

暗物质及其探测手段简介

——ATIC 探测项目初探

郑卜凡 2021302022016

2023 年 5 月 3 日

摘要

简略的论述了暗物质研究的历史发展和现状，并且从天文学和粒子物理两个方面出发介绍暗物质，较详细的说明了其存在的证据以及目前的探测手段，特别是南极的高空气球 ATIC 探测项目。

目录

| | |
|-------------------|----|
| 1 绪论 | 2 |
| 2 广义相对论与宇宙学回顾 | 4 |
| 3 天文学观测证据 | 7 |
| 3.1 星系旋转曲线 | 8 |
| 3.2 星系团的质量 | 9 |
| 3.3 引力透镜效应与子弹星系团 | 9 |
| 3.4 暗物质与加速膨胀的宇宙 | 10 |
| 3.5 宇宙大尺度结构 | 13 |
| 4 暗物质的候选者 | 15 |
| 4.1 WIMP | 15 |
| 4.2 轴子 | 16 |
| 4.3 惰性中微子 ν_R | 16 |
| 4.4 超大质量粒子与超轻矢量粒子 | 16 |
| 4.5 原初黑洞 | 17 |

| | |
|------------|----|
| 1 绪论 | 2 |
| 5 暗物质的探测实验 | 18 |
| 6 ATIC 项目 | 18 |
| 7 总结 | 18 |

1 绪论

最能说明科学内在统一性的莫过于将探索宇宙最大物体，即宇宙学，和探索宇宙最小物体，即粒子物理学，结合在一起所进行的研究。

E.W.Kolb

“物质的基本组成单元是什么？”这个问题可以追溯到两千多年前德谟克利克提出原子的概念。目前人类已经得到的最精确的答案是粒子物理标准模型（见下图1），但是这一定不是最终答案，量子场论中无处不在的无穷大迫使人们引入重整化来解决，这也使得人们意识到目前的理论也只是个低能有效理论，只是终极理论的一个低能标近似。^[1]

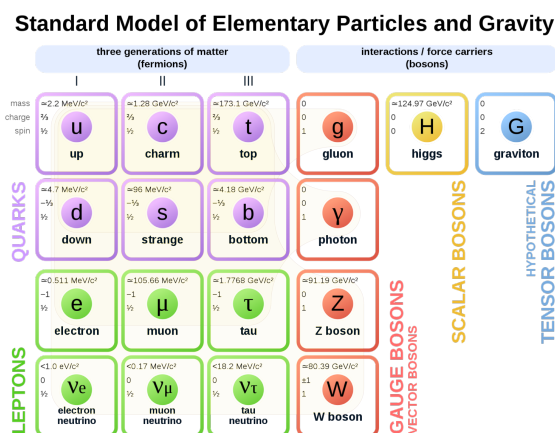


图 1: 粒子物理标准模型

另一方面，标准模型并不完美，理论中出现的多达 19 个参数必须由实验确定，中微子质量的存在性问题¹、强 CP 问题、夸克禁闭问题等等都预

¹当然可以通过略微修改理论来引入中微子质量项,但是这也会使得标准模型本身看起来相当不自然。^[2]

示着一些超出标准模型的物理现象，其中一个引人注目的问题就是暗物质谜团。

暗物质最早的存在证据都起源于上世纪初对星系以及星系团的引力效应的观测，观测结果与已知的引力理论相矛盾，要么是引力理论在星系尺度下已经不成立需要修改，要么就是引力理论没问题，还有一些看不见的物质的影响我们没有考虑进来，也就是所谓的暗物质。目前基于天文学的一系列观测告诉我们²暗物质理论是必要的，甚至现今宇宙中绝大部分都起源于暗物质（见下图1）。但是粒子物理学家并不满足于唯象的解释，而是去通过实验探究暗物质究竟是怎样一种超出标准模型的粒子。很遗憾，我们对暗物质所知还是甚少，只知道它们不能是些什么：

- 它们不能是重子物质，不带电荷与色荷；
- 它们不能由标准模型粒子组成；
- 它们不参与电磁相互作用，所以不发光也不吸收光，所以我们看不见；
- 它们确实参与引力相互作用，暗物质的引力效应在宇宙中无处不在。

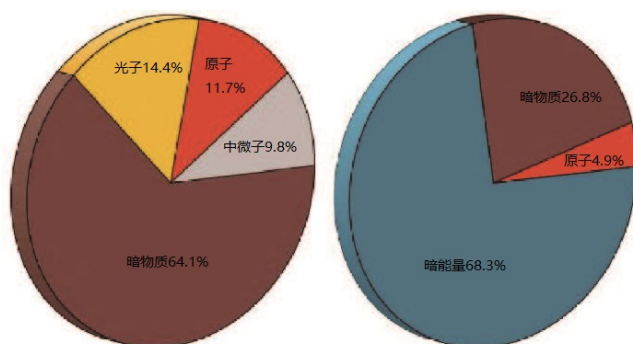


图 2: 宇宙中的暗物质组分图，左侧是宇宙初期，右侧是现今宇宙。图源来自《大英百科全书》

尽管目前来看我们对暗物质所知甚少，还是可以在粒子物理的一些框架下研究暗物质，并且已经有一些包含暗物质可能候选者的理论模型。目前，暗物质研究正处于实验驱动阶段。由大量的已经完成，正在进行或者正在建造

