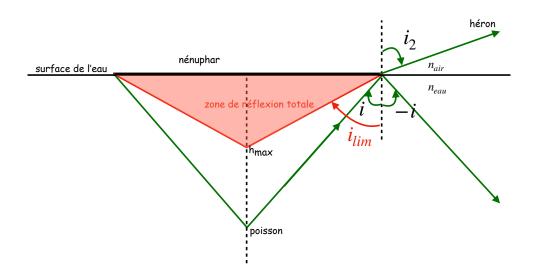
DS 2 - Correction

Exercice 1 Pêche

1. Les rayons lumineux passent d'un milieu plus réfingent (eau) à un milieu moins réfringent (air), il peut alors avoir un phénomène de réflexion totale si l'angle d'incidence est trop grand $i > i_{lim}$. Si le poisson est dans cette zone, le héron ne peut pas le voir.



2. Les rayons issus du poissons qui atteignent la surface de l'eau avec un angle d'incidence trop grand ne sont pas réfractés. L'angle limite d'incidence vaut $\sin i_{lim} = n_{air}/n_{eau}$ et pour $i \geq i_{lim}$ il y a réflexion totale. Si le poisson se cache sous le milieu du nénuphar (ce qui est la meilleur chose à faire comme le héron peut faire le tour du nénuphare) à la profondeur h alors

 $\sin i = \frac{r}{\sqrt{r^2 + h^2}} \ge n_{air}/n_{eau}$ pour que le poisson soit invisible.

$$\Rightarrow r^2 + h^2 \le r^2 (n_{eau}/n_{air})^2$$

$$\Leftrightarrow h^2 \le r^2 \left[(n_{eau}/n_{air})^2 - 1 \right]$$

Donc le poisson peut aller jusqu'à la profondeur maximale $h_{max} = r\sqrt{(n_{eau}/n_{air})^2 - 1}$

3. A.N. : en prenant $r=10~{\rm cm}$ pour le rayon de la feuille de nénuphare on estime $h_{max}\approx 9~{\rm cm}$

Problème : quelques propriétés de l'appareil photographique (extrait de CCP MP 2011)

- 1. Objectif assimilé à une simple lentille mince (L_1) , de focal image $f_{i1} = 50$ mm
 - (a) relation de conjugaison : $\frac{1}{P_i} \frac{1}{P_0} = \frac{1}{f_{i1}} = \frac{1}{P_i} + \frac{1}{x}$ avec $P_i = f_{i1} + t$ comme intialement la pellicule est à la distance f_{i1} de la lentille (image d'un objet à l'infini), donc :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{f_{i1} + t} = \frac{1}{f_{i1}} \Rightarrow \frac{1}{f_{i1} + 1} = \frac{-f_{i1} + x}{xf_{i1}} \Rightarrow t = \frac{xf_{i1}}{x - f_{i1}} - f_{i1} \Rightarrow \boxed{t = \frac{f_{i1}^2}{x - f_{i1}}}$$

(b)
$$x = -\infty$$
, $t = 0$; $x = 100 f_{i1} \Rightarrow t = \frac{f_{i1}}{100 - 1} = \frac{f_{i1}}{99}$ donc
$$\Delta t = t(x = 100 f_{i1}) - t(x = -\infty) = \frac{f_{i1}}{99} = 0,51 \,\text{mm}$$
 cette mise au point est à la limite basse, elle n'est pas vraiment nécessaire.

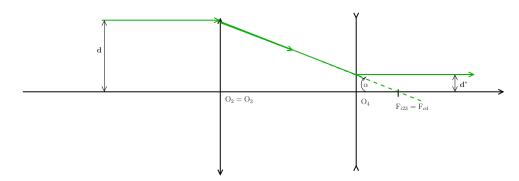
(c) pour une objet entre
$$x = 100f_{i1}$$
 et $x = 10f_{i1}$: $\Delta t = \frac{f_{i1}}{10-1} - \frac{f_{i1}}{99} = \frac{f_{i1}}{9} - \frac{f_{i1}}{99}$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{10f_{i1}}{99} = 5, 1 \text{ mm} \text{ cette fois la mise au point est nécessaire.}$$

2. Objecif bifocal.

(a) (L_2) et (L_3) sont accolées donc la vergence de la lentille équivalent est la somme des vergences : $V_{23} = V_2 + V_3 \Leftrightarrow \frac{1}{f_{i23}} = \frac{1}{f_{i2}} + \frac{1}{f_{i3}} \Rightarrow \boxed{f_{i23} = \frac{f_{i2}f_{i3}}{f_{i2} + f_{i3}}}$

A.N avec $f_{i2} = -60 \,\mathrm{mm}$ car (L_2) est divergent : $f_{i23} = 84 \,\mathrm{mm}$, lentille convergente

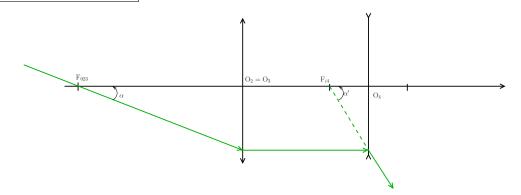


(b) Le système est afocal si le foyer image de la première lentille est confondu avec le foyer objet de la deuxième lentille : $\overline{O_2O_4} = \overline{O_2F_{i23}} + \overline{F_{o4}O_4} = f_{i23} + f_{i4}, \Rightarrow \boxed{\overline{O_2O_4} = \frac{f_{i2}f_{i3}}{f_{i2} + f_{i3}} + f_{i2} = 24 \text{ mm}}$

