

예제 1 배반사건과 여사건

1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행에서 이 시행의 표본공간을 S 라 하고, 꺼낸 공에 적힌 수가 6의 약수인 사건을 A , 꺼낸 공에 적힌 수가 짝수인 사건을 B 라 하자. 사건 $X = \{x | (x-1)(x-k)=0\}$ 이 표본공간 S 의 부분집합일 때, 사건 $A^c \cup B$ 와 사건 X 가 서로 배반사건이 되도록 하는 모든 자연수 k 의 값의 합을 구하시오.

- 길잡이** (1) 표본공간 S 의 사건 A 와 그 여사건 A^c 에 대하여 $A \cup A^c = S$ 임을 이용한다.
 (2) 두 사건 A 와 B 가 서로 배반사건이면 $A \cap B = \emptyset$ 임을 이용한다.

풀이 표본공간 S 와 두 사건 A, B 에 대하여

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$A^c = \{4, 5, 7, 8\} \text{ 이므로}$$

$$A^c \cup B = \{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$X = \{x | (x-1)(x-k)=0\} \text{ 에서}$$

(i) $k=1$ 일 때

$$X = \{1\}$$

이때 $(A^c \cup B) \cap X = \emptyset$ 이므로 사건 $A^c \cup B$ 와 사건 X 는 서로 배반사건이다.

(ii) $k \neq 1$ 일 때

$$X = \{1, k\}$$

이때 사건 $A^c \cup B$ 와 사건 X 가 서로 배반사건이라면

$$(A^c \cup B) \cap X = \emptyset \text{ 이어야 하므로 } k=3 \text{ 이다.}$$

(i), (ii)에서 사건 $A^c \cup B$ 와 사건 X 가 서로 배반사건이 되도록 하는 자연수 k 의 값은 1 또는 3이다.

따라서 구하는 모든 자연수 k 의 값의 합은

$$1+3=4$$

답 4

유제

정답과 풀이 14쪽

1

[25010-0053]

1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행에서 꺼낸 공에 적힌 수가 6의 약수인 사건을 A , 꺼낸 공에 적힌 수가 n 이하인 사건을 B_n 이라 할 때, 사건 A^c 과 사건 B_n 이 서로 배반사건이 되도록 하는 7 이하의 모든 자연수 n 의 값의 합은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2

[25010-0054]

한 개의 주사위를 한 번 던지는 시행에서 나오는 눈의 수의 양의 약수의 개수가 n 인 사건을 A_n , 짝수의 눈이 나오는 사건을 B , 소수의 눈이 나오는 사건을 C 라 하자. 사건 A_n 과 사건 $B \cap C$ 가 서로 배반사건이 되도록 하는 4 이하의 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

예제 2 수학적 확률

흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 공의 색이 같을 확률은?

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

길잡이 표본공간 S 의 사건 A 가 일어날 수학적 확률 $P(A)$ 는

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{(\text{사건 } A \text{의 원소의 개수})}{(\text{표본공간 } S \text{의 원소의 개수})}$$

임을 이용한다.

풀이 7개의 공이 들어 있는 주머니에서 2개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는

$${}_7C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$$

꺼낸 2개의 공의 색이 같은 경우는 꺼낸 2개의 공이 모두 흰 공이거나 모두 검은 공일 때이다.

흰 공 3개 중에서 2개를 꺼내는 경우의 수는

$${}_3C_2 = 3$$

검은 공 4개 중에서 2개를 꺼내는 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

그러므로 꺼낸 2개의 공의 색이 같은 경우의 수는

$$3 + 6 = 9$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

답 ③

유제

정답과 풀이 14쪽

3

[25010-0055]

어느 학교의 미술 동아리 회원은 1학년 학생 2명, 2학년 학생 4명, 3학년 학생 2명으로 구성되어 있다. 이 동아리 학생 8명 중에서 임의로 3명을 뽑을 때, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 1명이 뽑힐 확률은?

- ① $\frac{3}{14}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{9}{28}$ ⑤ $\frac{5}{14}$

4

[25010-0056]

문자 A, A, B, B, C가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 있다. 이 5장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 임의로 일렬로 나열할 때, 문자 A가 적힌 2장의 카드가 이웃하도록 나열될 확률은?

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{7}{15}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

예제 3

확률의 덧셈정리

한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하자. $(a-b)(b-2c)=0$ 일 확률은?

- ① $\frac{11}{72}$ ② $\frac{13}{72}$ ③ $\frac{5}{24}$ ④ $\frac{17}{72}$ ⑤ $\frac{19}{72}$

길잡이 두 사건 A, B 에 대하여 사건 A 또는 사건 B 가 일어날 확률은

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

임을 이용한다.

풀이 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는

$$6^3 = 216$$

한편, $(a-b)(b-2c)=0$ 에서 $a=b$ 또는 $b=2c$

이때 $a=b$ 인 사건을 A , $b=2c$ 인 사건을 B 라 하면 사건 $A \cap B$ 는 $a=b=2c$ 인 사건이다.