²我们将在后面详细介绍这些观测

中的实验来寻找暗物质粒子。这些实验必然会如以太说驱动广义相对论产生般引发一场巨大的物理学革命！

最后提一下本文的写作结构，本文是读书报告，主要是记录了解暗物质所学习的一些课本或者是论文，所以基本没有原创之处，所有论断都可以在本文后面的参考文献中找到，不过文中必然出现了不少本人自己对论文本身的理解，若有不当，还请指教³。

由于文中不可避免的会使用一些定量计算进行论证，所以本文先简略的介绍了一下广义相对论和宇宙学，然后以此为基础重点论述暗物质存在的天文学证据，这也与暗物质研究发展的历史进程相符；之后再从粒子物理方面出发介绍暗物质可能的候选者，最后再用比较长的篇幅论述现今暗物质探测的实验手段，尤其是 ATIC 项目。

2 广义相对论与宇宙学回顾

注意，我们这里的介绍是相当简略的，想进一步学习的读者可以阅读 [3] [4]。

首先本文选取 $c = \hbar = 1$ 的自然单位制，并且选取平直空间中的 *Minkovski* 度规号差为 -2 ，即 $(+---)$ 约定，当然为了不给自己找麻烦，*Einstein* 求和约定贯穿本文始终。

在广义相对论中，空间度规用对称的协变和逆变张量表示，分别是 $g_{\mu\nu}$ 和 $g^{\mu\nu}$ ，它们起到升降指标的作用，二者之间的关系为：

$$g^{\mu\sigma} g_{\sigma\nu} = \delta_{\nu}^{\mu} \quad (1)$$

狭义相对论中我们考虑的坐标变换是 *Lorentz* 变换 Λ_{ν}^{μ} ，而广义相对论中我们更多考虑一般的非线性坐标变换。在坐标变换 $x \rightarrow x'$ 下满足下面的变换性质的量称为张量：

$$V_{\nu\dots}^{\mu\dots} \rightarrow V_{\nu'\dots}^{\mu'\dots} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\lambda}} \dots \frac{\partial x^{\sigma}}{\partial x'^{\nu}} V_{\sigma\dots}^{\lambda\dots} \quad (2)$$

上述张量的协变导数定义为：

$$V_{\nu\dots;\lambda}^{\mu\dots} = \frac{\partial}{\partial x^{\lambda}} V_{\nu\dots}^{\mu\dots} + \Gamma_{\lambda\sigma}^{\mu} V_{\nu\dots}^{\sigma\dots} + \dots - \Gamma_{\nu\lambda}^{\sigma} V_{\sigma\dots}^{\mu\dots} - \dots \quad (3)$$

³Email:whuzbf@qq.com

其中 $\gamma_{\mu\nu}^\lambda$ 叫克氏符号或者仿射联络，由下式给出：

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2}g^{\lambda\sigma}(\partial_\mu g_{\nu\sigma} + \partial_\nu g_{\mu\sigma} - \partial_\sigma g_{\mu\nu}) \quad (4)$$

其中 $\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu}$.

对于在平直时空中已经得到的各种公式，到狭义相对论中我们只需要将导数换成相应的协变导数就好，比如电荷守恒连续性方程：

$$\partial_\mu J^\mu = 0 \rightarrow J^\mu_{;\nu} = 0 \quad (5)$$

在平直时空中的自由粒子不受力，运动方程为：

$$\frac{d^2 x i^\mu}{d\tau^2} = 0 \quad (6)$$

其中 τ 是粒子的固有时，也可使用世界线长等作为参量。 $x i^\mu$ 理解为局部惯性系下的广义坐标，在局部惯性系下度规张量就是平直时空中的 *Minkowski* 度规 $\eta_{\mu\nu}$ ，一般的度规张量为：

$$g_{\alpha\beta}(x^\mu) \equiv \eta_{\mu\nu} \mathcal{P}\xi^\mu x^\alpha \mathcal{P}\xi^\nu x^\beta \quad (7)$$

上式可以理解为广义相对论中度规张量的定义，在此定义下，世界线长是标量：

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} d\xi^\mu d\xi^\nu = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \quad (8)$$

利用等效原理，立即得到广义相对论中的测地线方程：

$$\boxed{\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} = 0} \quad (9)$$

还有几个几何学参数，首先是 *Riemann* 曲率张量：⁴

$$R_{\beta\mu\nu}^\lambda \equiv \mathcal{P}\Gamma_{\nu\beta}^\lambda \mu - \mathcal{P}\Gamma_{\mu\beta}^\lambda x^\nu + \Gamma_{\nu\beta}^\alpha \Gamma_{\mu\alpha}^\lambda - \Gamma_{\mu\beta}^\alpha \Gamma_{\nu\alpha}^\lambda \quad (10)$$

