# University Physics

Notes


**Lai Wei**

武漢大學
WUHAN UNIVERSITY

# 目录

## I 大学物理A1

# 大学物理A1

# 1. 质点运动学

## 1.1 质点力学

### 1.1.1 参考系、质点

**参考系**

为描述物体运动而选的标准物。

**参考系**

物体能否视为质点视具体情况而定。

**坐标系**

定量描述物体运动。坐标系的原点一般固定在参照系上。

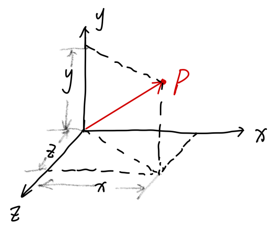
1. 直角坐标系$(x, y, z)$
2. 球坐标系$(r, \theta, \varphi)$：二维极坐标
3. 柱坐标系$(\rho, \varphi, z)$
4. 自然坐标系$s$

### 1.1.2 位置矢量、运动方程、路程、位移

**位置矢量**

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \tag{1.1}$$

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1.2}$$

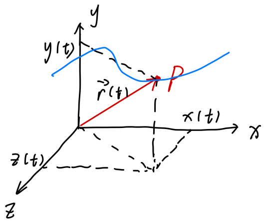



$\vec{r}$的方向可以用一组方向角，即$\vec{r}$与$x$轴、$y$轴、$z$轴

之间的夹角$(\alpha,\beta,\gamma)$来表示。$\cos\alpha=\frac{x}{r}$、$\cos\beta=\frac{y}{r}$、$\cos\gamma=\frac{z}{r}$，有$\cos\alpha^2+\cos\beta^2+\cos\gamma^2=1$。

**运动方程（直角坐标系下）**

$$\vec{r}(t)=x\vec{i}(t)+y\vec{j}(t)+z\vec{k}(t) \tag{1.3}$$




分量式

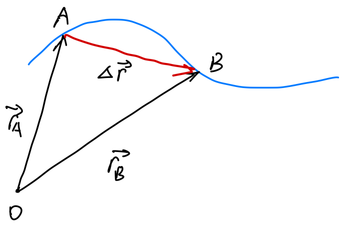
$$\begin{cases} x=x(t), \\ y=y(t), \\ z=z(t). \end{cases}$$

从上式中消去参数得质点的**轨迹方程**。

## 1.1.3 位移、路程

**位移$\Delta\vec{r}$（位置矢量的改变量）**

$$\vec{r_A}=x_A\vec{i}+y_A\vec{j}+z_A\vec{k},\ (t_A\text{时})$$
$$\vec{r_B}=x_B\vec{i}+y_B\vec{j}+z_B\vec{k},\ (t_B\text{时})$$




于是其位移

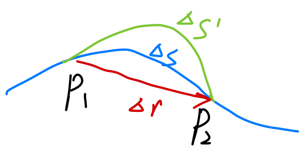
$$\Delta\vec{r}=\vec{r_B}-\vec{r_A}=(x_B-x_A)\vec{i}+(y_B-y_A)\vec{j}+(z_B-z_A)\vec{k} \tag{1.4}$$

方向由$A$指向$B$。

**路程$\Delta s$实际轨迹**

从$P_1$到$P_2$，路程记为$\Delta s=P_1\hat{}P_2$。

位移与路程的区别：



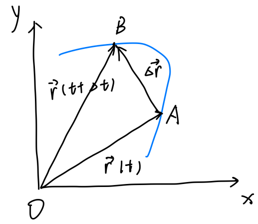

1. 位移是适量，路程是标量；
2. 两点之间位移是唯一的，路程不是唯一的；
3. 一般情况下，$|\Delta\vec{r}|\neq\Delta s$

   在方向不变的圆周运动中，$|\Delta\vec{r}|=\Delta s$ 当$\Delta t\to 0$时，$|\mathrm{d}\vec{r}|=\mathrm{d}s$（元位移$\mathrm{d}\vec{r}=\mathrm{d}x\vec{i}+\mathrm{d}y\vec{j}+\mathrm{d}z\vec{k}$）。

## 1.1.4 速度

### 平均速度

在$\Delta t$内，质点位移（二维）为




$$\begin{aligned}\Delta\vec{r} &= \vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)\\ &= \Delta x\vec{i}+\Delta y\vec{j}\end{aligned}$$

定义

$$\vec{v}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i}+\frac{\Delta y}{\Delta y}\vec{j} \tag{1.5}$$

### 瞬时速度

当$\Delta t\to 0$时，

$$\begin{aligned}\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} &= \frac{d\vec{r}}{dt}\\ &= \frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k}\\ &= v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k}\end{aligned} \tag{1.6}$$

即有，

$$v_x=\frac{dx}{dt},\ v_y=\frac{dy}{dt},\ v_z=\frac{dz}{dt}$$

所以

$$|\vec{v}|=\sqrt{\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2} \tag{1.7}$$

