TD3 Correction

Ex 1

1. il y a 1e⁻ par atome de cuivre qui participe au courant électrique $\Rightarrow$

$n_e = n_{Cu}$ densité volumique d'atome de cuivre

$=$ nombre d'atome de cuivre par unité de volume $= \dfrac{N_{Cu}}{V}$

pour n moles de cuivre :

$$\boxed{N_{Cu} = n\mathcal{N}_A}$$

et $V = \dfrac{m_{Cu}}{\rho}$ ← masse d'1 mol de Cu ; ρ ← masse volumique du Cuivre.

or $m_{Cu} = nM$ ← masse molaire du cuivre

$$\rightarrow \boxed{V = \frac{nM}{\rho}}$$

ainsi $n_{Cu} = \dfrac{N_{Cu}}{V} = \dfrac{n\mathcal{N}_A}{nM/\rho} = n_e$

$$\Rightarrow \boxed{n_e = \frac{\rho\mathcal{N}_A}{M}}$$

AN $n_e = \dfrac{6\ 10^{23} \times 9\ 10^{3}}{63{,}5\ 10^{-3}}$

$= \dfrac{6\times 9}{63{,}5}\ 10^{28}$

$$\underline{n_e \simeq 8{,}5\ 10^{28}\ m^{-3}}$$

2. $q = N_e \times e$ avec $e = 1{,}6\ 10^{-16}$ C la charge élémentaire et N_e le nombre d'e⁻ qui traverse S : $N_e = n_e V$ ← volume contenant ces e⁻

si on prend V le volume du fil

alors $V = L \times S = \underline{L \pi R^2}$ avec R le rayon du fil avec $\begin{cases} 2R = 1\,mm \\ L = 1\,m \end{cases}$ et

$2R = 1\,mm \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{q = e n_e \pi R^2 L}$$

$$q = 1.6\,10^{-19} \times 8.5\,10^{28} \times \pi \times 1 \times (0.5)^2\,10^{-6}$$

$$\underline{q \approx 10\,700\,C}$$

3 - par définition $I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$

avec Δq = charge traversant la section S pendant Δt

$$\Rightarrow \Delta q = e\, n_e \underbrace{S\, v\, \Delta t}$$

volume contenant les e^- traversant S pendant Δt

$$\Rightarrow I = e n_e S v$$

$$\Leftrightarrow \boxed{v = \frac{I}{e n_e S}}$$ avec $S = \pi R^2$ et $R = 0{,}5\,mm$

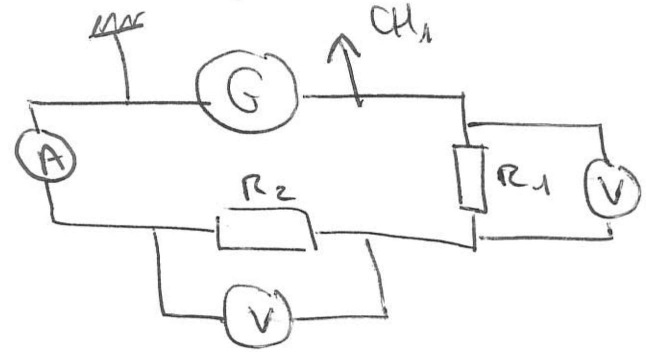
$$v = \frac{1}{1.6\,10^{-19} \times 8.5\,10^{28} \times \pi \times (0.5)^2\,10^{-6}}$$

$$v = 9{,}4\,10^{-5}\ m/s$$

$$\underline{v = 94\ \mu m/s}$$

Ex 2

1. schéma du circuit :



2. ARQS si $\ell \ll \lambda$

longueur du circuit

longueur d'onde du signal

sinon la transmission d'information n'est pas immédiate $\Rightarrow$ donc on ne peut pas considérer $I = cte$ le long d'une branche par exemple.

3. $\ell = 2m$

$$\lambda = \frac{v}{f} \gg \ell$$

$$\Rightarrow f \ll \frac{v}{\ell}$$

$$\Rightarrow f_{max} \approx \frac{2\ 10^8}{2} Hz$$

$$\boxed{f_{max} = 100\ MHz}$$

4. si $f = 40\ MHz$ $\ell \ll \frac{v}{f} = \frac{2\ 10^8}{40\ 10^6}$

$$\Rightarrow \boxed{L = 5m}$$

Ex 3.

récepteur i et u de sens opposés

$\Rightarrow$ 1 ; 4 ; 5

générateur i et u de même sens

$\Rightarrow$ 2 ; 3 ; 6 et 7

Ex 4.

lois des noeuds à chaque noeuds :

$$\begin{cases} i_2 = i_3 + i_4 \\ i_3 = i_5 + i_6 \\ i_4 + i_5 = i_7 \\ i_6 = i_1 \\ i_7 + i_1 = i_2 \end{cases}$$