$a=b$ 인 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$ 이므로

$a=b$ 인 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 $6 \times 6 = 36$

$$\text{그러므로 } P(A) = \frac{36}{216} = \frac{1}{6}$$

$b=2c$ 인 순서쌍 (b, c) 는 $(2, 1), (4, 2), (6, 3)$ 이므로

$b=2c$ 인 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 $6 \times 3 = 18$

$$\text{그러므로 } P(B) = \frac{18}{216} = \frac{1}{12}$$

$a=b=2c$ 인 순서쌍 (a, b, c) 는 $(2, 2, 1), (4, 4, 2), (6, 6, 3)$ 이고 그 개수는 3이다.

$$\text{그러므로 } P(A \cap B) = \frac{3}{216} = \frac{1}{72}$$

따라서 구하는 확률은 확률의 덧셈정리에 의하여

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} - \frac{1}{72} = \frac{17}{72}$$

답 ④

유제

정답과 풀이 15쪽

[25010-0057]

5

두 사건 A 와 B 가 서로 배반사건이고 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ 일 때, $P(B)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

[25010-0058]

6

1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9장의 카드가 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 두 수의 곱이 홀수이거나 두 수가 모두 소수일 확률은?

- ① $\frac{5}{18}$ ② $\frac{13}{36}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{19}{36}$ ⑤ $\frac{11}{18}$

예제 4 여사건의 확률

흰 공 4개, 노란 공 5개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 4개의 공 중에서 적어도 2개가 흰 공일 확률은?

- ① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{9}{14}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

길잡이 사건 A 와 그 여사건 A^c 에 대하여

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

임을 이용한다.

풀이 흰 공 4개, 노란 공 5개가 들어 있는 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는

$${}_9C_4 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$$

꺼낸 4개의 공 중에서 적어도 2개가 흰 공인 사건을 A 라 하면 A^c 은 꺼낸 4개의 공 중에서 흰 공이 없거나 1개인 사건이다.

(i) 꺼낸 공 중 흰 공이 없는 경우

노란 공 5개 중에서 4개를 꺼내야 하므로 이때의 경우의 수는

$${}_5C_4 = {}_5C_1 = 5$$

(ii) 꺼낸 공 중 흰 공이 1개인 경우

흰 공 4개, 노란 공 5개 중에서 흰 공 1개, 노란 공 3개를 꺼내야 하므로 이때의 경우의 수는

$${}_4C_1 \times {}_5C_3 = 4 \times 10 = 40$$

(i), (ii)에서 $P(A^c) = \frac{5+40}{126} = \frac{5}{14}$

따라서 구하는 확률은

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{5}{14} = \frac{9}{14}$$

답 ②

유제

정답과 풀이 15쪽

7

[25010-0059]

여학생 6명, 남학생 4명이 있다. 이 10명의 학생 중에서 임의로 4명을 택할 때, 택한 4명의 학생 중에서 적어도 한 명이 남학생일 확률은?

- ① $\frac{23}{28}$ ② $\frac{6}{7}$ ③ $\frac{25}{28}$ ④ $\frac{13}{14}$ ⑤ $\frac{27}{28}$

8

[25010-0060]

숫자 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 임의로 일렬로 나열할 때, 양 끝에는 서로 다른 숫자가 적힌 카드가 놓일 확률은?

- ① $\frac{5}{7}$ ② $\frac{16}{21}$ ③ $\frac{17}{21}$ ④ $\frac{6}{7}$ ⑤ $\frac{19}{21}$

[25010-0061]

- 1 여학생 6명, 남학생 4명이 있다. 이 10명의 학생 중에서 임의로 5명을 뽑을 때, 여학생 3명, 남학생 2명이 뽑힐 확률은?

- ① $\frac{4}{21}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{8}{21}$ ④ $\frac{10}{21}$ ⑤ $\frac{4}{7}$

[25010-0062]

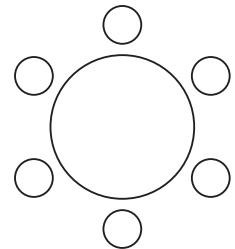
- 2 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. $\frac{a\Pi_2}{bH_2} < \frac{a}{b}$ 일 확률은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{18}$ ③ $\frac{11}{36}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{13}{36}$

[25010-0063]

- 3 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 2명이 있다. 이 6명의 학생이 원 모양의 탁자에 일정한 간격을 두고 임의로 모두 둘러앉을 때, 2학년 학생끼리 이웃하고 3학년 학생끼리 이웃하게 될 확률은?

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$
④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$



[25010-0064]

- 4 1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 임의로 일렬로 나열할 때, 짝수가 적힌 카드끼리는 이웃하지 않을 확률은?

- ① $\frac{3}{14}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{5}{14}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

[25010-0065]

- 5 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 4장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 네 수의 곱이 15의 배수일 확률은?

