II. Les Filtres

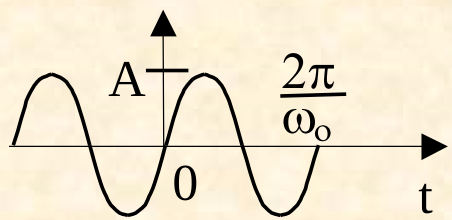
Introductions aux filtres

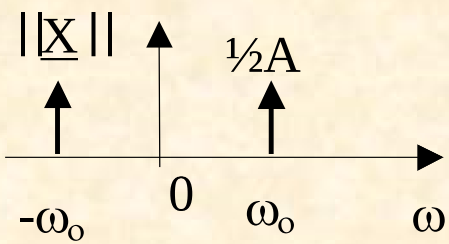
Généralités

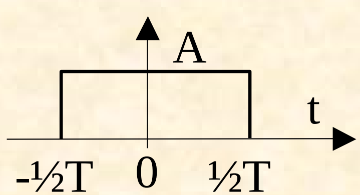
- **Signaux**
  - Dualité : Espace temporel $\Leftrightarrow$ Espace fréquentiel
    - Transformée de Fourier

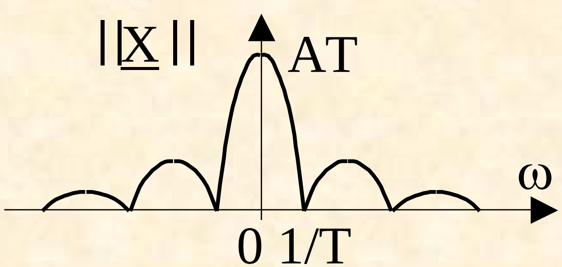
$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t).e^{-j\,2\pi f.t}\,dt$$

- Exemples









Filtres Passifs / Actifs

- **Passif**
  - Pas d'apport d'énergie

    $P_{sortie} \leq P_{entrée}$

  - Éléments constitutifs
    - Passif
      - R L C

- **Actif**
  - Apport d'énergie

    $P_{sortie} > P_{entrée}$

  - Éléments constitutifs
    - Passifs
      - R L C
  - Éléments Actifs
    - Bip, Fet, AOP, Mosfet,…

Filtres Passifs / Actifs

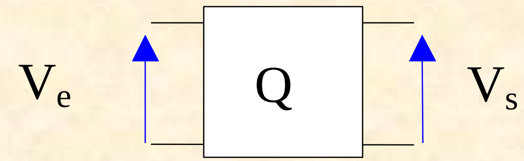
- **Passif**
  - « plus »
    - Peu de composants
    - Sans alimentation
  - « moins »
    - Composants imparfaits

- **Actif**
  - « plus »
    - Apport d'énergie
      - Gain
    - Composants passifs corrigés
      - Pas de self
    - Impédance d'entrée
    - Impédance de sortie
    - Mise en cascade indépendante
  - « moins »
    - Limitation en fréquence
      - Produit gain bande
      - Slew rate

Filtre idéal

- **Bode de la fonction de transfert d'un filtre idéal**
  - Fonction de transfert

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = H \cdot e^{j\varphi}$$

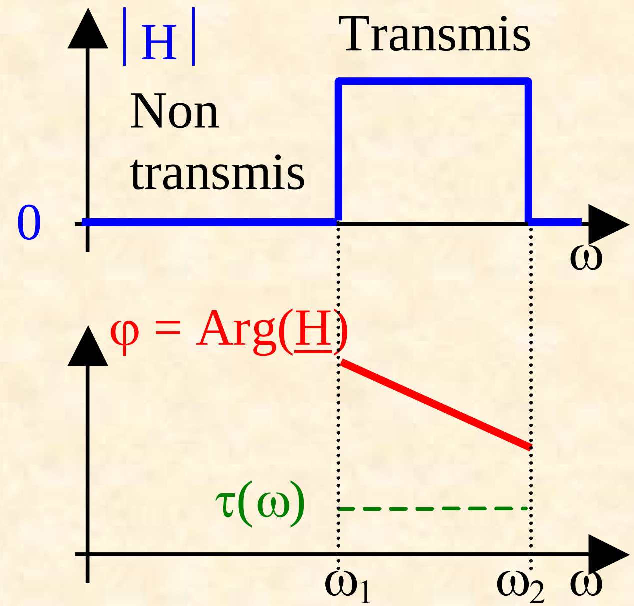


  - Temps de propagation de groupe : τ

$$\tau = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$$

  - Retard de phase : t_o

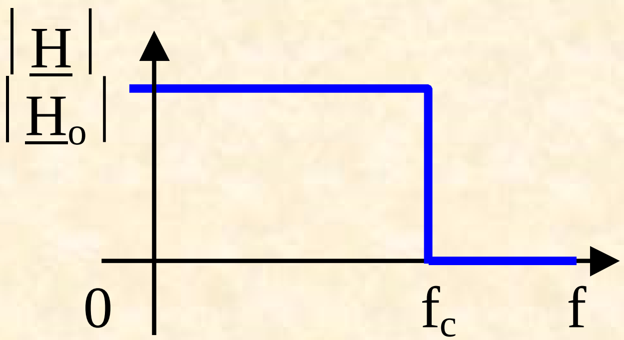
$$t_o = -\frac{\varphi(\omega)}{\omega}$$



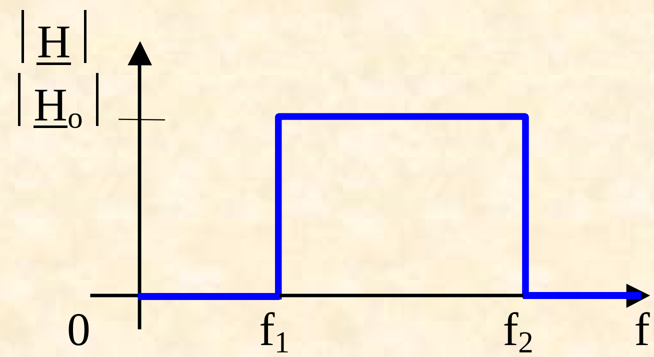
- **Filtre Parfait**
  - $H(\omega)$ = constante
  - $\varphi(\omega)$ = linéaire en $f(\omega) = -t_o \cdot \omega$

