

TD2 +

Ex1.

1. c'est possible si on se place à une pression supérieure à la pression de vapeur saturante à 100°C

2. entre A et B l'eau est liquide

3. entre C et D l'eau est gazeuse

entre B et C l'eau est un mélange liquide-gaz

4. corde de rosée = GE

corde d'ébullition = FE

point critique = E

$$5. m = m_l + m_v \text{ avec } x_l = \frac{m_l}{m}$$

$$x_v = \frac{m_v}{m}$$

$$V = m v_\pi = V_l + V_v = m_l v_B + m_v v_C$$

$$m v_\pi = (x_l v_B + x_v v_C) m$$

$$v_\pi = x_l v_B + x_v v_C$$

$$\text{et } x_l = 1 - x_v \Rightarrow v_\pi = (1 - x_v) v_B + x_v v_C$$

$$v_\pi = v_B + x_v (v_C - v_B)$$

$$x_v = \frac{v_\pi - v_B}{v_C - v_B} = \frac{\pi_B}{\pi_C}$$

$$\text{de plus } x_l = 1 - x_v = 1 - \frac{v_\pi - v_B}{v_C - v_B}$$

$$x_l = \frac{v_C - v_\pi}{v_C - v_B} = \frac{\pi_C}{\pi_B}$$

$$6. m_l = x_l m$$

$$m_v = (1 - x_l) m$$

$$\text{et } x_l = \frac{0,045 - 0,01}{0,045 - 0,002} = \frac{0,035}{0,043} \Rightarrow x_l = 0,8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_l = 0,8 \text{ kg} \\ m_v = 0,2 \text{ kg} \end{cases}$$

$$V_l = m_l v_B = 0,8 \times 0,002$$

$$V_v = m_v v_C = 0,2 \times 0,01$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_l = 1,6 \text{ L} \\ V_v = 2 \text{ L} \end{cases}$$

$$7. \text{ en B: } x_v = 0 \quad x_l = 1 \Rightarrow \begin{cases} m_v = 0 \\ m_l = 1 \text{ kg} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_v = 0 \\ V_l = 2 \text{ L} \end{cases}$$

$$\text{en C} \quad x_0 = 1 \\ x_l = 0$$

$m_0 = 1 \text{ kg}$	$V_0 = 10 \text{ L}$
$m_l = 0$	$V_l = 0$

Ex 2.

$$1. \quad x_l = \frac{V - V_0}{V_l - V_0} \quad \text{avec } V = \frac{m}{\rho} \text{ le volume massique du mélange}$$

$$\Rightarrow x_l = \frac{V - m \rho_0}{m(V_l - V_0)}$$

$$\text{AN} \quad x_l = \frac{10^5 - 180 \times 592}{180(0,1 - 592)} = 0,062$$

$$x_l = 6,2\%$$

$$2. \quad x_0 = \frac{V - V_l}{V_0 - V_l} \quad V = \frac{m}{\rho}$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{V - m \rho_l}{m(V_0 - V_l)}$$

$$\text{AN} \quad x_0 = 93,8\% = 1 - x_l \quad \underline{\text{ok.}}$$

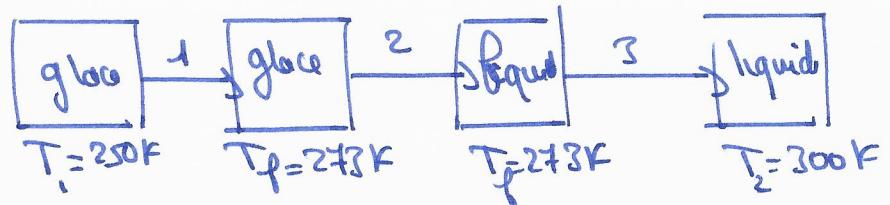
$$3. \quad \rho = \frac{1}{x_l} \quad \rho_0 = \frac{1}{x_0}$$

$\rho_l = 1,1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
$\rho_0 = 1,4 \text{ kg/m}^3$

$\rho_l \gg \rho_0 \quad \underline{\text{ok}}$

Ex 3.

