

Modélisation et simulation d'une balle en sustentation dans un tube

La balle en sustentation dans un tube grâce à un flux d'air, disponible à l'ESISAR, est représentée sur la figure 1.

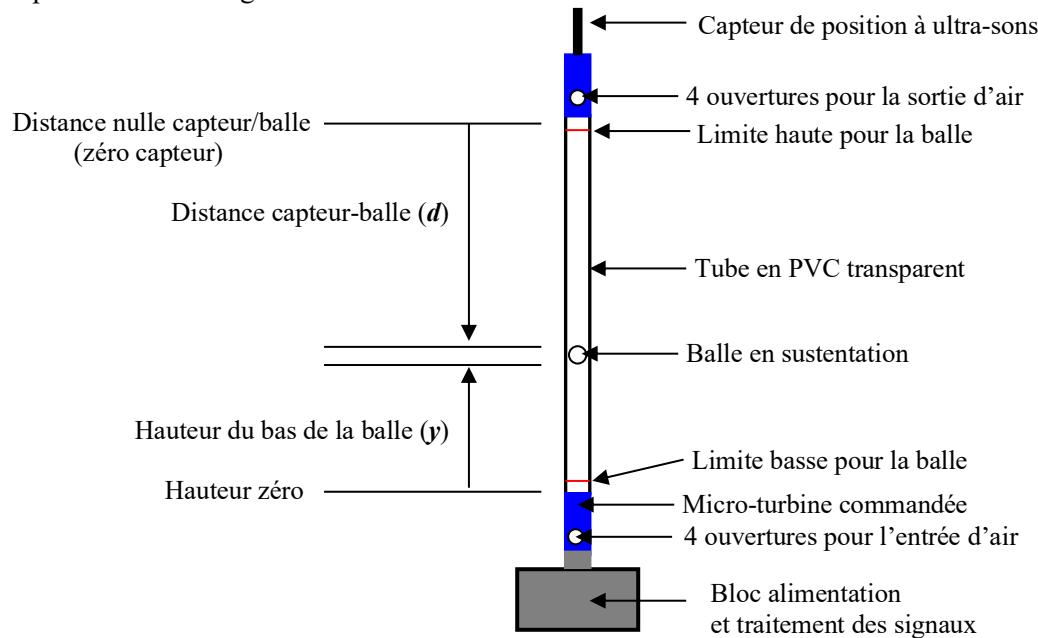


Figure 1. Schéma de la balle en sustentation dans un tube grâce à un flux d'air, disponible à l'ESISAR (échelle approximative 1/10).

Le principe de fonctionnement du système représenté sur la figure 1 est le suivant : une micro-turbine commandée en tension (0-10V) génère un flux d'air qui permet d'appliquer une force sur la balle de manière à pouvoir la maintenir en sustentation dans le tube. En outre, un capteur de distance, basé sur le principe des ultra-sons, renvoie un signal (0-10V) qui indique la distance entre le haut de la balle et 10 cm sous le capteur. L'utilisation de l'information délivrée par le capteur permet de mettre en œuvre une commande de la micro-turbine de manière à asservir la position de la balle dans le tube.

Les caractéristiques principales du système sont données dans le tableau 1.

M	Masse de la balle	2 g
R	Rayon de la balle	25 mm
λ_v	Frottements visqueux de la balle dans l'air	$5,5 \cdot 10^{-3}$ N.s/m
λ_a	Frottements aérodynamiques dans l'air	$6 \cdot 10^{-4}$ N.(s/m) ²
g	Accélération de la gravité	9,81 m/s ²
D_1	Distance zéro capteur–hauteur zéro	49 cm
G_{capt}	Gain du capteur de position	20 V/m
T_{capt}	Temps de réponse du capteur	50 ms
U_{min}	Tension minimum de mise en rotation de la micro-turbine	$\approx 3,8$ V
G_{turb}	Gain de poussée de la micro-turbine	0,018 N/V
T_{turb}	Temps de réponse de la micro-turbine	10 ms

Tableau 1. Principales caractéristiques physiques du système balle en sustentation dans un tube.