分别作一次缩并和两次缩并后得到 *Ricci* 张量和 *Ricci* 标量：

$$R_{\alpha\beta} = R_{\alpha\lambda\beta}^\lambda \quad R \equiv \text{Tr } R_{\alpha\beta} = R_{\alpha}^\alpha = g^{\alpha\beta} R_{\alpha\beta} \quad (11)$$

Riemman 张量有如下对称性：

$$R_{\alpha\beta\mu\nu} = -R_{\alpha\beta\nu\mu} = -R_{\beta\alpha\mu\nu} = R_{\mu\nu\alpha\beta}, \quad R_{\alpha\beta\mu\nu} + R_{\alpha\mu\nu\beta} + R_{\alpha\nu\beta\mu} = 0 \quad (12)$$

⁴这里不同的书又有不同的习惯，*Riemman* 曲率张量是根据 $A_{\beta;\mu\nu} - A_{\beta;\nu\mu} = R_{\beta\mu\nu}^\lambda A_\lambda$ 定义的（揭示了协变导数不对易），有的文献和这里相差一个符号，需要注意。

还有下面的 *Bianchi* 恒等式成立:

$$R_{\alpha\beta\mu\nu;\lambda} + R_{\alpha\beta\nu\lambda;\mu} + R_{\alpha\beta\lambda\mu;\nu} = 0 \quad (13)$$

Einstein 场方程为:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} \quad (14)$$

方程左边是几何量, 右边是能动张量是物质质量, G 是万有引力常量, Λ 是宇宙学常数, *Einstein* 当初引入这一项是为了得到静态的宇宙学解, 被其称为“一生中最大的错误”, 然而现在发现这一项对于宇宙演化是必要的, 可以解释为暗物质和暗能量项, 后面将详细讨论。

能动量张量可以利用下式进行计算:

$$T^{\mu\nu} = \sum \frac{p_n^\mu p_n^\nu}{E_n^2} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_n) \quad (15)$$

其中一类非常重要的模型是相对论性理想流体模型, 在局部惯性系下⁵流体相对静止, 相应的能动量张量为:

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \varepsilon & & & \\ & P & & \\ & & P & \\ & & & P \end{pmatrix} \quad (16)$$

P 是压强, ε 是对应的能量。一般的参考系下能动量张量为:

$$T^{\mu\nu} = (\varepsilon + P)U^\mu U^\nu - Pg^{\mu\nu} \quad (17)$$

其中 U^μ 是四维速度。对于一般的在壳粒子, 由于 $E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4$, 有如下等式成立:

$$0 \leq P \leq \frac{1}{3}\varepsilon \quad (18)$$

具体的 P 和 ε 之间的关系称为状态方程, 与物质本身的性质有关, 例如对于星际尘埃 (非相对论性的物质), 上面不等式取左极限, 对于辐射和极端相对论性物质 (光子), 上面不等式取右极限。更多其它物质的状态方程可以查阅文献 [5]。

⁵或者后面将会提到的共动参照系

3 天文学观测证据

本节主要从历史的脉络出发介绍暗物质存在的天文学证据。首先我们以列表⁶的形式简要概述一下暗物质天文观测的历史进程，这里不打算详细介绍这些观测的意义和物理原理，想了解更详细的历史细节可以查阅这篇比较新的综述文章 [6]。

暗物质早期历史：

- 1922-Kepteyn: 猜测银河系星系盘存在所谓暗物质；
- 1933,1937-Zwicky: 后发星系团暗物质；
- 1937-Smith: 室女座星系团“大质量的星云物质”；
- 1937-Holmberg: 来自于几对星系的质量， $5 \times 10^{11} M_{\odot}$ ；
- 1939-Babcock 观测到 M31 星系⁷的上升旋转曲线；
- 1940s-许多观测证实了星系团的大 σV 结果；
- 1957-van de Hulst: 发现 M31 的高 HI 旋转曲线；
- 1959-Kahn & Woltjer: MWy-M31 交汇处 $\rightarrow M_{\text{LocalGroup}} = 1.8 \times 10^{12} M_{\odot}$ ；
- 1970-Rubin & Ford: M31 平坦光学旋转曲线；
- 1973-Ostriker & Peebles: 晕稳定了星系盘；
- 1974-Einasto, Kaasik & Saar; Ostriker, Peebles & Yahil: 总结了星系 M/L 随半径增长的证据；
- 1975, 1978-Roberts,Bosma: HI 扩展的平坦旋转曲线；
- 1978-Mathews: X 射线揭示了室女座星系团的巨大质量；
- 1979-Faber & Gallagher: 提出暗物质存在的令人信服的证据；
- 1980-Now: 大多数天文学家相信暗物质存在于星系和星系团周围。

⁶这个列表是对 J.Primack 2009 年所作题为 *A Brief History of Dark Matter* 报告的总结，遗憾的是我未能再次找到其报告的视频网址。