Filtres Idéaux

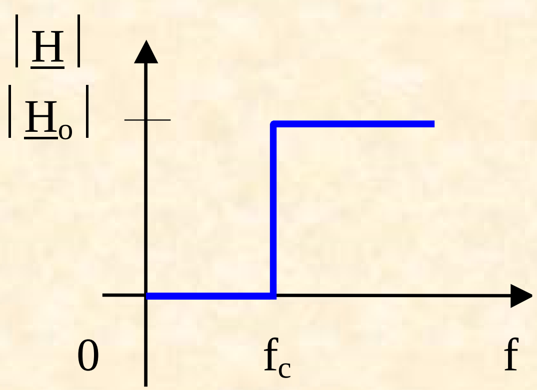
- Passe bas



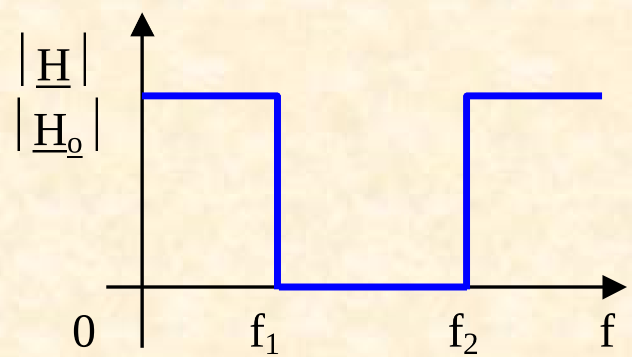
- Passe bande



- Passe haut

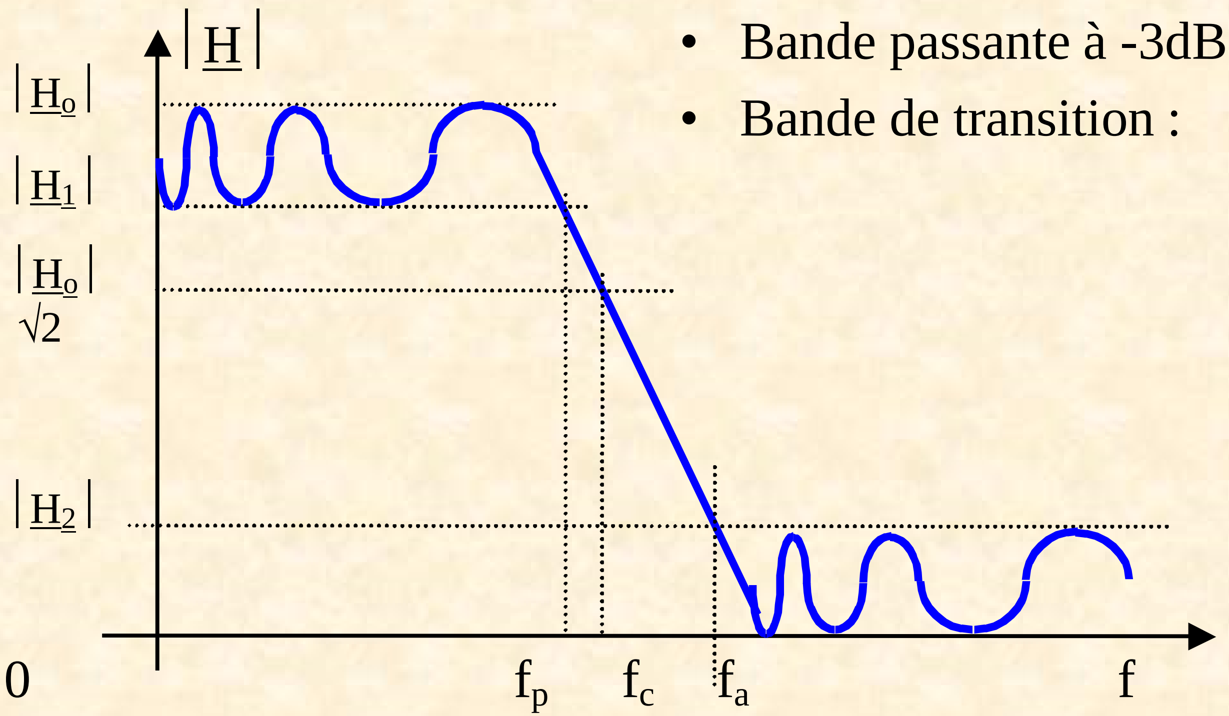


- Coupe bande



Bode réel

$$H(f_c) = \frac{H_o}{\sqrt{2}} \qquad \left(H(f_c) = \frac{H_o}{2} \right)$$



- Ondulation dans la bande passante :
  - $20\log_{10}(H_0) - 20\log_{10}(H_1)$ dB
- Fréquence de coupure à -3dB (-6dB)
- Fréquence atténuée : f_a
- Fréquence passante : f_p
- Bande passante à -3dB : f_c
- Bande de transition : $f_a - f_p$

Choix du polynôme

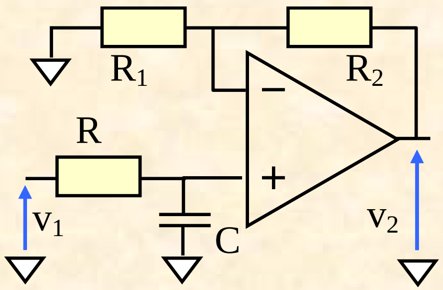
Types\ .	Gain	Phase	Observation
Butterworth	Le plus plat dans la bande transmise		
Tchebytchev	Ondulation dans la bande transmise		Le plus raide pour un ordre donné
Bessel		La plus linéaire	
Cauer	Zéro de transmission la bande transmise		Transition la plus rapide

Filtres Actifs

1er Ordre à AOP

1^{er} Ordre à AOP : Passe bas non-inverseur

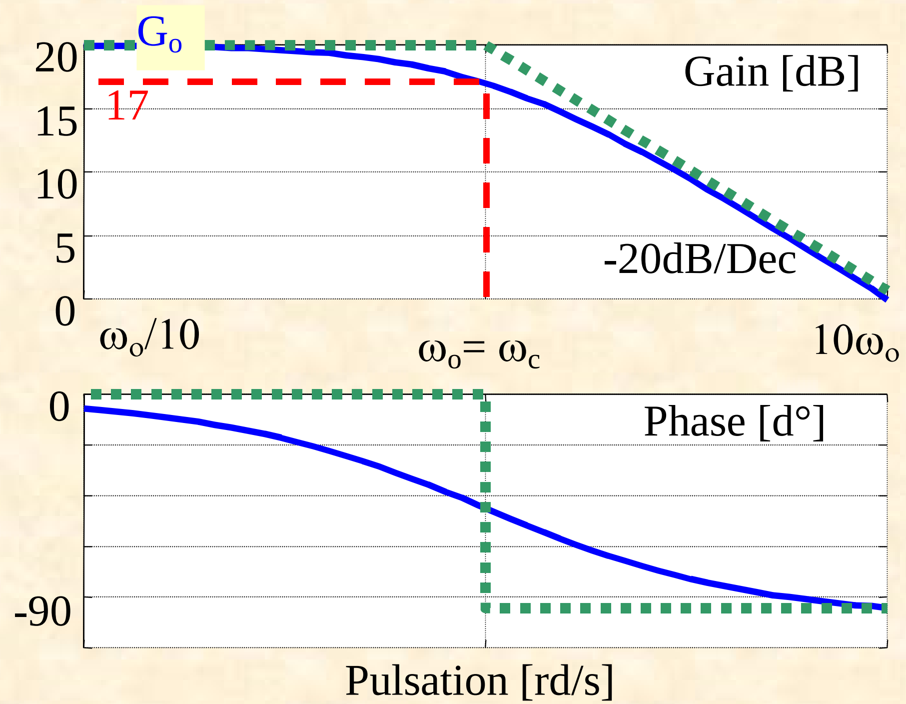
- **Fonction de transfert**



$$H(p) = \frac{v_2}{v_1} = \frac{R_1+R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1+RCP} = \frac{H_o}{1+\tau P} = \frac{H_o}{1+\frac{P}{\omega_o}}$$