Les principales variables physiques du système sont données dans le tableau 2.

d	Distance entre 10 cm sous le capteur et le haut de la balle (la plage de mesure du capteur est comprise entre 10 cm sous le capteur et 60 cm du capteur).	[0 ; $D1-2R$] m
V_{capt}	Tension délivrée par le capteur de distance.	[0 ; 10V]
y	Position de la balle : distance entre le bas de la balle et la « hauteur zéro »	[0 ; $D1-2R$] m
y_{ref}	Position désirée de la balle : dans la plage de fonctionnement possible	[0 ; $D1-2R$] m
U	Tension de commande de la micro-turbine.	[0 ; 10V]
F_{turb}	Force exercée sur la balle par la micro-turbine	N
F_{pert}	Force inconnue perturbatrice de la poussée	N

Tableau 2. Principales variables physiques du système balle en sustentation dans un tube.

1. Objectif de commande

L'objectif de la commande du système est de maintenir la balle en sustentation à une hauteur donnée par une référence dans les limites possibles du fonctionnement. Il faudra donc mettre en œuvre une commande en temps réel qui, à partir de la mesure de la position de la balle y et de la hauteur désirée y_{ref} , fournit une tension de commande U de la micro-turbine. On pourra également veiller à ce que la balle ne vienne jamais heurter les limites permises pour son évolution.

2. Modélisation du capteur de position de la balle

2.1 Fonctionnement statique

Le capteur de position délivre une tension V_{capt} proportionnelle à la distance d (cf. figure 1) entre 10 cm sous le capteur et le haut de la balle (Attention : si la distance balle-capteur est inférieure à 10 cm, le capteur donne une information erronée) :

$$V_{capt} = G_{capt} \cdot d \quad \text{avec } d \in [0 ; D1 - 2R] \quad (1)$$

d'où, à partir des données du tableau 1 : $V_{capt} \in [0; G_{capt}(D1 - 2R)] = [0; 8,8V]$.

Pour des raisons de commodité, on prend comme mesure y de la position de la balle, la distance entre le bas de la balle et la « hauteur zéro » (cf. figures 1 et 3).

$$y = D1 - 2R - d \quad \text{avec } y \in [0; 0,44m] \quad (2)$$

Ainsi, la relation entre la tension V_{capt} et la position y est donnée par :

$$y = D1 - 2R - \frac{1}{G_{capt}} V_{capt} \quad (3)$$

avec $y \in [0; 0,44m]$ pour $V_{capt} \in [0; 8,8V]$

2.2 Fonctionnement dynamique

Le capteur utilisé ne fournit pas l'information de la distance à l'obstacle instantanément, il a un temps de réponse donné par T_{capt} . Ce retard peut être modélisé par une fonction de transfert du premier ordre. Il vient la relation finale entre V_{capt} et y :

$$\frac{T_{capt}}{3} \frac{dV_{capt}}{dt} + V_{capt}(t) = G_{capt}(D1 - 2R - y) \quad (4)$$

3. Modélisation de la micro-turbine

La micro-turbine est alimentée par un circuit de puissance intégré dans le bloc alimentation du système (cf. figure 1). La tension U de commande du système permet de contrôler ce circuit de puissance. La micro-turbine pilotée par la tension U possède les caractéristiques suivantes :

- Début de la poussée sur la balle pour $U > U_{min}$;
- Relation entre U et la force de poussée F_{turb} exercée sur la balle :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{T_{turb}}{3} \frac{dF_{turb}}{dt} + F_{turb} = 0 & \text{si } 0 \leq U \leq U_{min} \\ \frac{T_{turb}}{3} \frac{dF_{turb}}{dt} + F_{turb} = G_{turb} (U - U_{min}) & \text{si } U_{min} \leq U \leq 10 \end{array} \right. \quad (5)$$

Par ailleurs, sur le bloc d'alimentation du système se trouve un bouton poussoir qui permet d'appliquer une tension supplémentaire à la micro-turbine, donc une poussée supplémentaire sur la balle. Ce dispositif est principalement utile à l'évaluation de la robustesse de l'asservissement de position de la balle.