⁷这个星系是离银河系星系最近的仙女座螺旋星系

3.1 星系旋转曲线

这是最早的暗物质存在的天文观测证据，也是最容易理解的，提供了大量非重子物质存在的证据。

考虑一个简化的模型，能更清晰的说明问题，考虑两种球对称的质量分布， $M(r)$ 表示在 r 半径球内的总质量：⁸

$$M_A(r) = M_T \left(\frac{r}{R} \right)^3 \theta(R - r) + M_T \theta(r - R) \quad (19)$$

$$M_B(r) = M_T \left(\frac{r}{R} \right)^3 \theta(R - r) + M_T \left(\frac{r}{R} \right) \theta(r - R) \quad (20)$$

$$(21)$$

19就是通常能想到的星系中物质分布，物质分布全部集中在一个半径为 R 的球体中，而20就表明在球体外还有逐渐减少的物质分布，现在主流解释为“暗物质晕”分布在星系周围。

依据这两种物质分布可以求得对应的星系旋转曲线，即对于旋转星系距离系中心 r 处的旋转速度，满足方程：

$$\frac{v(r)^2}{r} = G \frac{M(r)}{r^2} \quad (22)$$

下图3.1给出了两种情况下的星系旋转曲线大致形状：

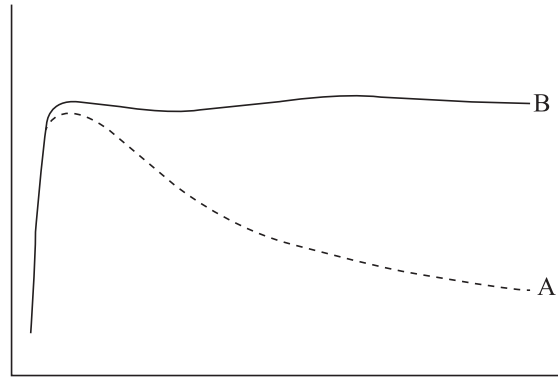


图 3: 两种质量分布情况下的星系旋转曲线，纵轴为旋转速度，横轴为距离

r

⁸ θ 是阶跃函数，定义为 $\theta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$

有意思的是，观测到的旋转曲线是 B ，而观测到的星系物质分布是 A ，显然这意味着还有一些我们看不见的物质，便命名为暗物质。事实上，在考虑 A 物质分布的时候，不难计算出在 $r_{esc} = 2R$ 处所有物质的旋转速度都大于逃逸速度，实际观测发现超过这一半径许多倍仍有许多恒星存在，所以必须要引入所谓“暗物质”来产生足够的引力从而不至于让星系自转解体。

3.2 星系团的质量

正如恒星会在引力的作用下聚集形成星系，星系之间也会在由于引力而结团形成更大的星系团结构。通过观察星系团中的各个星系的亮度和运动情况，人们可以推算出整个星系团的质量，这里主要有两种方法：

- 根据星系团中星系的数量和整体发光情况去反推星系团的质量，这被称为“光度质量”。
- 测量星系团中大量星系的运动速度，根据速度的离散程度，可以通过引力理论去计算星系团的质量，由这种方法得到的质量被称为“动力学质量”。

如果星系团中的大多数物质是发光的，那么这两种质量应当不相上下。然而在三十年代，天文学家 Zwicky 和 Smith 却发现了一件不可思议的事：某些星系团的光度质量实际上远小于其动力学质量。这反映出了一个难以置信的事实：宇宙中发光物质或者说可见物质的总量可能要远少于不发光的物质。这些不发光的物质不参与电磁相互作用，没有任何电磁信号，人们只能通过其庞大的引力效应去感受它们。这就是暗物质最初的观测证据。不过，由于当时人们对物质的微观模型了解甚少，且对星系团系统的稳定性存在争议，所以没有暗物质给予足够的重视。

3.3 引力透镜效应与子弹星系团

Einstein 的广义相对论预言在大质量星体附近测地线是弯曲的，光线在经过这些天体周围时路径会发生偏折，就像经过了一个透镜一样。所以人们可以根据对引力透镜效应的观测结果反推星系团的质量分布。

2006 年，哈勃望远镜对子弹星系团⁹的质量分布观测结果为暗物质的存在提供了迄今为止之最好的证据 [7]。下图3.3中粉红色部分是由 X 射线信

⁹国际编号 1E0657-56

号反映出的可见物质的分布，蓝色部分则是由引力透镜效应反推出的总的质量分布，可以看到二者是不重合的。这说明可见物质并不能主导星系团的质量，它们只占星系团总物质的一小部分，星系团的大部分质量是由不可见的暗物质提供的。而且这个观测结果用引力的修正理论是难以解释的，另外



图 4: 可见图中物质中心和引力中心明显不重合

对其它星系团之间的碰撞观测，例如 MACSJ0025.4-1222 [8]，也显示了可见物质中心和引力中心的明显偏移，而且在星系团的碰撞中，暗物质并未明显减速也限制了暗物质之间以及暗物质和物质之间的相互作用之强度。

3.4 暗物质与加速膨胀的宇宙

首先我们来简要看一下方程14中宇宙学常数这一项带来了什么，我们将这一项移到右边从而解释为物质项：

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi G (T_{\mu\nu} + T_{\mu\nu}^{\Lambda}) \quad T_{\mu\nu}^{\Lambda} = \frac{\Lambda}{8\pi G}g_{\mu\nu} \quad (23)$$

与理想流体的能动张量表达式17对比不难发现：

$$\epsilon_{\Lambda} = \frac{\Lambda}{8\pi G}, \quad P_{\Lambda} = -\frac{\Lambda}{8\pi G} \quad (24)$$

