

The background of the entire page is an impressionistic painting. It depicts a rugged, rocky landscape. In the upper right, there are trees with dense foliage in shades of yellow, orange, and brown, suggesting autumn. The rocks are rendered with thick, textured brushstrokes in various shades of grey, black, and white, with some areas of green and brown, possibly indicating moss or lichen. The overall style is painterly and expressive, with a focus on light and color rather than sharp detail.

地震波笔记

Sesmic Wave Notes

讲学笔记

RESEARCH NOTE, AT UNIVERSITY OF HOUSTON

[GITHUB.COM/CAINMAGI/???](https://github.com/caimagi/???)

This is the personal note of learning seismic theory, written by *Yuchen Jin*. Anyone who read this book could share it freely, but any activities of recompilation, modification or reproduction are not permitted, according to the authority of the editor.

First release, February 9, 2018



目 录

1	引论	5
1.1	我们要讨论的问题	5
1.2	两个经典问题	6
1.2.1	最小平方问题	6



1. 引论

石油勘探开始于地震探测 (*Seismic Soundings*)。由于岩石的体积远大于碳氢化合物的体积, 油气的存在几乎不能影响到反射结果。但是, 通过判断地层的形状, 有丰富的经验可以推测出油气的位置。鉴于地震探测成本比实际开采低得多, 它的应用价值随着技术的进步越加显明出来。

该领域的研究主要基于以下几点:

- (1) 数据的重复性: 数据呈高密度的磁信号窄带分布 (magnetic tapes), 这些数据可以经过大量可重复实验。
- (2) 计算机作为成像设备: 计算机图像受数学、物理学和统计学理解的限制。但(1984 年)现有的计算机容量完全可以应对地震波。

1.1 我们要讨论的问题

考虑到如下形式的问题(注意参数和输出均有可能是矩阵)。

问题 1.1 — 普适优化问题.

$$\min f_0(x), \quad (1.1-1)$$

$$s.t. f_i(x) \leq b_i, i = 1, \dots, m. \quad (1.1-2)$$

如果对任意的 $i = 0, 1, \dots, m$, 均有

$$f_i(\alpha x + \beta y) \leq \alpha f_i(x) + \beta f_i(y). \quad (1.2)$$

这样的问题称为凸 (*Convex*) 问题, 如果(1.2)中的不等号方向反向, 这样的问题就称为凹 (*Concave*) 问题。凸/凹问题本质上都可以用相同的方式解出, 特别地, 如果(1.2)中的不等号退化为等号, 这样的问题就称为线性问题。

1.2 两个经典问题

1.2.1 最小平方问题

考虑存在列向量 x , 一个最小平方问题可以描述为:

问题 1.2 — 最简的最小平方问题.

$$\min_{\mathbf{x}} f_0(\mathbf{x}) = \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2^2. \quad (1.3)$$

如此, 只需对 f_0 求取梯度, 即可得到所需的最优解 x^* , 有如下推导

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^T \\ \mathbf{a}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{a}_n^T \end{bmatrix}. \quad (1.4)$$

问题 1.3 — 较一般的线性规划问题.

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{c}^T \mathbf{x}, \quad (1.5-1)$$

$$s.t. \mathbf{a}_i^T \mathbf{x} \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m. \quad (1.5-2)$$