4. Modélisation de la balle en sustentation dans le tube

Dans l'hypothèse où la balle ne rencontre aucun obstacle (i.e. haut ou bas du tube), le principe fondamental de la dynamique peut être appliqué de manière très simple en négligeant les phénomènes de turbulences et autres phénomènes aérodynamiques complexes :

$$M \ddot{y} = F_{turb} - Mg - \lambda_v \dot{y} - \lambda_a \operatorname{sgn}(\dot{y}) \dot{y}^2 + F_{pert} \quad (6)$$

où les paramètres sont définis dans le tableau 1, les variables dans le tableau 2 et F_{pert} est toute force perturbatrice non modélisée (comme par exemple, la poussée supplémentaire effectuée par l'intermédiaire du bouton poussoir situé sur le bloc d'alimentation du système, cf. §2).

Remarques :

- En pratique, la position $y \in [0,02 ; 0,42m]$;
- Le terme $\lambda_a \operatorname{sgn}(\dot{y}) \dot{y}^2$ représente les frottements aérodynamiques d'une sphère dans l'air proportionnels à la vitesse de la sphère au carré ;
- La plupart des éléments ont été modélisés par des modèles linéaires ce qui ne représente qu'une approximation de la réalité.

6. Simulation dans l'environnement Matlab/Simulink®

Le bloc utilisé pour la simulation dans Simulink® (v5.0 – R13) est donné figure 2, il est basé sur le modèle mathématique avec une force extérieure perturbatrice.

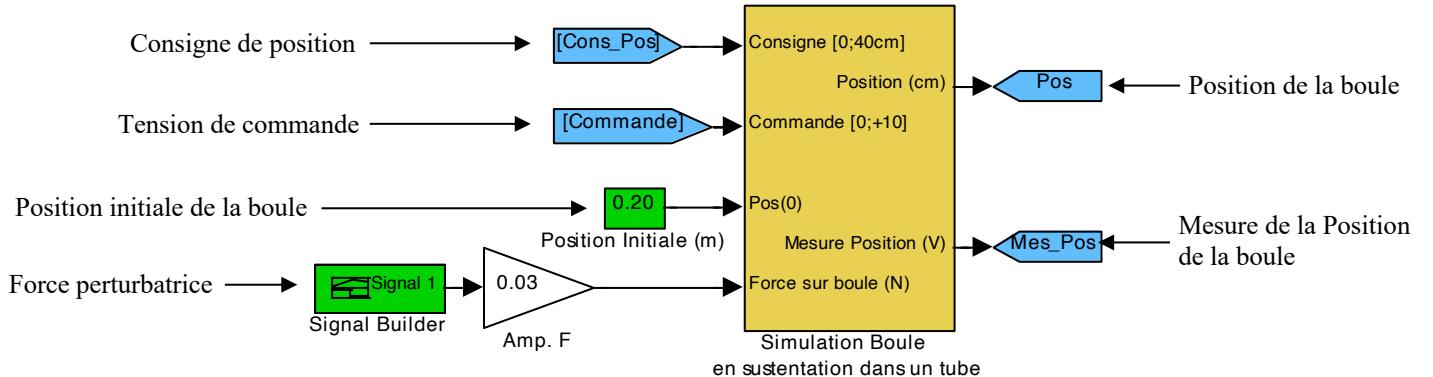


Figure 2. Bloc de simulation sous Simulink® (v5.0 – R13).

Au lancement de la simulation, le programme attend l'appui sur une touche pour démarrer.

Au cours de la simulation, le système est représenté sur une figure animée (figure 3).