on peut décomposer cette transformation en 3 :



1. on chauffe la glace de T_1 à T_f
2. on fait fondre la glace à $T_f = \text{cte}$
3. on chauffe le liquide de T_f à T_2

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 \quad \text{car extensive.}$$

$$\Delta H_1 = mcg \Delta T_1$$

$$\Delta H_2 = mL_f$$

$$\Delta H_3 = mcl \Delta T_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta H = m \left(c_g(T_f - T_1) + L_f + c_l (T_2 - T_f) \right)}$$

$$\text{AN } \Delta H = 10^{-3} \times (2,1 \times 23 + 335 + 4,18 \times 27)$$

$$\underline{\Delta H = 0,696 \text{ kJ} = 696 \text{ J}}$$

du même $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3$ avec

$$\Delta S_1 = m c_g \ln \frac{T_f}{T_1}$$

$$\Delta S_2 = \frac{m L_f}{T_f}$$

$$\Delta S_3 = m c_l \ln \frac{T_2}{T_f}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S = m \left(c_g \ln \frac{T_f}{T_1} + \frac{L_f}{T_f} + c_l \ln \frac{T_2}{T_f} \right)}$$

$$\text{AN } \underline{\Delta S = 1,8 \text{ J/K}}$$

Exh.

1- on veut obtenir de l'eau entièrement liquide donc la température finale T_3 doit être supérieure à T_f température de fusion : $\underline{T_3 \geq T_f}$, comme précédemment on fait 3 étapes :

1- on chauffe la glace de T_2 à T_f

2- on fait fondre la glace à T_f

3- on met l'eau de la fonte de la glace à T_3 et l'eau initialement liquide à T_3

de plus $P = \text{cte}$ et $Q = 0$ (adiabatique)

$$\Rightarrow \Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 = 0$$

$$\Delta H_1 = m_2 c_g (T_f - T_2)$$

$$\Delta H_2 = m_2 L_f$$

$$\Delta H_3 = m_2 c_l (T_3 - T_f) + m_1 c_l (T_3 - T_1)$$

$$\Rightarrow m_2 (c_g (T_f - T_2) + L_f) + c_l (m_2 (T_3 - T_f) + m_1 (T_3 - T_1)) = 0$$

$$T_3 c_l (m_2 + m_1) + m_2 [c_g (T_f - T_2) + L_f - c_l (T_f - T_1)] = c_l T_f = 0$$

$$T_3 c_f (m_1 + m_2) = c_f m_1 T_1 - m_2 [c_g(T_f - T_2) + L_f - c_f T_f]$$

on factorise pour m_2 pour utiliser le rapport $\frac{m_1}{m_2}$

$$T_3 c_f \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = c_f \frac{m_1}{m_2} T_1 - [c_g(T_f - T_2) + L_f - c_f T_f]$$

$$T_3 = \frac{c_f T_1 \frac{m_1}{m_2} - c_g(T_f - T_2) - L_f + c_f T_f}{c_f \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)}$$

et on veut $T_3 \geq T_f$

$$\Leftrightarrow c_f \frac{m_1}{m_2} T_1 - c_g(T_f - T_2) - L_f + c_f T_f \geq T_f (c_f \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right))$$

$$\frac{m_1}{m_2} \cdot c_f T_1 - c_f T_f \geq c_g(T_f - T_2) + L_f - c_f T_f + c_f T_f$$

$$\frac{m_1}{m_2} \geq \frac{c_g(T_f - T_2) + L_f}{c_f(T_1 - T_f)} = ?$$

2- si on veut un état final solide, on a les transformations suivante :

1- chauffage de la glace de T_2 à $T_3 \leq T_f = 273K$.

