

# Trayeuse automatique

## 1- Présentation

### Présentation

Les agriculteurs, producteurs laitiers, sont soumis à des réglementations strictes quant à la production du lait, en termes de respect de l'environnement, de mesures d'hygiène et de qualité de vie des animaux. Traire les vaches est une opération pénible et répétitive. Dans cette optique, des sociétés ont développé des systèmes de traite automatique.



Figure 1 : Installation avec une vache

### Objectif

Cet exercice s'intéresse à un bras articulé d'une machine de traite automatisée dont on donne une modélisation cinématique ainsi qu'un extrait de cahier des charges. L'objectif est de vérifier que ce dernier est validé.

L'ensemble bras articulé de traite est embarqué sur le chariot monté en liaison glissière d'axe par rapport au bâti. Cette liaison permet le déplacement horizontal du bras articulé. **On supposera dans tout l'exercice que le mouvement de translation du chariot est bloqué par rapport au bâti.** Le chariot est donc repéré par l'indice **0** dans tout l'exercice.

Le bras articulé est ensuite composé :

- Du bras supérieur **1** en liaison pivot d'axe  $(A, \vec{x}_1)$  par rapport au chariot **0**. Deux vérins montés en parallèle (seul l'un des deux vérins est modélisé ici par l'ensemble corps de vérin **3** + tige de vérin **4**) entre le chariot **0** et le bras supérieur **2** assurent les déplacements du bras supérieur ;
- Du bras intermédiaire **3**, lié au bras supérieur **2** par une liaison pivot d'axe  $(B, \vec{x}_2)$ . Un vérin (ensemble corps de vérin **6** + tige de vérin **6**) monté entre le bras intermédiaire **3** et le chariot **1** assure les déplacements du bras intermédiaire **3** ;
- D'un bras inférieur **7**, en liaison pivot d'axe  $(C, \vec{x}_7)$  avec le bras intermédiaire **3**. Ce bras inférieur porte la tête de traite.

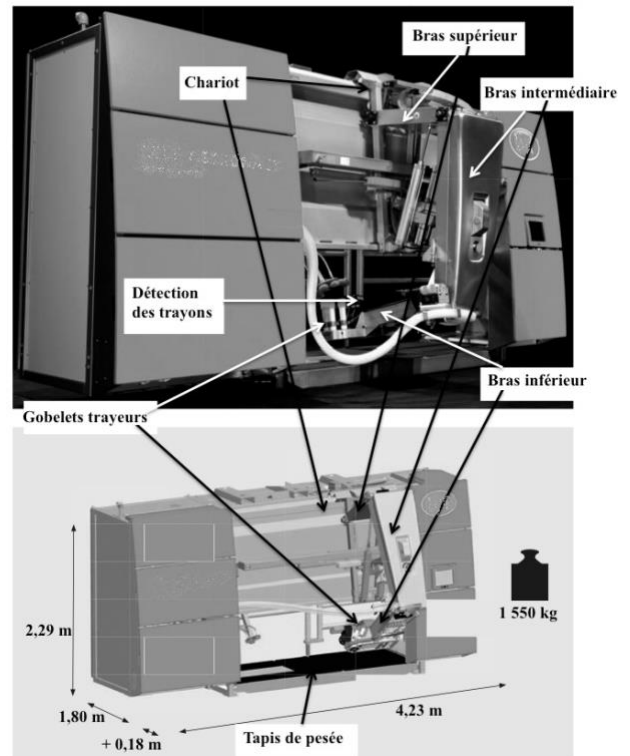


Figure 2 : Composants du mécanisme

### Cahier des charges

Exigence	Critère	Niveau	Flexibilité
Vitesse d'approche de la tête	Vitesse Maxi	$5 \text{ cm.s}^{-1}$	Maxi
Angle bras supérieur $\alpha$	Amplitude	$-45^\circ$ à $+10^\circ$	Aucune
Accélération verticale d'approche	Accélération maxi du point C	$-0,1$ à $+0,1 \text{ cm.s}^{-2}$	Aucune
Déplacement du chariot	Durée $T$ de translation	3 s	Maxi

## 2- Modéliser la trayeuse

Lorsque la vache est installée dans la machine, la tête de traite est automatiquement positionnée sous la vache, dans une position telle que les gobelets trayeurs soient au plus proche des pis de la vache. Par simplification, on modélise par un point nommé  $G_4$  la zone de contact de la tête de traite du bras inférieur avec les pis de la vache.

