

Chapitre 3 : Les circuits électriques dans l'ARQS

TD 3

Capacités exigibles

Connaître les conditions de l'ARQS
 Utiliser les lois de Kirchhoff.
 Utiliser les conventions récepteurs et générateurs.
 Associations de résistances
 Théorème de superposition, ponts diviseur de tension et de courant
 Puissance et énergie échangées dans un circuit

Ex. 1. Charge et courant électrique (Imp**/Niv*)

On veut estimer l'ordre de grandeur de la vitesse des électrons participant à un courant typique, dans un fil conducteur en cuivre de longueur $L = 1$ m, classiquement employé en travaux pratiques. Pour cela on suppose que tous les électrons ont la même vitesse v , et qu'un électron par atome de cuivre participe à la conduction et on note S la surface d'une section du fil.

◊ Données : constante d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; masse volumique du cuivre : $\rho = 9 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$; masse molaire du cuivre : $M = 63,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$; charge élémentaire : $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

- Déterminer la densité volumique n_e d'électrons libres
- En déduire la charge q en valeur absolue qui traverse la surface S pendant une durée Δt .
- En considérant un courant de l'ordre de $I = 1$ A, calculer la vitesse v des électrons libres dans le fil de cuivre. Faire l'application numérique en considérant un fil de cuivre de diamètre de l'ordre du mm. Commentaires ?

Réponses : 1. $n_e = 8,5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$; 2. $q = 10700 \text{ C}$; 3. $v = L/\Delta t = 95 \mu\text{m.s}^{-1}$

Ex. 2. Cadre de l'AQS (Imp**/Niv*)

On considère un circuit électrique très simple, composé d'un générateur basse fréquence, de deux résistances R_1 et R_2 , de deux voltmètres (permettant d'obtenir les tensions u_1 et u_2 aux bornes de R_1 et R_2), d'un ampèremètre, et d'un oscilloscope (permettant de visualiser la tension émise par le GBF).

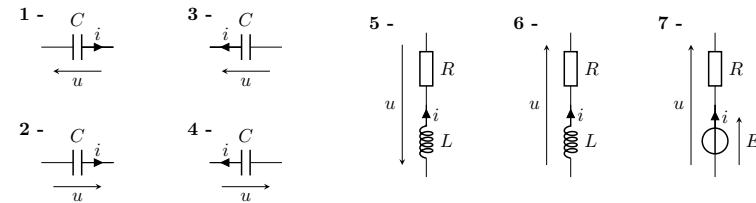
Le GBF est réglé pour délivrer une tension sinusoïdale de fréquence f .

- Faire un schéma de ce circuit.
- Rappeler les conditions qui permettent de rester dans l'Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires. Pourquoi est-ce important ?
- L'expérimentateur a fait attention à câbler serré, si bien que la longueur totale de câbles du circuit est d'environ 2 m. Sachant que les signaux électriques (i et u) se propagent dans les câbles métalliques d'un circuit à vitesse $v \simeq 2 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$, quel est l'ordre de grandeur de la fréquence maximale f que l'on peut choisir, afin d'être sûr de rester dans l'ARQS ?
- Et si on désire travailler, pour une application donnée, à fréquence 40 MHz quel sera l'ordre de grandeur de la longueur maximale L des câbles du circuit, afin d'être sûr de rester dans l'ARQS ?

Réponses : 3. $f = 10^8 \text{ Hz}$; 4. $L_{\max} = 5 \text{ m}$

Ex. 3. Conventions générateur et récepteur (Imp***/Niv*)

Pour chacun des dipôles ci-dessous, préciser si le courant i le traversant et la tension u à ses bornes sont orientés en convention générateur ou récepteur.



Réponses : récepteur : 1. 4. 5. ; générateur : 2. 3. 6. 7.

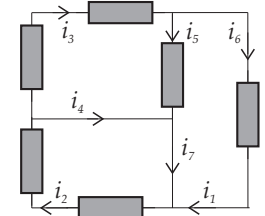
Ex. 4. Loi des nœuds (Imp***/Niv**)

On considère le circuit suivant, composé de dipôles dont on ne précisera pas le type.

