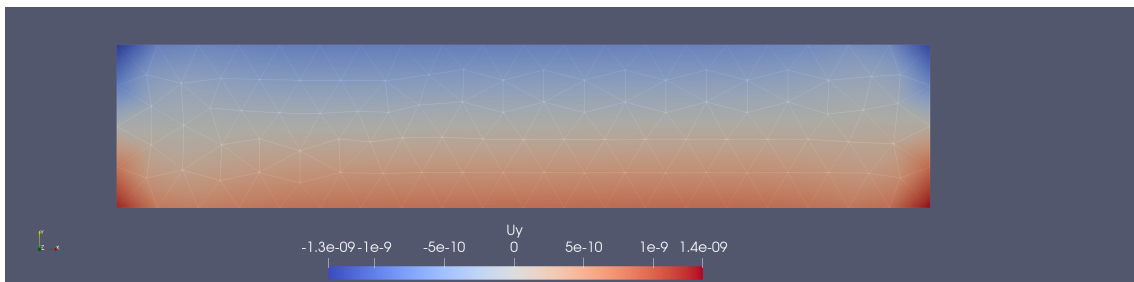


FIGURE 5 – Champ de déplacement  $u_y$  résultant de la simulation par éléments finis

L'allure du champ selon  $x$  (Figure 4) montre un déplacement croissant linéairement de gauche à droite, de manière antisymétrique par rapport à l'axe vertical central. Cela est conforme à l'application d'une traction simple uniforme sur les bords gauche et droit du domaine.

Le champ selon  $y$  (Figure 5) montre une contraction uniforme vers l'intérieur, conforme au coefficient de Poisson, antisymétrique par rapport à l'axe horizontal central. Cela est cohérent avec le cas de traction simple appliquée, car les bords supérieur et inférieur sont libres de se contracter. Les résultats visuels confirment la validité du code pour ce cas test simple de traction.

#### 5.4 Perspectives pour la simulation numérique

Pour la suite du projet, il sera nécessaire de continuer dans la validation du code de simulation en testant des cas de plus en plus complexes, avant d'appliquer le code au maillage du composite généré précédemment. Parmi ceux-ci :

- Validation d'un cas de cisaillement simple sur un domaine homogène isotrope
- Validation sur un domaine hétérogène simple (inclusion circulaire dans une matrice)
- Étude de la convergence du maillage en affinant progressivement le maillage et en comparant aux solutions analytiques lorsqu'elles existent
- Implémentation de post-traitement pour extraire les propriétés mécaniques effectives à partir des résultats de la simulation (modules effectifs, coefficients de Poisson)

Le code en lui-même sera amélioré et optimisé, notamment en implémentant des techniques d'assemblage plus efficaces et en explorant d'autres solveurs linéaires adaptés aux

grands systèmes creux. L'architecture orientée objet facilitera l'ajout de nouvelles fonctionnalités, et la modularité permettra d'expérimenter différentes formulations d'éléments finis (P1, P2, etc.) et de conditions aux limites.

Les prochaines étapes consistent à appliquer le code de simulation par éléments finis au maillage du composite généré précédemment. Cela implique :

- Assigner les propriétés mécaniques des fibres et de la matrice en fonction des tags physiques dans le maillage
- Appliquer des conditions aux limites appropriées pour simuler des chargements typiques (traction, cisaillement)
- Calculer les champs de contraintes et déformations dans le composite
- Extraire les propriétés mécaniques effectives (modules effectifs, coefficients de Poisson) à partir des résultats de la simulation