$$H(p) = \frac{H_o}{1+\frac{P}{\omega_o}}$$

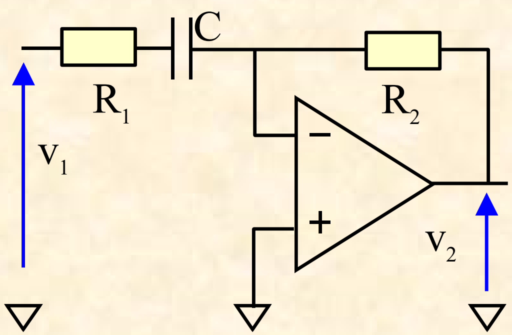
$$G_o = 20 \log H_o$$



- **Pulsation de coupure à –3dB :**

  ω_o

1^{er} Ordre à AOP : Passe haut inverseur



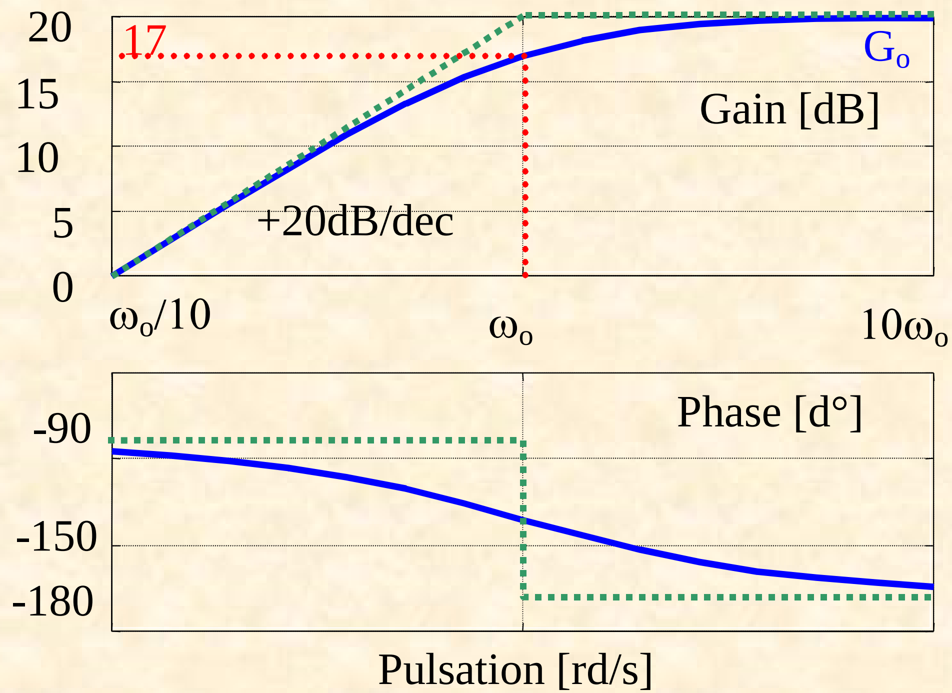
- **Fonction de transfert**

$$H(p) = -\frac{R_2Cp}{1+R_1Cp} = -\frac{R_2}{R_1}.\frac{R_1C\,p}{1+R_1C\,p}$$

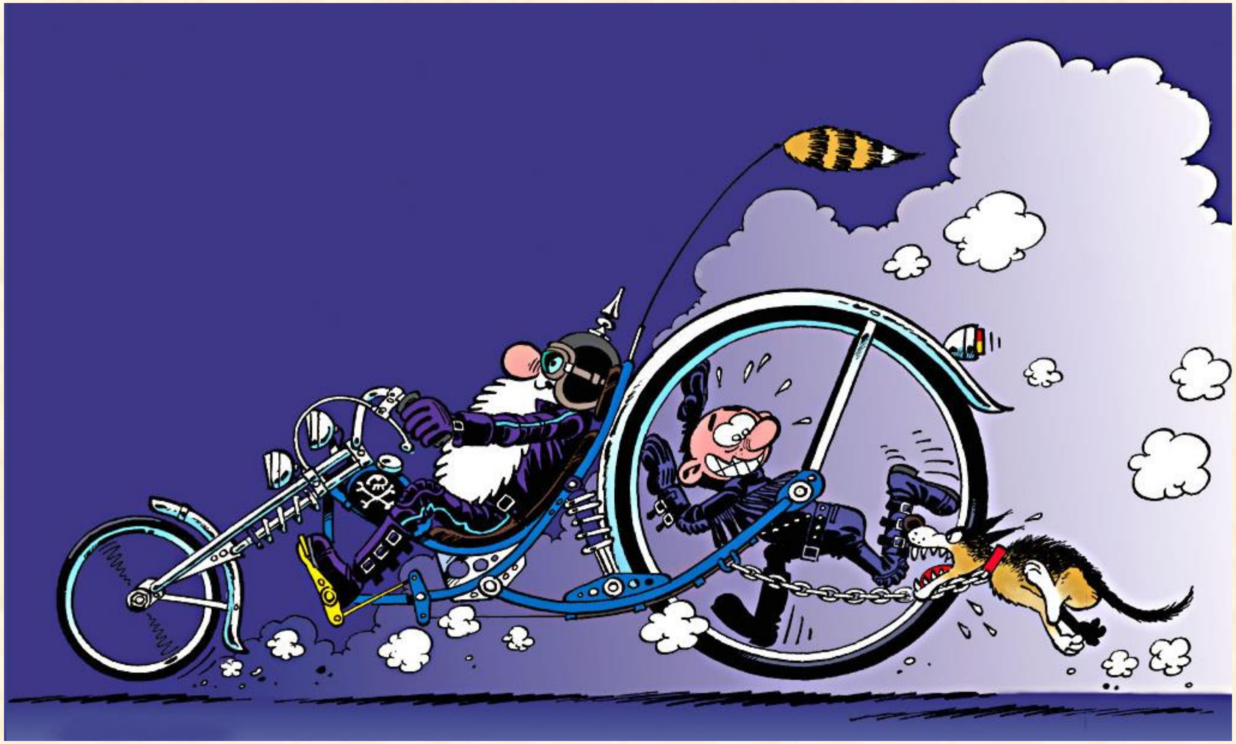
$$H(p) = -H_o\frac{\frac{p}{\omega_o}}{1+\frac{p}{\omega_o}}$$

- **Fréquence de coupure à –3dB**

$\omega_c = \omega_o$



Filtres Actifs



2ème Ordre à AOP

2ème Ordre générique

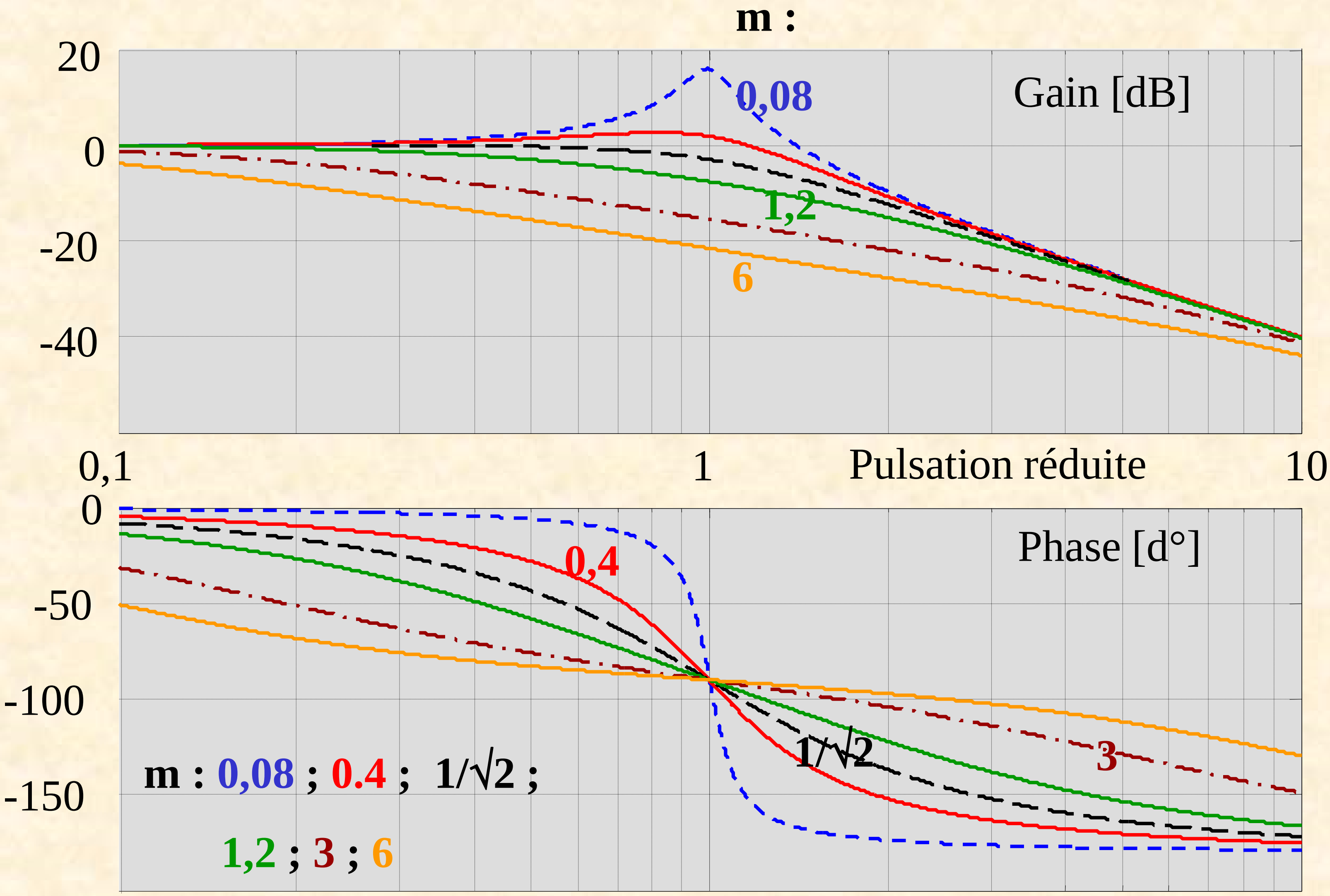
- **Passe bas**
  - Écriture générique
    - m : coefficient d'amortissement
    - ω_o : pulsation propre (naturelle)
    - T_o : amplification statique

