

예제 1 배반사건과 여사건

www.ebsi.co.kr

1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내는 시행에서 이 시행의 표본공간을 S 라 하고, 꺼낸 카드에 적혀 있는 수가 3의 배수인 사건을 A , 꺼낸 카드에 적혀 있는 수가 소수인 사건을 B 라 하자. 표본공간 S 의 사건 X 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 사건 A 와 X 는 서로 배반사건이다.
(나) 두 사건 B^C 과 X 는 서로 배반사건이 아니다.

$n(X)=2$ 일 때, 집합 X 의 모든 원소의 합의 최댓값을 구하시오. (단, B^C 은 B 의 여사건이다.)

길잡이 두 사건 A 와 B 가 서로 배반사건이면 $A \cap B = \emptyset$ 임을 이용한다.

풀이 표본공간 S 와 두 사건 A, B 에 대하여

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, A = \{3, 6\}, B = \{2, 3, 5, 7\}$$

조건 (가)에서 두 사건 A 와 X 가 서로 배반사건이므로 $A \cap X = \emptyset$

즉, $X \subset A^C$

조건 (나)에서 두 사건 B^C 과 X 가 서로 배반사건이 아니므로 $B^C \cap X \neq \emptyset$

$A^C \cap B^C = \{1, 4\}$ 이므로 사건 X 는 1, 4 중 적어도 하나를 포함하는 여사건 A^C 의 부분집합이다.

$n(X)=2$ 이므로 $X = \{4, 7\}$ 일 때 집합 X 의 모든 원소의 합의 최대이다.

따라서 집합 X 의 모든 원소의 합의 최댓값은

$$4+7=11$$

답 11

유제

정답과 풀이 12쪽

1

[24010-0050]

표본공간 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 사건 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이다. 두 사건 A 와 B^C 이 서로 배반사건이 되도록 하는 사건 B 의 개수는? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

2

[24010-0051]

1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행에서 홀수가 적혀 있는 공이 나오는 사건을 A , 소수가 적혀 있는 공이 나오는 사건을 B , 4의 배수가 적혀 있는 공이 나오는 사건을 C 라 할 때, 보기에서 서로 배반사건인 것만을 있는 대로 고른 것은?

- 보기
ㄱ. A 와 B ㄴ. B 와 C ㄷ. C 와 A

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

예제 2 수학적 확률

www.ebsi.co.kr

숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 수를 택할 때, 택한 수의 백의 자리의 수가 일의 자리의 수보다 클 확률은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

길잡이 표본공간 S 의 사건 A 가 일어날 수학적 확률 $P(A)$ 는

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{(\text{사건 } A \text{의 원소의 개수})}{(\text{표본공간 } S \text{의 원소의 개수})}$$

임을 이용한다.

풀이 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수의 개수는

$${}_6\Pi_4 = 6^4$$

백의 자리의 수가 일의 자리의 수보다 크므로 백의 자리의 수와 일의 자리의 수를 택하는 경우의 수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

이때 택한 두 수 중 큰 수가 백의 자리의 수이다.

천의 자리의 수와 십의 자리의 수를 택하는 경우의 수는

$${}_6\Pi_2 = 6^2$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{15 \times 6^2}{6^4} = \frac{5}{12}$$

답 ③

유제

정답과 풀이 12쪽

3

여학생 5명, 남학생 6명 중에서 임의로 4명을 뽑을 때, 여학생 1명, 남학생 3명이 뽑힐 확률은?

[24010-0052]

- ① $\frac{8}{33}$ ② $\frac{3}{11}$ ③ $\frac{10}{33}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{4}{11}$

4

한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a , b 라 할 때, 직선 $y = -\frac{4}{3}x + a$ 가 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 9$ 와 만날 확률은?

[24010-0053]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적혀 있는 세 수 중에서 가장 작은 수가 짝수이거나 가장 큰 수가 3의 배수일 확률은?

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

길잡이 두 사건 A, B 에 대하여 사건 A 또는 사건 B 가 일어날 확률은 확률의 덧셈정리

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

를 이용하여 구한다.