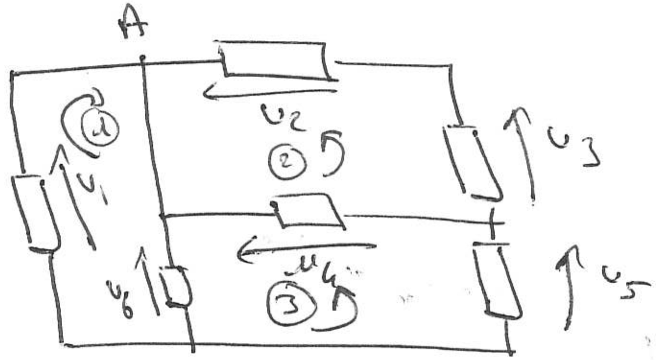
$\Rightarrow$ $i_4 = i_2 - i_3 = 25\ mA$

$i_5 = i_3 - i_6 = i_3 - i_1 = -225\ mA$

$i_6 = i_1 = 300\ mA$

$i_7 = i_2 - i_1 = -200\ mA$

Ex 5



maille ① : $u_1 - u_6 = 0$

maille ② : $u_2 - u_4 + u_3 = 0$

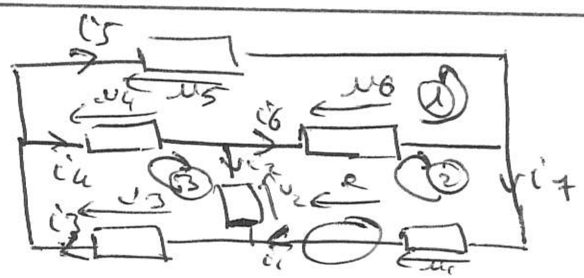
maille ③ : $u_5 + u_4 - u_6 = 0$

$\Rightarrow$ $\underline{u_4 = u_2 + u_3 = 150\,mV}$

$\underline{u_6 = u_1 = 300\,mV}$

$\underline{u_5 = u_6 - u_4 = u_1 - u_2 - u_3 = 150\,mV}$

Ex 6 .



1. lois des noeuds :

$$\begin{cases} i_3 = i_4 + i_5 \\ i_4 + i_6 = i_2 \\ i_1 + i_2 = i_3 \\ i_6 + i_5 = i_7 \end{cases}$$

et $\underline{i_7 = i_1 = 100\,mA}$

$\underline{i_2 = i_3 - i_1 = -50\,mA}$ $\Longrightarrow$ dipôle générateur si $u_2 > 0$ recepteur sinon

$\underline{i_4 = i_3 - i_5 = 25\,mA}$

$\underline{i_6 = i_7 - i_5 = i_1 - i_5 = 75\,mA}$

2. maille ① : $u_5 - u_4 - u_6 = 0$

maille ② $u_1 + e + u_2 - u_6 = 0$

maille ③ $u_3 - u_4 - u_2 = 0$

$\Rightarrow$ $\underline{u_2 = u_3 - u_4 = 2V}$ > 0 donc le dipôle

2 est bien un dipôle generateur

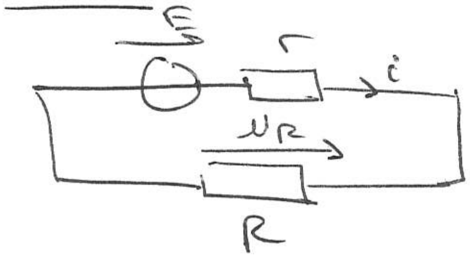
$$\underline{u_6 = u_5 - u_4 = 3V}$$

et $u_1 = u_6 - e - u_2$

$$u_1 = u_5 - u_4 - e - u_3 + u_4$$

$$\underline{u_1 = u_5 - e - u_3 = -9V}$$

Ex 4



1. $P = u_R\, i$ puissance reçue par la resistance R

$$P = \frac{u_R^2}{R} \quad \text{et} \quad u_R = \frac{R}{R+r} E$$

(pont diviseur de tension)

$$\Rightarrow P = \frac{R^2 E^2}{(R+r)^2 R}$$

$$\boxed{P = \frac{R E^2}{(R+r)^2}}$$

2. P est maximale quand $\frac{dP}{dR} = 0$

or $\frac{dP}{dR} = E^2 \left(\frac{1}{(R+r)^2} - \frac{2R}{(R+r)^3} \right)$

$$= \frac{E^2}{(R+r)^3} \left(R + r - 2R \right)$$

$$\boxed{\frac{dP}{dR} = \frac{E^2}{(R+r)^3} (r - R)}$$

$$\frac{dP}{dR} = 0 \Leftrightarrow \boxed{R = r}$$

on verifie que c'est bien un maximum car quand $R = 0$ $P(0) = 0$

quand $R \to +\infty$ $P(+\infty) \to 0$

et comme $P \geq 0$ forcément P passe par un maximum entre $R = 0$ et $R = +\infty$

TD3 6

3. $P_{max} = P(R=r) = \dfrac{rE^2}{(r+r)^2}$

$$\boxed{P_{max} = \dfrac{E^2}{4r}}$$

AN $P_{max_{pile}} = \dfrac{1.5^2}{4 \times 1.5} = \dfrac{1.5}{4}$

$P_{max_{pile}} = 0,375\ W$

pour la batterie de la voiture on donne

$E = 12V$ et $i_{cc} = 800A$

la resistance interne r de cette batterie

vaut donc $r = \dfrac{E}{i_{cc}} = \dfrac{12}{800} = 15\ m\Omega$

$\Rightarrow P_{max,\,batterie} = \dfrac{E^2}{4E/i_{cc}}$

$$\boxed{P_{max,\,batterie} = \dfrac{E i_{cc}}{4}} = \dfrac{12 \times 800}{4} = 3 \times 800$$