Déterminer les intensités manquantes i_4 , i_5 , i_6 et i_7 (littéralement d'abord, numériquement ensuite).

◊ Données : $i_1 = 300 \text{ mA}$; $i_2 = 100 \text{ mA}$; $i_3 = 75 \text{ mA}$.

Réponses : $i_4 = i_2 - i_3 = 25 \text{ mA}$; $i_5 = i_3 - i_1 = -225 \text{ mA}$; $i_6 = i_1 = 300 \text{ mA}$; $i_7 = i_2 - i_1 = -200 \text{ mA}$



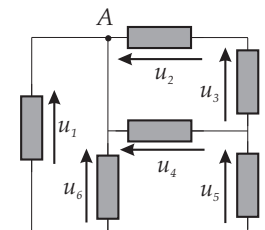
Ex. 5. Loi des mailles (Imp***/Niv**)

On considère le circuit suivant, composé de dipôles dont on ne précisera pas le type.

Déterminer les tensions manquantes u_4 , u_5 , et u_6 (littéralement d'abord, numériquement ensuite).

◊ Données : $u_1 = 300 \text{ mV}$; $u_2 = 100 \text{ mV}$; $u_3 = 50 \text{ mV}$.

Réponses : $u_4 = u_2 + u_3 = 150 \text{ mV}$; $u_5 = u_1 - u_2 - u_3 = 150 \text{ mV}$; $u_6 = u_1 = 300 \text{ mV}$

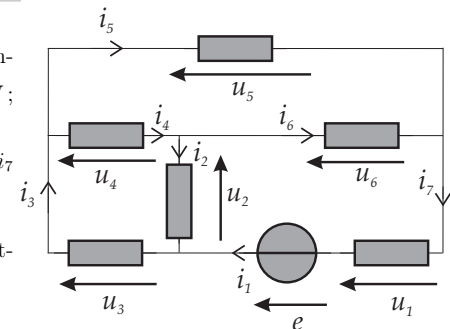


Ex. 6. Lois des nœuds et des mailles (Imp***/Niv***)

On considère le circuit suivant, composé de dipôles. ◊ Données :

$i_1 = 100 \text{ mA}$; $i_3 = 50 \text{ mA}$; $i_5 = 25 \text{ mA}$; $e = 10 \text{ V}$; $u_3 = 4 \text{ V}$; $u_4 = 2 \text{ V}$; $u_5 = 5 \text{ V}$.

- Déterminer les intensités manquantes i_2 , i_4 , i_6 et i_7 (littéralement d'abord, numériquement ensuite). Que signifie le fait que i_2 soit négative ?
- Déterminer les tensions manquantes u_1 , u_2 , et u_6 (littéralement d'abord, numériquement ensuite).



Réponses : 1. $i_2 = i_3 - i_1 = -50 \text{ mA}$; $i_4 = i_3 - i_5 = 25 \text{ mA}$; $i_6 = i_3 - i_5 - i_2 = 75 \text{ mA}$; $i_7 = i_1 = 100 \text{ mA}$

Ex. 7. Puissance maximale fournie par un générateur (Imp**/Niv**)

Dans cet exercice, on étudie les conditions d'un transfert maximal d'un générateur à une résistance. De façon plus générale on parlera d'*adaptation d'impédance*.

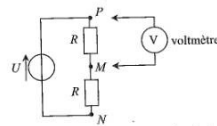
Un générateur de fem E et de résistance interne r , alimente une résistance R .

- 1 Exprimer la puissance reçue par R en fonction R, r et E
- 2 Pour quelle valeur de R cette puissance est elle maximale ?
- 3 Calculer cette puissance maximale pour une pile bâton de fem $E=1.5 \text{ V}$ et de résistance interne $r=1.5 \Omega$, ainsi que pour une batterie de voiture diesel dont les caractéristiques techniques mentionnent $E=12 \text{ V}$ et une intensité de court-circuit 800 A (valeur du courant pour laquelle la tension aux bornes de la batterie est nulle)
- 4 Le constructeur de la batterie mentionne une charge de 85 A.h , en supposant que la batterie puisse délivrer *durablement* sa puissance maximale, combien de temps peut elle fonctionner ainsi ?