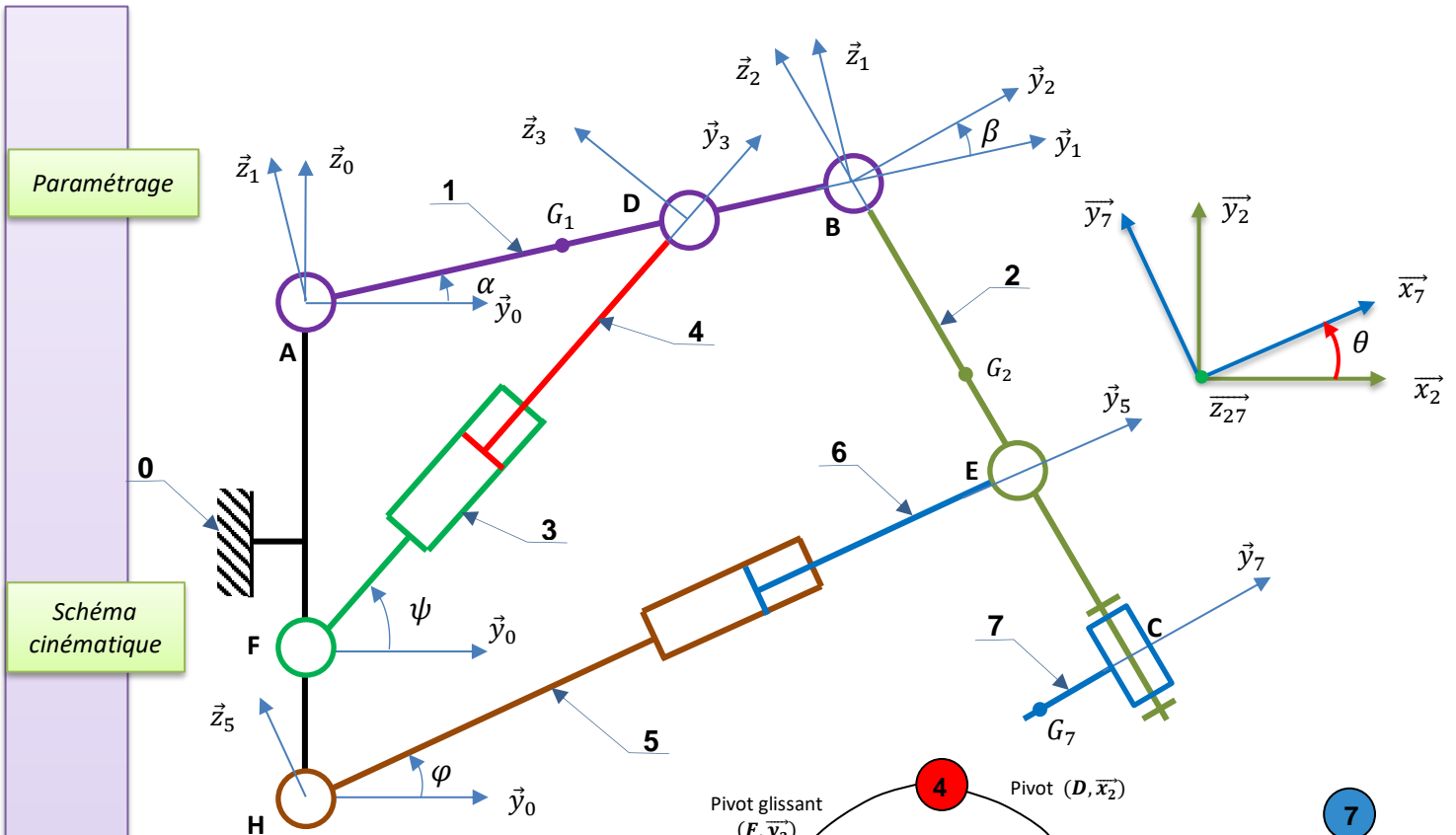


Figure 3 : Schéma cinématique

Les repères et le paramétrage sont les suivants :

- $R_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  repère lié au chariot fixe **0** du robot de traite, supposé galiléen ;
- $R_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  repère lié au bras supérieur **1** tel que  $\alpha = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$
- $R_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  repère lié au bras intermédiaire **2** tel que  $\beta = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$ ;
- $R_3 = (F, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  repère lié au vérin de corps **3** et de tige **4** tel que  $\psi = (\vec{y}_0, \vec{y}_3) = (\vec{z}_0, \vec{z}_3)$ ;
- $R_5 = (H, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$  repère lié au vérin de corps **5** et de tige **6** et tel que  $\varphi = (\vec{y}_0, \vec{y}_5) = (\vec{z}_0, \vec{z}_5)$ ;
- $R_7 = (C, \vec{x}_7, \vec{y}_7, \vec{z}_7)$  repère lié au bras inférieur **7** tel que  $\theta = (\vec{x}_2, \vec{x}_7) = (\vec{y}_2, \vec{y}_7)$ ;

