DS 2

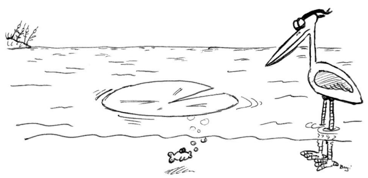
vendredi 13/10/2022 - durée : 3h

Consignes générales :
Le sujet comporte 1 exercice et un problème indépendants qui peuvent être traités dans l'ordre de votre choix.
Noter clairement le titre de l'exercice et les numéros des questions traités.
Les calculs seront toujours menés **de façon littérale, et le résultat littéral** $\boxed{\textbf{encadré}}$.
Les applications numériques seront ensuite effectuées quand elles seront demandées, et soulignées.
Une partie du barême sera consacrée à la clarté de la copie et à la présence de **schémas clairs**.
La calculatrice est autorisée, tout document est interdit

Exercice 1. Pêche

Un petit poisson, dont on négligera les dimensions devant toute autre longueur mise en jeu, cherche à se cacher afin de ne pas se faire manger par un héron. Il s'abrite sous un nénuphar, de 20 cm de rayon.
Nous allons chercher à déterminer la profondeur maximale à laquelle le poisson pourra aller sans être vu par le héron.

1. Faire un schéma du montage représentant le poisson et le nénuphare, et montrant la zone dans laquelle le poisson est invisible pour le héron. **Justifier votre tracé !**
2. Déterminer les dimensions de cette zone. Déterminer en particulier la profondeur maximale h_{max} pour laquelle le poisson est invisible, en fonction du rayon r du nénuphare et des indices optique n_{eau} et n_{air} de l'eau et de l'air.
3. Faire l'application numérique de h_{max} en prenant $n_{eau} = 1,33$ et $n_{air} = 1,00$.



Problème : L'appareil photographique

Un appareil photo est constitué d'un ensemble de lentilles dont le but est de former l'image réelle d'un objet sur un détecteur sensible aux radiations lumineuses, c'est-à-dire film argentique ou barrettes CCD. Cet ensemble est associé à un boîtier qui joue le rôle de chambre noire et qui contient un obturateur, un système optique de visée et de mise au point ainsi qu'une cellule photoélectrique qui permet de mesurer le flux lumineux incident. La figure 1. ci–contre représente les principaux éléments d'un appareil photo de type réflex, avec un miroir pivotant (a), un verre de visée (b), une lentille collectrice (c), un pentaprisme en toit (d) ainsi qu'un oculaire (e).

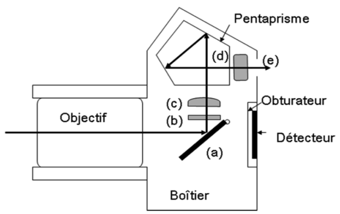


Figure 1 : appareil photo

Le système optique qui constitue l'objectif doit restituer la forme et les couleurs de l'objet, ceci dans des conditions où les rayons lumineux incidents ne vérifient pas nécessairement les conditions dites de Gauss. Il

doit donc pouvoir corriger les aberrations chromatiques et géométriques. La valeur absolue de la distance focale de l'objectif est communément appelée "focale". Elle représente la distance entre la pellicule (ou la matrice CCD) et la lentille équivalente à l'objectif pour un sujet à l'infini, c'est-à-dire à grande distance. Les usages veulent que l'on qualifie de longue (respectivement courte) focale, un objectif dont la focale est plus grande (respectivement plus petite) que la longueur de la diagonale du détecteur utilisà, c'est-à-dire pellicule ou matrice CCD. Ceci implique que le choix de la focale est indissociable de celui du format du détecteur.

Les notations sont telles que tout paramètre relatif à un object sera indicé avec un o, tandis que tout paramètre lié à une image le sera avec un i. Par exemple les distances focales objets seront notées f_o et les points focaux objets F_o, alors que les distances focales images seront notées f_i et les points focaux imagex F_i.

1. **Objectif assimilé à une simple lentille mince (L_1), de focal image $f_{i1} = 50$ mm**

   On considère le protocole représenté sur la figure 2. ci-dessou. L'appareil est initialement réglé sur un objet placé à l'infini. On constate alors que pour former une image nette sur une pellicule fixe d'un objet situé à une distance x de l'objectif (*compté positivement* : $x(> 0) = -P_0$), il faut déplacer l'objectif d'une certaine distance, appelée tirage et notée t. Cette opération constitue la mise au point.