$P_{max,\,batterie} = 2400\ W$

4. $P_{max} = EI = E\dfrac{\Delta q}{\Delta t}$

avec $\Delta q = 85\ Ah$

$\Rightarrow \Delta t = \dfrac{E\Delta q}{P_{max}}$ or $P_{max} = \dfrac{E i_{cc}}{4}$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta t = \dfrac{4\Delta q}{i_{cc}}}$$

AN $\Delta t = \dfrac{4 \times 85}{800} = 0,425\ h$

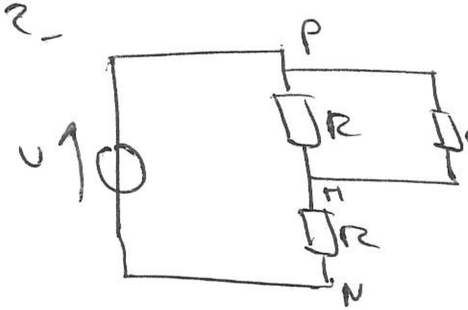
$\Delta t = 25,5\ min = 25\ min\ 30\ s$

Ex 8

1. pont diviseur de tension :

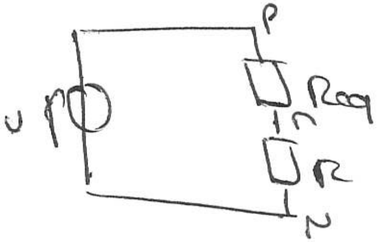
$$\left.\begin{aligned} U_{PM} &= \dfrac{R}{R+R}U \\ U_{MN} &= \dfrac{R}{R+R}U \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{U_{PM} = U_{MN} = \dfrac{U}{2}}$$

2 –



voltmètre equivalent à une resistance r

circuit equivalent à :



avec $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r}$

$\Leftrightarrow R_{eq} = \frac{rR}{r+R}$

donc la mesure de U_{PM} donne :

$$U_{PM} = \frac{R_{eq}}{R+R_{eq}}U$$

$$R+R_{eq} = R + \frac{rR}{r+R} = \frac{R^2+2rR}{r+R}$$

$$\Rightarrow \boxed{U_{PM} = \frac{r}{R+2r}U}$$

avec le même raisonnement on trouve

$$\boxed{U_{MN} = \frac{r}{R+2r}U}$$

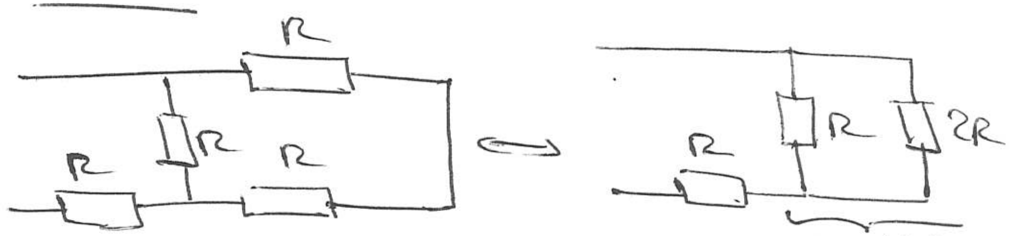
et comme $r = R = 10\,M\Omega$

on a $\boxed{U_{PM} = U_{MN} = \frac{U}{3}}$

entre P et N on mesure bien U.

$\boxed{U_{PN} = U}$ car pas de resistance en serie supplementaire

Ex 9.



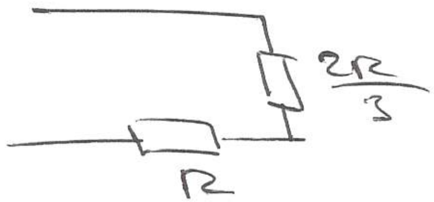
Req telle que

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{3}{2R}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{2R}{3}$$

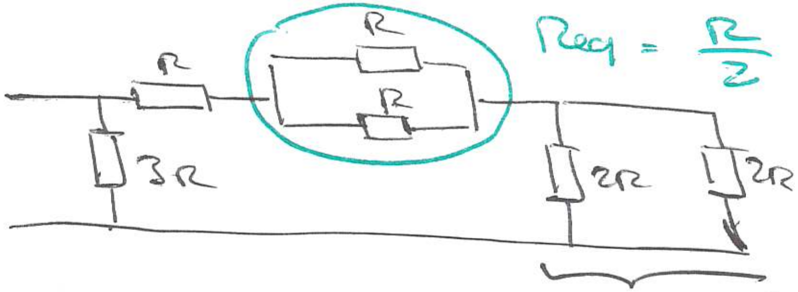
⇒ le circuit initial est equivalent à :