$$T(p) = \frac{T_o}{1+2m\frac{p}{\omega_o}+(\frac{p}{\omega_o})^2}$$

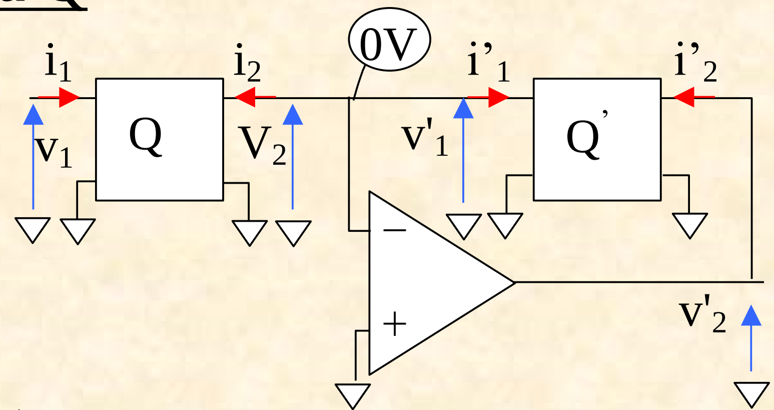
  - Écriture normalisée
    - $T_o = 1$
    - $p = ju$; $u = \omega/\omega_o$

$$T_n(p) = \frac{1}{1+2m\,p+p^2}$$

Bode : 2ème ordre



Contre réaction simple : structure à Q



- **Fonction de transfert**

$$T(p) = \frac{V'_2}{V_1}$$

- **Quadripôles**
  - Q :

$$\mathbf{I = Y.V} \Leftrightarrow \begin{cases} i_1 = y_{11}v_1 + \cancel{y_{12}v_2} & (1) \\ i_2 = y_{21}v_1 + \cancel{y_{22}v_2} & (2) \end{cases}$$

  - Q' :

$$\mathbf{I' = Y'\,V'} \Leftrightarrow \begin{cases} i'_1 = \cancel{y'_{11}\,v'_1} + y'_{12}\,v'_2 & (3) \\ i'_2 = \cancel{y'_{21}\,v'_1} + y'_{22}\,v'_2 & (4) \end{cases}$$

- **Topologie**
  - $v'_1 = 0$
  - $v_2 = 0$
  - $i_2 = -i'_1$

$$Q : \begin{cases} i_1 = y_{11}v_1 \\ \boxed{i_2 = y_{21}v_1 = -i'_1} \end{cases}$$

$$Q' : \begin{cases} \boxed{i'_1 = y'_{12}v'_2} \\ i'_2 = y'_{22}\,v'_2 \end{cases}$$

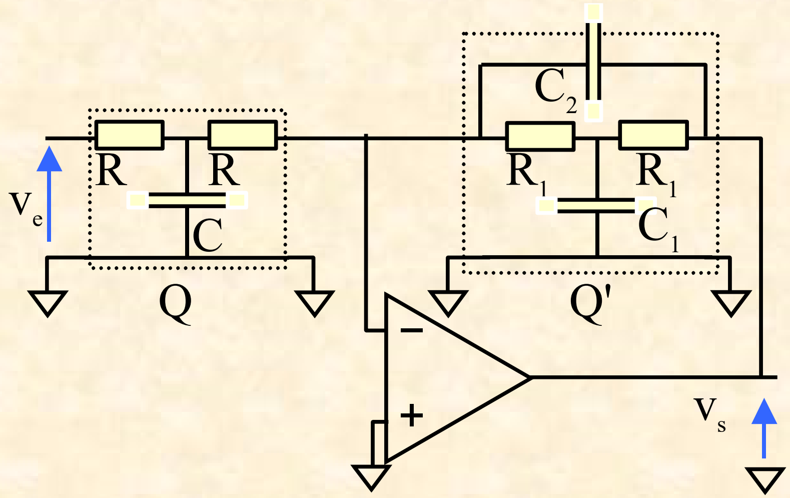
$$\boxed{T(p) = -\frac{y_{21}}{y'_{12}} = -\frac{y_{21}}{y'_{21}}}$$

Contre réaction simple : type de filtre

- **Passe Bas**

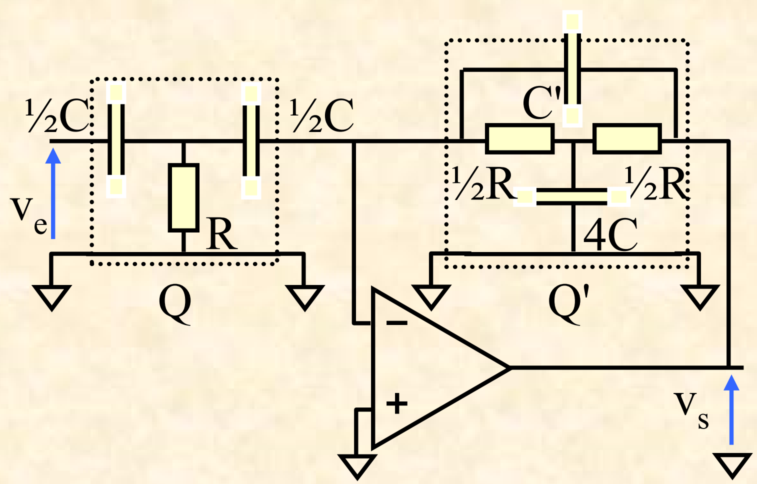
$$RC = R_1 C_1$$

$$T = -\frac{R_1}{R}\,\frac{1}{1 + j\,2R_1C_2\omega - R_1^{\,2}C_1C_2\omega^2}$$

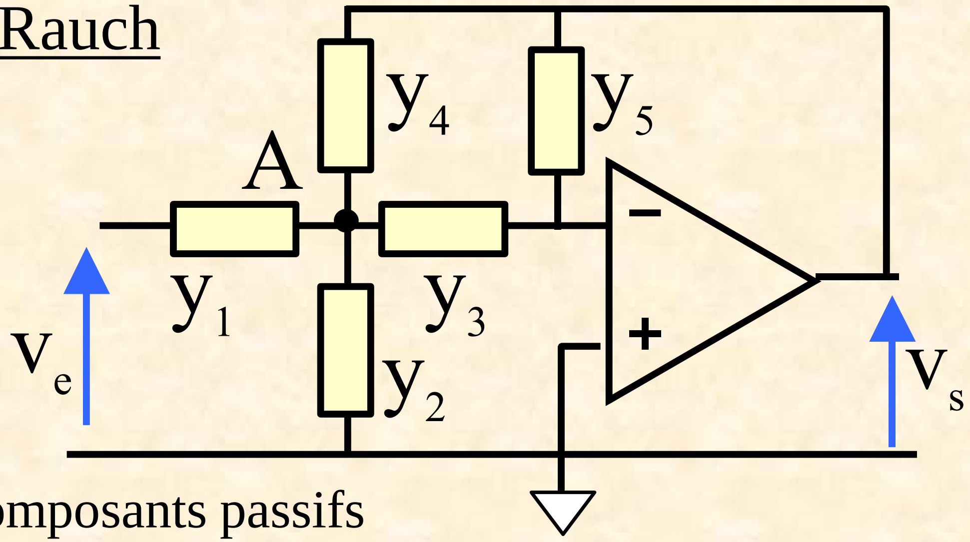


- **Passe haut**

$$T = \frac{\frac{1}{4}R^2C^2p^2}{1 + RC'p + R^2CC'p^2}$$



Contre-réactions multiples : Rauch



- **Fonction de transfert**

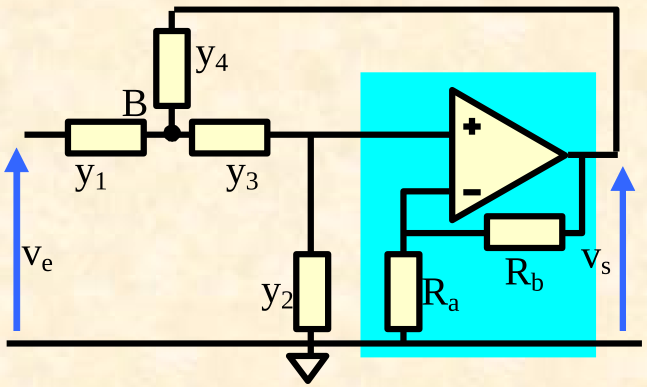
$$H(p) = \frac{v_s}{v_e} = -\frac{Y_1 Y_3}{Y_5\,(\,Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4\,) + Y_3 Y_4}$$

