

TD 2 : Récursivité

27 septembre 2023

Exercice 1

Ecrire une fonction récursive pour calculer la somme des entiers de 1 à n en fonction de n .

Exercice 2

1) Ecrire une fonction récursive qui prend en entrée u_0 et n et calcule u_n , le n -ième terme de la suite définie par $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3$.

2) On suppose qu'une certaine fonction f a été définie précédemment : écrire une fonction récursive qui prend en entrée u_0 et n et calcule u_n , le n -ième terme de la suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$.

Exercice 3

Ecrire une fonction qui prend en entrée p et n avec $0 \leq p \leq n$ et calcule récursivement le coefficient binomial $\binom{n}{p}$.

Exercice 4

1) Donner une définition mathématique récursive du PGCD.

2) Ecrire une fonction qui prend en entrée deux entiers a et b et calcule récursivement le PGCD de a et b .

Exercice 5

Calculer le nombre d'appels récursifs effectués dans l'appel `fibonacci(n)` en fonction de n , où `fibonacci` est l'implémentation récursive naïve de la suite de Fibonacci.

Exercice 6

1) Ecrire en pseudo-code une fonction `fusion` qui prend en entrée deux listes triées et renvoie la fusion triée des deux listes.

2) On considère une liste de taille $n \geq 1$. L'algorithme de tri fusion procède ainsi pour trier la liste :

- Si $n = 1$, il renvoie la liste telle quelle ;
- Si $n > 1$, il divise la liste en deux, trie chacune des deux listes et fusionne les deux listes triées.

Ecrire en pseudo-code une implémentation récursive d'une fonction `tri_fusion` en utilisant la fonction `fusion` définie précédemment.

Exercice 7

Il existe une bijection de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ dans \mathbb{N} , obtenue en parcourant les diagonales de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

1) Faire un schéma pour illustrer, sur chaque point de coordonnées (n_1, n_2) de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, l'entier $n \in \mathbb{N}$ associé.

2) Ecrire une fonction qui calcule récursivement l'image de (n_1, n_2) par cette bijection.