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= L_1 \cdot \vec{y}_1 & \overrightarrow{AD} &= \ell_1 \cdot \vec{y}_1 & \overrightarrow{BC} &= -L_2 \cdot \vec{z}_2 & \overrightarrow{BE} &= -\ell_2 \cdot \vec{z}_2 \\ \overrightarrow{AG_1} &= \frac{L_1}{2} \cdot \vec{y}_1 & \overrightarrow{BG_2} &= -\frac{L_2}{2} \cdot \vec{z}_2 & \overrightarrow{CG_7} &= -L_7 \cdot \vec{y}_7 & \overrightarrow{AF} &= -h_5 \cdot \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{AH} &= -h_6 \cdot \vec{z}_0 & \overrightarrow{FD} &= \lambda(t) \cdot \vec{y}_3 & \overrightarrow{HE} &= \delta(t) \cdot \vec{y}_5 \end{aligned}$$

On donne :  $L_1 = 1,5 \text{ m}$  ;  $L_2 = 0,65 \text{ m}$  ;  $\ell_1 = 1 \text{ m}$  ;  $\ell_2 = 1,2 \text{ m}$  ;  $h_5 = 0,8 \text{ m}$  ;  $L_7 = 0,3 \text{ m}$

**Q1)** Etablir les quatre figures planes faisant intervenir les angles  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\psi$  et  $\varphi$ .

**Q2)** Déterminer les vitesses instantanées de rotation suivantes :  $\overrightarrow{\Omega}_{1/0}$ ,  $\overrightarrow{\Omega}_{2/1}$ ,  $\overrightarrow{\Omega}_{2/0}$ ,  $\overrightarrow{\Omega}_{7/2}$  et  $\overrightarrow{\Omega}_{3/0}$ .

### 3- Caractériser les performances cinématiques du système

#### 3.1. Étude de l'exigence de vitesse

- Q3)** Déterminer les vecteurs vitesse  $\vec{V}(B \in 1/0)$  et  $\vec{V}(E \in 2/1)$  en fonction des paramètres.  
**Q4)** En déduire l'accélération  $\vec{I}(B \in 1/0)$ .  
**Q5)** Déterminer le vecteur vitesse  $\vec{V}(C \in 2/0)$  en fonction des paramètres.  
**Q6)** En déduire l'accélération  $\vec{I}(C \in 2/0)$ .  
**Q7)** Déterminer le vecteur vitesse  $\vec{V}(G_7 \in 7/1)$  en fonction des paramètres.  
**Q8)** En déduire l'accélération  $\vec{I}(G_7 \in 7/1)$ .  
**Q9)** Déterminer la norme du vecteur vitesse  $\vec{V}(G_7 \in 7/1)$ .

Pour la phase d'approche du bras inférieur vers la vache, on a :  $\alpha = \beta = \theta = 0 \text{ rad}$ ,  $\dot{\alpha} = 0,06 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $\dot{\beta} = -0,06 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $\dot{\theta} = 0 \text{ rad.s}^{-1}$

- Q10)** Faire l'application numérique et conclure vis-à-vis du critère de vitesse d'approche du cahier des charges.

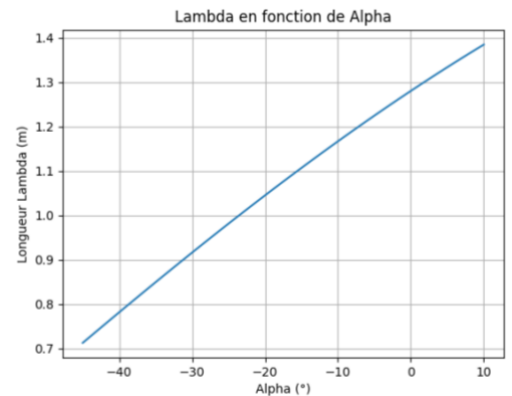
#### 3.2. Étude de l'exigence angulaire

- Q11)** Écrire la fermeture géométrique :  $\vec{AD} + \vec{DF} + \vec{FA} = \vec{0}$ . En déduire deux équations scalaires en projection sur  $\vec{y}_0$  et sur  $\vec{z}_0$ .

- Q12)** En combinant ces équations déterminer  $\lambda(t)$  en fonction de  $\alpha$  et des dimensions.

- Q13)** Quelle doit être la course théorique, notée  $C_{théo}$ , du vérin (3+4) pour respecter l'exigence angulaire du cahier des charges. Rappel : La course d'un vérin est la différence entre sa longueur maximale et sa longueur minimale.