- **Avantages**
  - Économie du nombre de composants passifs
    ➔ facilité pour faire les caractéristiques du filtre.

- **Inconvénients**
  - Impossible de réaliser la somme de plusieurs signaux.
  - Grande sensibilité aux composants
  - Impossible de réaliser des filtres coupe-bandes.

Contre-réactions multiples : Sallen Key

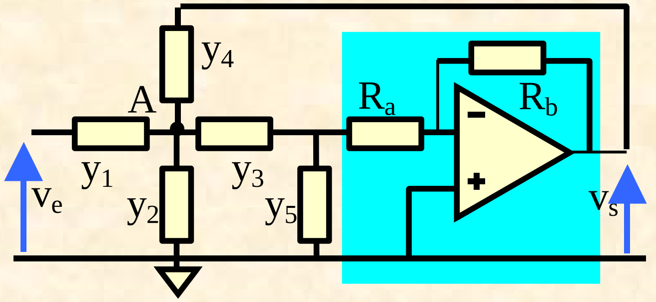
- **Contre réaction positive**
  - k ajuste la stabilité



$$H(p) = \frac{Y_1 Y_3 A}{Y_1 Y_2 + Y_1 Y_3 + Y_2 Y_3 + Y_2 Y_4 + (1 - A) Y_3 Y_4}$$

$$A = 1 + \frac{R_b}{R_a}$$

- **Contre réaction négative**

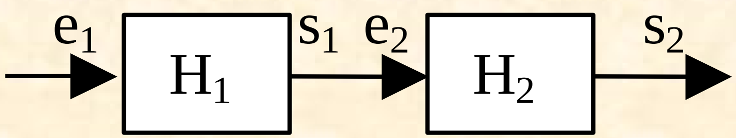


$$H(p) = \frac{y_1 y_3}{y_3(y_1 + y_5 - k\, y_4) + (y_3 + y_5 + y_a)(y_1 + y_2 + y_4)}$$

$$k = -\frac{R_b}{R_a} = -\frac{y_a}{y_b}$$

Association de Filtres

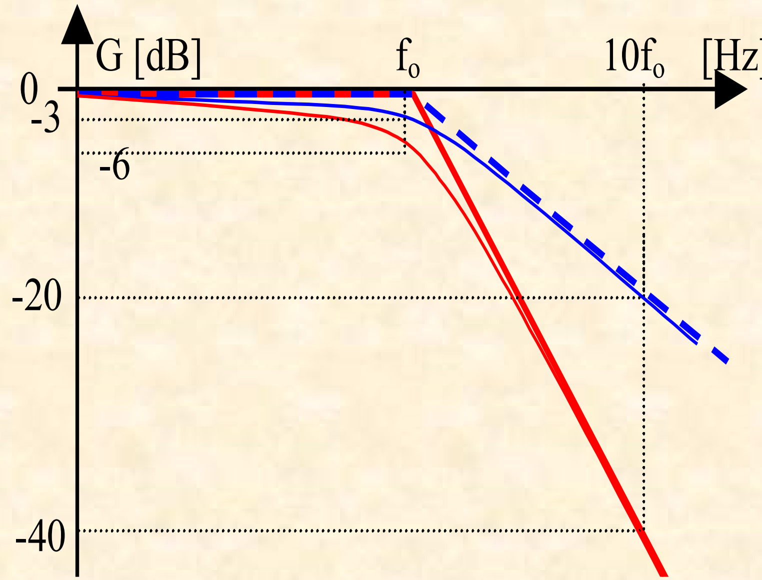
Mise en Cascade



- **Fonction de transfert**

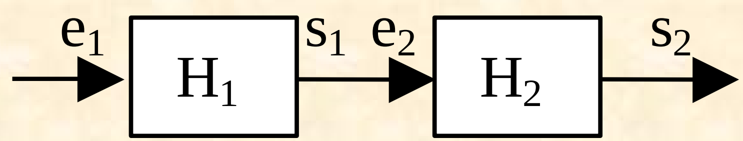
$$H = \frac{s_2}{e_1} = \frac{s_2}{e_2}\frac{e_2}{e_1} = \frac{s_2}{e_2}\frac{s_1}{e_1} = H_1 \cdot H_2$$

- **Filtre actif**
  - Impédance d'entrée / de sortie
  - Ne modifient pas les fonctions de transfert de chaque cellule
- **Fonction de même type**
  - Non conservation de la fréquence de coupure !

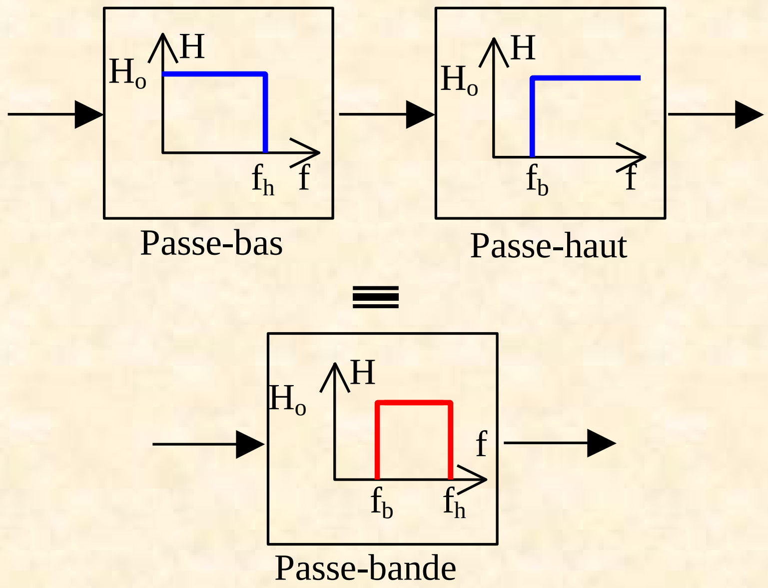


Associations de filtres en cascade

- **Filtre actif**
  - Pas d'effet de la charge
    - Produit des fonctions de transfert



