DM6, pour autoévaluation pendant la pause de Toussaint

Mode d'emploi : après avoir travaillé en profondeur cours et exercices sur les primitives, faire en condition de DS d'une heure le sujet suivant. Faire une pause. Revenir dessus sans limite de temps pour le compléter, en s'aidant du cours si besoin. Après cela, consulter le corrigé et le barème pour voir où vous auriez éventuellement perdu des points.

Exercice 1 Calculer
$$\int_0^{\pi} e^{-x} \cos(2x) dx$$
.

Exercice 2 Calculer $\int \frac{1 + \tan^2 t}{\sqrt{1 - \tan^2 t}} dt$ sur un intervalle qu'on précisera.

Exercice 3 Calculer $\int \frac{u}{3u^2 + 2u + 1} du$ sur un intervalle qu'on précisera.

Exercice 4 Calculer $\int x \operatorname{Arctan}(x) dx$ en effectuant une intégration par parties.

Exercice 5

- 1. Pour $x \in]-\pi,\pi[$ et $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$, montrer que $\sin(x) = \frac{2t}{1+t^2}$.
- 2. Calculer $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{d}x}{2 + \sin(x)}$ à l'aide du changement de variables : $x = 2 \operatorname{Arctan}(t)$.