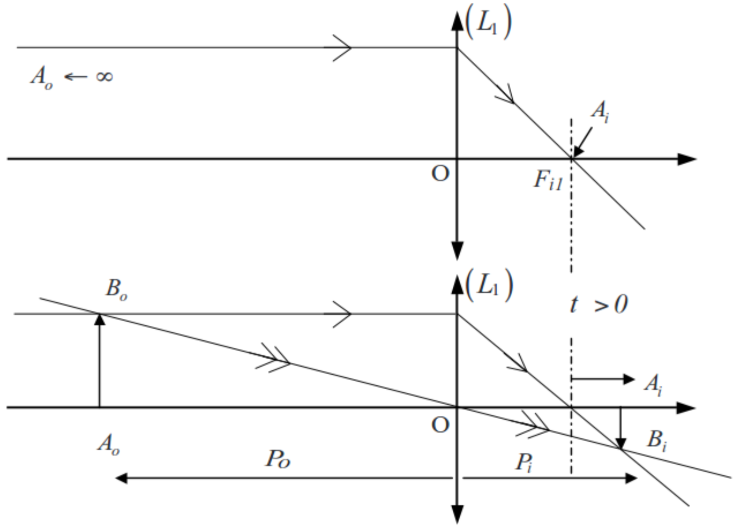


Figure 2 : protocole avec lentille simple

   (a) À l'aide de la relation de conjugaison, exprimer le tirage t en fonction des seuls x et f_{i1}.
   (b) Exprimer littéralement puis calculer la variation de ce tirage pour un objet placé entre $x = \infty$ et $x = 100 f_{i1}$. Sachant qu'une mise au point n'a de sens que pour un déplacement mécanique d'au moins un demi-millimètre, cette dernière est-elle nécessaire dans le cas présent ?
   (c) Reprendre la question précédente pour un objet placé entre $x = 100 f_{i1}$ et $x = 10 f_{i1}$.

2. **Objectif bifocal.**

   Considérone trois lentilles minces (L_2), (L_3) et (L_4), de centres O_2, O_3 et O_4, placées suivant un même axe optique. (L_2) et (L_4) sont identiques et divergentes, de distance focale image $f_{i2} = -60$ mm, tandis que (L_3) est convergente avec $f_{i3} = 35$ mm.

Dans cette première configuration (a), les lentilles (L_2) et (L_3) sont accolées.

(a) Montrer que la distance focale image f_{i23} de la lentille équivalente au système $(L_2) + (L_3)$ peut se mettre sous la forme
$$f_{i23} = \frac{f_{i2} f_{i3}}{f_{i2} + f_{i3}}$$
Calculer la valeur numérique de cette distance focale et en déduire la nature e la lentille équivalente à $(L_2) + (L_3)$. Pour un rayon incident parallèle à l'axe optique, tracer le rayon de sortie de cette lentille équivalente de foyer image F_{i23}.

(b) Déterminer la distance $\overline{O_2O_4}$ en fonction de f_{i23} et f_{i4} pour que le système constitué des trois lentilles soit afocal. La calculer.

(c) Exprimer le grandissement transversal γ_a en fonction de f_{i23} et f_{i4} pour un objet éclairé par un rayon incident qui arrive parallèlement à l'axe optique. On pourra raisonner en termes de faisceau lumineux cylindrique parallèle à l'axe optique dont on exprimera le grandissement du rayon à travers le système optique. Donner finalement l'application numérique de ce grandissement transversal.

(d) En supposant les conditions de Gauss respectées, exprimer le grossissement angulaire $G_a = \alpha'/\alpha$ en fonction de f_{i23} et f_{i4}, avec α et α' les angles orienté des rayons incidents et émergents définis par rapport à l'axe optique. Le comparer à γ_a. Pour s'aider dans le calcul, faire un schéma où seront tracés deux rayons incidents, parallèles entre eux, l'un passant par le centre O_2 de la lentille équivalente, l'autre passant par le foyer objet équivalent F_{O23}.

(e) Dans la seconde configuration (b), les lentilles (L_3) et (L_4) sont maintenant accolées en ayant pris soin de maintenir la distance $\overline{O_2O_4}$ identique à celle de la configuration précédente. Montrer que le nouveau grandissement transversal γ_b est relié à γ_a par une relation très simple que l'on précisera, et en faire l'application numérique.

(f) Reprendre le raisonnement de la question 2.(d) pour la configuration (b), et déterminer G_b le grossissement angulaire correspondant.

(g) On place enfin la lentille L_1 (utilisée en 1.) derrière la lentille L_4. À quelle distance de (L_1) doit-on placer la pellicule photographique (ou la matrice CCD) pour obtenir une image nette d'un objet placé à l'infini ? La distance $\overline{O_4O_1}$ importe-t-elle ?

(h) Où doit-on placer la lentille (L_1) pour que l'encombrement du système lentilles pellicule / CCD soit le plus faible possible ?