Réponses : 1. $\mathcal{P} = \frac{R}{(R+r)^2} E^2$; 2. $R = r$; 3. $\mathcal{P}_{\max, \text{pile}} = \frac{E^2}{4r} = 0,375 \text{ W}$; $\mathcal{P}_{\max, \text{batterie}} = \frac{E i_{cc}}{4} = 2400 \text{ W}$; 4. $\Delta t = 25 \text{ min } 30 \text{ s}$

Ex. 8. Mesure faussée par un voltmètre (Imp***/Niv*)

Une source de tension continue $U = 24 \text{ V}$ est branchée aux bornes de deux résistances en série, toutes égales à $R = 10 \text{ M}\Omega$.

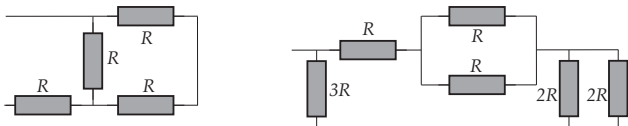


- 1 Calculer la valeur des tensions U_{MN} et U_{PM} entre les points nommés, en l'absence de voltmètre
- 2 Pour effectuer la mesure de ces tensions, on utilise un voltmètre de résistance interne égale à $r = 10 \text{ M}\Omega$. Indiquer la tension lue sur le voltmètre lorsqu'on le branche successivement entre P et M , entre M et N et entre P et N

Réponses : 1. $U_{MN} = U_{PM} = \frac{U}{2}$; 2. $U_{PM} = U_{MN} = \frac{r}{2r+R} U = \frac{U}{3}$; $U_{PN} = U$;

Ex. 9. Résistances équivalentes (Imp***/Niv*)

On considère les circuits suivants, composés de résistances dont les valeurs sont des multiples de R :

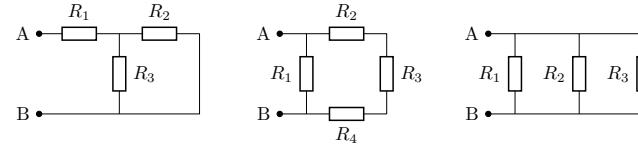


Déterminer, pour chaque circuit, la résistance équivalente à l'ensemble.

Réponses : 1. $R_{eq} = \frac{5}{3} R$; 2. $R_{eq} = \frac{15}{11} R$

Ex. 10. Associations de résistances (Imp***/Niv**)

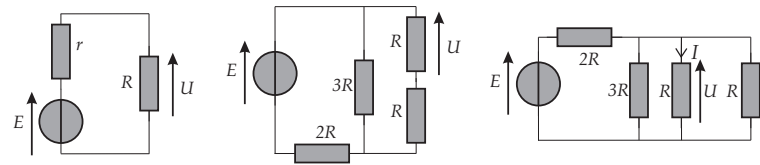
Pour chacun des circuits suivants, calculer, lorsqu'elle existe, la résistance équivalente vue entre les points A et B :



Réponses : 1. $R_{AB} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$; 2. $R_{AB} = \frac{R_1(R_2 + R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$; 3. $R_{AB} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$

Ex. 11. Etude de circuits simples et ponts diviseurs (Imp**/Niv*)

On considère les circuits suivants, pour lesquels les valeurs de E ainsi que de toutes les résistances sont supposées connues :

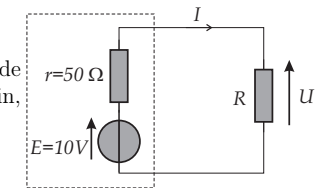


- 1 Déterminer, dans chaque circuit, les valeurs des intensités circulant dans toutes les branches, et les utiliser pour trouver les valeurs des tensions U .
- 2 Dans le circuit de gauche, utiliser uniquement un pont diviseur de tension pour retrouver U .
- 3 Dans le circuit du milieu, utiliser uniquement les résistances équivalentes et les ponts diviseurs de tension pour retrouver la tension U .
- 4 Dans le circuit de droite, utiliser uniquement les résistances équivalentes et les ponts diviseurs de courant pour retrouver l'intensité I .