2- refroidissement de l'eau de T_1 à T_f

3- solidification de l'eau à T_f

4- refroidissement de cette glace de T_f à T_3 ④

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 + \Delta H_4 = 0 \text{ (adiabatique)}$$

$$\text{et } \Delta H_1 = m_2 c_g (T_3 - T_2)$$

$$\Delta H_2 = m_1 c_f (T_f - T_1)$$

$$\Delta H_3 = -m_1 L_f$$

$$\Delta H_4 = m_1 c_g (T_3 - T_f)$$

$$\Leftrightarrow m_2 c_g (T_3 - T_2) + m_1 c_f (T_f - T_1) - m_1 L_f + m_1 c_g (T_3 - T_f) = 0$$

$$\Leftrightarrow T_3 c_g (m_1 + m_2) = m_2 c_g T_2 - m_1 c_f (T_f - T_1) + m_1 L_f + m_1 c_g T_f$$

$$T_3 c_g \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = c_g T_2 + \frac{m_1}{m_2} [c_f (T_f - T_1) + L_f + c_g T_f]$$

$$T_3 = \frac{c_g T_2 + \frac{m_1}{m_2} [c_f (T_f - T_1) + L_f + c_g T_f]}{c_g \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)}$$

$$T_3 \leq T_f \Leftrightarrow$$

$$c_g T_2 + \frac{m_1}{m_2} [c_f (T_f - T_1) + L_f + c_g T_f] \leq c_g \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) T_f$$

$$\frac{m_1}{m_2} [c_f (T_f - T_1) + L_f + c_g T_f - c_g T_f] \leq c_g (T_f - T_2)$$

$$\frac{m_1}{m_2} \leq \frac{c_g(T_f - T_2)}{L_f + c_f(T_1 - T_f)} = 0,014$$

3 - entre ces 2 valeurs, l'état final est un mélange liquide + glace dont les proportions dépendent du rapport $\frac{m_1}{m_2}$

Ex 5.

1 - l'eau est entièrement sous forme vapeur si la pression partielle de l'eau p_{eau} est inférieur à la pression de vapeur saturante p_{sat}

Donc supposons que l'eau est entièrement sous forme vapeur et calculons p_{eau} :

on considère la vapeur comme un gaz parfait

$$\Rightarrow p_{\text{eau}} = \frac{P_{\text{eau}} RT_0}{V_0} = \frac{M_{\text{eau}} RT_0}{M_{\text{eau}} V_0}$$

$$\text{avec } M_{\text{eau}} = P_0 + 27 \mu = 18 \text{ g/mol}$$

$$\Rightarrow p_{\text{eau}} = \frac{0,1 \times 8,31 \times 293}{18 \times 10^{-3}} =$$

$$p_{\text{eau}} = 1,375 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

③

$p_{\text{eau}} < p_{\text{sat}} = 2,333 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ donc l'eau est entièlement sous forme vapeur.

la pression partielle de l'air est calculée de façon similaire :

$$P'_0 = \frac{P_{\text{air}} RT_0}{V_0} = \frac{M_{\text{air}} RT_0}{M_{\text{air}} V_0}$$

$$P'_0 = \frac{0,1 \times 8,31 \times 293}{29 \times 10^{-3}}$$

$$P'_0 = 840 \text{ Pa}$$

2 - déterminons d'abord si l'eau reste totalement à l'état vapeur :

$$P'_{\text{eau}} = \frac{P_{\text{eau}} RT_0}{V_2} = \frac{M_{\text{eau}} RT_0}{M_{\text{eau}} V_2}$$

$$P'_{\text{eau}} = \frac{0,1 \times 8,31 \times 293}{18 \times 10^{-3}} = 1,375 \cdot 10^4 \text{ Pa} > p_{\text{sat}}$$