(i) À l'aide de G_a et G_b (grossissements angulaires dans les configurations (a) et (b) respectivement), exprimer les dimensions $\overline{A_{i1}B_{i1}}$ de l'image formée sur la pellicule / CCD d'un objet placé à l'infini pour les configurations (a) et (b), et dont le rayon limite arrive sur la lentille (L_2) selon un angle de $\alpha = 5°$ par rapport a' l'axe optique de cette lentille. Calculer ces dimensions.

(j) En déduire les distances focales images f_{ia} et f_{ib} de l'objectif constitué des quatre lentilles, respectivement pour les configurations (a) et (b). Pour ce faire, la taille des images $\overline{A_{i1}B_{i1}}$ calculée précédemment, on admettra l'existence d'une lentille équivalente pour les deux configurations (a) et (b) et on montrera (par exemple) que pour (a) : $f_{ia} = f_{i1} G_a$ et l'on donnera l'application numérique correspondante de f_{ia}.

On appelle champ angulaire la portion conique de l'espace objet dont l'objectif photographique donne une image nette. Ce champ est exprimé par l'angle 2α du cône qui a pour sommet le centre O d'une lentille mince équivalente (voir figure 3 et raisonnement ci-dessus). Ce champ est limité par la plus grande dimension du détecteur d, c'est-à-dire la diagonale d'un format rectangulaire.

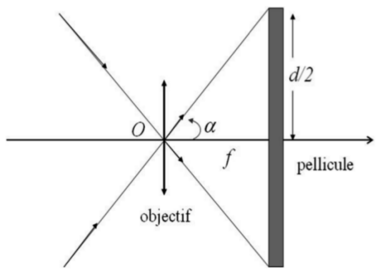


Figure 3 : champ angulaire

(k) Après avoir exprimé la relation entre α , d et la focale f de l'objectif (celle de la lentille équivalente des questions précédentes, c'est-à-dire $f = f_{ia}$ et $f = f_{ib}$), calculer le champ angulaire pour les deux configurations de lentilles (a) et (b) susmentionnées pour un film de format 24×36 mm. Commenter la compatibilité des valeurs obtenues pour les champs angulaires avec les conditions dites de Gauss.

(l) Si l'on compare maintenant avec l'objectif monolentille de la section 1, quel est l'avantage de l'objectif bifocal ? Y aurait-il des inconvénients ?

3. **Profondeur de champ.**

La photographie d'un objet de taille finie doit demeurer nette sur toute la profondeur de champ. On se reportera à la figure 4 qui modélise un objectif avec la simple lentille mince de distance focale image f_{i1} de la première partie, et sur laquelle on peut voir que l'ensemble des points objets situés sur l'axe optique entre A_1 et A_2, pour un diamètre D_d du diaphragme (D), n'impressionnent qu'un seul pixel de la matrice CCD. Cette gamme de distance séparant ces objets de l'objectif $\Delta d_o = d_{o1} - d_{o2}$ est appelée profondeur de champ, avec d_{o1} et d_{o2} respectivement les distances algébriques $\overline{A_1O}$ et $\overline{A_2O}$. En effet, l'image d'un objet ponctuel A_o n'a pas nécessité d'être rigoureusement ponctuelle en raison de la taille finie ε d'un pixel, et par conséquent, la photo restera "nette" si la dimension ε_i de l'image d'un point est inférieure à cette taille ε. La profondeur de champ dépend également de la focale, de la distance à laquelle se trouve l'objet ainsi que du nombre d'ouverture qui correspond à une ouverture maximale du diaphragme.

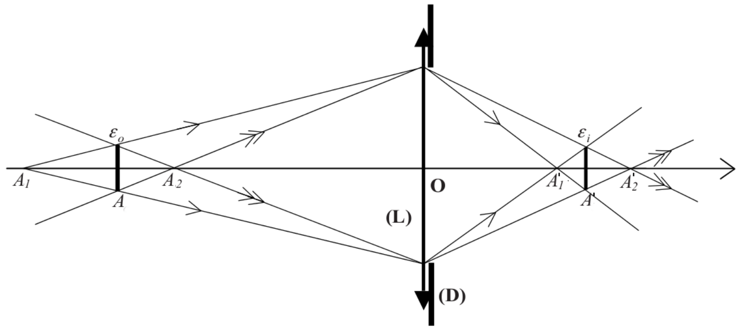


Figure 4 : profondeur de champ

(a) En notant d_o la distance $\overline{A_oO}$ à laquelle un objet de dimension ε_o donne une image de dimension $\varepsilon_i = \varepsilon$ dans le plan de détection, exprimer d_{o1} et d_{o2} en fonction de d_o, D_d, et du module du grandissement transversal $|\gamma| = \varepsilon_i/\varepsilon_o$. En déduire l'expression de la profondeur de champ.