$$R_{eq} = R + \frac{2R}{3}$$

⟺ 

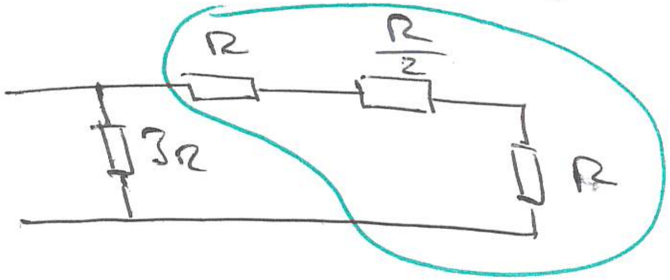
⇒ $\boxed{R_{eq} = \frac{5}{3} R}$



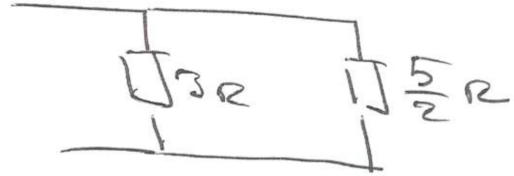
$$R_{eq} = \frac{R}{2}$$

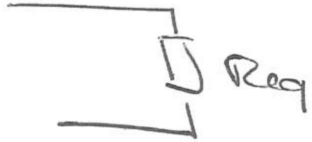
$$R_{eq} = \frac{2R \times 2R}{2R + 2R} = R$$

le circuit est donc equivalent à :



$$R_{eq} = R + \frac{R}{2} + R = \frac{5}{2} R$$

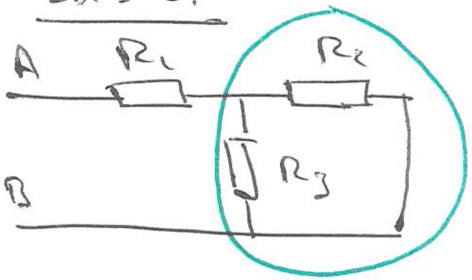
⟺ 

⟹  avec R_{eq} tq

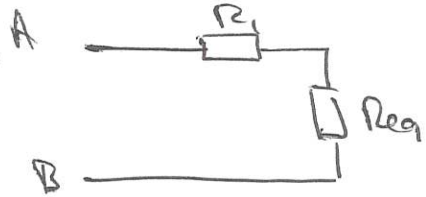
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3R} + \frac{2}{5R} = \frac{5R + 6R}{15R^2} = \frac{11}{15R}$$

⇒ $\boxed{R_{eq} = \frac{15R}{11}}$

Ex 10.



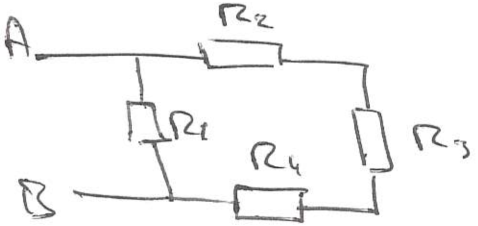
$$R_{eq} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

⟺ 

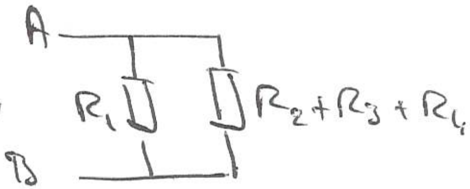
$$\Rightarrow R_{AB} = R_1 + R_{eq}$$

$$= R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

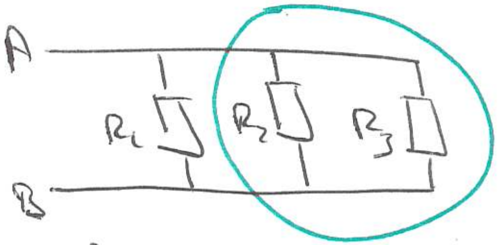
$$\boxed{R_{AB} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}{R_2 + R_3}}$$



$\Longleftrightarrow$



$$\Rightarrow \boxed{R_{AB} = \frac{R_1(R_2 + R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}}$$



$$R_{eq} = \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3}$$

$\Longleftrightarrow$

$$\Rightarrow R_{AB} = \frac{R_1R_{eq}}{R_1 + R_{eq}}$$

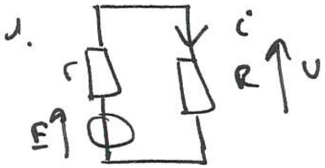
$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}{R_1R_2R_3}$$

$$\boxed{R_{AB} = \frac{R_1R_2R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}}$$

Ex 11

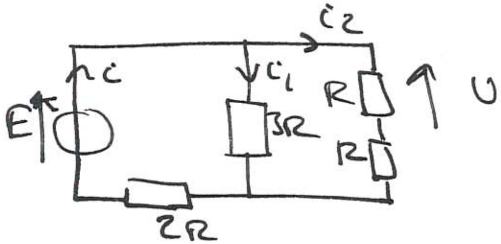
1.



