

磁路和变压器

Lai Wei

2025 年 9 月 15 日

1 磁路及其分析方法

1.1 磁场的基本物理量

磁感应强度由洛伦兹力，即载流导体在磁场受力定义，即

$$B = \frac{F}{q \cdot v} \quad (1)$$

磁通

$$\Phi = \oint \mathbf{B} d\mathbf{S} \quad (2)$$

在均匀磁场中

$$\Phi = BS \quad \text{或} \quad B = \frac{\Phi}{S} \quad (3)$$

根据电磁感应定律的公式

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (4)$$

由此可知磁通的单位是伏秒 ($\text{V} \cdot \text{s}$)，通常称为韦 [伯] (Wb)

磁场强度 H 是计算磁场时所引用的一个物理量，也是矢量，单位是安每米 (A/m)。

磁导率 μ 是一个用来表示磁场媒质磁性的物理量。

$$B = \mu H \quad (5)$$

磁导率的单位是亨 [特] 每米 (H/m)。

任意一种物质的磁导率 μ 和真空的磁导率 μ_0 的比值，称为该物质的相对磁导率 μ_r ，
即

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (6)$$

1.2 磁路的分析方法

根据安培环路定律

$$\oint H dl = \sum I \quad (7)$$

可得出

$$Hl = NI \quad (8)$$

其中 N 是线圈的匝数, l 是磁路 (闭合曲线) 的平均长度, H 是磁路铁心的磁场强度

磁通势

$$F = NI \quad (9)$$

又

$$NI = Hl = \frac{B}{\mu} l = \frac{\Phi}{\mu S} l \quad (10)$$

于是磁路的欧姆定律

$$\Phi = \frac{NI}{\frac{l}{\mu S}} = \frac{F}{R_m} \quad (11)$$

其中 R_m 是磁路的磁阻, S 为磁路的截面积。(式中 μ 不是常数, 所以该式只能用于定性分析, 不能用于定量计算)

如果磁路是由不同材料或不同长度和截面积的几段组成的, 则用下式计算

$$NI = H_1 l_1 + H_2 l_2 + \cdots = \Sigma(HI) \quad (12)$$

$H_1 l_1, H_2 l_2, \cdots$ 也常称为磁路各段的磁压降。

1.2.1 总结

磁路	电路
磁通势 F	电动势 E
磁通 Φ	电流 I
磁感应强度 B	电流密度 J
磁阻 $R_m = \frac{l}{\mu S}$	电阻 $R = \frac{l}{\gamma S}$
$\Phi = \frac{F}{R_m} = \frac{NI}{\frac{l}{\mu S}}$	$I = \frac{E}{R} = \frac{E}{\frac{l}{\gamma S}}$

2 交流铁心线圈电路

2.1 电磁关系

磁通势 Ni 产生的磁通绝大部分通过铁心而闭合，这部分磁通称为主磁通或工作磁通 Φ ，产生主磁电动势 e 。漏磁通 Φ_σ 产生漏磁电动势 e_σ

设主磁通 $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$ ，则

$$\begin{aligned}
 e &= -N \frac{d\Phi}{dt} = -N\omega\Phi_m \cos \omega t \\
 &= 2\pi f N \Phi_m \sin(\omega t - 90^\circ) = E_m \sin(\omega t - 90^\circ)
 \end{aligned} \tag{13}$$

漏磁电动势

$$e_\sigma = -N \frac{d\Phi_\sigma}{dt} = -L_\sigma \frac{di}{dt} \tag{14}$$

(漏磁电感 $L_\sigma = \frac{N\Phi_\sigma}{i}$ 为常数)

式13中 $E_m = 2\pi f N \Phi_m$ ，是主磁电动势 e 的幅值，而其有效值则为

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \Phi_m}{\sqrt{2}} = 4.44 f N \Phi_m \tag{15}$$

而电源电压 (R 和 X_σ 较小，其压降与 E 相比可忽略。)

$$U \approx E = 4.44 f N \Phi_m = 4.44 f N B_m S \tag{16}$$

2.2 功率损耗

线圈电阻上的损耗**铜损耗**

$$\Delta P_{\text{Cu}} = RI^2 \quad (17)$$

交流变化下的铁心损耗**铁损耗**

$$\Delta P_{\text{Fe}} \propto B_m^2 \quad (18)$$

1. 磁滞损耗 ΔP_h : 选用磁滞回线狭小的磁性材料制造铁心（如硅钢）。
2. 涡流损耗 ΔP_e : 为减少涡流损耗，应选用彼此绝缘的硅钢片叠成铁心，限制涡流，使涡流只能在很小的截面内流通（如图1(b)所示）。或采用电阻率高的铁心（如硅钢片）。