- Q14)** On donne ci-contre une simulation qui représente le déplacement de la tige du vérin pour  $\alpha \in [-45^\circ, 10^\circ]$ . Déterminer à partir de ce graphique la course simulée, notée  $C_{simul}$  du vérin (3+4). Comparer avec la Course théorique  $C_{théo}$ .



- Q15)** Calculer la vitesse de translation de la tige du vérin  $\dot{\lambda}(t)$  en fonction de  $\dot{\alpha}(t)$ . En pratique cette vitesse est celle nécessaire pour vérifier le cahier des charges. Faire l'application numérique pour  $\alpha = -30^\circ$  et pour  $\dot{\alpha} = -0,05 \text{ rad.s}^{-1}$ .

- Q16)** La section  $S$  du piston du vérin (3+4) est  $S = 400 \text{ mm}^2$ . En déduire le débit instantané  $Q(t)$ , en  $\text{l.min}^{-1}$ , d'alimentation du vérin pour la position qui correspond à  $\alpha = -30^\circ$ .

#### 3.3. Étude de l'exigence d'accélération

On désire déterminer la composante verticale de l'accélération du point C. On posera  $\gamma = \alpha + \beta$

- Q17)** Déterminer la projection de la vitesse sur l'axe  $\vec{z}_0$  :  $\vec{V}(C \in 2/0) \cdot \vec{z}_0$ .

- Q18)** Pour simplifier la détermination de la composante verticale de l'accélération du point C effectuer le calcul de la manière suivante :

$$\vec{I}(C \in 2/0) \cdot \vec{z}_0 = \frac{d}{dt} [\vec{V}(C \in 2/0) \cdot \vec{z}_0]$$

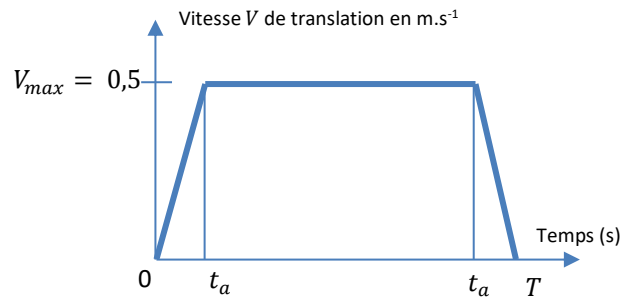
Pour la phase d'approche du bras inférieur vers la vache, on a :  $\alpha = \beta = 0 \text{ rad}$ ,  $\ddot{\alpha} = \ddot{\beta} = 0$   
 $\dot{\alpha} = 0,06 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $\dot{\beta} = -0,06 \text{ rad.s}^{-1}$

**Q19)** Faire l'application numérique et conclure vis-à-vis du critère d'accélération d'approche du cahier des charges.

### 3.4. Durée de translation du chariot

On désire vérifier la durée  $T$ , de translation, imposée par le cahier des charges.

Le chariot **0** se translate par rapport à la structure fixe selon l'axe  $(H, \vec{x}_0)$ . On note  $V$  cette vitesse. La course de déplacement du chariot, notée  $C_{\text{chariot}}$  est de 1,2 m, durant la phase de mise en place étudiée ici.

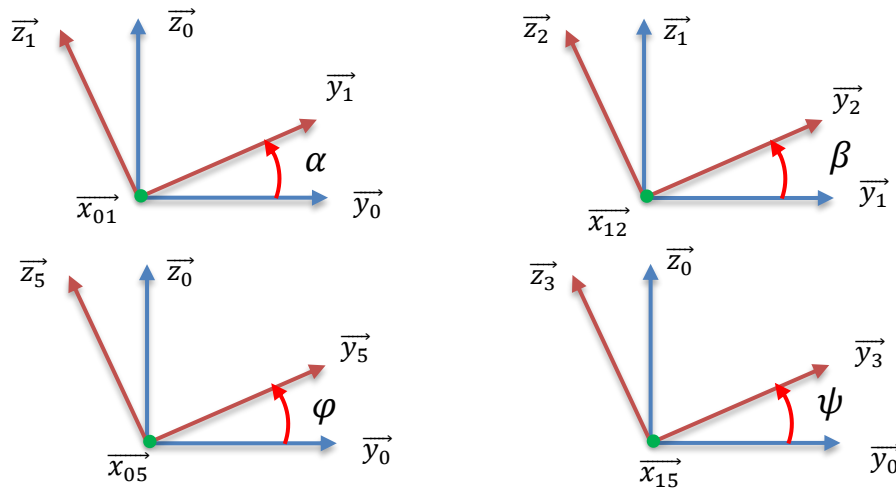


On donne ci-contre la loi de commande en vitesse. On note  $t_a = 0,5 \text{ s}$  la durée correspondant à la phase d'accélération. Cette durée est identique pour la phase de décélération. On note  $T$  la durée totale de la phase de translation.