loi des mailles + loi d'Ohm

$$E = (r+R)\,i \Rightarrow \boxed{i = \frac{E}{R+r}}$$

et $U = Ri \Rightarrow \boxed{u = \frac{R}{R+r} E}$



loi des noeuds

$$i = i_1 + i_2$$

loi des mailles : $\begin{cases} E = 2Ri + 3Ri_1 \\ 3Ri_1 = 2Ri_2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \boxed{i_2 = \frac{3}{2} i_1}$$

$$\Longleftrightarrow i = i_1 + \frac{3}{2} i_1 = \boxed{\frac{5}{2} i_1 = i}$$

$\Longleftrightarrow \quad \boxed{i_1 = \frac{2}{5} i}$

et $\quad E = 2Ri + 3Ri_1 = 2R + 3R \times \frac{2}{5} i$

$E = \frac{16}{5} Ri$

$\Longleftrightarrow \quad \boxed{i = \frac{5}{16R} E}$

$\Longrightarrow \quad i_1 = \frac{2}{5} \times \frac{5}{16} \frac{E}{R}$

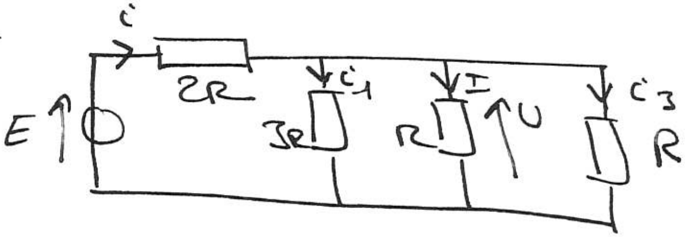
$\boxed{i_1 = \frac{1}{8} \frac{E}{R}}$

et $\quad i_2 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{8} \frac{E}{R}$

$\boxed{i_2 = \frac{3}{16} \frac{E}{R}}$

loi d'Ohm: $U = Ri_2 \Rightarrow \boxed{U = \frac{3}{16} E}$

et



loi des noeuds $\quad i = i_1 + I + i_3$

loi des mailles $\begin{cases} E = 2Ri + 3Ri_1 \\ 3Ri_1 = RI \\ RI = Ri_3 \end{cases}$

$\Longrightarrow \quad \boxed{I = i_3 = 3i_1}$

$\Longrightarrow \quad i = i_1 + 3i_1 + 3i_1 = 7i_1$

ou $\quad \boxed{i_1 = \frac{i}{7}}$

donc $\quad E = R\left(2i + \frac{3}{7} i\right) = \frac{17}{7} Ri$

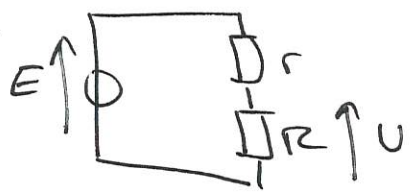
$\boxed{i = \frac{7}{17} \frac{E}{R}}$

$\Longleftrightarrow \quad i_1 = \frac{i}{7} \Rightarrow \boxed{i_1 = \frac{1}{17} \frac{E}{R}}$

$I = i_3 = 3i_1 \Rightarrow \boxed{I = i_3 = \frac{3}{17} \frac{E}{R}}$

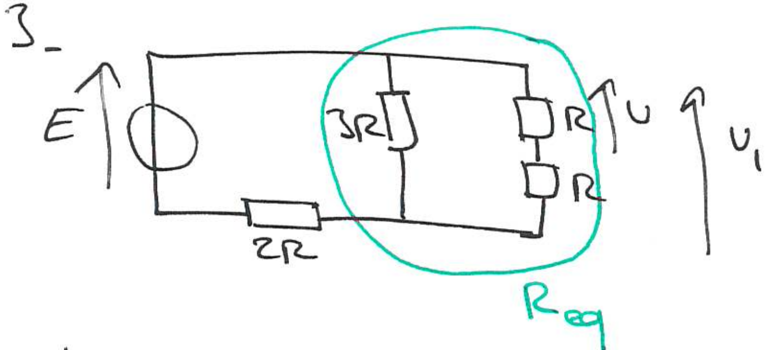
$U = RI$ $\qquad \boxed{U = \frac{3}{17} E}$

2.



$$\boxed{U = \frac{R}{R+r} E}$$

3.



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{R+R} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{2R} = \frac{5}{6R}$$

$$\boxed{R_{eq} = \frac{6R}{5}}$$

pont diviseur de tension entre U et U_1 :

$$U = \frac{R}{R+R} U_1 = \frac{U_1}{2} \iff \boxed{U_1 = 2U}$$

pont diviseur de tension entre U_1 et E :