显然这里大于零的 Λ 会产生负压强与辐射和通常物质产生的引力相抗衡，这也是 *Einstein* 引入宇宙学项来构造静态宇宙模型的原因。而且上面的状态方程明显是与不等式18相悖的，这意味一种超出现今物理学标准模型的物质等待着被发现。

我们再来看一下弱场近似下的引力场，真空中，也即不存在重子物质的空间中，引力场方程变为：

$$R_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 0 \quad (25)$$

这个方程有球对称的解，也即所谓的 *Schwarzschild-de Sitter* 度规：

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} A(r) & & & \\ & -B(r) & & \\ & & -r^2 & \\ & & & -r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (26)$$

其中：

$$A(r) = 1 - \frac{2GM}{r} - \frac{1}{3}\Lambda r^2 \quad B(r) = \frac{1}{A(r)}$$

在弱场近似下，广义相对论退化为牛顿万有引力理论，引力由引力势描述 $\mathbf{F} = -\nabla\Phi$ ，与度规之间的关系为：¹⁰

$$g_{00} \approx 1 + 2\Phi \quad (27)$$

$\Lambda = 0$ 时 $\Phi \approx -\frac{GM}{r}$ ，退化到经典引力理论，引力势满足 Poisson 方程 $\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho(\mathbf{r})$ ； $\Lambda \neq 0$ 时 $\Phi \approx -\frac{GM}{r} - \frac{1}{6}\Lambda r^2$ ，会带来排斥势抵消通常的重子物质的影响，与之前的分析一致。

接下来将目光转向宇宙学，整个宇宙虽然说是星系团尺度上存在物质涨落，但是就整个宇宙的大尺度而言宇宙是均匀的，对宇宙微波背景辐射（CMB）的观测也说明了这一点。日心说和地心说看来都不正确，宇宙并不存在一个绝对的中心，不过就研究方便而言，把我们自己选取为宇宙中心是个明智的方法，在这之上我们还可以选取一个特殊的参照系，随宇宙一起膨胀，所有物质都相对于这个参照系静止，我们称之为**共动参考系**。

宇宙学原理

在足够大的尺度上，宇宙是均匀且各向同性的。

¹⁰这里很容易想到 $c \rightarrow \infty$ 近似下只有度规的时间分量产生贡献，本文强调的是概念而不是具体的计算，更详细的计算可以在文献 [3] 的第四章中找到。

依据这一原理我们可以导出描述宇宙大尺度的共动参考系下的 **Friedmann-Robertson-Walker**(FRW) 度规: [9]

$$\boxed{d^2s = dt^2 - a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - \kappa r^2} + r^2 d^2\theta + r^2 \sin^2 \theta d^2\phi \right]} \quad (28)$$

其中 $a(t) > 1$ 称为标度因子¹¹, κ 是曲率常数, 可以取下面三个数值, 对应三种不同的宇宙几何结构:

$$\kappa = \begin{cases} +1, & \text{球面, 正曲率, 封闭宇宙} \\ -1, & \text{超球面, 负曲率, 开放宇宙} \\ 0, & \text{欧几里得, 无曲率, 平坦宇宙} \end{cases} \quad (29)$$

目前的天文观测支持 $\kappa = 0$ 的情况。

在共动参考系下离我们距离为 L 的星系¹²与我们之间的固有距离可以如下简单计算为:

$$D(t) = \int_0^L dr \sqrt{g_{rr}} = \begin{cases} a(t)L, & \kappa = 0 \\ a(t) \sin^{-1} L, & \kappa = +1 \\ a(t) \sinh^{-1} L, & \kappa = -1 \end{cases} \quad (30)$$

进而可以定义下面的 *Hubble* 系数:

$$H(t) \equiv \frac{\dot{D}}{D} = \frac{\dot{a}}{a} \quad (31)$$

在现在我们所处的时间 t_0 , 天文观测得到 *Hubble* 常数 H_0 的值为¹³:

$$H_0 \approx 70 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1} = 3 \times 10^{-18} \text{ s} \quad (32)$$

这意味着我们的宇宙正在膨胀!

现在我们将 FRW 度规作为 *Einstein* 场方程的宇宙学解代入, 并利用理想流体模型, 得到下面两个独立的方程, 具体推导见一般的宇宙学书籍:

$$-\frac{\ddot{a}}{a} + \Lambda = 4\pi G (\varepsilon + 3P) \quad (33)$$

$$\frac{\ddot{a}a + 2\dot{a}^2 + 2\kappa}{a^2} - \Lambda = 4\pi G (\varepsilon - P) \quad (34)$$

¹¹多说一句, 标度因子本身不是可观测量, 其比值才是。

¹²前文说过, 将我们自己视为宇宙中心

¹³pc 是天文学单位——秒差距

其中 ε 和 P 分别是寻常物质的能量和压强, 而且根据宇宙学原理, 在共动参考系中它们只和时间有关。

从33和34可以看出唯一使得宇宙膨胀加速, 也即 $\ddot{a} > 0$ 的项是 Λ , 这两个方程还可以解出关于 ε 和 P 的形式:

$$\frac{8\pi G}{3}\varepsilon = \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\kappa}{a^2} - \frac{1}{3}\Lambda \quad (35)$$

$$-8\pi GP = \frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\kappa}{a^2} - \Lambda \quad (36)$$

