Übungen zur Vorlesung

Mathematik I - Theoretische Grundlagen der Informatik

HWR Berlin, Wintersemester 2022/2023

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Schlesinger Besprechung in nächster Vorlesung
Blatt 2

Aufgabe 2.1 (Mengen) (5 Punkte)
Bestimmen Sie die folgenden Mengen:

(i) $(\{1,2\} \times \{3,4\}) \cup \{1,2,3\}$

(ii) $\mathscr{P}(\{1,2,3\}) \setminus \mathscr{P}(\{1,2\})$

(iii) $\bigcap_{i \in \{2,6\}} \{\frac{i}{2}, i+1\}$

(iv) $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{n, n+1, 2n\}$

(v) $\mathscr{P}(\mathscr{P}(\mathscr{P}(\emptyset)))$

Aufgabe 2.2 (Mengenbeweise) (5 Punkte)
Beweisen Sie folgende Aussagen:

(i) $A \subseteq B \cap C \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge A \subseteq C$

(ii) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

(iii) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

(iv) $(\bigcup_{i \in I} D_i) \cap B = \bigcup_{i \in I} (D_i \cap B)$

(v) $\bigcap_{\varepsilon \in \mathbb{R} \setminus \{0\}} \{x \in \mathbb{R} | |x - \pi| \leq |\varepsilon|\} = \{\pi\}$

Aufgabe 2.3 (Symmetrische Differenz) (4 Punkte)
Unter

$$A \triangle B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

versteht man die *symmetrische Differenz* der Mengen A und B.

(i) Machen Sie sich anhand eines Venn-Diagramms klar, was unter der symmetrischen Differenz anschaulich zu verstehen ist.

(ii) Beweisen Sie: $\forall A, B : A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Aufgabe 2.4 (Beweisen oder Widerlegen) (2 Punkte)
Beweisen oder widerlegen Sie:
Aus $A_1 \cap A_2 \neq \emptyset$, $A_2 \cap A_3 \neq \emptyset$ und $A_1 \cap A_3 \neq \emptyset$ folgt $\bigcap_{i \in \{1.2.3\}} A_i \neq \emptyset$.

Aufgabe 2.5 (Relation) (2 Punkte)

Gegeben sei die Relation $R = \{(a,a),(a,b),(b,c),(c,b),(a,d)\}$.

(i) Stellen Sie die Adjazenzmatrix der Relation dar.

(ii) Stellen Sie die Relation als Graph dar.

Aufgabe 2.6 (Vollständige Induktion) (6 Punkte)

Beweisen Sie durch vollständige Induktion:

(i) Für alle $n \in \mathbb{N} : n^2 + n$ ist gerade (d.h. durch 2 teilbar).

(ii) Wenn eine Menge n Elemente hat, dann hat ihre Potenzmenge 2^n Elemente.