**Q20)** Vérifier l'exigence du cahier des charges. Conclure

# Trayeuse automatique-Correction

**Q1)** Etablir les quatre figures planes faisant intervenir les angles  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\psi$  et  $\varphi$ .



On peut regrouper les quatre figures en une seule puisque tous les axes de rotations sont confondus.

**Q2)** Déterminer les vitesses instantanées de rotation suivantes :  $\overrightarrow{\Omega}_{1/0}$ ,  $\overrightarrow{\Omega}_{2/1}$ ,  $\overrightarrow{\Omega}_{2/0}$ ,  $\overrightarrow{\Omega}_{7/2}$  et  $\overrightarrow{\Omega}_{3/0}$ .

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\Omega}_{1/0} &= \dot{\alpha} \overrightarrow{x_{01}} & \overrightarrow{\Omega}_{2/1} &= \dot{\beta} \overrightarrow{x_{12}} & \overrightarrow{\Omega}_{2/0} &= \overrightarrow{\Omega}_{2/1} + \overrightarrow{\Omega}_{1/0} = (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \overrightarrow{x_{012}} \\ \overrightarrow{\Omega}_{7/2} &= \dot{\theta} \overrightarrow{z_{27}} & \overrightarrow{\Omega}_{3/0} &= \dot{\psi} \overrightarrow{x_{15}}\end{aligned}$$

**Q3)** Déterminer les vecteurs vitesse  $\vec{V}(B \in 1/0)$  et  $\vec{V}(E \in 2/1)$  en fonction des paramètres.

$$\begin{aligned}\vec{V}(B \in 1/0) &= \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AB}]_0 & \Rightarrow & \boxed{\vec{V}(B \in 1/0) = L_1 \dot{\alpha} \overrightarrow{z_1}} \\ \text{De même : } \vec{V}(E \in 2/1) &= \frac{d}{dt} [\overrightarrow{BE}]_1 & \Rightarrow & \boxed{\vec{V}(E \in 2/1) = \ell_2 \dot{\beta} \overrightarrow{y_2}}\end{aligned}$$

**Q4)** En déduire l'accélération  $\vec{\Gamma}(B \in 1/0)$ .

$$\vec{\Gamma}(B \in 1/0) = \frac{d}{dt} [\vec{V}(B \in 1/0)]_0 \quad \Rightarrow \quad \vec{\Gamma}(B \in 1/0) = L_1 \frac{d}{dt} [\dot{\alpha} \overrightarrow{z_1}]_0$$

Finalement :

$$\boxed{\vec{\Gamma}(B \in 1/0) = L_1 (\ddot{\alpha} \overrightarrow{z_1} - \dot{\alpha}^2 \overrightarrow{y_1})}$$

**Q5)** Déterminer le vecteur vitesse  $\vec{V}(C \in 2/0)$  en fonction des paramètres.

$$\vec{V}(C \in 2/0) = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AC}]_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{V}(C \in 2/0) = L_1 \dot{\alpha} \overrightarrow{z_1} + L_2 (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \overrightarrow{y_2}}$$

**Q6)** En déduire l'accélération  $\vec{\Gamma}(C \in 2/0)$ .

$$\vec{\Gamma}(C \in 2/0) = \frac{d}{dt} [\vec{V}(C \in 2/0)]_0 \quad \Rightarrow \quad \vec{\Gamma}(C \in 2/0) = \frac{d}{dt} [L_1 \dot{\alpha} \overrightarrow{z_1} + L_2 (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \overrightarrow{y_2}]_0$$

$$\boxed{\vec{\Gamma}(C \in 2/0) = L_1 (\ddot{\alpha} \overrightarrow{z_1} - \dot{\alpha}^2 \overrightarrow{y_1}) + L_2 [(\ddot{\alpha} + \ddot{\beta}) \overrightarrow{y_2} + (\dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 \overrightarrow{z_2}]}$$

**Q7)** Déterminer le vecteur vitesse  $\vec{V}(G_7 \in 7/1)$  en fonction des paramètres.

$$\vec{V}(G_7 \in 7/1) = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{BG_7}]_1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{V}(G_7 \in 7/1) = L_2 \dot{\beta} \overrightarrow{y_2} + L_7 (\dot{\theta} \overrightarrow{x_7} - \dot{\beta} \cos \theta \overrightarrow{z_{27}})}$$