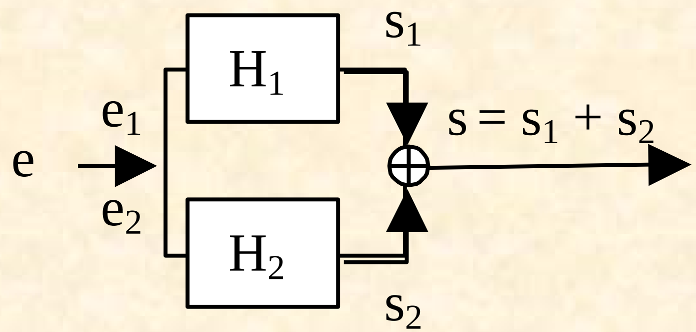
$$H = H_1 \cdot H_2$$

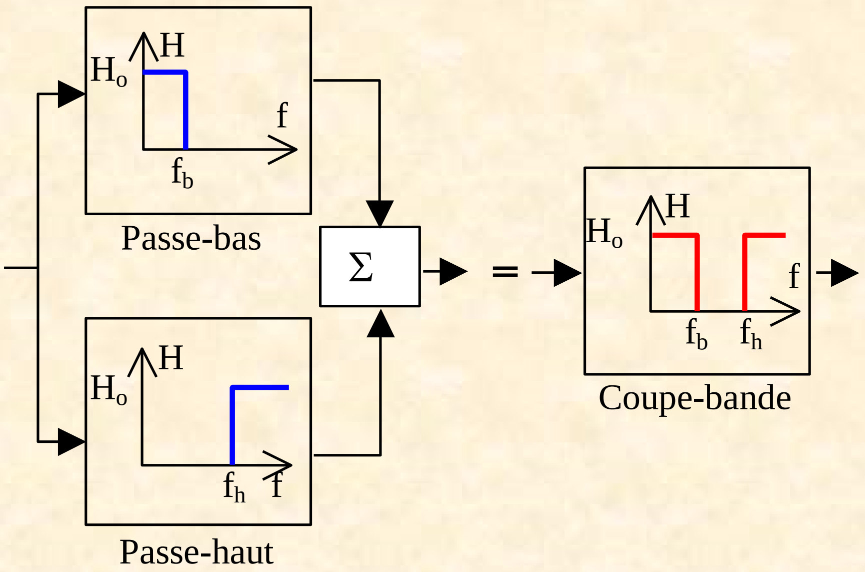


Associations de filtres en parallèle

- **Parallèle**

$$H = H_1 + H_2 = \frac{N_1 \cdot D_2 + N_2 \cdot D_1}{D_1 \cdot D_2}$$



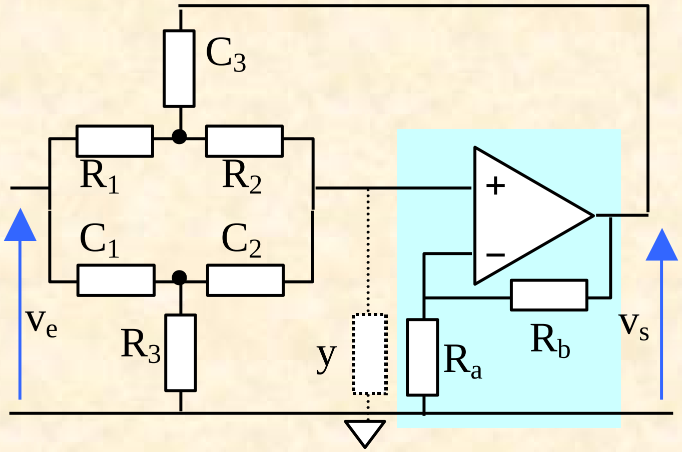


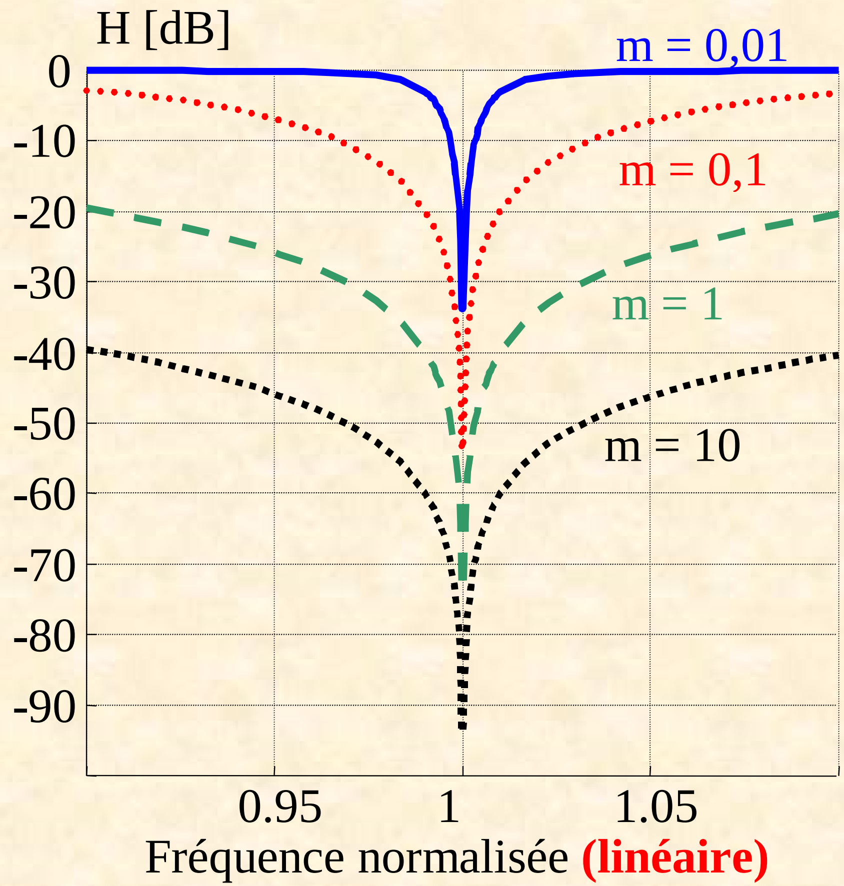
Filtre à encoche (notch)

- **Fonction de transfert**

$$H(p) = \frac{K(p^2+\omega_r^2)}{p^2+2m\omega_o p+\omega_o^2}$$

- Tracé :
  - $\omega_r=\omega_o=1$ et k=1





- Zéro de transmission

Filtre passe-tout : 1^er^ ordre

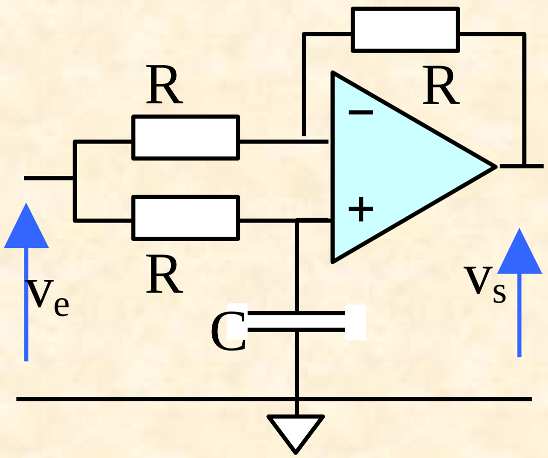
- **Fonction de Transfert**

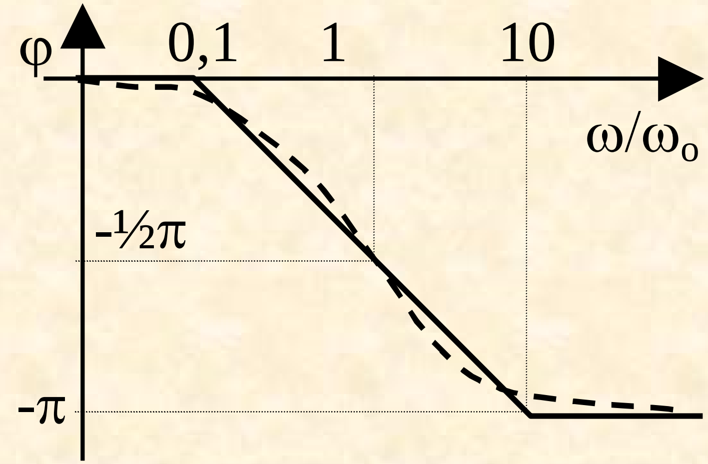
  - $H(p) = \dfrac{v_s}{v_e} = \dfrac{1-RCp}{1+RCp}$

