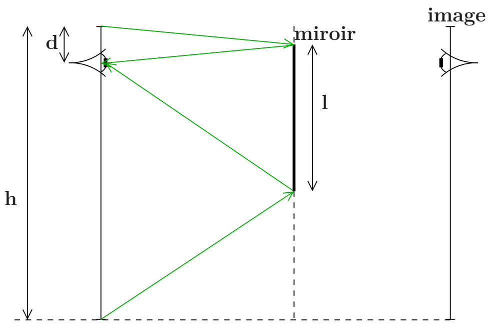
TD 2 - CORRECTION

Ex. 1. Taille minimale d'un miroir (Imp :** / Niv :*)

On suppose que le miroir est accroché verticalement au mur tel que le haut du miroir est à mi-hauteur entre les yeux et le haut de la tête. Soit d la distance entre les yeux et le haut du crâne, et l la taille du miroir. Sous ces hypothèses, le haut du miroir est à une hauteur de $h - \frac{d}{2}$ et le bas du miroir est à la hauteur $h - \frac{d}{2} - l$.

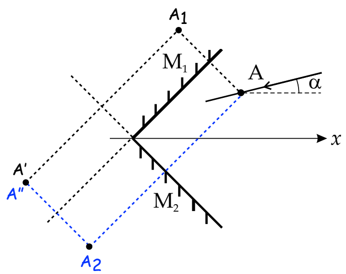


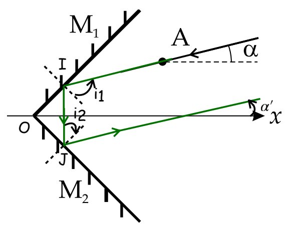
La personne voit ses pieds dans le miroir si : $h-d = 2\left(h - \frac{d}{2} - l\right) \Rightarrow h-d = 2h-d-2l \Rightarrow \boxed{l = \frac{h}{2}}$

Ex. 2. Catadioptre (Imp.** / Niv.*)

1. construction de A_1 et A'
2. construction de A_2 et $A"$. On en conclut que $\boxed{A' = A"}$
3. Au point d'incidence I sur M_1 l'angle d'incidence i_1 vaut : $i_1 = \alpha + \pi/4$ car l'axe Ox fait un angle de $\pi/4$ avec M_1.
   Au point d'incidence J sur M_2 l'angle d'incidence peut être trouvé en raisonnement sur le triangle rectangle OIJ : $\pi/2 = \pi/2 - i_1 + \pi/2 - i_2 \Rightarrow i_2 = \pi/4 - \alpha$.

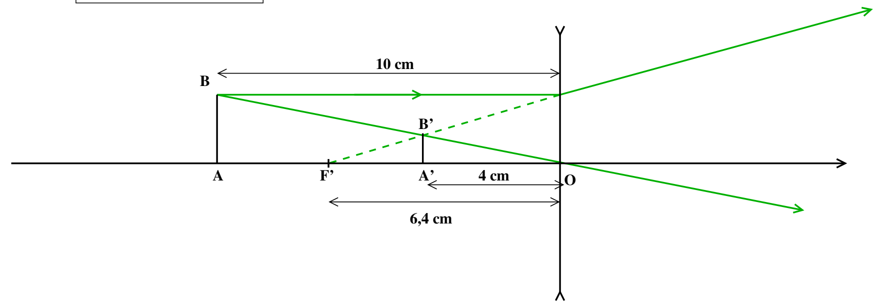
   pour déterminer complètement la direction du rayon incident, exprimons l'angle α' qu'il fait avec l'axe Ox : au point J on a : $i_2 + \alpha' = \pi/4 \Rightarrow \alpha' = \pi/4 - i_2 \Rightarrow \boxed{\alpha' = \alpha}$.
   Le rayon emergent est parallèle au rayon incident.
4. Pour un rayon incident quelconque, il y a une seule réflexion seulement si ce rayon arrive parallèlement à l'un des miroirs ? Dans les autres cas, le rayon subit 2 réflexions, une sur chacun des miroirs et ressort parallèle à la direction d'incidence.
5. Ce dispositif permet de renvoyer un rayon lumineux dans la direction d'où il vient.