La simulation est réalisée à l'aide des fichiers : `simul_boule_sust.mdl` (fenêtre simulink) et `boule_sust_anim.m` (fonction utilisée pour l'animation).

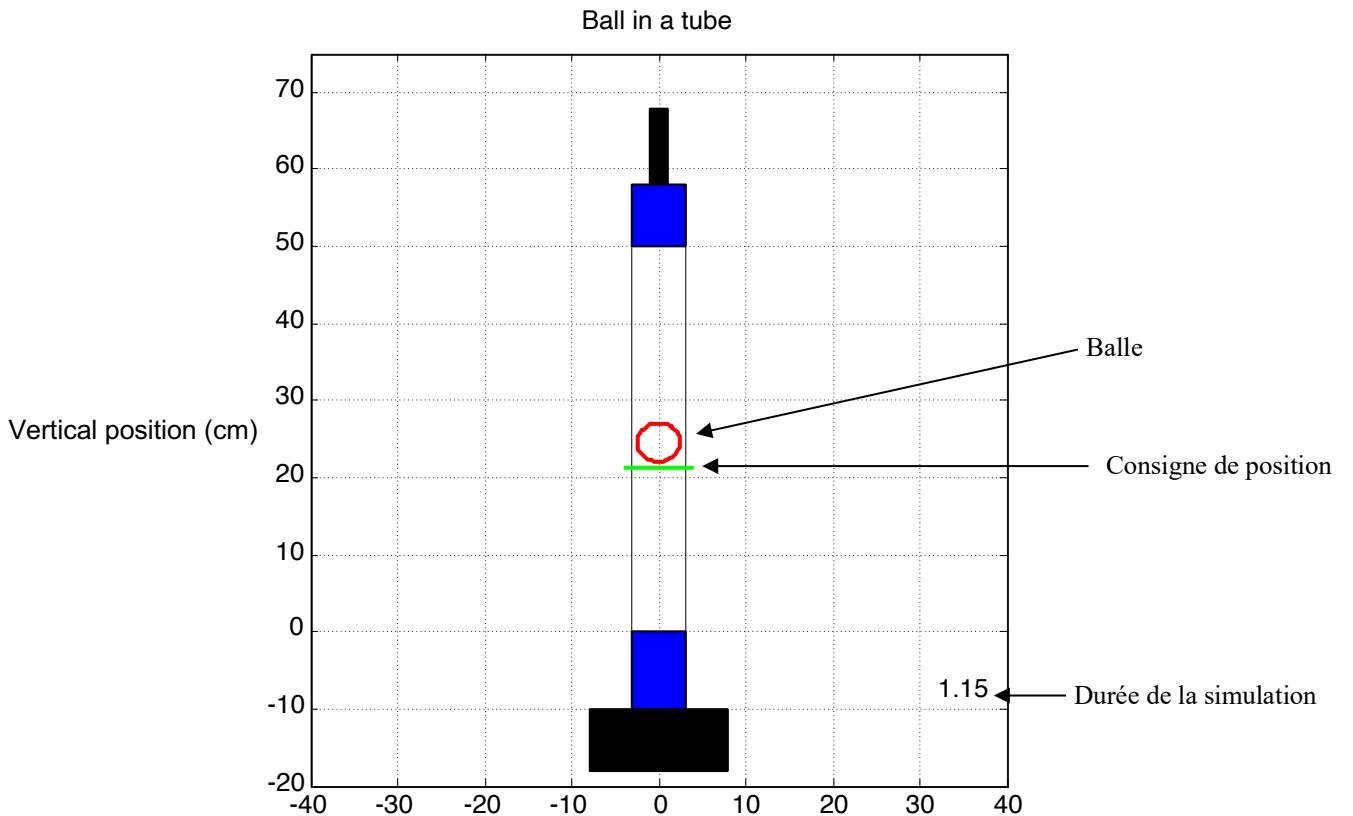


Figure 3. Animation affichée en cours de simulation.