Réponses : 1. $i = \frac{E}{r+R}$, $U = \frac{R}{r+R} E$; $i = \frac{5}{16} \frac{E}{R}$, $i_1 = \frac{1}{8} \frac{E}{R}$, $i_2 = \frac{3}{16} \frac{E}{R}$, $U = \frac{3}{16} E$; $i = \frac{7}{17} \frac{E}{R}$, $i_1 = \frac{1}{17} \frac{E}{R}$, $I = i_2 = \frac{3}{17} \frac{E}{R}$, $U = \frac{3}{17} E$; 2. $U = \frac{R}{r+R} E$; 3. $U = \frac{3}{16} E$; 4. $i = \frac{7}{17} \frac{E}{R} \Rightarrow I = \frac{3}{7} i = \frac{3}{17} \frac{E}{R}$

Ex. 12. Bilan de puissance (Imp***/Niv**)

On réalise le montage ci-contre, contenant un générateur de tension, modélisé par son générateur équivalent de Thévenin, ainsi qu'une résistance de charge $R = 1,0 \text{ k}\Omega$:



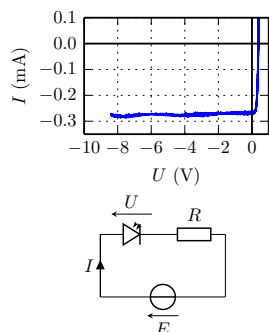
- 1 Déterminer, par méthode algébrique, le point de fonctionnement de ce circuit, c'est-à-dire les valeurs (I, U) .
- 2 Calculer la puissance p dissipée par effet Joule dans la résistance de charge R .
- 3 Calculer l'énergie absorbée par cette résistance (et dissipée sous forme de chaleur) pendant 1 heure.
- 4 Faire un bilan de puissance sur l'ensemble du circuit, et en déduire la puissance fournie par la f.e.m. du générateur P_{gene} .

- 5 Montrer que la puissance p absorbée par la résistance de charge R est maximale pour une certaine valeur de R que l'on déterminera. On dit alors que le montage est adapté.
- 6 On définit le rendement du transfert de puissance comme : $\eta = \frac{p}{P_{\text{gene}}}$. Représenter graphiquement $\eta(R)$. Que se passe-t-il quand le montage est adapté ?

Réponses : 1. $I = \frac{E}{r+R} = 9,5 \text{ mA}$ et $U = \frac{R}{r+R}E = 9,5 \text{ V}$; 2. $p = \frac{R}{(r+R)^2}E^2 = 91 \text{ mW}$; 3. $E = 0,33 \text{ kJ}$; 4. $P_{\text{gene}} = \frac{E^2}{r+R} = 95 \text{ mW}$; 5. p est maximale pour $R = r$, 6. $\eta(R) = \frac{R}{r+R} = 0,5$ quand $r = R$

Ex. 13. Point de fonctionnement d'une photodiode (Imp***/Niv**)

Une photodiode est un récepteur de lumière qui se comporte comme un diode montée en parallèle d'une source de courant lorsqu'il est éclairé. Le courant fourni dépend de l'éclairement reçu par la photodiode. La caractéristique courant-tension $I = f(U)$ de la photodiode tracée ci-contre est mesurée en l'éclairant avec une lampe halogène. La photodiode est ensuite montée en série avec une résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$ et un générateur de fem $E = -4 \text{ V}$.



Trouver le point de fonctionnement du montage, c'est-à-dire la valeur de la tension U aux bornes de la photodiode et du courant I la traversant.

Réponses : $I \approx -0,3 \text{ mA}$ et $U \approx -1 \text{ V}$

Ex. 14. Résistance d'entrée d'un appareil : cas de la mesure (Imp**/Niv***)

L'entrée d'un oscilloscope est décrite par sa résistance d'entrée r_e , couramment égale à $1 \text{ M}\Omega$.