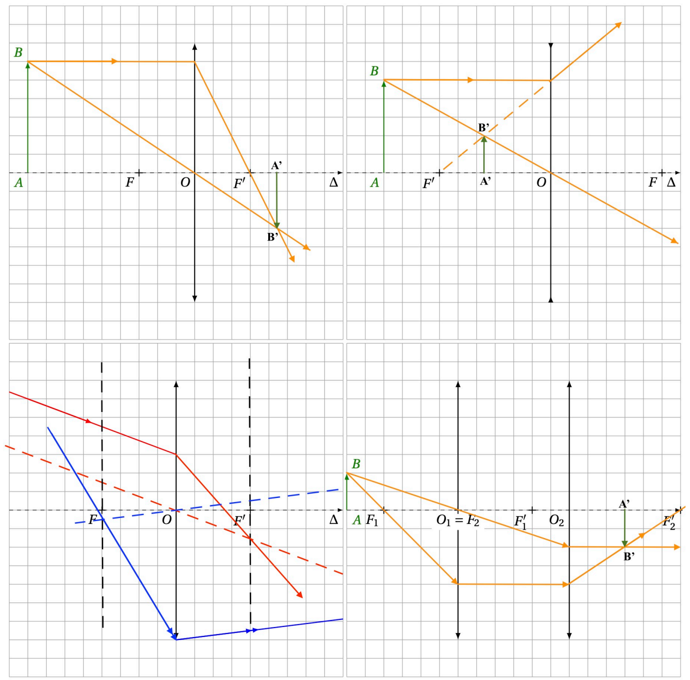


Ex. 3. Caractéristique d'un lentille mince (Imp.*** / Niv.**)

L'objet est est réel donc il est situé à gauche de la lentille : $\overline{OA} = -10$ cm. L'image est virtuelle donc elle est aussi située à gauche de la lentille : $\overline{OA'} = -4$ cm. On fait la construction du rayon qui est issu de B et passe par O sans être dévié. B' est à l'intersection de ce rayon et de la normale à l'axe optique passant par A'.
Connaissant B' on eut tracer le rayon issu de B parralèle à l'axe optique. Il ressort par le foyer image et B'. On trouve donc que F' est à gauche de la lentille : il s'agit donc d'une lentille divergente.
En mesurant sur le schéma on trouve : $\overline{OF'} = f' = -6,7$ cm, la vergence de cette lentille vaut donc : $\boxed{V = \frac{1}{f'} = -15,6\,\delta}$



Ex. 4. Construction d'images (Imp :*** / Niv :*)



première construction : l'image est réelle et renversée. D'après le schéma : $\overline{OA} = -3f'$. On utilise la relation de conjugaison pour trouver $\overline{OA'}$:

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA}f'}{\overline{OA}+f'} \Rightarrow \boxed{\overline{OA'} = 1,5f'}$$

le grandissement vaut : $\boxed{\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{1}{2}}$

<u>deuxième construction</u> : l'image est virtuelle et droite. D'après le schéma : $\overline{OA} = \frac{3}{2}f' < 0$ car $f' < 0$ (lentille DV). On a toujours

$$\overline{OA'} = \frac{\overline{OA}f'}{\overline{OA}+f'} \Rightarrow \boxed{\overline{OA'} = \frac{3}{5}f' < 0}$$

le grandissement vaut : $\boxed{\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{2}{5}}$

<u>quatrième construction</u> : l'image finale est rélle et renversée. et on a : $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A'B'$
D'après le schéma : $\overline{O_1A} = -\frac{3}{2}f_1' < 0$. On a

$$\overline{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1A}f_1'}{\overline{O_1A}+f_1'} \Rightarrow \boxed{\overline{O_1A_1} = 3f_1'}$$

et pour l'image finale :

$$\overline{O_2A'} = \frac{\overline{O_2A_1}f_2'}{\overline{O_2A_1}+f_2'}$$

Comme $\overline{O_2O_1} = -f_2'$ alors : $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = -f_2' + 3f_1'$, alors

$$\boxed{\overline{O_2A'} = \frac{f_2'}{f_1'}\left(f_1' - \frac{f_2'}{3}\right)}$$

le grandissement vaut : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}}\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}\frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}}$