**Q8)** En déduire l'accélération  $\vec{\Gamma}(G_7 \in 7/1)$ .

$$\begin{aligned}\vec{\Gamma}(G_7 \in 7/1) &= \frac{d}{dt} [\vec{V}(G_7 \in 7/1)]_1 \\ \vec{\Gamma}(G_7 \in 7/1) &= L_2 \frac{d}{dt} [\dot{\beta} \vec{y}_2]_1 + L_7 \frac{d}{dt} [\dot{\theta} \vec{x}_7]_1 - L_7 \frac{d}{dt} [\dot{\beta} \cos \theta \vec{z}_{27}]_1 \\ \vec{\Gamma}(G_7 \in 7/1) &= L_2 (\ddot{\beta} \vec{y}_2 + \dot{\beta}^2 \vec{z}_2) + L_7 (\ddot{\theta} \vec{x}_7 + \dot{\theta} \times \vec{\Omega}_{7/1} \wedge \vec{x}_7) \\ &\quad - L_7 (\ddot{\beta} \cos \theta \vec{z}_{27} - \dot{\beta} \dot{\theta} \sin \theta \vec{z}_{27} + \dot{\beta} \cos \theta \times \vec{\Omega}_{2/1} \wedge \vec{z}_{27}) \\ \vec{\Gamma}(G_7 \in 7/1) &= L_2 (\ddot{\beta} \vec{y}_2 + \dot{\beta}^2 \vec{z}_2) + L_7 (\ddot{\theta} \vec{x}_7 + \dot{\theta} \times (\dot{\theta} \vec{z}_{27} + \dot{\beta} \vec{x}_{12}) \wedge \vec{x}_7) \\ &\quad - L_7 (\ddot{\beta} \cos \theta \vec{z}_{27} - \dot{\beta} \dot{\theta} \sin \theta \vec{z}_{27} + \dot{\beta} \cos \theta \times \dot{\beta} \vec{x}_{12} \wedge \vec{z}_{27}) \\ \vec{\Gamma}(G_7 \in 7/1) &= L_2 (\ddot{\beta} \vec{y}_2 + \dot{\beta}^2 \vec{z}_2) + L_7 (\ddot{\theta} \vec{x}_7 + \dot{\theta} \times (\dot{\theta} \vec{y}_7 + \dot{\beta} \sin \theta \vec{z}_{27})) \\ &\quad - L_7 (\ddot{\beta} \cos \theta \vec{z}_{27} - \dot{\beta} \dot{\theta} \sin \theta \vec{z}_{27} - \dot{\beta}^2 \cos \theta \vec{y}_2)\end{aligned}$$

$$\vec{\Gamma}(G_7 \in 7/1) = (L_2 \ddot{\beta} + L_7 \dot{\beta}^2 \cos \theta) \vec{y}_2 + (L_2 \dot{\beta}^2 - L_7 \ddot{\beta} \cos \theta + 2 \cdot L_7 \dot{\theta} \dot{\beta} \sin \theta) \vec{z}_2 + L_7 (\ddot{\theta} \vec{x}_7 + \dot{\theta}^2 \vec{y}_7)$$

**Q9)** Déterminer la norme du vecteur vitesse  $\vec{V}(G_7 \in 7/1)$ .

$$\begin{aligned}\vec{V}(G_7 \in 7/1) &= L_2 \dot{\beta} \vec{y}_2 + L_7 (\dot{\theta} \vec{x}_7 - \dot{\beta} \cos \theta \vec{z}_{27}) \\ \|\vec{V}(G_7 \in 7/1)\|^2 &= [\vec{V}(G_7 \in 7/1)]^2 \\ \|\vec{V}(G_7 \in 7/1)\|^2 &= [L_2 \dot{\beta} \vec{y}_2 + L_7 \dot{\theta} \vec{x}_7 - L_7 \dot{\beta} \cos \theta \vec{z}_{27}]^2 \\ \|\vec{V}(G_7 \in 7/1)\|^2 &= (L_2 \dot{\beta})^2 + (L_7 \dot{\theta})^2 + (L_7 \dot{\beta} \cos \theta)^2 + 2 \cdot L_2 \cdot L_7 \dot{\beta} \dot{\theta} \sin \theta\end{aligned}$$

$$\|\vec{V}(G_7 \in 7/1)\| = \sqrt{(L_2 \dot{\beta})^2 + (L_7 \dot{\theta})^2 + (L_7 \dot{\beta} \cos \theta)^2 + 2 \cdot L_2 \cdot L_7 \dot{\beta} \dot{\theta} \sin \theta}$$

**Q10)** Faire l'application numérique et conclure vis-à-vis du critère de vitesse d'approche du cahier des charges.

Pour la phase d'approche du bras inférieur vers la vache, on a :  $\alpha = \beta = \theta = 0 \text{ rad}$ ,  $\dot{\alpha} = 0,06 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $\dot{\beta} = -0,06 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $\dot{\theta} = 0 \text{ rad.s}^{-1}$

Dans ces conditions :

$$\|\vec{V}(G_7 \in 7/1)\| = \sqrt{(L_2 \dot{\beta})^2 + (L_7 \dot{\theta})^2} = |\dot{\beta}| \sqrt{(L_2)^2 + (L_7)^2}$$

**AN:**  $\|\vec{V}(G_7 \in 7/1)\| = 0,043 \text{ m.s}^{-1} = 4,3 \text{ cm.s}^{-1} < 5 \text{ cm.s}^{-1}$

Le cahier des charges est validé.