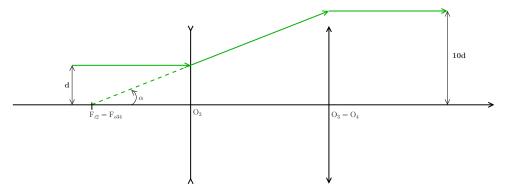
(c)
$$\gamma_a = \frac{d'}{d} = \frac{\tan \alpha O_4 F_{o4}}{\tan \alpha (O_2 O_4 + O_4 F_{o4})} = \frac{-f_{i4}}{O_2 O_4 - f_{i4}} = -\frac{f_{i2}}{f_{i23}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\gamma_a = -\frac{f_{i2} + f_{i3}}{f_{i3}} = 0,7}$$

(d) $\alpha = \frac{d}{f_{i23}}$ et $\alpha' = \frac{d}{f_{i2}}$ dans les conditions de Gauss (angles petits), donc $G_a = -\frac{f_{i3}}{f_{i3} + f_{i2}} = \frac{1}{\gamma_a} = 1, 4$



(e) La configuration (b) est identique à la première si on inverse la position des lentilles car $(L_2) = (L_4)$:



- On peut juste inverser le sens de progagation des rayons et on trouve alors : $\gamma_b = \frac{1}{\gamma_a} = 1, 4$
- (f) Comme pour la question précédente on peut trouver G_b en remarquant que cela revient à inverser le sens de propagation des rayons donc $G_b = \frac{1}{G_a} = 0,7$
- (g) L'ensemble $(L_{23}) + (L_4)$ est afocal donc les rayons qui ressortent de L_4 sont tous parallèles. Le détecteur doit dont être placé dans le plan focal image de (L_1) , donc à la distance $\overline{O_4O_1} + f_{i1}$ de (L_4) . Comme les rayons ressortent parallèles de (L_4) , la distance $\overline{O_4O_1}$ n'importe pas.
- (h) Pour avoir le moins d'encombrement et comme la distance $\overline{O_4O_1}$ n'importe pas, on peut accoler les lentilles (L_4) et (L_1)
- (i) Maintenant : $\alpha' = G_a \alpha = \frac{\overline{A_{i1}B_{i1}}}{f_{i1}}$ donc $\overline{A_{i1}B_{i1}} = \alpha G_a f_{i1} = 6, 1 \text{ mm}$

Dans la configuration (b), avec le même raisonnement

$$\overline{A_{i1}B_{i1}} = \alpha G_b f_{i1} = 3,1 \,\mathrm{mm}$$

(j) Avec uniquement la lentille (L_1) , un objet à l'infini vu sous un angle α donne une image de taille $\overline{A_{i1}B_{i1}} = \alpha f_{i1}$.

Dans la configuration (a) on a $\overline{A_{i1}B_{i1}} = \alpha G_a f_{i1}$ donc $f_{ia} = G_a f_{i1} = 70 \,\mathrm{mm}$

Et dans la configuration (b) on a $\overline{A_{i1}B_{i1}} = \alpha G_b f_{i1}$ donc $f_{ib} = G_b f_{i1} = 35,7 \,\mathrm{mm}$

(k) D'après le schéma on a $\tan \alpha = \frac{d}{2f_i}$ avec $f_i = f_{ia}$ dans la configuration (a) et $f_i = f_{ib}$ dans la configuration (b).

Dans la configuration (a) : $2\alpha_a = 2 \operatorname{atan} \left(\frac{d}{2G_a f_{i1}} \right)$ et $d = \sqrt{24^2 + 36^2} = 43 \,\mathrm{mm}$ la diagonale du

détecteur. Donc l'A.N. donne : $2\alpha_a = 0,6 \text{ rad} = 34^\circ$ Dans la configuration (b) on a :

$$2\alpha_b = 2\operatorname{atan}\left(\frac{d}{2G_b f_{i1}}\right) = 1, 1 \operatorname{rad} = 62^{\circ}$$

Ces angles sont grands : les conditions de Gausse ne sont plus respectées.

(l) Avantage: pour une unique lentille $(L_1): 2\alpha = 2 \operatorname{atan} \left(\frac{d}{2f_{i1}}\right) = 0,81 \operatorname{rad} = 47^{\circ}$. Donc dans la configuration (b) le champ est plus grand: on a bien un zoom.

3. Profondeur de champ.

(a) On utilise les relations de Thalès dans les triangles de sommet $A_1: \frac{D}{\varepsilon_o} = \frac{d_{o1}}{d_{o1} - d_o}$ Donc $d_{o1}\varepsilon_o = D\left(d_{o1} - d_o\right) \Rightarrow d_{o1} = \frac{Dd_o}{D - \varepsilon_o} \Rightarrow \boxed{d_{o1} = \frac{Dd_o}{D - \varepsilon/|\gamma|}}$

On fait la même chose dans les triangles semblables de somment $A_{o2}: \frac{D}{\varepsilon_o} = \frac{d_{o2}}{d_o - d_{o2}}$

Donc
$$d_{o2}\varepsilon_o = D(d_o - d_{o2}) \Rightarrow d_{o2} = \frac{Dd_o}{D + \varepsilon/|\gamma|}$$

D'où la profondeur de champ :

$$\Delta d_o = D d_o \left(\frac{1}{D - \varepsilon/|\gamma|} - \frac{1}{D + \varepsilon/|\gamma|} \right) \Rightarrow \boxed{\Delta d_o = 2 \frac{\varepsilon}{|\gamma|} \frac{D d_o}{D^2 - (\varepsilon/|\gamma|^2)}}$$