

# 光的干涉

Lai Wei

2025 年 10 月 18 日

## 1 光的相干性

### 1.1 光的电磁理论

根据光的电磁理论，光是一种波长在一定范围内的电磁波。

对于一系列沿  $x$  轴正方向传播的单色平面电磁波，其波函数（波动表达式）可以写为

$$E(x, t) = E_0 \cos \omega \left( t - \frac{x}{u} \right) = E_0 \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \quad (1)$$

$$H(x, t) = H_0 \cos \omega \left( t - \frac{x}{u} \right) = H_0 \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \quad (2)$$

式中  $u = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$  式电磁波在介质中的传播速度。

光的强度就是电磁波的平均能流密度，并用  $I$  表示，即

$$I = \frac{1}{2} u \epsilon E_0^2 \quad (3)$$

式3表明，在同一种均匀介质中，光的强度与光波中电场强度的振幅的平方成正比。人们往往将电场强度振幅的平方  $E_0^2$  称为相对光强，通常也简称光强。

人们将光在真空中的传播速度与光在介质中的传播速度之比称为该介质的折射率，用  $n$  表示，即

$$n = \frac{c}{u} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (4)$$

式中  $\epsilon_r$ 、 $\mu_r$  分别是介质的相对电容率和相对磁导率。对于各向同性的均匀介质，其折射率是一个常量。

### 1.2 相干光的获得方法

从普通光源的发光机制可知，来自两个独立光源的光是非相干光，而来自同一光源的两个不同部分的光也不是相干光。利用普通光源获得相干光的方法的基本原理是把由光源上同一点发出的光设法分成两部分，然后再使这两部分叠加起来。由于这两部分光实际上来自同一点光源，所以它们满足相干条件，因而是相干光。从普通光源获得相干光的方法有

两种。一种称为分波振面法，就是在一个电光源发出的波阵面上取出两个满足相干条件的两个子光源，典型的例子就是杨氏双缝干涉实验中的两个狭缝。另一种称为分振幅法，就是当光投射到两种透明介质的分界面上时，利用反射和折射将光波分成两部分或若干份，由于这几部分光波都来自同一个波列，所以也满足相干条件，例如薄膜干涉、迈克耳孙干涉仪等九江市利用了这种方法。

## 1.3 光波的相干叠加与非相干叠加

### 1.3.1 非相干叠加

若  $S_1$ 、 $S_2$  是两个独立的光源，则它们之间的初相位之差  $[\varphi_{20}(t) - \varphi_{10}(t)]$  是随时间而变的， $\cos \Delta\varphi_P$  在  $[-1, +1]$  之间随机取值，于是在足够长的观测时间  $\tau$  内， $\cos \Delta\varphi_P$  的时间平均值一定是零，即

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos \Delta\varphi_P dt = 0 \quad (5)$$

于是 P 点的光强为

$$I = I_1 + I_2 \quad (6)$$

即交叠区域中任一点的总光强都等于各列光波在该点点光强之和，这称为非相干叠加。

### 1.3.2 相干叠加

若  $S_1$ 、 $S_2$  是两个相干光源，即它们之间的初相位之差  $\varphi_{20}(t) - \varphi_{10}(t) = \varphi_{20} - \varphi_{10}$  与时间  $t$  无关，则  $\cos \Delta\varphi_P$  在观察时间内也与时间  $t$  无关，即

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos \Delta\varphi_P dt = \cos \Delta\varphi_P \quad (7)$$

式中

$$\Delta\varphi_P = \varphi_{20} - \varphi_{10} - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \quad (8)$$

由此可得 P 点的光强为

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi_P = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20} \cos \Delta\varphi_P \quad (9)$$

上式表明，在叠加区域内有些点光强始终加强，有些点光强始终减弱，即各点光强分布不随时间变化，称为相干叠加。

当  $\Delta\varphi_P = \pm 2k\pi, k = 0, 1, 2, \dots$  时

$$E_{P0} = E_{\max} = E_{10} + E_{20}, \quad I = I_{\max} = (E_{10} + E_{20})^2 \quad (10)$$