- On connecte un générateur de résistance interne $R_g = 50 \Omega$ sur l'entrée d'un oscilloscope.
 - Faire un schéma du circuit.
 - Quelle erreur relative commet-on en confondant la tension à vide e du générateur et la tension u observée sur l'écran de l'oscilloscope ? Commentaires ?
- On connecte un capteur électrochimique de résistance interne $R_0 = 500 \text{ k}\Omega$ sur l'entrée de l'oscilloscope. Quelle erreur relative de mesure apparaît si on connecte directement l'oscilloscope sur le capteur ? Commentaires ?
- On place entre le capteur et l'oscilloscope un adaptateur, qui a pour effet de présenter au capteur une résistance d'entrée $r'_e = 10 \text{ M}\Omega$. Que devient l'erreur relative précédente ? Commentaires ?

Indications : - l'erreur relative entre une grandeur de départ x et la grandeur mesurée x' est la grandeur adimensionnée : $\epsilon = \frac{x - x'}{x}$

- dans le cas où $x \ll 1$, on a $\frac{1}{1 + \alpha x} \simeq \alpha x$ (où $\alpha \in \mathbb{R}$)

Réponses : 1. $\epsilon = \frac{R_g}{r_e + R_g} = 0,005\%$; 2. $\epsilon = \frac{R_0}{r_e + R_0} = 33\%!!$; 3. $\epsilon' = \frac{R_g}{r'_e + R_g} = 5\%$

Ex. 15. Amplificateur en mode suiveur (Imp**/Niv***)

On appelle suiveur de tension un opérateur (souvent un amplificateur opérationnel) dont le but est juste de reproduire à l'identique une tension, mais avec la condition que sa résistance d'entrée puisse être considérée comme infinie et sa résistance de sortie comme nulle. C'est évidemment un modèle idéalisé.

- Quel facteur d'atténuation f_e met en jeu le branchement d'un suiveur en sortie d'un générateur de résistance interne R_g ?
Que devient ce facteur si la résistance d'entrée est grande mais non infinie, et vaut $r_e = 5 \text{ M}\Omega$ (valeur typique pour un ampli op standard), pour un GBF de résistance de sortie $R_g = 50 \Omega$?
- Quel facteur d'atténuation f_s obtient-on lorsqu'on connecte un dipole de résistance R en sortie du suiveur ?
Que devient ce facteur si la résistance de sortie du suiveur est petite mais non nulle, et vaut $r_s = 10 \Omega$ (valeur typique pour un ampli op standard), pour un dipole de résistance $R = 200 \Omega$?
- Quel avantage présente l'interposition d'un suiveur (idéal, ou réel, avec les valeurs standards prises précédemment) entre le générateur et le dipole résistif ?

Réponses : 1. $f_e = \frac{r_e}{r_e + R_g} = 1$ si $r_e = \infty$, $f_e = 0,99999$ si $r_e = 5 \text{ M}\Omega$; 2. $f_s = \frac{R}{R + r_s} = 1$ si $r_s = 0$, $f_s = 0,95$ si $r_s = 10 \Omega$; 3. sans suiveur $u_s = 0,8u_e$: il y a moins d'atténuation avec le suiveur.

Ex. 16. Résistance de sortie et répéteur vidéo (Imp*/Niv***)

Pour la transmission de signaux vidéo, porteurs d'informations d'images, la norme impose d'utiliser des résistances d'entrée et de sortie égales à 75Ω . C'est à cette condition que l'amplitude crête-à-crête des signaux a pour valeur nominale 1 V .

On considère un répéteur, qui est un opérateur censé reproduire en parallèle sur plusieurs sorties un signal identique à celui qu'il reçoit. Pour chacune des sorties (on parle de voies), le schéma équivalent est composé d'une source de tension de valeur s et d'une résistance interne égale à 75Ω .

- Proposer un schéma électrique équivalent à la maille de sortie d'un répéteur connecté à un appareil de résistance d'entrée 75Ω .
- En déduire la valeur donnée à s , si le signal que l'on veut voir transiter par le répéteur a pour valeur $v = 1 \text{ V}$.
- Pour tester le bon fonctionnement d'une des voies du répéteur, on débranche la sortie correspondante et on connecte un oscilloscope. Quelle précaution expérimentale faut-il prendre ?

Réponses : 2. $s = 2v = 2 \text{ V}$; 3. il faut mettre l'oscillo au bornes de $R = 75 \Omega$