- ① $\frac{3}{14}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{5}{14}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

[25010-0066]

- 6 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A \cup B) = \frac{11}{15}, P(A \cap B^c) = \frac{1}{3}$$

일 때, $P(B^c)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{7}{15}$ ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

[25010-0067]

- 7 흰 공 3개, 검은 공 3개, 노란 공 2개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 공의 색이 서로 다를 확률은?

- ① $\frac{9}{14}$ ② $\frac{19}{28}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{11}{14}$

[25010-0068]

- 8 흰 공 6개와 검은 공 4개가 들어 있는 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 4개의 공 중에서 흰 공과 검은 공이 각각 1개 이상일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[25010-0069]

- 1 세 학생 A, B, C를 포함한 7명의 학생이 있다. 이 7명의 학생이 원 모양의 탁자에 일정한 간격을 두고 임의로 모두 둘러앉을 때, A와 B는 이웃하고 A와 C는 이웃하지 않을 확률은?

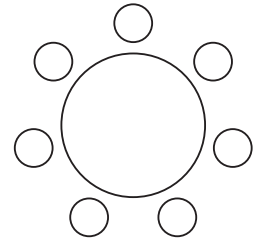
① $\frac{2}{15}$

② $\frac{1}{5}$

③ $\frac{4}{15}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{2}{5}$



[25010-0070]

- 2 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 3개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 세 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 수를 선택할 때, 선택한 수가 3의 배수일 확률은?

① $\frac{7}{32}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{9}{32}$

④ $\frac{5}{16}$

⑤ $\frac{11}{32}$

[25010-0071]

- 3 한 개의 주사위를 네 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c, d 라 하자. 네 수 a, b, c, d 가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

(가) $a \times b \times c \times d^2 = 72$

(나) $2^d < 20$

① $\frac{25}{6^4}$

② $\frac{31}{6^4}$

③ $\frac{37}{6^4}$

④ $\frac{43}{6^4}$

⑤ $\frac{49}{6^4}$

[25010-0072]

- 4 한 개의 주사위를 네 번 던질 때, 6의 약수의 눈이 연속하여 2번 이상 나오는 사건을 A 라 하자. 예를 들어 한 개의 주사위를 네 번 던져 나온 눈의 수를 차례로 나열한 것이 2, 3, 5, 1인 경우는 사건 A 에 속한다.

$$P(A) = \frac{q}{p} \text{ 일 때, } p+q \text{ 값을 구하시오. (단, } p \text{와 } q \text{는 서로소인 자연수이다.)}$$

[25010-0073]

- 5 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 두 수의 곱이 홀수이거나 30 이상일 확률은?

- ① $\frac{11}{28}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{13}{28}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{15}{28}$

[25010-0074]

- 6 남학생 5명, 여학생 4명이 있다. 이 9명의 학생 중에서 임의로 4명을 택할 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은?

(가) 택한 4명의 학생 중에서 여학생의 수는 1 이상이다.

(나) 택한 4명의 학생 중에서 남학생의 수는 여학생의 수보다 크거나 같다.

- ① $\frac{41}{63}$ ② $\frac{44}{63}$ ③ $\frac{47}{63}$ ④ $\frac{50}{63}$ ⑤ $\frac{53}{63}$

[25010-0075]

- 7 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 검은 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 공이 서로 같은 색이거나 꺼낸 공에 적힌 두 수의 합이 5일 확률은?

- ① $\frac{8}{21}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{10}{21}$ ④ $\frac{11}{21}$ ⑤ $\frac{4}{7}$

[25010-0076]

- 8 숫자 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 임의로 일렬로 나열할 때, 양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수 중 적어도 하나는 6의 약수일 확률은?

- ① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{13}{21}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{16}{21}$

[25010-0077]

1

숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 다섯 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 수를 택할 때, 택한 수가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

(가) 다섯 자리의 자연수 13333처럼 같은 수가 연속하여 3개 이상 이어진다.

(나) 다섯 자리의 자연수 13333처럼 이웃한 두 수의 합은 모두 짝수이다.

① $\frac{1}{32}$

② $\frac{3}{32}$

③ $\frac{5}{32}$

④ $\frac{7}{32}$

⑤ $\frac{9}{32}$

[25010-0078]

2

집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

(가) $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4) \leq f(5)$

(나) $f(2)f(3) \neq 4$

① $\frac{93}{5^5}$

② $\frac{98}{5^5}$

③ $\frac{103}{5^5}$

④ $\frac{108}{5^5}$

⑤ $\frac{113}{5^5}$

[25010-0079]

3

흰 공 6개, 검은 공 4개를 임의로 일렬로 모두 나열할 때, 각각의 흰 공이 적어도 한 개의 다른 흰 공과 이웃하는 사건을 A 라 하자. 예를 들어



과 같이 나열된 경우는 사건 A 에 속하고



과 같이 나열된 경우는 사건 A 에 속하지 않는다. 사건 A 가 일어날 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)