$\Rightarrow \boxed{\gamma = -\frac{2}{3}\frac{f_2'}{f_1'}}$

Ex. 5. Oeil normal ou myope ? (Imp.*** / Niv.**)

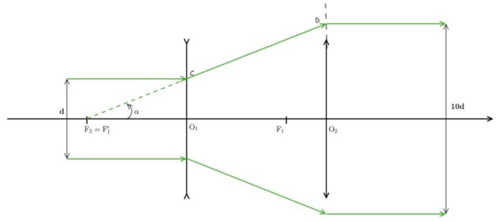
1. Cet œil a un PR et un PP plus près qu'un œil sain, c'est donc un œil $\boxed{\text{myope}}$. Il voit les étoiles floues/
2. Dans les deux cas, on a $\overline{OA'} = 17$ mm et d'après la relation de conjugaison :

$$f' = \frac{\overline{OA}\,\overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}}$$

donc $\boxed{f_p' = \frac{-d_p\overline{OA'}}{-d_p - \overline{OA'}} = 14\,\text{mm}}$ et $\boxed{f_r' = \frac{-d_r\overline{OA'}}{-d_r - \overline{OA'}} = 17\,\text{mm}}$

Ex. 6. Elargisseur de faisceau

1. Pour que le faisceau ressorte parallèle à l'axe optique, c'est-à-dire que le système optique soit **afocal**, il faut que F_2 et F_1' soient confondus donc $\Delta = \overline{O_1O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_2O_2} \Rightarrow \boxed{\Delta = f_1' + f_2'}$, avec $f_1' < 0$!



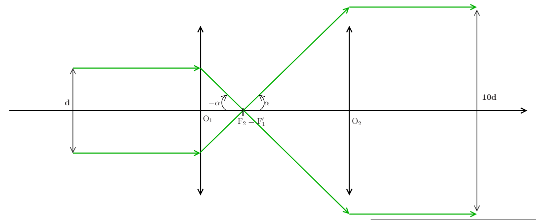
Appliquons le théorème de Thalès dans les triangle F_2O_1C et F_2O_2D :

$$\frac{5d}{d/2} = \frac{f_2'}{-f_1'}$$

$\Rightarrow \boxed{f_1' = -\frac{f_2'}{10} = -5\,\text{mm}}$

D'où l'AN pour Δ : $\boxed{\Delta = 45\,\text{mm}}$

2. On a toujours F_2 et F_1' confondus donc $\Delta = \overline{O_1O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_2O_2} \Rightarrow \boxed{\Delta = f_1' + f_2'}$



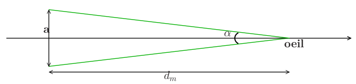
2. Exprimons l'angle α dans le cadre de l'optique géométrique : $\alpha = \frac{d}{2f_1'} = \frac{5d}{f_2'} \Longrightarrow \boxed{f_1' = \frac{f_2'}{10} = 5\,\text{mm}}$

D'où l'AN pour Δ : $\boxed{\Delta = 55\,\text{mm}}$

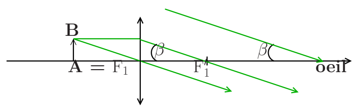
Ex. 7. Loupe (Imp.*** / Niv.**)

1. L'œil est au repos pour des objets situés à l'infini.

2. La distance minimale d'un objet vu net par l'œil correspond au PP : $d_m = 25\,\text{cm}$.
   L'angle sous lequel on voit un objet de taille a placé à la distance d_m de l'œil vaut (dans les conditions de Gauss) : $\boxed{\alpha = \frac{a}{d_m}}$



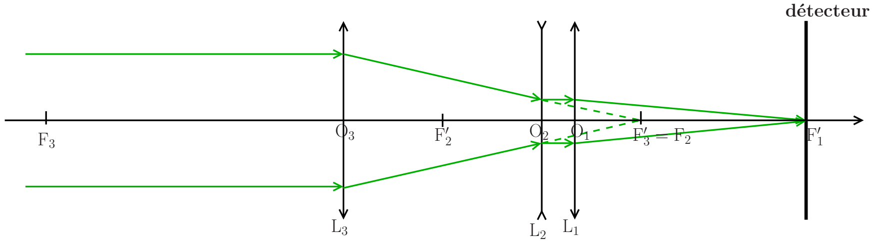
3. La meilleur position pour la loupe est telle que l'image de l'objet à travers la loupe se trouve à l'infini : il faut donc placer la loupe tel que l'objet est sur le plan focal objet de celle-ci : $\boxed{\overline{OA} = -f'}$ avec f' la distance focale de la loupe.



