
Übungen zur Vorlesung

Mathematik I - Theoretische Grundlagen der Informatik

HWR Berlin, Wintersemester 2022/2023

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Schlesinger
Blatt 2

Abgabe in Moodle

Aufgabe 2.1 (Mengen)

(5 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Mengen:

(i) $(\{1, 2\} \times \{3, 4\}) \cup \{1, 2, 3\}$

(ii) $\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}) \setminus \mathcal{P}(\{1, 2\})$

(iii) $\bigcap_{i \in \{2, 6\}} \{\frac{i}{2}, i + 1\}$

(iv) $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{n, n + 1, 2n\}$

(v) $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)))$

Aufgabe 2.2 (Mengenbeweise)

(5 Punkte)

Beweisen Sie folgende Aussagen:

(i) $A \subseteq B \cap C \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge A \subseteq C$

(ii) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

(iii) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

(iv) $(\bigcup_{i \in I} D_i) \cap B = \bigcup_{i \in I} (D_i \cap B)$

(v) $\bigcap_{\varepsilon \in \mathbb{R} \setminus \{0\}} \{x \in \mathbb{R} \mid |x - \pi| \leq |\varepsilon|\} = \{\pi\}$

Aufgabe 2.3 (Symmetrische Differenz)

(4 Punkte)

Unter

$$A \Delta B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

versteht man die *symmetrische Differenz* der Mengen A und B .

(i) Machen Sie sich anhand eines Venn-Diagramms klar, was unter der symmetrischen Differenz anschaulich zu verstehen ist.

(ii) Beweisen Sie: $\forall A, B : A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Aufgabe 2.4 (Beweisen oder Widerlegen)

(2 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie:

Aus $A_1 \cap A_2 \neq \emptyset, A_2 \cap A_3 \neq \emptyset$ und $A_1 \cap A_3 \neq \emptyset$ folgt $\bigcap_{i \in \{1, 2, 3\}} A_i \neq \emptyset$.

Aufgabe 2.5 (Relation)

(2 Punkte)

Gegeben sei die Relation $R = \{(a, a), (a, b), (b, c), (c, b), (a, d)\}$.

- (i) Stellen Sie die Adjazenzmatrix der Relation dar.
- (ii) Stellen Sie die Relation als Graph dar.

Aufgabe 2.6 (Vollständige Induktion)

(6 Punkte)

Beweisen Sie durch vollständige Induktion:

- (i) Für alle $n \in \mathbb{N} : n^2 + n$ ist gerade (d.h. durch 2 teilbar).
- (ii) Wenn eine Menge n Elemente hat, dann hat ihre Potenzmenge 2^n Elemente.