**Q11)** Écrire la fermeture géométrique :  $\vec{AD} + \vec{DF} + \vec{FA} = \vec{0}$ . En déduire deux équations scalaires en projection sur  $\vec{y}_0$  et sur  $\vec{z}_0$ .

Soit :  $\ell_1 \cdot \vec{y}_1 - \lambda(t) \cdot \vec{y}_3 + h_5 \cdot \vec{z}_0 = \vec{0}$

Sur  $\vec{y}_0$  :  $\ell_1 \cdot \cos \alpha - \lambda(t) \cos \psi = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda(t) \cos \psi = \ell_1 \cdot \cos \alpha \quad (1)$

Sur  $\vec{z}_0$  :  $\ell_1 \cdot \sin \alpha - \lambda(t) \sin \psi + h_5 = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda(t) \sin \psi = \ell_1 \cdot \sin \alpha + h_5 \quad (2)$

**Q12)** En combinant ces équations déterminer  $\lambda(t)$  en fonction de  $\alpha$  et des dimensions.

On élève au carré et on ajoute pour éliminer le paramètre  $\psi$ .

$$\lambda(t) = \sqrt{(\ell_1 \cdot \cos \alpha)^2 + (\ell_1 \cdot \sin \alpha + h_5)^2} \quad \Rightarrow \quad \lambda(t) = \sqrt{\ell_1^2 + h_5^2 + 2 \ell_1 \cdot h_5 \cdot \sin \alpha}$$

**Q13)** Quelle doit être la course théorique, notée  $C_{théo}$ , du vérin (3+4) pour respecter l'exigence angulaire du cahier des charges. Rappel : La course d'un vérin est la différence entre sa longueur maximale et sa longueur minimale.

Calculons les longueurs  $\lambda(t)$  du vérin pour les deux valeurs de  $\alpha$  précisées dans le cahier des charges :

Pour  $\alpha = 10^\circ$  on trouve  $\lambda(max) = 1,38 \text{ m}$

Pour  $\alpha = -45^\circ$  on trouve  $\lambda(min) = 0,71 \text{ m}$

On en déduit la course du piston :

$$C_{théo} = \lambda(max) - \lambda(min) = 0,67 \text{ m}$$

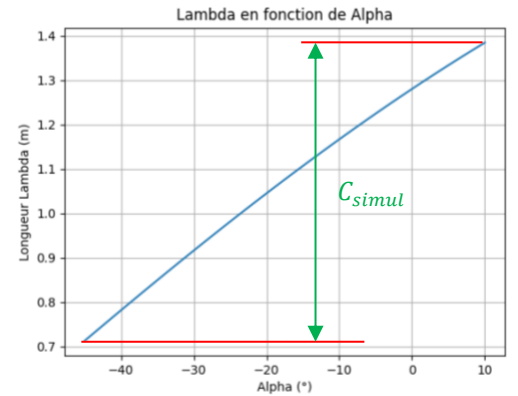
**Q14)** On donne ci-contre une simulation qui représente le déplacement de la tige du vérin pour  $\alpha \in [-45^\circ, 10^\circ]$ . Déterminer à partir de ce graphique la course simulée, notée  $C_{simul}$ , du vérin (3+4). Comparer avec la Course théorique  $C_{théo}$ .

Par lecture graphique, on déduit :

$$C_{simul} = 1,38 - 0,71 = 0,67 \text{ m}$$

On a bien :

$$C_{simul} = C_{théo}$$



**Q15)** Calculer la vitesse de translation de la tige du vérin  $\dot{\lambda}(t)$  en fonction de  $\dot{\alpha}(t)$ . En pratique cette vitesse est celle nécessaire pour vérifier le cahier des charges. Faire l'application numérique pour  $\alpha = -30^\circ$  et pour  $\dot{\alpha} = -0,05 \text{ rad.s}^{-1}$ .