\Rightarrow mélange eau liquide + vapeur

la transformation correspond alors à ces étapes suivantes

1. compression de l'air W_1

2. compression de l'eau vapeur jusqu'au point de rosée V_{r2}

3. compression du mélange liquide-vapeur W_3

$$W_1 = \int_0^2 -P_{ext} dV = - \int_0^2 P dV \quad \text{car quasi-statique}$$

$$P = \frac{nRT_0}{V} \Rightarrow W_1 = -nRT_0 \int_0^2 \frac{dV}{V}$$

$$W_1 = -n_{air} R T_0 \ln \frac{V_2}{V_0}$$

$$W_2 = -n_{eau} R T_0 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

avec V_1 le volume du point de rosée

au point de rosée $P_{eau} = P_{sat} = \frac{n_{eau} R T_0}{V_1}$

$$\Rightarrow V_1 = n_{eau} \frac{R T_0}{P_{sat}}$$

et enfin la compression du mélange liquide-vapeur^⑥
se fait à fstat car la pression est constante sur
le palier du changement d'état :

$$W_3 = - \int P dV = - f_{stat} \int dV$$

$$W_3 = - f_{stat} (V_2 - V_1)$$

Le travail de la transformation est donc :

$$W = W_1 + W_2 + W_3$$

$$W = -n_{air} R T_0 \ln \frac{V_2}{V_0} - n_{eau} R T_0 \ln \frac{V_2}{V_1} - f_{stat} (V_2 - V_1)$$

$$\text{avec } V_1 = n_{eau} \frac{R T_0}{P_{sat}} = \frac{n_{eau} R T_0}{P_{eau} f_{stat}} = 2,66 L$$

$$\Rightarrow W = R T_0 \left[\frac{n_{air} \ln \frac{V_2}{V_0}}{f_{air}} + \frac{n_{eau} \ln \frac{V_1}{V_2}}{f_{eau}} \right] - f_{stat} V_2 + \frac{n_{eau} R T_0}{f_{eau}}$$

$$W = 5,15$$

Ex 6.

$$1 - \frac{v_l}{V} = \frac{v_v}{2} \text{ donc } V_g = \frac{V}{2} \text{ volume occupé par le gaz}$$

masse de la vapeur d'eau: $m_g = x_g m$ avec x_g la fraction en vapeur

$$x_g = \frac{v_v - v_e}{v_v + v_l}$$

$$\text{avec } v_v = \frac{V_g}{m_g} = \frac{V}{2x_g m}$$

$$v_l = \frac{V}{2(1-x_g)m}$$

$$\Rightarrow V = 2x_g m v_v \Rightarrow v = \frac{V}{m} = 2x_g v_v$$

$$\Rightarrow x_g = \frac{2x_g v_v - v_l}{v_v + v_l}$$

$$x_g \left(1 - \frac{2v_v}{v_v + v_e} \right) = \frac{-v_l}{v_v + v_e}$$

$$x_g \left(\frac{-v_v - v_l}{v_v + v_e} \right) = + \frac{v_l}{v_v + v_e}$$

$$x_g = \frac{v_l}{v_v + v_l} = 0,58\%$$

$$\text{d'où } mg = x_g m = \frac{v_l}{v_l + v_v} m$$

$$mg = 5,8 g$$

$$2- H = H_{gaz} + H_{liquide} = m_g h_v + m_l h_f$$

$$m_g = x_g m = \frac{v_l}{v_l + v_v} m$$

$$m_l = (1-x_g)m = \frac{v_v}{v_l + v_v} m$$

$$\Rightarrow H = \frac{m}{v_l + v_v} (v_l h_v + v_v h_f)$$

$$H = 776 \text{ kJ}$$

Ex 8.

1- $\Delta H = W_u + Q$ avec W_u = travail des forces autres que celles de pression

le détendeur est calorifugé $\Rightarrow Q = 0$

et $W_u = 0$ d'après l'énoncé ("le fluide ne reçoit pas d'autre travail que celui des forces de pression")

$$\text{donc } \boxed{\Delta H = 0}$$

2. $\Delta H = \Delta H_{AA'} + \Delta H_{A'B} = 0$

↓ ↓

refroidissement vaporisation de la
du liquide masse sec de cfc

$$\Delta H_{AA'} = mc(T_2 - T_1) \quad (\text{phase condensée})$$

$$\Delta H_{A'B} = xm L_{\text{vap}}$$

$$\Rightarrow m_c(T_2 - T_1) + xm L_{\text{vap}} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{mc(T_1 - T_2)}{mL_{\text{vap}}}}$$

$$\boxed{x = 16,5 \%}$$