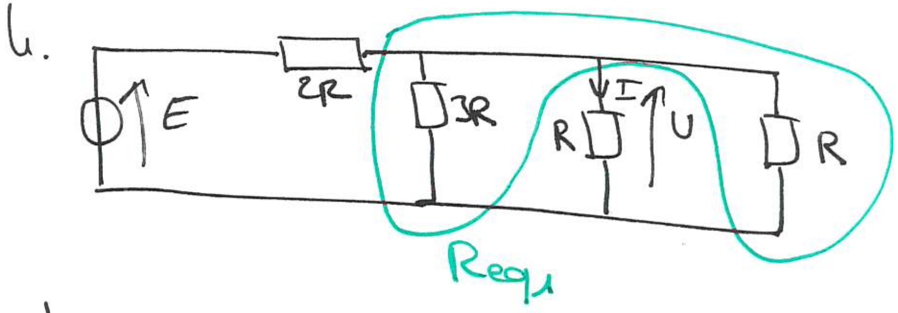
$$U_1 = \frac{R_{eq}}{2R + R_{eq}} E = 2U$$

$$2R + R_{eq} = 2R + \frac{6R}{5} = \frac{16}{5} R$$

$$\Rightarrow \quad 2U = \frac{6R}{5} \times \frac{5}{16R} E = \frac{6}{16} E$$

$$\boxed{U = \frac{3}{16} E}$$

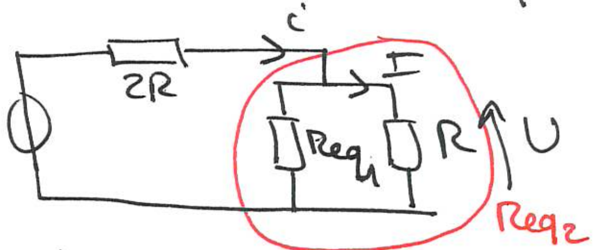
4.



$$\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} = \frac{4}{3R}$$

$$\boxed{R_{eq1} = \frac{3R}{4}}$$

donc le circuit est équivalent à :



pont diviseur du courant: $I = \dfrac{R_{eq1}}{R + R_{eq1}} i$

$$R + R_{eq_1} = R + \frac{3R}{4} = \frac{7}{4}R$$

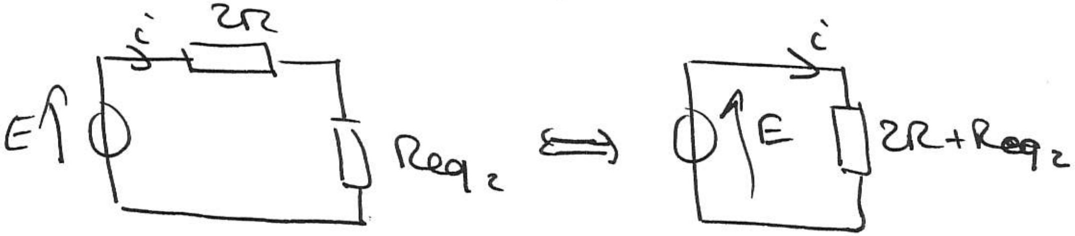
$$\Rightarrow \quad I = \frac{3R}{4} \times \frac{4}{7R}\, i$$

$$\boxed{I = \frac{3}{7}\, i}$$

$$\frac{1}{R_{eq_2}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_{eq_1}} = \frac{1}{R} + \frac{4}{3R} = \frac{7}{3R}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{eq_2} = \frac{3R}{7}}$$

donc le circuit est equivalent à :



et loi d'Ohm : $E = (2R + R_{eq_2})\, i$

$$= \left(2R + \frac{3R}{7}\right) i$$

$$E = \frac{17}{7} R i$$

$$\Leftrightarrow \boxed{i = \frac{7}{17}\frac{E}{R}}$$

d'où $I = \frac{3}{\cancel{7}} \times \frac{\cancel{7}}{17}\frac{E}{R}$

$$\boxed{I = \frac{3}{17}\frac{E}{R}}$$

Ex 12

1. loi des mailles : $E = (r + R)\, I$

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{E}{r+R}} = \frac{10}{1050} \approx \underline{9{,}5\ mA}$$

loi d'Ohm $U = RI$

$$\Rightarrow \boxed{U = \frac{R}{r+R} E} = \frac{1000}{1050} \times 10 \approx \underline{9{,}5\ V}$$

2. $P = UI = \frac{E}{r+R} \times \frac{R}{r+R} E$

$$\boxed{P = \frac{R E^2}{(r+R)^2}}$$

AN $P = \frac{1000 \times 100}{(1050)^2}$

$\underline{P \approx 91 \text{ mW}}$

3. $\boxed{E = P \times \Delta t} = 91\,10^{-3} \times 3600$

$\underline{E = 326 \text{ J}}$

4. bilan de puissance : $P_{gene} = r I^2 + R I^2$

$P_{gene} = (r+R) \frac{E^2}{(r+R)^2}$

$$\boxed{P_{gene} = \frac{E^2}{r+R}}$$

AN $P_{gene} = \frac{100}{1050} \approx \underline{95 \text{ mW}}$

5. $P = \frac{R}{(r+R)^2} E^2$ est max quand sa dérivée est nulle : $\frac{dP}{dR} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{E^2}{(r+R)^2} - \frac{2RE^2}{(r+R)^3} = 0$

$\Leftrightarrow 1 - \frac{2R}{r+R} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{r+R-2R}{r+R} = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{r = R}$

