# University Physics: Mechanical Vibration

Date: April 1, 2025

*Wuhan University*

**Lai Wei**

# 目录

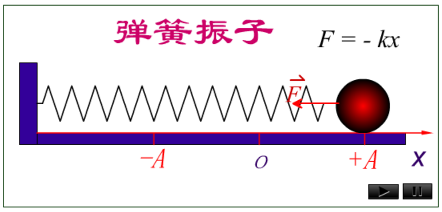
机械振动：物体围绕一固定位置往复运动。

# 1 简谐振动

## 1.1 简谐振动的动力学特征

### 1.1.1 弹簧振子的振动

模型：谐振子轻弹簧（不计质量）与物体（看成质点）
弹簧振子的无阻尼自由振动：




振动的成因：

1. 回复力；
2. 惯性。

### 1.1.2 弹簧振子的运动方程

$$F = -kx = ma = m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \tag{1.1}$$

令

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

得

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 x$$

即$a = -\omega^2 x$
具有加速度$a$与位移的大小$x$成正比，而方向相反特征的振动称为简谐运动。
简谐运动的微分方程：

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 x \tag{1.2}$$

解得

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) \tag{1.3}$$

或

$$x = A\sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \tag{1.4}$$

用复指数表示

$$x = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t + \varphi)} \tag{1.5}$$

**公式之间的相互推导关系**

$$\begin{tikzcd}
 & F = -kx = ma = m\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} \arrow[dl, dash] \arrow[drr, dash] & & \\
F(x) \arrow[r] & a & v(t) \arrow[l] & x(t) \arrow[l]
\end{tikzcd}$$

### 1.1.3 谐振动的速度和加速度

由

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

运动方程对时间求导

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) = -v_{\mathrm{m}}\sin(\omega t + \varphi) \tag{1.6}$$

运动方程对时间求二阶导

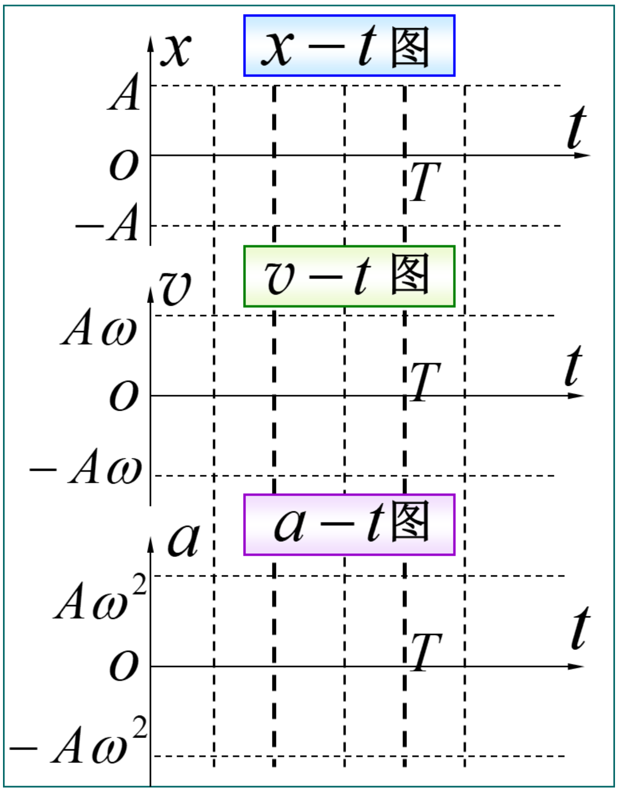
$$a = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi) = -a_{\mathrm{m}}\cos(\omega t + \varphi) \tag{1.7}$$

其中，

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

（此结果一般有两个值，最后要舍去一个，根据速度的方向。）




### 1.1.4 描述简谐振动的物理量

振幅 (amplitude)：

$$x_m = A \tag{1.8}$$

周期 (period)：

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{1.9}$$

简谐运动中，$\omega$被称为角频率或圆频率

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{1.10}$$

频率 (frequency)：

$$\nu = \frac{1}{T} \tag{1.11}$$

相位 (phase)：

$$(\omega t + \varphi) \tag{1.12}$$

初相位（初相，initial phase）

$$\varphi \tag{1.13}$$

相位差：
设有两个同方向、同频率的简谐振动，它们的振动表达式分别为

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$
$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

它们在任意时刻的相位差为

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_1) - (\omega t + \varphi_2) \tag{1.14}$$