

Exercice : Oscillateur amorti par frottement solide

Capacité numérique :

«**Frottement solide** : à l'aide d'un langage de programmation, simuler une situation mécanique dans laquelle intervient au moins un changement de mode de glissement.»

On reprend la situation considérée dans l'exercice 6 du TD de Mécanique 2, avec ici une résolution numérique en vue d'établir l'enveloppe des oscillations dans le cas d'un oscillateur amorti par frottement solide.

On utilisera pour cela le script *CN-exo_Frottmt-solide_Oscillateur-amorti-enveloppe.py*.

1. Vérifier que la fonction $T(x, v)$ génère bien l'expression de la composante tangentielle $T \vec{e}_x$ de la résultante de l'action de contact du support sur le solide \mathcal{S} .
2. Vérifier l'équation différentielle utilisée.
3. Tracer l'enveloppe des variations temporelles de la position x et commenter.

Corrigé

On s'appuie sur les résultats obtenus dans l'exercice 6 du TD de Mécanique 2.

1. Analysons la fonction $T(x, v)$ du script *CN-exo_Frottmt-solide_Oscillateur-amorti-enveloppe.py* :
 - quand v_g s'annule (càd quand \mathcal{S} s'arrête) :
 - soit la condition de **non glissement** est vérifiée : $|x| \leq f \frac{mg}{k} \triangleq X$ et alors $T = kx$
 - soit elle ne l'est pas donc il y aura ensuite à nouveau **glissement** avec $|T| = f|N| = fmg$ et :
 - soit $x > 0$ lors de l'annulation de v_g donc $v_g < 0$ ensuite d'où $T > 0$: $T = +fmg$
 - soit $x < 0$ lors de l'annulation de v_g donc $v_g > 0$ ensuite d'où $T < 0$: $T = -fmg$
 - pour $v_g > 0$: **glissement** donc $|T| = f|N| = fmg$ et $T < 0$: $T = -fmg$.
 - pour $v_g < 0$: **glissement** donc $|T| = f|N| = fmg$ et $T > 0$: $T = +fmg$.
2. La projection sur Ox du PFD s'écrit $m\ddot{x} = -kx + T$

«Mise sous forme ordinaire» : soit $v = \dot{x}$ et $\vec{u}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix}$ alors $\frac{d\vec{u}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ -\frac{k}{m}x + \frac{T}{m} \end{pmatrix}$
3. On constate que l'enveloppe des variations temporelles de la position dans ce cas de frottements solides (frottement de glissement) est **affine**.

Rem. dans le cas de frottements fluides (linéaires), l'enveloppe serait exponentielle.