Proposition de sujet TER-MMK1

Modélisation du transfert thermique et de masse de la pyrolyse du bois

L. Godard-Cadillac, T.-H. Nguyen-Bui
ludovic.godard-cadillac@u-bordeaux.fr
thanh-ha.nguyen-bui@u-bordeaux.fr

Ce sujet porte sur le développement d'un modèle de comportement pour l'analyse de la pyrolyse du bois en situation d'incendie.
La sécurité incendie des constructions est soumise à une évolution technique constante. En construction bois, les essences résineuses (épécia, sapin, etc) sont les plus utilisées de nos jours.
Bien que le bois soit un matériau combustible, les structures en bois résistent remarquablement au feu. En effet, le comportement du bois est particulièrement favorable lorsque les sections sont suffisamment dimensionnées pour permettre la formation d'une couche de bois carbonisé (charbon) qui assure la protection de la section centrale (bois sain) par ses propriétés isolantes.

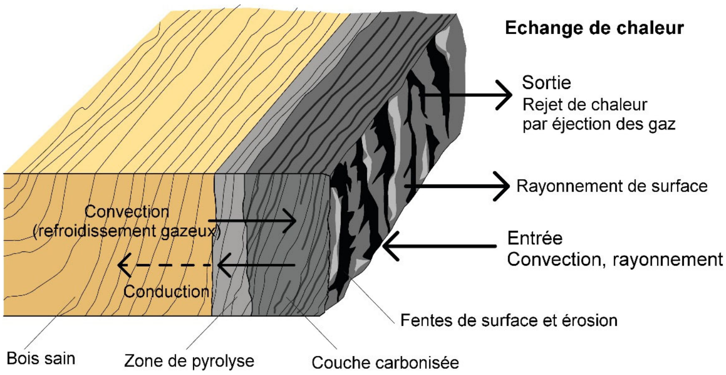

Figure 1: Bois en cours de la pyrolyse

On propose d'étudier un modèle décrivant la pyrolyse du bois en tenant compte des trois principales phase de combustion : formation du charbon, des gaz et de la vapeur d'eau due au séchage du bois.

1 Modèle mathématique de la pyrolyse du bois

1.1 Equations de conservation de la masse

Les équations de conservation de masse pour le bois, le charbon, les gaz, le liquide et la vapeur sont données comme suit :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho_b}{\partial t} = -(k_1+k_2)\rho_b, \\ \dfrac{\partial \rho_c}{\partial t} = k_1\rho_b, \\ \dfrac{\partial \rho_g}{\partial t} = k_2\rho_b, \\ \dfrac{\partial \rho_l}{\partial t} = -k_3\rho_l, \\ \dfrac{\partial \rho_v}{\partial t} = k_3\rho_l \end{cases} \qquad t \in [0, t_M]. \tag{1}$$

$k_1,\ k_2,\ k_3$ sont les taux des réactions chimiques de la pyrolyse,
$\rho_b,\ \rho_c,\ \rho_g,\ \rho_l,\ \rho_v$ sont les densités du bois, du charbon, du gaz, du liquide et la vapeur, respectivement.
t(s) représente le temps, t_M le temps maximum de l'étude.

Les taux des réactions chimiques, k_i, de la pyrolyse du bois humide sont régis par la loi d'Arrhenius au premier ordre :

$$k_i = A_i \exp\left(\frac{-E_i}{RT}\right), \quad i = 1,\ 2,\ 3. \tag{2}$$

où T(K) étant la température,
A_i sont des constantes de réaction,
E_i les énergies d'activation (J/mol),
R la constante universelle des gaz (8.31451 (J/(mol.K)).

1.2 Equation de la chaleur

L'Equation de la chaleur s'écrit :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) + Q_r, \tag{3}$$

Où : λ (W/(m.K)), ρ (kg/m^3) et C_p (J/(kg.K)) sont respectivement le coefficient de conductivité thermique, la densité, la chaleur spécifique .

En se basant sur le modèle analytique unidimensionnel (1D) de la pyrolyse du bois humide, proposé par Shen *et al.* [1]:

$$\frac{\partial}{\partial t}[T(\rho_b C_b + \rho_c C_c + \rho_l C_l)] = \nabla.\,(\lambda_s \nabla(T)) + Q_r, \tag{4}$$

où Q_r est la somme des chaleurs de réaction des trois réactions de pyrolyse, définie par la relation :

$$\begin{aligned} Q_r =& k_1\rho_b\left[\Delta h_1^0 + (C_c - C_b)(T - T_0)\right] \\ &+ k_2\rho_b\left[\Delta h_2^0 + (C_g - C_b)(T - T_0)\right] \\ &+ k_3\rho_l\left[\Delta h_3^0 + (C_v - C_l)(T - T_0)\right]. \end{aligned} \tag{5}$$

(Δh_i^0 étant l'enthalpie de réaction i).

La conductivité thermique équivalente du solide λ_s est estimée en tenant compte de l'effet de l'humidité X :

$$\lambda_s = \eta\lambda_c + (1 - \eta)\lambda_b, \tag{6}$$

avec :

$$\begin{aligned} \text{pour du bois } & \lambda_b = 0.166 + 0.369X, \\ \text{pour du charbon } & \lambda_c = 0.105, \end{aligned} \tag{7}$$

et

$$\eta = \frac{\rho_c}{\rho_s} = \frac{\rho_c}{\rho_c + \rho_b}. \tag{8}$$

1.3 Condition initiale et Conditions aux limites

Cas unidimensionnel

- Condition initiale

$$t = 0, \quad T(0, x) = T_0. \tag{9}$$

- Conditions aux limites

• $x = 0$

$$\frac{\partial}{\partial t}[T(t, 0)(\rho_b C_b + \rho_c C_c + \rho_l C_l)] = \left(\alpha q_e - q_{loss} - \lambda_s \frac{\partial T}{\partial x}\right)/(\Delta x)\Big|_{x=0} + Q_r|_{x=0}, \tag{10}$$

avec

$$q_{loss} = \sigma\varepsilon(T^4 - T_0^4) + h_{conv}(T - T_0). \tag{11}$$

• $x = L$

$$\frac{\partial}{\partial t}[T(t, L)(\rho_b C_b + \rho_c C_c + \rho_l C_l)] = \left(\lambda_s \frac{\partial T}{\partial x}\right)/(\Delta x)\Big|_{x=L} + Q_r|_{x=L}. \tag{12}$$