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{\ell_1 \cdot h_5 \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha}{\sqrt{\ell_1^2 + h_5^2 + 2\ell_1 \cdot h_5 \cdot \sin \alpha}}$$

AN :  $\dot{\lambda}(t) = -0,037 \text{ m.s}^{-1}$

**Q16)** La section  $S$  du piston du vérin (3+4) est  $S = 400 \text{ mm}^2$ . En déduire le débit instantané minimum  $Q(t)$ , en  $\text{l.min}^{-1}$ , d'alimentation du vérin pour la position qui correspond à  $\alpha = -30^\circ$ .

Le débit  $Q$  instantané s'exprime par :  $Q(t) = S \times \dot{\lambda}(t)$

AN :  $\alpha = -30^\circ$   $Q(\alpha = -30^\circ) = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

$$Q(\alpha = -30^\circ) = 0,9 \text{ l.min}^{-1}$$

**Q17)** Déterminer la projection de la vitesse sur l'axe  $\vec{z}_0$  :  $\vec{V}(C \in 2/0) \cdot \vec{z}_0$ .

$$\vec{V}(C \in 2/0) \cdot \vec{z}_0 = \{L_1 \dot{\alpha} \vec{z}_1 + L_2 (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \vec{y}_2\} \cdot \vec{z}_0$$

$$\vec{V}(C \in 2/0) \cdot \vec{z}_0 = L_1 \dot{\alpha} \cos \alpha + L_2 (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \cdot \sin(\alpha + \beta)$$

Posons :  $\gamma = \alpha + \beta \Rightarrow$

$$\vec{V}(C \in 2/0) \cdot \vec{z}_0 = L_1 \dot{\alpha} \cos \alpha + L_2 \dot{\gamma} \cdot \sin \gamma$$

**Q18)** Pour simplifier la détermination de la composante verticale de l'accélération du point C effectuer le calcul de la manière suivante :

$$\vec{\Gamma}(C \in 2/0) \cdot \vec{z}_0 = \frac{d}{dt} [\vec{V}(C \in 2/0) \cdot \vec{z}_0]$$

$$\vec{\Gamma}(C \in 2/0) \cdot \vec{z}_0 = \frac{d}{dt} [L_1 \dot{\alpha} \cos \alpha + L_2 \dot{\gamma} \cdot \sin \gamma]$$

Finalement :

$$\vec{\Gamma}(C \in 2/0) \cdot \vec{z}_0 = L_1(\ddot{\alpha} \cos \alpha - \dot{\alpha}^2 \sin \alpha) + L_2(\ddot{\gamma} \sin \gamma + \dot{\gamma}^2 \cos \gamma)$$

Pour la phase d'approche du bras inférieur vers la vache, on a :  $\alpha = \beta = 0 \text{ rad}$ ,  $\ddot{\alpha} = \ddot{\beta} = 0$   
 $\dot{\alpha} = 0,06 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $\dot{\beta} = -0,06 \text{ rad.s}^{-1}$

**Q19)** Faire l'application numérique et conclure vis-à-vis du critère d'accélération d'approche du cahier des charges.

Si  $\alpha = \beta = 0$  alors  $\gamma = 0$  et si  $\ddot{\alpha} = \ddot{\beta} = 0$  alors  $\ddot{\gamma} = 0$

Enfin  $\dot{\gamma} = \dot{\alpha} + \dot{\beta} = 0,06 - 0,06 = 0$

Ce qui donne :  $\vec{\Gamma}(C \in 2/0) \cdot \vec{z}_0 = 0$

Le cahier des charges est validé.

**Q20)** Vérifier l'exigence du cahier des charges. Conclure

L'Aire sous la courbe représente la position axiale du chariot, c'est-à-dire la course  $C_{\text{chariot}}$ .

Cette Aire vaut :  $C_{\text{chariot}} = V_{\text{max}}(T - t_a)$

On en déduit :

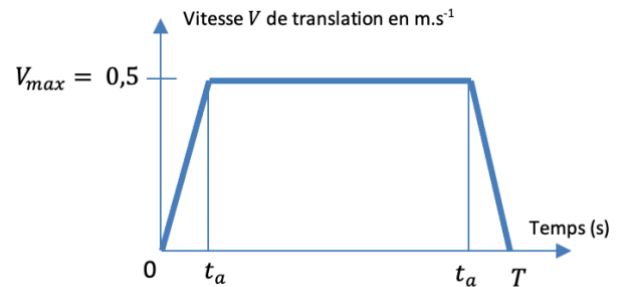
$$T = \frac{C_{\text{chariot}}}{V_{\text{max}}} + t_a$$

AN :  $T = \frac{1,2}{0,5} + 0,5$

$\Rightarrow$

$$T = 2,9 \text{ s} < 3 \text{ s}$$

Exigence validée.



$$|\omega_{7/2}| = 2,88 \cdot 10^{-2} \times 1000 = 28,8 \text{ tr.min}^{-1}$$