这称为两列光波在 P 点满足干涉加强（或相长干涉）条件，P 点为第  $k$  级明条纹中心。

当  $\Delta\varphi_P = \pm(2k - 1)\pi, k = 1, 2, 3, \dots$  时

$$E_{P0} = E_{\min} = |E_{10} - E_{20}|, \quad I = I_{\min} = |E_{10} - E_{20}|^2 \quad (11)$$

这称为两列光波在 P 点满足干涉减弱（或相消干涉）条件，P 点为暗条纹中心。

特别是当  $E_{10} = E_{20} = E_0$  时， $I_{\max} = 4E_0^2 = 4I_0, I_{\min} = 0$ 。

### 1.3.3 干涉条纹的对比度

干涉条纹的对比度  $\eta$  定义为

$$\eta = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (12)$$

对比度的取值范围  $0 < \eta < 1$ ，其中  $\eta = 0$  对应于非相干叠加情形； $\eta = 1$  对应于干涉效果最好、干涉条纹明暗对比度最强的相干叠加情形。因此，要获得清晰的干涉图案，除了两列光波需满足振动方向相同、频率相同、相位差恒定这三个必要的干涉条件之外，还要满足以下两个补充条件：

1. 参与干涉的两列光波的振幅不能相差太大。
2. 场点 P 到两光源  $S_1$ 、 $S_2$  的距离之差  $r_2 - r_1$  不能太大，不能超过一个光源的最大相干长度  $L_m$ 。

## 2 分波阵面法产生的光的干涉

### 2.1 杨氏双缝干涉实验

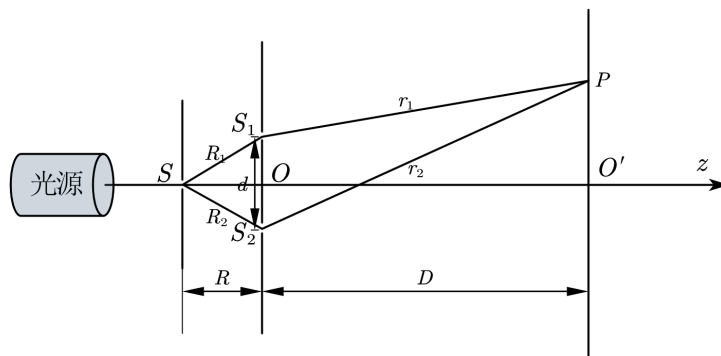


图 1: 杨氏双缝干涉实验装置示意图

设观测屏上任意一点  $P$  到坐标原点  $O$  的距离为  $x$ ，设  $PS_1 = r_1$ 、 $PS_2 = r_2$ ，并假设  $SS_1 = SS_2$ ，则从双缝  $S_1$ 、 $S_2$  发出的光波传播到  $P$  点时的波程差为

$$\delta = r_2 - r_1 \quad (13)$$

由图中几何关系可知

$$r_1 = \sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + D^2}, \quad r_2 = \sqrt{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + D^2}$$

由上面两式可得

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2dx \quad (14)$$

在一般的双缝干涉实验中， $d$  不足  $1\text{mm}$ ， $D$  通常有几米，故总是可以满足  $D \gg d$ ，所以

$$r_2 + r_1 \approx 2D \quad (15)$$

由此可得

$$\delta = r_2 - r_1 = \frac{d}{D}x \quad (16)$$

可得各级明条纹中心的位置条件为

$$\delta = \frac{d}{D}x = \pm k\lambda \quad (17)$$

即

$$x_k = \pm k \frac{D}{d} \lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (18)$$

$k = 0$  的明纹常被称为中央明纹或零级明纹。

各级暗条纹中心的位置条件为

$$\delta = \frac{d}{D}x = \pm(2k - 1)\frac{\lambda}{2} \quad (19)$$

即

$$x_k = \pm(2k - 1)\frac{D}{d}\frac{\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (20)$$

综上，相邻两条明条纹（或暗条纹）之间的距离  $\Delta x$  为

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{D}{d}\lambda \quad (21)$$