6. $\eta(R) = \frac{P}{P_{gene}} = \frac{R}{(r+R)^2} E^2 \times \frac{r+R}{E^2}$

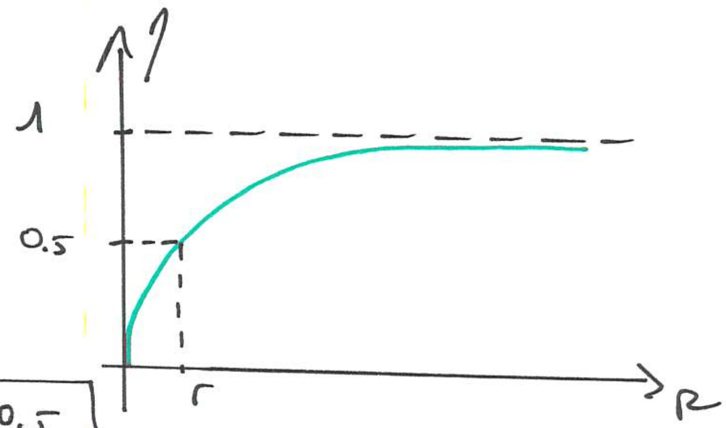
$$\boxed{\eta(R) = \frac{R}{r+R}}$$

$\eta(0) = 0$

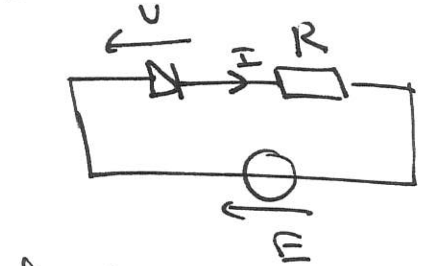
$\eta(+\infty) = 1$

montage adapté $r = R$

$\Leftrightarrow \boxed{\eta(r) = 0{,}5}$



Ex 13

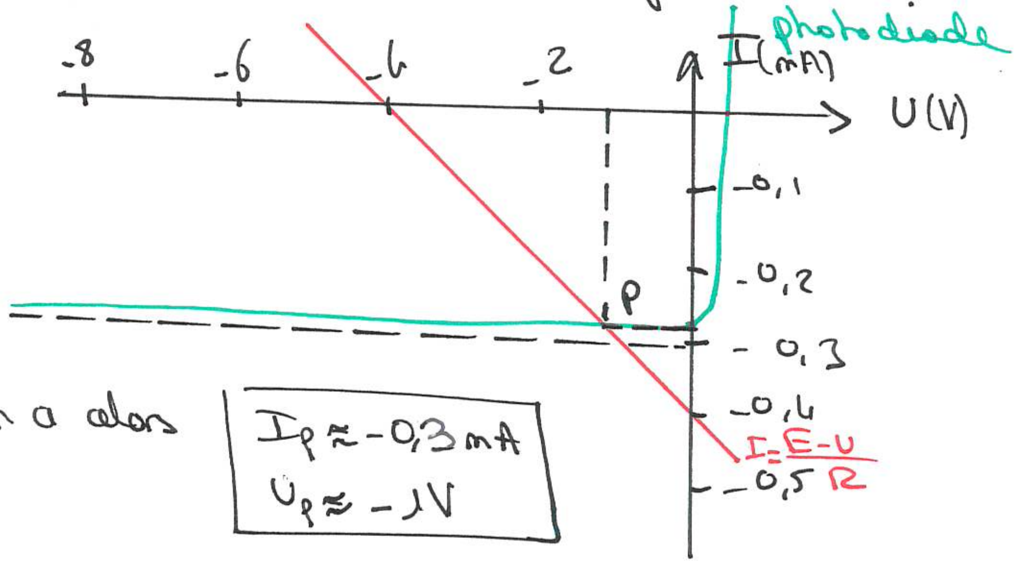


loi des mailles $E = U + RI$

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{E-U}{R} = \frac{E}{R} - \frac{U}{R}}$$

droite affine de pente $-\frac{1}{R}$

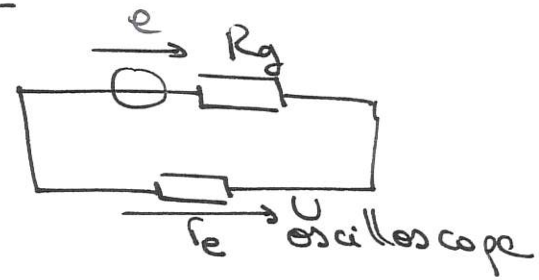
le point de fonctionnement est le point d'intersection de cette droite et de la caractéristique de la photodiode.



on a alors $\boxed{\begin{array}{l} I_P \approx -0{,}3 \text{ mA} \\ U_P \approx -1 \text{ V} \end{array}}$

Ex 14

1a.



1b. pont diviseur de tension :
aux bornes de l'oscilloscope : U
fem du generateur e

$$\Rightarrow \boxed{U = \frac{r_e}{r_e+R_g} e}$$

erreur relative $\varepsilon = \left|\frac{U-e}{e}\right|$

$$|U-e| = \left|\left(\frac{r_e}{r_e+R_g} - 1\right)\right| e = \frac{R_g}{r_e+R_g} e$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon = \frac{R_g}{r_e+R_g}}$$

AN: $\varepsilon = \frac{50}{50+10^6}$

$\varepsilon \approx 0{,}005\,\%$ erreur très faible !

donc on peut être sûr de la mesure de la tension avec l'oscilloscope.