  - $\forall f \;\; |H|=1$

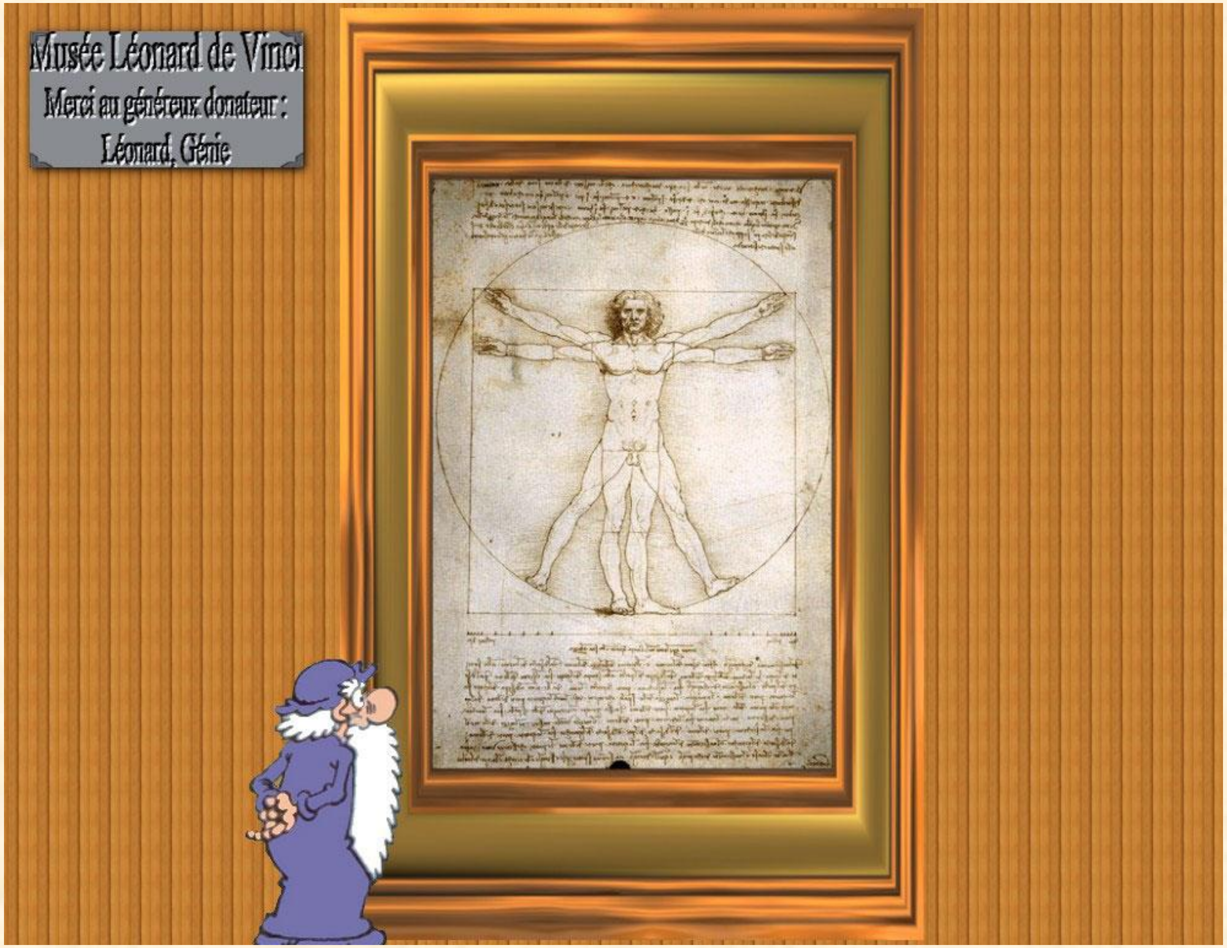
  - φ quasiment linéaire sur 2 décades

    - $\varphi = \mathrm{Arg}(H) = -\,2\ \mathrm{arctg}(RC\omega)$



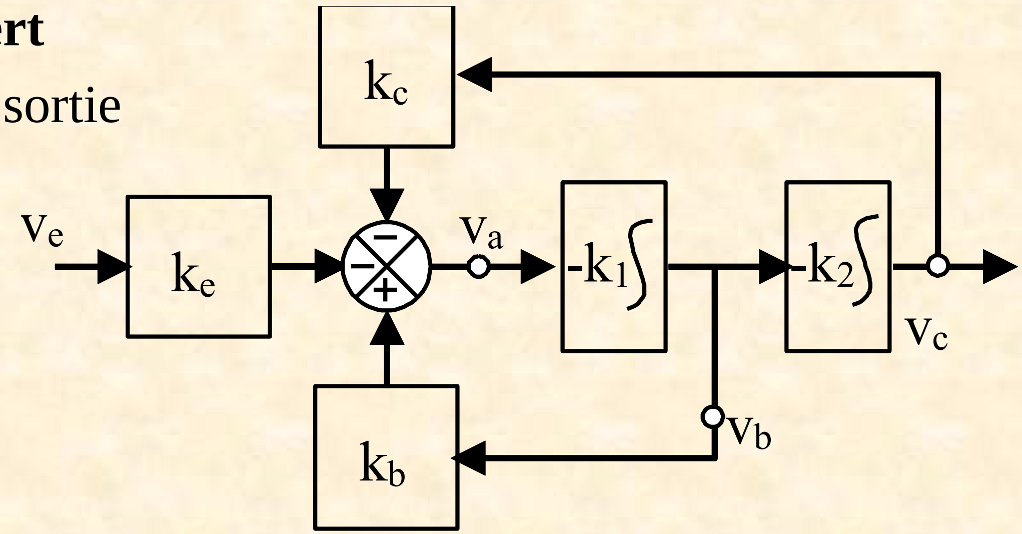


Filtre Universel



Filtre universelle

- **Fonctions de transfert**
  - En fonction de la sortie
    - Filtres passe
      - haut
      - bas
      - bande



- **Équations**

$$\begin{cases} v_a = k_b v_b - k_c v_c - k_e v_e \\ v_b = -\frac{k_1}{p} v_a \\ v_c = -\frac{k_2}{p} v_b \end{cases}$$

$$\boxed{H_{bas} = \frac{v_c}{v_e} = \frac{-\frac{k_e}{k_c}}{1 + \frac{k_b}{k_2 k_c} p + \frac{1}{k_1 k_2 k_c} p^2}}$$

Réalisation pratique

- **Structure à AOP**

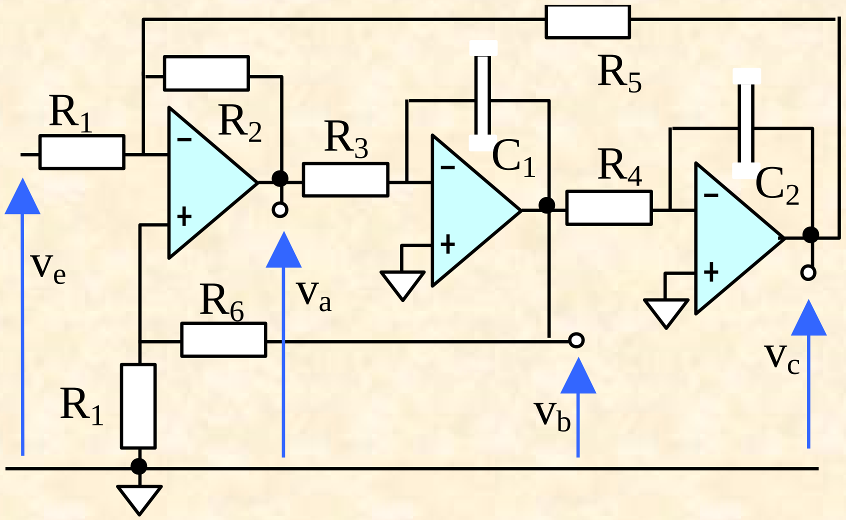
$$k_b = \frac{R_1}{R_1+R_6}$$

$$k_c = \frac{R_2}{R_5}$$

$$k_e = \frac{R_2}{R_1}$$

$$k_1 = \frac{1}{R_3 C_1}$$

$$k_2 = \frac{1}{R_4 C_2}$$



- **Structure intégré : Filtres programmables.**
  - Capacités (de précisions) intégrées
  - Réglage : résistances extérieures