方向角

$$\cos\alpha=\frac{v_x}{v},\ \cos\beta=\frac{v_y}{v},\ \cos\gamma=\frac{v_z}{v}$$

习惯上，二维情况下，用$\tan\theta=\frac{v_y}{v_x}$表示方向。
同理，速率$v=\frac{ds}{dt}$，而因为$t\to 0$时，有$|\vec{r}|=s$，则

$$v=|\vec{v}|=\left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right|=\frac{|d\vec{r}|}{dt}=\frac{ds}{dt}$$

即有，速度的大小等于速率。

**速度在自然坐标系下的表示**

$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e_t}=v\vec{e_t} \tag{1.8}$$

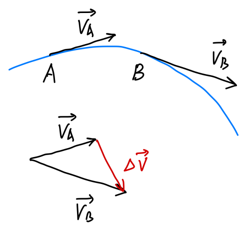
其中，$\vec{e_t}=1$，表示方向，$v$表示速度大小。

### 1.1.5 加速度

反应速度大小和方向随时间变化快慢。

**平均加速度**

$$\overline{\vec{a}}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \tag{1.9}$$



$\vec{a}$与$\Delta\vec{v}$的方向相同。

**瞬时加速度**

特点：

1. "矢量性"
2. "瞬时性"
3. "相对性"（相对于某一参考系）

$$\begin{aligned}\vec{a}&=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}\\&=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\vec{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\vec{k}\\&=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}\end{aligned} \tag{1.10}$$

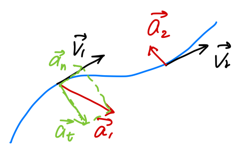
方向角$\alpha$、$\beta$和$\gamma$满足

$$\cos\alpha=\frac{a_x}{a},\ \cos\beta=\frac{a_y}{a},\ \cos\gamma=\frac{a_z}{a}$$

习惯上，二维时方向表示为$\tan\theta=\frac{a_y}{a_x}$。

加速度的方向：

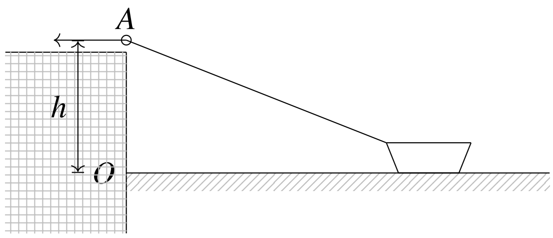
- 直线运动：$\vec{a}\ //\ \vec{v}$。
- 曲线运动：指向轨迹凹测。自然坐标系下，$\vec{a}=\vec{a_n}+\vec{a_t}$。



在变速曲线运动中，加速度的方向总是指向轨迹凹的一侧。与$\vec{v}$呈锐角时，运动变快；与$\vec{v}$呈钝角时，运动变快。（因为$\Delta\vec{v}$必定指向曲线凹的一侧。）

### 1.1.6 例题

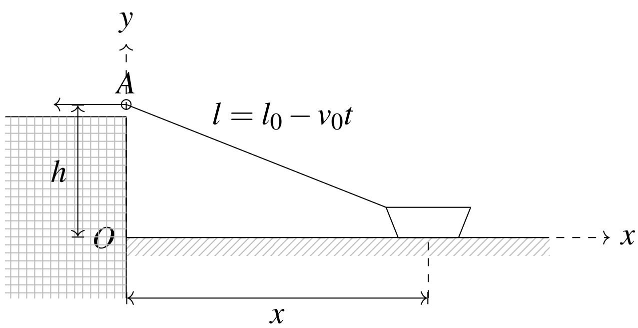
在离水面高为$h$的岸上，有人用绳拉船靠岸，如图所示。设人以匀速率$v_0$收绳，试求：当船距岸边$x_0$时，船的速度和加速度的大小各是多少？




**Solution**

**Part One**

建立如图所示的坐标系。




设初始时刻，船与岸上$A$点之间的绳长为$l_0$。在任意时刻船离岸边的距离为$x$，绳长为$l_0$。船在运动过程中，$l$和$x$均是时间$t$的函数。

由题意，$l = l_0 - v_0 t$，所以

$$v_0 = -\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$$

又由几何关系

$$l^2 = x^2 + h^2$$

对上式两边同时对$t$求导，可得

$$2l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = 2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

则船的运动速度为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{l}{x}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = -\frac{l}{x}v_0$$

**Part Two**

再将速度对时间$t$求导，即可得到船的加速度为

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\frac{v_0}{x^2}\left(x\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} - l\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right) = -\frac{v_0^2h^2}{x^3}$$

