DS - Physique-chimie

Problème 1

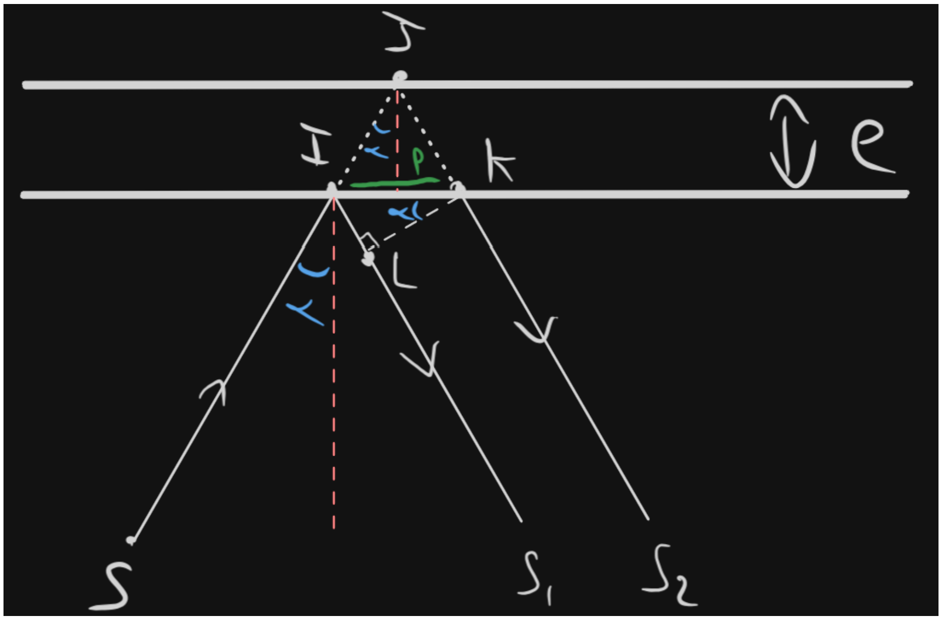
A. Interféromètre de Michelson

1.

a.

Les miroirs sont réellement rigoureusement perpendiculaires, les franges sont alors localisés a l'infini

b.



Alors,

$$\delta = (SS_2) - (SS_1) \text{ or } \begin{cases} (SS_1) = (SI) + (IL) + (LS_1) \\ (SS_2) = (SI) + (IJ) + (JK) + (KS_2) \end{cases} \text{alors, } \delta = (IJ) + (JK) - (IL) \text{ car } (LS_1) = (KS_2)$$

De plus, $l = 2e\tan(\alpha)$ alors,

$$(IL) = nl\sin(\alpha) = 2ne\tan(\alpha)\sin(\alpha) = 2ne\frac{\sin^2(\alpha)}{\cos(\alpha)} \text{ et } (IJ) = \frac{ne}{\cos(\alpha)} = (JK)$$

Ainsi,

$$\boxed{\delta = 2ne\frac{1-\sin^2(\alpha)}{\cos(\alpha)} = 2ne\cos(\alpha)}$$

c.

Pour deux signaux lumineux :

$$s_1 = \sqrt{2I_1}\cos(\omega_1 t - \varphi_1), s_2 = \sqrt{2I_2}\cos(\omega_2 t - \varphi_2) \text{ on pose de plus : } \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

l'intensité totale I vaut :

$$I = \langle s^2 \rangle = \langle (s_1+s_2)^2 \rangle = \langle s_1^2 \rangle + \langle s_2^2 \rangle + 2\langle s_1 s_2 \rangle = 2I_1\langle \cos(\omega_1 t - \varphi_1)^2 \rangle + 2I_2\langle \cos(\omega_1 t - \varphi_2)^2 \rangle + 2\sqrt{I_1 I_2}\langle s_1 s_2 \rangle$$

Or, $\langle \cos(f(t))^2 \rangle = \frac{1}{2}$ avec f non constante alors,

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\langle \cos(\omega_1 t - \varphi_1)\cos(\omega_2 t - \varphi_2) \rangle \text{ alors comme : } \cos(a+b) + \cos(a-b) = 2\cos(a)\cos(b)$$

$$2\sqrt{I_1 I_2}\,\langle s_1 s_2\rangle = \sqrt{I_1 I_2}\,\langle \cos((\omega_1+\omega_2)t - (\varphi_1+\varphi_2)) + \cos((\omega_1-\omega_2)t - \Delta\varphi)\rangle$$

comme $\omega_1 + \omega_2 \neq 0$, et comme $\omega_1 = \omega_2$ car les sources sont cohérentes :

$$I = I_1 + I_2 + \sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi) \text{ et } \Delta\varphi = 2\pi\frac{\delta}{\lambda_0} \text{ Ainsi } \boxed{I = I_1 + I_2 + \sqrt{I_1 I_2}\cos\left(2\pi\frac{2ne}{\lambda_0}\cos(\alpha)\right)}$$

La position sur l'écran est uniquement décrite par α donc les <u>franges sont circulaires</u>.
On calcule le contraste :

$$\boxed{\mathcal{C} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{2(I_1 + I_2)} = \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}}$$

et lorsque $I_1 = I_2$ alors, $\boxed{\mathcal{C} = \mathcal{C}_{\max} = \frac{1}{2}}$ c'est le cas ou la séparatrice du Michelson divise parfaitement équitablement la lumière

3.

a.