定义减速参量¹⁴:

$$q \equiv -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} = -\frac{\ddot{a}}{H^2 a} \quad (37)$$

将 $\kappa = 0$ 的式36代入 q 的定义式并且注意到目前宇宙中可观测到的物质以及辐射产生的压强相比于 ε 而言可以忽略不计, 即 $P \approx 0$ 。我们得到¹⁵:

$$q_0 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Lambda}{H_0^2} \right) \quad (38)$$

$\Lambda = 0$ 对应有 $q_0 = 0.5 > 0$, 宇宙确实由于物质的引力在减速膨胀, 但目前的观测 [10] [11] 告诉我们 $q_0 \approx -0.5 < 0$, 也就是说宇宙是在加速膨胀的! 这一项工作被授予了 2011 年度的 Nobel 物理学奖¹⁶。这也告诉我们必须存在适当的 $\lambda \sim 10^{-52}$ 使得宇宙加速膨胀, 这可以解释为暗物质的作用¹⁷。

3.5 宇宙大尺度结构

上图3.5揭示了宇宙的大尺度结构, 可以发现由细丝和空洞构成, 细丝的交界处表示物质的高度聚集区域, 那里会发现大量的星系团, 而空洞则是宇宙中平均密度很低的区域。在不断膨胀的宇宙模型中, 固定在空间纤维上的任意两个点之间的距离也在不断增大。如果没有某种力来吸住它们, 它们之间将永远分离。而单纯靠物质之间的引力是不够的, 需要引入暗物质, 对宇宙大尺度结构的模拟和观测更重要的意义是确定暗物质的种类。

如果暗物质由重的¹⁸、低速、非相对论粒子构成, 这被称为冷暗物质 (CDM)。冷暗物质会使物质聚集到小的区域, 因此宇宙中会弥漫着大量较

¹⁴为啥是减速而不是加速是个历史原因, 因为之前天文学家们坚信宇宙是在减速膨胀

¹⁵所有下标 0 都告诉我们代表物理参量在当前宇宙年龄取值

¹⁶<https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2011/summary/>

¹⁷当然也有理论认为其来源于量子场论中的真空能, 但是解释的并不完美。

¹⁸可以达到 GeV 甚至 TeV 量级。

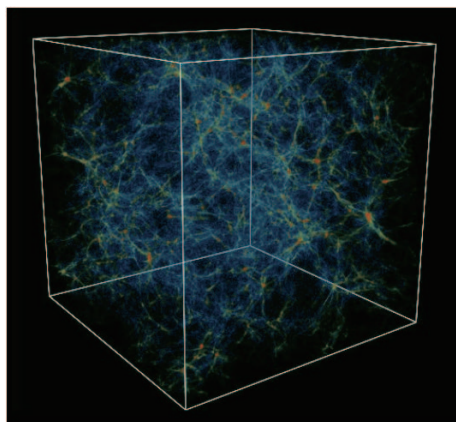


图 5: 宇宙的大尺度结构模拟示意图

小的矮星系。反之，如果暗物质是由具有弱相互作用的相对论性粒子组成的，质量在 eV 量级甚至更轻，则称为热暗物质（HDM）。¹⁹

两种不同的暗物质模型预言了不同的宇宙大尺度结构，通过计算机模拟可以得到下面的图3.5：与图3.3对比可明显发现，现今的天文观测支持 CDM

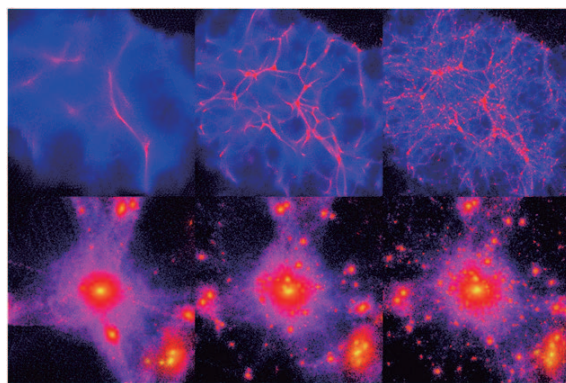


图 6: 对两种暗物质模型的宇宙大尺度结构数值模拟，上面对应 CDM，下面对应 HDM

暗物质模型。

¹⁹当然介于它们之间还有所谓的温暗物质（WDM）模型，质量在 KeV 量级或者重一点。

4 暗物质的候选者

在介绍暗物质的可能组成之前，先来总结一下暗物质应有的性质：

- 不参与电磁相互作用和强相互作用，否则会有电磁信号或与原子核强烈作用。
- 必须是稳定的，因为要经过宇宙 138 亿年的演化遗留至今。
- 必须在早期宇宙中产生，因为在 CMB 中有暗物质的信号。
- 暗物质在星系结构开始形成之时是非相对论性运动的，即动能远小于其质量对应的静能。这样才能让宇宙形成今天这样的网状大尺度结构。(CDM)