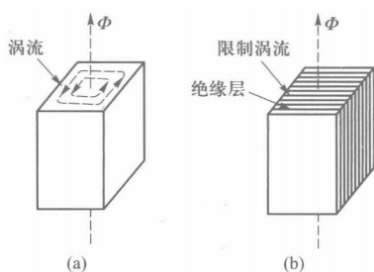


图 1: 涡流损耗

由上可知，铁心线圈交流电路的有功功率为

$$P = UI \cos \varphi = RI^2 + \Delta P_{\text{Fe}} \quad (19)$$

3 变压器

3.1 变压器的工作原理

3.1.1 电压变换

电阻压降和漏磁电动势较小，与主磁电动势比较起来，可以忽略不计。于是

$$u_1 \approx -e_1 \quad \dot{U}_1 \approx -\dot{E}_1 \quad (20)$$

根据式16， e_1 的有效值为

$$E_1 = 4.44fN_1\Phi_m \approx U_1 \quad (21)$$

同理，对二次绕组电路

$$e_2 = R_2i_2 + (-e_{\sigma 2}) + u_2 \quad (22)$$

感应电动势 e_2 的有效值为

$$E_2 = 4.44fN_2\Phi_m \quad (23)$$

变压器空载时

$$I_2 = 0, E_2 = U_{20} \quad (24)$$

式中 U_{20} 式空载时二次绕组的端电压。

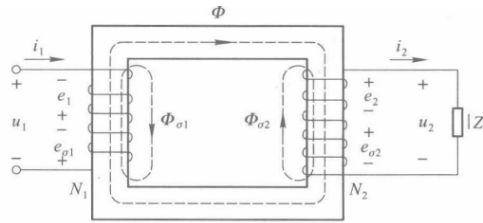


图 2: 变压器的原理图

一次、二次绕组的电压之比为

$$\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = K \quad (25)$$

式中 K 称为变压器的**变比**，亦即一次、二次绕组的匝数比。

3.1.2 电流变换

由 $U_1 \approx E_1 = 4.44fN_1\Phi_m$ 可知，电源电压 U_1 和电源频率 f 不变时， Φ_m 近于不变。这就是说，变压器铁心中主磁通最大值在变压器空载或有载时，基本上是恒定的。那么，这两种状态时的磁通势也应当是近于相等的，即

$$N_1\dot{I}_1 + N_2\dot{I}_2 \approx N_1\dot{I}_0 \quad (26)$$

上式中 \dot{I}_0 很小，于是

$$N_1 \dot{I}_1 \approx -N_2 \dot{I}_2 \quad (27)$$

可以得出

$$\frac{I_1}{I_2} \approx \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{K} \quad (28)$$

这就是变压器的电流变换作用，即一次、二次绕组电流之比等于它们匝数比的倒数。

3.1.3 阻抗变换

根据25和28可得出

$$\frac{U_1}{I_1} = \frac{\frac{N_1}{N_2} U_2}{\frac{N_2}{N_1} I_2} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \frac{U_2}{I_2} \quad (29)$$

于是

$$\begin{aligned} |Z'| &= \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 |Z| \\ &= K^2 |Z| \end{aligned} \quad (30)$$

3.2 变压器的外特性

变压器的外特性如图3所示。由特性曲线 $U_2 = f(I_2)$ 可见，随着二次绕组电流 I_2 的增大，输出电压 U_2 的下降逐渐明显。电压变化率

$$\Delta U\% = \frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} \times 100\% \quad (31)$$

额定容量

$$S_N = U_{28} I_{28} \quad (32)$$

输出有功功率

$$P_2 = U_{28} I_{28} \cos \varphi_2 \quad (33)$$

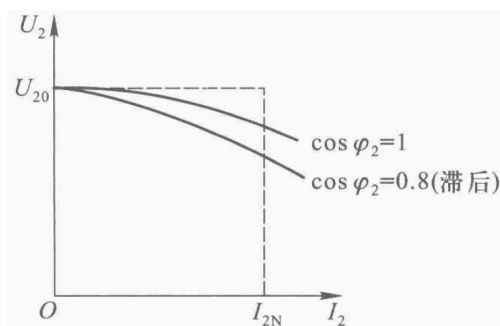


图 3: 变压器的外特性曲线

3.3 变压器的损耗与功率

变压器的效率

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P_{\text{Fe}} + \Delta P_{\text{Cu}}} \quad (34)$$

3.4 特殊变压器

3.4.1 自藕变压器

二次绕组是一次绕组的一部分，则

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = K \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{K} \quad (35)$$

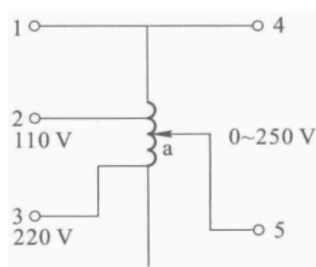


图 4: 自藕变压器的电路

4 电磁铁

电磁铁的吸力是它的主要参数之一。直流电磁铁的吸力的大小与气隙的截面积 S_0 及气隙中的磁感应强度 B_0 的平方成正比。计算吸力的基本公式为

$$F = \frac{10^7}{8\pi} B_0^2 S_0 \quad (36)$$

交流电磁铁中磁场是交变的，吸力的最大值为

$$F_m = \frac{10^7}{8\pi} B_m^2 S_0 \quad (37)$$

计算时只考虑吸力的平均值

$$F = \frac{10^7}{16\pi} B_m^2 S_0 \quad (38)$$