**Part Three**

令$x = x_0$，得船在离岸边为$x_0$时的速度和加速度分别为

$$v = \frac{\sqrt{x_0^2 + h^2}}{x_0}v_0,\ a = -\frac{v_0^2h^2}{x_0^3}$$

# 1.2 质点运动

## 1.2.1 一般曲线运动与圆周运动的定义

### 一般曲线运动

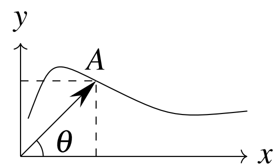
特点：曲率半径随时间变化，不是定值。描述曲线运动一般选自然坐标系。

### 圆周运动

圆周运动是一种常见的、简单而基本的曲线运动，是研究一般曲线运动的基础

## 1.2.2 圆周运动

### 位置量的描述

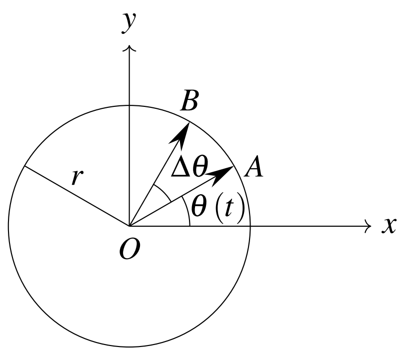



$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$$

于是

$$\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} = r\cos\theta\,\vec{i} + r\sin\theta\,\vec{j}$$

### 圆周运动的角量




角坐标$\theta(t)$，角位移$\Delta\theta = \theta(t) - \theta(t_0)$。

平均角速度

$$\overline{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{1.11}$$

角速度

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{1.12}$$

$\omega$是**赝矢量**，方向与$\mathrm{d}\theta$一致，由右手螺旋定则确定，且总是垂直于圆平面，沿着圆周的轴线方向。

平均角加速度

$$\overline{\alpha}=\frac{\Delta\omega}{\Delta t} \tag{1.13}$$

角加速度

$$\alpha=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} \tag{1.14}$$

**角量与线量的关系**

路程与角距离的关系

$$\Delta s=r\Delta\theta \tag{1.15}$$

速率与角速度的关系

$$b=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=r\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

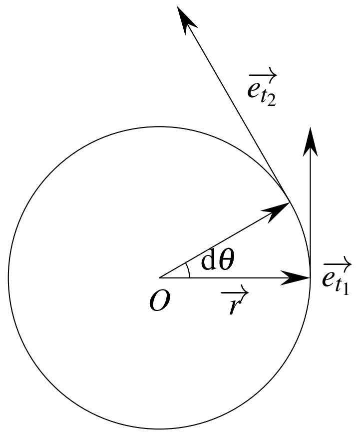
故

$$v(t)=r\omega(t) \tag{1.16}$$

速度

$$\begin{aligned}\overrightarrow{v}&=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{e_t}\\&=v\overrightarrow{e_t}\\&=r\omega\overrightarrow{e_t}\end{aligned} \tag{1.17}$$

### 圆周运动的切向加速度和法向加速度




质点做变速圆周运动时

$$\overrightarrow{\alpha}=\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v\overrightarrow{e}_t)=\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{e}_t+\overrightarrow{v}\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{e}_t}{\mathrm{d}t} \tag{1.18}$$

$$\alpha_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=r\alpha \tag{1.19}$$

因为$|e_{t_1}|=|e_{t_2}|=1$，所以$|\mathrm{d}\overrightarrow{e}|=|\overrightarrow{e_{t_1}}|\cdot\mathrm{d}\theta=\mathrm{d}\theta$。
当$\mathrm{d}\theta\to 0$时，$\mathrm{d}\overrightarrow{e_t}\perp\overrightarrow{e_{t_1}}$，故$\mathrm{d}\overrightarrow{e_t}$的方向与$\overrightarrow{e_n}$方向相同，即

$$\mathrm{d}\overrightarrow{e_t}=\mathrm{d}\theta\overrightarrow{e_n} \tag{1.20}$$

所以

$$v\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{e_t}}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{e_n}=v\omega$$

于是

$$\alpha_n=\omega v \tag{1.21}$$

$$=\frac{v^2}{r} \tag{1.22}$$

综上所述，切向加速度$\overrightarrow{\alpha_t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{e_t}$, $\alpha_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$；法向加速度$\overrightarrow{\alpha_t}=\frac{v^2}{r}\overrightarrow{e_n}$, $\alpha_n=\frac{v^2}{r}=\omega^2r=\omega v$。

### 1.2.3 一般曲线运动

同圆周运动理知，

$$\alpha_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{1.23}$$

$$\alpha_n = \frac{v^2}{\rho} \quad \text{（}\rho\text{是曲率半径）} \tag{1.24}$$

而$\overrightarrow{\alpha} = \overrightarrow{\alpha_t} + \overrightarrow{\alpha_n}$，所以

$$\left|\overrightarrow{\alpha}\right| = \sqrt{\alpha_t^2 + \alpha_n^2} \tag{1.25}$$

自然坐标系下的加速度表达式：

$$\overrightarrow{\alpha_t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{e_t} = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}\overrightarrow{e_t} \tag{1.26}$$

$$\overrightarrow{\alpha_n} = \frac{v^2}{\rho}\overrightarrow{e_n} \tag{1.27}$$