풀이 이 주머니에서 3장의 카드를 동시에 꺼내는 경우의 수는

$${}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

꺼낸 카드에 적혀 있는 세 수 중에서 가장 작은 수가 짝수인 사건을 A , 가장 큰 수가 3의 배수인 사건을 B 라 하면 사건 $A \cap B$ 는 가장 작은 수가 짝수이고 가장 큰 수가 3의 배수인 사건이다.

가장 작은 수가 짝수인 경우의 수는 3, 4, 5, 6, 7이 적힌 카드 중 2장과 2가 적힌 카드를 꺼내거나 5, 6, 7이 적힌 카드 중 2장과 4가 적힌 카드를 꺼내는 경우의 수와 같으므로

$${}_5C_2 + {}_3C_2 = 10 + 3 = 13$$

$$\text{그러므로 } P(A) = \frac{13}{35}$$

가장 큰 수가 3의 배수인 경우의 수는 1, 2, 3이 적힌 카드를 꺼내거나 1, 2, 3, 4, 5가 적힌 카드 중 2장과 6이 적힌 카드를 꺼내는 경우의 수와 같으므로

$$1 + {}_5C_2 = 1 + 10 = 11$$

$$\text{그러므로 } P(B) = \frac{11}{35}$$

가장 작은 수가 짝수이고 가장 큰 수가 3의 배수인 경우의 수는 3, 4, 5가 적힌 카드 중 1장과 2, 6이 적힌 카드를 꺼내거나 4, 5, 6이 적힌 카드를 꺼내는 경우의 수와 같으므로

$${}_3C_1 + 1 = 3 + 1 = 4$$

$$\text{그러므로 } P(A \cap B) = \frac{4}{35}$$

따라서 구하는 확률은 확률의 덧셈정리에 의하여

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{13}{35} + \frac{11}{35} - \frac{4}{35} = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

답 ④

유제

정답과 풀이 13쪽

5

[24010-0054]

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 3개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 세 자리의 자연수 중에서 임의로 하나를 택할 때, 택한 수가 홀수 또는 3의 배수일 확률은?

- ① $\frac{7}{10}$ ② $\frac{11}{15}$ ③ $\frac{23}{30}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

예제 4 여사건의 확률

www.ebsi.co.kr

어느 고등학교에 서로 다른 6개의 수학 동아리가 있다. 두 학생 A, B가 각각 이 6개의 수학 동아리 중에서 임의로 2개씩 선택할 때, A, B가 선택한 수학 동아리 중에서 적어도 한 개가 같을 확률은?

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{7}{15}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

길잡이 사건 A와 그 여사건 A^c 에 대하여

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

임을 이용하여 구한다.

풀이 A, B가 각각 6개의 수학 동아리 중에서 2개씩 선택하는 경우의 수는

$${}_6C_2 \times {}_6C_2 = 15 \times 15 = 225$$

A, B가 선택한 수학 동아리 중에서 적어도 한 개가 같은 사건을 E라 하면 E의 여사건 E^c 은 A, B가 선택한 수학 동아리가 모두 다른 사건이다.

A, B가 선택한 수학 동아리가 모두 다른 경우의 수는 A가 6개의 수학 동아리 중에서 2개를 선택하고 B가 나머지 4개의 수학 동아리 중에서 2개를 선택하는 경우의 수와 같으므로

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 = 15 \times 6 = 90$$

$$\text{그러므로 } P(E^c) = \frac{90}{225} = \frac{2}{5}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(E) = 1 - P(E^c) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

답 ④

유제

정답과 풀이 13쪽

6

[24010-0055]

1부터 12까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 2개의 수를 선택할 때, 선택된 2개의 수 중 적어도 하나가 8 이상의 짝수일 확률은?

- ① $\frac{1}{11}$ ② $\frac{2}{11}$ ③ $\frac{3}{11}$ ④ $\frac{4}{11}$ ⑤ $\frac{5}{11}$

7

[24010-0056]

어느 학급의 22명의 학생은 아침 자율학습 시간에 독서, 문학, 언어와 매체 중에서 하나씩 선택하여 공부하기로 하였다. 이 22명의 학생의 선택 결과는 오른쪽 표와 같다. 이 22명의 학생 중에서 임의로 3명을 선택할 때, 적어도 한 명이 독서를 선택한 학생일 확률은?

