

University Physics: The Kinematics of Mass Points

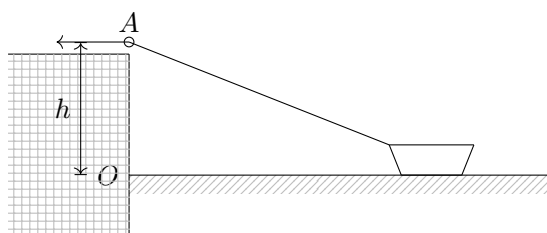
Date: 2025 年 2 月 25 日

WHU

Lai Wei

Problem 1

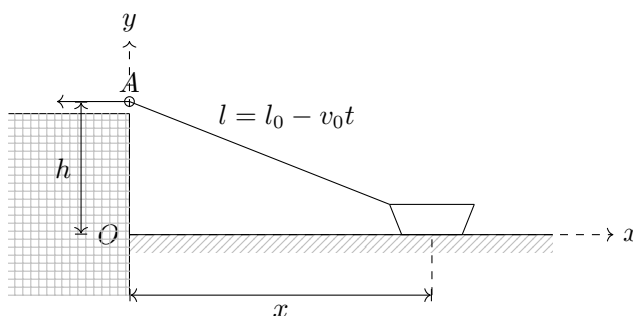
在离水面高为 h 的岸上，有人用绳拉船靠岸，如图所示。设人以匀速率 v_0 收绳，试求：当船距岸边 x_0 时，船的速度和加速度的大小各是多少？



Solution

Part One

建立如图所示的坐标系。



设初始时刻，船与岸上A点之间的绳长为 l_0 。在任意时刻船离岸边的距离为 x ，绳长为 l 。船在运动过程中， l 和 x 均是时间 t 的函数。

由题意， $l = l_0 - v_0 t$ ，所以

$$v_0 = -\frac{dl}{dt}$$

又由几何关系

$$l^2 = x^2 + h^2$$

对上式两边同时对 t 求导，可得

$$2l \frac{dl}{dt} = 2x \frac{dx}{dt}$$

则船的运动速度为

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{l}{x} \frac{dl}{dt} = -\frac{l}{x} v_0$$

Part Two

再将速度对时间 t 求导，即可得到船的加速度为

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{v_0}{x^2} \left(x \frac{dl}{dt} - l \frac{dx}{dt} \right) = -\frac{v_0^2 h^2}{x^3}$$

Part Three

令 $x = x_0$ ，得船在离岸边为 x_0 时的速度和加速度分别为

$$v = \frac{\sqrt{x_0^2 + h^2}}{x_0} v_0, \quad a = -\frac{v_0^2 h^2}{x_0^3}$$