- **Types de filtres**

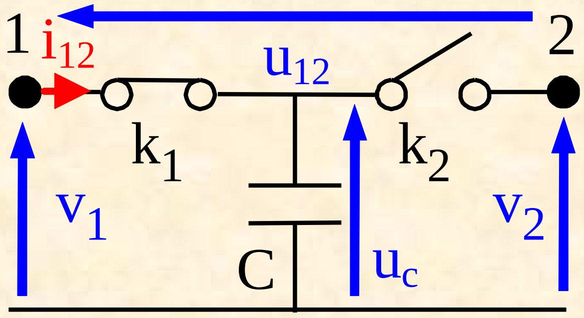
V_s	v_a	v_b	v_c
v_s/v_e	Passe haut	Passe bande	Passe bas

Capacités commutées

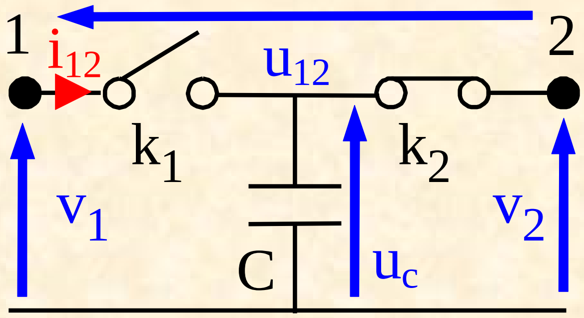
Capacités commutées : principe

- **Commande interrupteurs : f_h**
  - k_1 et k_2 en oppositions
  - Rapport cyclique ½

- **$1^{ère}$ demi-période T**
  - k_1 fermé • k_2 ouvert
  - Charge du condensateur
    - $Q_1 = Cv_1$



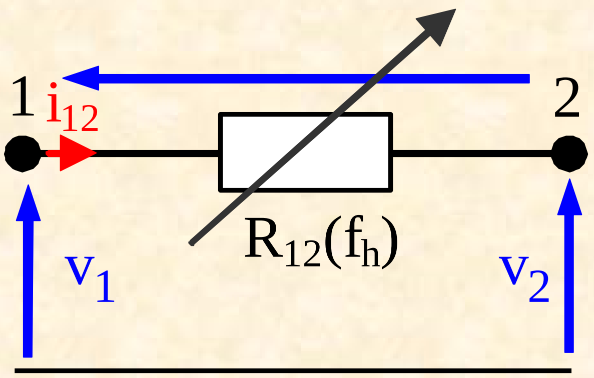
- **$2^{ème}$ demi-période T**
  - k_1 ouvert • k_2 fermé
  - Charge du condensateur
    - $Q_2 = Cv_2$



Capacités commutées :principe

- **Transfert de charge sur T**
  - $\Delta Q = C(v_1 - v_2)$

- **Courant**
  - $i_{12} = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t} = \dfrac{C(v_1 - v_2)}{T}$

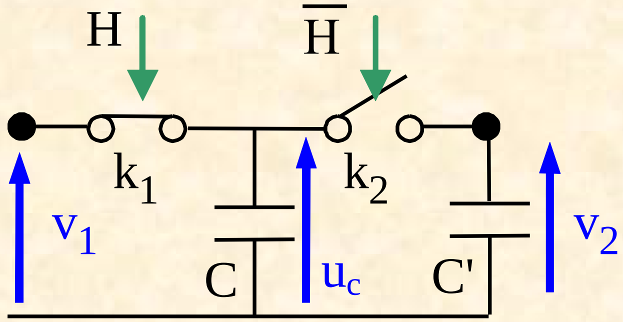


- **Loi d'Ohm**
  - $R_{12} = \dfrac{u_{12}}{i_{12}} = \dfrac{u_{12}}{\frac{C(v_1 - v_2)}{T}} = \dfrac{T}{C} = \dfrac{1}{C.f_h}$

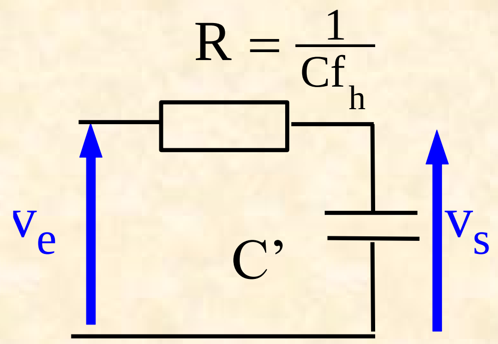
$$\boxed{R_{12} = \frac{1}{C.f_h}}$$

Capacités commutées : application

- **RC passif**
  - Hypothèses
    - Transitoires instantanés
    - $f_{signal} << f_h$
    - C' >> C



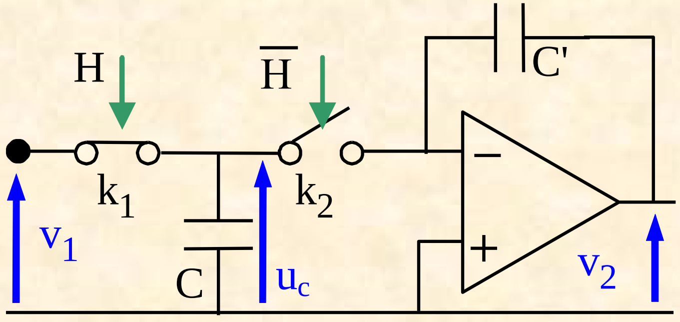
- **Fonction de transfert**



  - $$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{1+RC'P} = \frac{1}{1+j\frac{1}{Cf_h}C'2\pi f}$$

- **f_o réglable avec f_h**
  - $$H = \frac{1}{1+j\frac{f}{f_o}} \quad \text{avec} \quad f_o = \frac{C}{C'}\frac{f_h}{2\pi}$$

Filtre à capacités commutées



- **Intégrateur**
  - Transitoires instantanés
  - $f_{signal} << f_h$

- **Fonction de transfert**

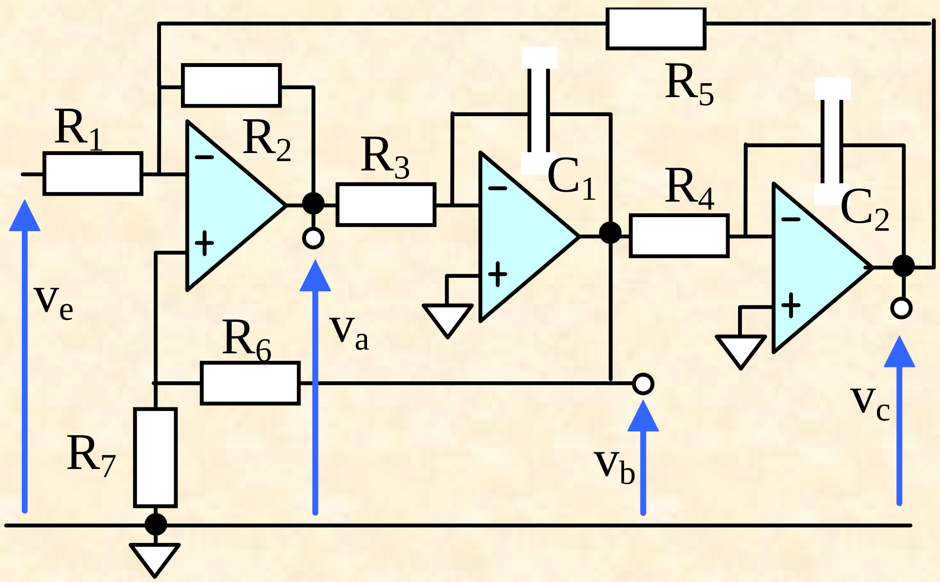
$$\frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = -\frac{Z_2}{R_{éq}} = \frac{-1}{\frac{C'}{Cf_h}P} = \frac{-1}{\tau\, p} \qquad \tau = \frac{C'}{C.f_h}$$

  - Constante de temps τ de l'intégrateur réglable avec f_h

  - Intégration :
    - Très bonne précision du ratio $\frac{C'}{C}$
    - Précision de l'horloge
      - Précision du dispositif

Circuit intégré : MF10

- **Filtre universelle**
  - Intégrateur à capacités commutées



En route vers les amplificateurs …