Au centre de la figure d'interférence $\alpha = 0$ ie $\cos(\alpha) = 1$

$$\boxed{\begin{cases} p_a = \sigma_a \delta = 2ne\sigma_a \\ p_b = \sigma_b \delta = 2ne\sigma_b \end{cases}}$$

B. Mesure caractéristique d'une lamelle

4.

Dans le cas ou $n = 1$,

$$\delta = 2e\sqrt{1 - \sin^2(i)} + \frac{\lambda_0}{2} = 2e|\cos(i)| + \frac{\lambda_0}{2}$$

Le dispositif est analogue à un Michelson en lame d'air c'est à dire que les franges seront circulaires.
De plus, $\frac{\lambda_0}{2}$ traduis un déphasage de π dans le terme d'interférence de l'intensité donc contrairement au Michelson, les franges brillantes du Michelson analogue seront inversés avec les franges brillantes du dispositif.

Problème 2 : Centrale Nucléaire

A. Étude thermique du combustible nucléaire

A1 - Position du problème

A1.1

$$\boxed{\overline{\varphi}_V = \frac{P_{th}}{NV_{combustible}} = \frac{P_{th}}{N\pi r_c^2 h} = \frac{P_e}{N\eta\pi r_c^2 h} = 364.6\ \mathrm{W.cm^{-3}}}$$

A1.2

Au niveau de la gaine :

$$\boxed{\overline{\varphi}_S = \frac{P_{th}}{NS_{combustible}} = \frac{P_{th}}{2N\pi r_c h} = \frac{P_e}{2N\eta\pi r_c h} = 72.92\ \mathrm{W.cm^{-3}}}$$

A1.3

On pose : $\Delta t = 1\ \mathrm{an} = 365 \times 24 \times 60 \times 60 = 31536000\ \mathrm{s}$

$$P_{235} = \frac{E_f}{\Delta t} = \frac{200 \times 1.6 \times 10^{-13}}{31536000}\ \mathrm{W} = 1.01 \times 10^{-18}\ \mathrm{W}$$

or :

$$N_f P_{235} = P_{th}$$

Donc,

$$\boxed{N_f = \frac{P_{th}}{P_{235}} = \frac{P_e}{\eta P_{235}} = \frac{1.45 \times 10^9}{0.34 \times 1.01 \times 10^{-18}} = 4.22 \times 10^{27}}$$

A2 - Equation de la chaleur dans un milieu à une dimension

A2.1

Système : corp solide
Comme le système est une phase condensée :

$$d^2U = C\,dT = dm\,c\,dT = \rho dV c\,dT \text{ comme } dU \text{ et } dT \text{ sont homogènes dans le solide : } \boxed{d^2U = \rho S dx c\,dT}$$

A2.2

Par le premier principe de la thermodynamique :
$dU = \delta W + \delta Q$, or le système est un solide donc $\delta W = 0$ et $dU = \delta Q$

$$\boxed{\delta^2 Q = d\phi dt = (\varphi_S(x,t) - \varphi_S(x+dx,t))Sdt}$$

A2.3

Comme le système reçoit de la puissance due à la fission d'atomes il reçoit de l'énergie en x

$$\boxed{\delta^2 Q = d\phi dt = (\varphi_S(x,t) + \varphi_V(x,t)dx - \varphi_S(x+dx,t))Sdt}$$

A2.4

$$d^2U = \delta^2 Q \text{ alors, } \rho c\,dT dx = (\varphi_S(x,t) + \varphi_V(x,t)dx - \varphi_S(x+dx,t))dt$$

$$\text{Ainsi, on a : } \boxed{dT = \frac{1}{\rho c}\frac{\partial \varphi_S}{\partial x}dt + \frac{\varphi_V(x,t)}{\rho c}dt}$$

A2.5

Pour j_Q une densité de puissance surfacique et λ le coefficient de conduction

$$\boxed{\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{grad}(T)}$$

Ainsi en projetant sur l'axe des x :

$$j_Q(x,t) = \varphi_S(x,t) = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x} \text{ ainsi, } \boxed{\varphi_S(x,t) = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x}}$$

A2.6

D'après la question A2.4 et la question précédente, en injectant φ_S trouvé à la question précédente dans l'équation de la question A2.4

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\lambda}{\rho c}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\varphi_V(x,t)}{\rho c} \text{ alors : } \boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\rho c}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\varphi_V(x,t)}{\lambda}}$$

<u>Problème : normalement pas de λ au dénominateur</u>

A3 - Profil radial de la température du crayon combustible

A3.1

Je continue donc avec cette équation de chaleur :

$$\Delta(T) + \frac{\rho c}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t} = \varphi_V(x,t)$$

Alors,

$$\Delta T = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \text{ car } T \text{ ne dépent pas de } \theta$$

Ainsi,

$$\boxed{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\rho c}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t} = \varphi_V(x,t)}$$

A3.2

En régime permanent :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \varphi_V(r)$$