4. Dans ce cas l'objet est vu sous un angle : $\boxed{\beta = \frac{a}{f'}}$
   Quand f' diminue, donc quand la loupe est plus convergente, l'angle β augmente
5. $\boxed{G = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{d_m}{f'}}$
   La loupe grossit si $G > 1$ donc si $\boxed{f' > d_m \approx 25\,\text{cm}}$
6. La position de l'œil par rapport à la loupe est a priori sans importanc, mais en général on met l'œil proche de la loupe pour que tous les rayons lumineux entre dans l'œil. Par contre il faut mettre l'objet très près de la loupe : la distance focale d'une loupe étant en général petite, donc la posture du dessin est fausse.

Ex. 8. Téléobjectif

1. On fait l'image d'un objet éloigné sur le détecteur, donc des rayons parallèles à l'axe optique entrent dans le téléobjectif et se croisent à la sortie en F'_1. Donc ces rayons sont parallèles à l'axe optique entre L_2 et L_1, ce qui implique que les rayons arrivant sur L_2 semblent se croiser en F_2. Or ces rayons sortent de L_3 et sont censer se croiser en $F'_3 \Rightarrow F_2 = F'_3$:



2. en valeurs absolues : $O_3F'_1 = O_3F'_3 - F'_2O_2 + O_2F'_1$ avec $O_3F'_3 = f'_3 = 100$ mm, $F'_3O_2 = F_2O_2 = -f'_2 = 25$ mm et $O_2F'_1 = O_1F_1$ car $O_1 = O_2$ donc $O_2F'_1 = O_1f'_1 = f'_1 = 75$ mm. On a donc :
$\boxed{O_3F'_1 = f'_3 + f'_2 + f'_1 = 150\,\mathrm{mm}}$
3. Considérons les images successives :
$AB \xrightarrow{L_3} A_3B_3 \xrightarrow{L_2} A_2B_2 \xrightarrow{L_1} B'A'$

Donc $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{A_2B_2}}\dfrac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_3B_3}}\dfrac{\overline{A_3B_3}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A_2}}\dfrac{\overline{O_2A_2}}{\overline{O_3A_3}}\dfrac{\overline{O_3A_3}}{\overline{O_3A}}$
On sait que $\overline{O_1A'} = f'_1$ et $\overline{O_3A} = -d$
Et on trouve $\overline{O_3A_3}$ par la formule de conjugaison : $\overline{O_3A_3} = -\dfrac{f'_3d}{f'_3 - d} \approx f'_3$
et $\overline{O_2A_3} = \overline{O_2O_3} + \overline{O_3A_3} = \overline{O_2F_2} + \overline{F'_3O_3} + \overline{O_3A_3} = -f'_3 - f'_2 + f'_3 \Rightarrow \boxed{\overline{O_2A_3} = -f'_2 = 25\,\mathrm{mm}}$, ce qui donne donc :
$\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{f'_1}{-f'_2}\dfrac{f'_3}{-d} \Rightarrow \boxed{\overline{A'B'} = \dfrac{f'_1f'_3}{f'_2d}\overline{AB} = 10^{-4}\,\mathrm{mm}}$
4. Avec une seule lentille donnant une image de même taille l'encombrement vaut $\overline{OA'}$, or $\overline{OA'} = \overline{OA}\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{f'_1f'_3}{f'_2d}(-d) \Rightarrow \boxed{\overline{OA'} = -\dfrac{f'_1f'_3}{f'_2} = 300\,\mathrm{mm}}$, on aurait un encombrement 2 foix plus important.

Ex. 9. Focométrie des lentilles convergentes

Voir le TP2 et son corrigé