基于这些事实，粒子物理学家为暗物质构建了许多合理的模型，绝大部分都来自于超出标准模型的新理论。比较有名的是以下几类：弱作用大质量粒子 (WIMP)、轴子、惰性中微子、超大质量粒子²⁰。接下来分别介绍一下。

4.1 WIMP

Weakly Interacting Massive Particle，即弱相互作用大质量粒子，这是一类基本粒子模型的统称，指的是质量在 GeV TeV 数量级，相互作用强度与标准模型的弱相互作用差不多的粒子。这类粒子如果存在的话，它们会在宇宙大爆炸之初大量产生。然后在宇宙的温度降低至 WIMP 粒子的质量能标之后，它们会快速地相互湮灭，最终剩余一部分遗留至今成为暗物质。

WIMP 型暗物质可以从许多超出标准模型的理论中得到，它们的相互作用截面适中，且质量在 TeV 数量级以下也容易被下一代的粒子对撞机检验，因此得到了广泛的关注。最热门的 WIMP 型暗物质候选者是最轻的超对称粒子²¹。超对称是人们为了解决标准模型的规范等级问题、大统一问题而引入的一种玻色子与费米子之间的对称性，认为每一个玻色子都对应一个费米子作为超对称伙伴，反之亦然。因此超对称理论中会引入许多超对称粒子，其中最轻的超对称粒子不会衰变到其他超对称粒子，所以足够稳定可以充当暗物质的角色。

²⁰它还有一个非常中二的名字：哥斯拉级暗粒子。

²¹超弦理论中的最轻 *Kaluza-Klein* 粒子

4.2 轴子

粒子物理标准模型存在一个疑难问题，那就是——为什么强相互作用的 CP 宇称是守恒的？在理论上完全可以存在强相互作用的 CP 对称性破坏，但实际上却没有发现这种事情。为了解决这一问题，物理学家们构建了一种新的粒子物理模型——Peccei-Quinn 模型，里面引入了一种叫做轴子的粒子。轴子的质量非常小，远不到 eV 的数量级，但它可以从极早期宇宙的 QCD 相变²²中大量产生，从而充满全宇宙，成为暗物质候选者。[12] [13]

4.3 惰性中微子 ν_R

标准模型还有一个疑难问题——为什么中微子的质量那么小？为了解决这一问题，物理学家们提出了一种“跷跷板机制”。也就是，引入某种右手中微子，使它的质量与标准模型的左手中微子相关联。当右手中微子的质量足够大时，左手中微子的质量就会被压得很低 [?, PFS] 这种新引入的右手中微子与标准模型粒子没有直接相互作用，所以被称为惰性中微子，其质量在 keV 量级 (WDM)。

当然也有以其它中微子为中心的理论，比如普通中微子 ν ，不过其质量如此之小被归类为 HDM，目前的天文观测不倾向于这种可能，最多贡献也不会超过几个百分点。

4.4 超大质量粒子与超轻矢量粒子

指的是质量大于暴胀能标（约 10^{13} GeV）的一类粒子。这种粒子如果存在，它会有两种主要的产生途径。第一种是在宇宙暴胀时期通过真空量子涨落产生，这是一种典型的引力量子效应，暗物质是从真空中“凭空”涌现出来的。第二种通过其他热粒子湮灭的“freeze in”机制产生，大体意思就是说宇宙重加热之后有一堆温度极高的热粒子，这些热粒子可以通过与暗物质粒子直接耦合或者通过引力子作为传播子，来把能量传递给暗物质，激发出暗物质粒子。

²²水在自然界中在不同温度压强下有固液气三种状态，这是水分子在电磁相互作用层面上的相变现象，如果把温度加热到万亿摄氏度，约为宇宙大爆炸几十微秒后的温度，QCD 预言夸克与胶子将摆脱强作用力束缚，从核子中逃离（解禁闭），形成一种由自由夸克与胶子组成的新物质形态，即夸克-胶子等离子体 (Quark-Gluon Plasma, QGP)。宇宙冷却过程中必定有 QGP 到普通强子物质的相变发生，也即 QCD 相变。

超轻矢量粒子是指质量小于 eV 数量级（超轻）的自旋 1（矢量）的暗物质粒子模型。它的产生途径也是在宇宙暴胀时期通过真空量子涨落产生，但与超大质量粒子不同的一点是，超轻矢量粒子在宇宙暴胀时期会经历一种所谓“快子”状态，这会导致它的产生率激增，从而使得质量如此之小的它也可以达到当前所观测到的暗物质总量。

4.5 原初黑洞

在早期对暗物质的探索中，许多大型天体也被认为是暗物质的候选者产生额外的引力，但是现今的天文观测已经排除了很多此类可能性，这里介绍比较有名的原初黑洞理论。

所谓“原初”，也即在极早期宇宙产生的黑洞，这种黑洞与恒星坍缩成的黑洞非常不同，它不是由天体物理过程演化形成的，而是从极早期宇宙的密度涨落直接形成的。在宇宙诞生的极早期，宇宙暴胀为宇宙带来了原初的密度扰动，如果某些时空区域的密度扰动幅度足够大，那么随着视界扩大它就会包含足够多的物质，直接把这片时空区域坍缩成黑洞，这就是所谓的原初黑洞。