2_ en faisant le même raisonnement que précédemment on trouve l'erreur relative

$$\boxed{\varepsilon = \frac{R_0}{r_e+R_0}}$$

AN $\varepsilon = \frac{500\,10^3}{500\,10^3+10^6} \Rightarrow \frac{0{,}5\,10^6}{1.5\,10^6}$

$\varepsilon = \frac{0{,}5}{1.5}$

$\varepsilon = \frac{1}{3} = 33\,\%$!

dans ce cas l'influence de la résistance interne de l'oscillo ne peut plus être négligée.

3_ dans ce cas $\varepsilon' = \frac{R_0}{r_e'+R_0}$

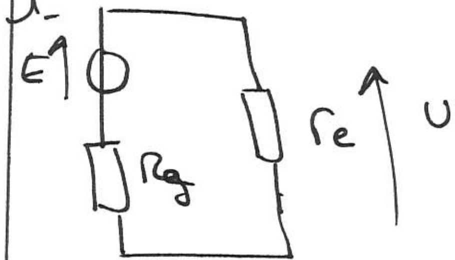
$\varepsilon' = \frac{0{,}5\,10^6}{0.5\,10^6+10\times10^6}$

$\varepsilon' = \frac{0{,}5}{10.5} \Rightarrow \varepsilon' = \frac{1}{21} \simeq 5\,\%$

grâce à cette adaptateur, l'erreur est plus faible et la mesure faite à l'oscillo est fiable.

Ex 15

1_



pont diviseur de tension

$U = \frac{r_e}{r_e+R_g}E$

donc le facteur d'atténuation vaut

$f_e = \frac{U}{E} \Rightarrow \boxed{f_e = \frac{r_e}{r_e+R_g}}$

si $r_e = +\infty \Rightarrow \boxed{f_e = 1}$

si $r_e = 5M\Omega$ $f_e = \frac{5\,10^6}{5\,10^6+50} = \frac{10^6}{10^6+10}$

$f_e \simeq 0{,}9999\ldots$

2. on branche R en sortie du suiveur :

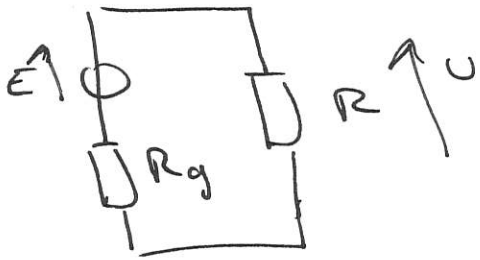
avec r_s la résistance de sortie

$$\Rightarrow \boxed{f_s = \frac{R}{R+r_g}}$$

$r_g = 0 \Rightarrow \underline{f_s = 1}$

$r_g = 10\Omega$
$R = 200\Omega$ $\quad f_s = \frac{200}{210} \simeq \underline{0{,}95}$

3_ si pas de suiveur :



le facteur d'atténuation de la tension aux bornes de R par rapport à la fem E du générateur :

$$f = \frac{R}{R+R_g} = \frac{200}{250} = \underline{0{,}8}$$

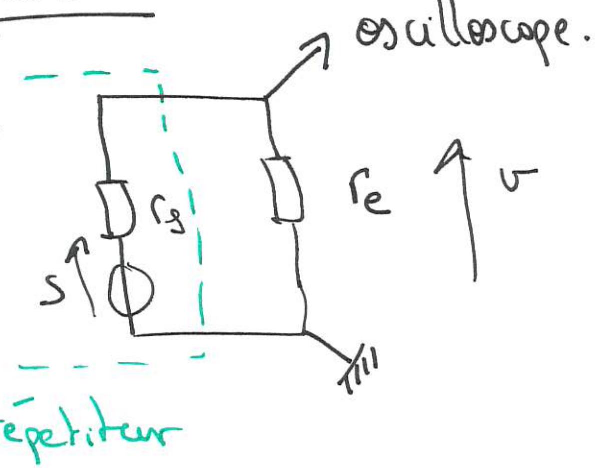
avec le suiveur . pas d'atténuation si idéal

. atténuation faible

$f = f_e f_s = \underline{0{,}95}$

Ex 16

1.



2_ pont diviseur de tension

$$v = \frac{r_e}{r_g + r_e} s$$

comme $r_e = r_g = 75\Omega$

$$v = \frac{s}{2} \Leftrightarrow \boxed{s = 2v} = \underline{2V}$$

comme $v = 1V$

3_ la maille d'entrée d'un oscillo est modélisée par sa résistance d'entrée $R_{osc} \simeq 10M\Omega$

$\Rightarrow$ si on branche l'oscillo directement sur la sortie du répétiteur on mesurera une tension $u_m = \frac{R_{osc}}{r_g + R_{osc}} s \simeq s = 2V$

pour mesurer effectivement $v = 1V$ on branche l'oscillo en parallèle à $r_e = 75\Omega$