由于霍金辐射效应²³，原初黑洞从诞生后会慢慢蒸发损失质量，因此即使原初黑洞在极早期宇宙中产生，它也不一定能存活到今天。不过，黑洞质量越大蒸发速度越慢，由计算可知质量大于 10^9 吨的原初黑洞经过了 138 亿年的演化依然可以存活到今天，从而充当暗物质。引力波、引力透镜等实验可以对能够充当全部暗物质的原初黑洞的质量提供较强的限制。目前基本可以确定如果原初黑洞大量存在的话，它的平均质量应在太阳质量以下，并拥有一个较宽的质量分布。未来的空间引力波探测实验，如 LISA 或我国的太极计划，可以对原初黑洞的参数空间提供更强的限制²⁴，进一步检验这种暗物质模型的可行性。

²³真正去理解霍金辐射效应涉及到量子场论中很深奥的知识，有意思的是在 Hawking 著名科普书籍《时间简史》中给出了一个比较大众化的解释：真空中会自发产生正反粒子对，它们一般来说会迅速湮灭，所以能量还是守恒的，不过黑洞附近可能某个粒子被吸收，这样剩下的那个粒子就无法湮灭，看起来就像是黑洞向外发射粒子，也即 Hawking 辐射，从而慢慢蒸发。不过这一解释虽然通俗易懂，但是很大程度上歪曲了 Hawking 辐射原本的意思。

²⁴暗物质研究实验总是在做排除法。

5 暗物质的探测实验

6 ATIC 项目

7 总结

这篇文章²⁵

参考文献

- [1] A.Zee. *Quantum Field Theory in a Nutshell*. Princeton University Press, 2 edition, 2010.
- [2] Jakob Schwichtenberg. *Physics from Symmetry*. Springer Cham, 2 edition, 2017.
- [3] Michael J W Hall. *General Relativity: An Introduction to Black Holes, Gravitational Waves, and Cosmology*. 2053-2571. Morgan & Claypool Publishers, 2018.
- [4] A.Zee. *Einstein Gravity in a Nutshell*. Princeton University Press, 1 edition, 2013.
- [5] Eric V. Linder. First principles of cosmology. 1997.
- [6] Gianfranco Bertone and Dan Hooper. History of dark matter. *Rev. Mod. Phys.*, 90:045002, Oct 2018.
- [7] Douglas Clowe, Maruša Bradač, Anthony H. Gonzalez, Maxim Markevitch, Scott W. Randall, Christine Jones, and Dennis Zaritsky. A direct empirical proof of the existence of dark matter*. *The Astrophysical Journal*, 648(2):L109, aug 2006.
- [8] M.Bradač, Steven W. Allen, Tommaso L. Treu, Harald Ebeling, Richard J. Massey, R. Glenn Morris, Anja von der Linden, and D. E.

²⁵本文是粒子物理课程上关于暗物质主题讨论的课程报告，读书笔记类型，本文使用 \LaTeX 编写，项目 Github 地址为：<https://github.com/WHUZBF/MyReports/tree/main/粒子物理中期报告>

- Applegate. Revealing the properties of dark matter in the merging cluster macs j0025.4-1222. *The Astrophysical Journal*, 687:959 – 967, 2008.
- [9] Steven Weinberg. *Cosmology*. Oxford University Press, 1 edition, 2008.
- [10] Adam G. Riess, Alexei V. Filippenko, Peter Challis, Alejandro Clocchiatti, Alan Diercks, Peter M. Garnavich, Ron L. Gilliland, Craig J. Hogan, Saurabh Jha, Robert P. Kirshner, B. Leibundgut, M. M. Phillips, David Reiss, Brian P. Schmidt, Robert A. Schommer, R. Chris Smith, J. Spyromilio, Christopher Stubbs, Nicholas B. Suntzeff, and John Tonry. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *The Astronomical Journal*, 116(3):1009, sep 1998.
- [11] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, R. A. Knop, P. Nugent, P. G. Castro, S. Deustua, S. Fabbro, A. Goobar, D. E. Groom, I. M. Hook, A. G. Kim, M. Y. Kim, J. C. Lee, N. J. Nunes, R. Pain, C. R. Pennypacker, R. Quimby, C. Lidman, R. S. Ellis, M. Irwin, R. G. McMahon, P. Ruiz-Lapuente, N. Walton, B. Schaefer, B. J. Boyle, A. V. Filippenko, T. Matheson, A. S. Fruchter, N. Panagia, H. J. M. Newberg, W. J. Couch, and The Supernova Cosmology Project. Measurements of Ω and Λ from 42 high-redshift supernovae. *The Astrophysical Journal*, 517(2):565, jun 1999.
- [12] P. SIKIVIE. Dark matter axions. *International Journal of Modern Physics A*, 25(02n03):554–563, 2010.
- [13] Leanne D Duffy and Karl van Bibber. Axions as dark matter particles. *New Journal of Physics*, 11(10):105008, oct 2009.