(단위 : 명)

독서	문학	언어와 매체
10	7	5

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

[24010-0057]

- 1 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 할 때, $|2a-b|=a$ 일 확률은?

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

[24010-0058]

- 2 서로 다른 탄산 음료 5병과 서로 다른 이온 음료 3병 중에서 임의로 3병의 음료를 동시에 택할 때, 택한 3병의 음료 중 이온 음료가 2병일 확률은?

① $\frac{11}{56}$ ② $\frac{13}{56}$ ③ $\frac{15}{56}$ ④ $\frac{17}{56}$ ⑤ $\frac{19}{56}$

[24010-0059]

- 3 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{6}, P(A \cup B) = \frac{3}{4}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

[24010-0060]

- 4 세 학생 A, B, C 를 포함한 6명의 학생이 임의로 일렬로 설 때, A 와 B 는 이웃하고 B 와 C 는 이웃하지 않을 확률은?

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

[24010-0061]

- 5 딸기맛 사탕 4개와 포도맛 사탕 6개가 들어 있는 상자에서 임의로 2개의 사탕을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 사탕이 서로 같은 맛 사탕일 확률은?

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{7}{15}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

[24010-0062]

- 6 두 학생 A, B를 포함한 9명의 학생 중에서 임의로 대표 3명을 정할 때, A 또는 B가 대표일 확률은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

[24010-0063]

- 7 여학생 3명과 남학생 5명이 모두 발표하도록 발표 순서를 정할 때, 2명 이상의 여학생이 연이어 발표하는 순서로 정해질 확률은? (단, 발표는 한 명씩 하고, 모든 학생은 1회만 발표한다.)

① $\frac{5}{14}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{9}{14}$

[24010-0064]

- 8 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3장의 카드에 적힌 숫자 중 적어도 한 개가 소수일 확률은?

① $\frac{31}{42}$ ② $\frac{11}{14}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{37}{42}$ ⑤ $\frac{13}{14}$

[24010-0065]

- 1 두 개의 문자 A, B와 4개의 숫자 1, 1, 1, 2를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, A, B 사이에 두 개의 숫자만 오도록 나열될 확률은?

① $\frac{1}{10}$

② $\frac{1}{5}$

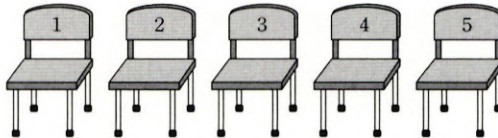
③ $\frac{3}{10}$

④ $\frac{2}{5}$

⑤ $\frac{1}{2}$

[24010-0066]

- 2 그림과 같이 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 적혀 있는 5개의 의자가 있다. 세 사람 A, B, C가 이 5개의 의자 중 임의로 3개의 의자에 각각 앉을 때, A, B가 앉은 의자에 적혀 있는 두 수의 합이 C가 앉은 의자에 적혀 있는 수 이하일 확률은?



① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{5}$

③ $\frac{7}{30}$

④ $\frac{4}{15}$

⑤ $\frac{3}{10}$

[24010-0067]

- 3 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 선택한 함수 f 가 다음 조건을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $\{x - f(3)\} \{f(x) - 3\} \leq 0$ 이다.

[24010-0068]

- 4 1부터 8까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 3개를 택해 임의로 일렬로 나열할 때, 이웃하는 두 수의 곱이 모두 3의 배수일 확률은?

① $\frac{5}{28}$

② $\frac{3}{14}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{2}{7}$

⑤ $\frac{9}{28}$

[24010-0069]

- 5 7개의 문자 a, a, b, b, c, c, c 를 임의로 모두 일렬로 나열할 때, a 끼리 이웃하거나 b 끼리 이웃할 확률은?

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{11}{21}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{13}{21}$

[24010-0070]

- 6 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 공집합이 아닌 모든 부분집합 63개 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 선택한 집합 X 가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

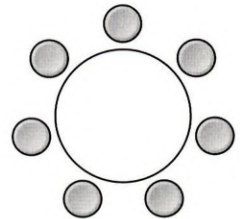
집합 X 의 원소의 개수가 3이거나 집합 X 의 모든 원소는 홀수이다.

① $\frac{22}{63}$ ② $\frac{8}{21}$ ③ $\frac{26}{63}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{10}{21}$

[24010-0071]

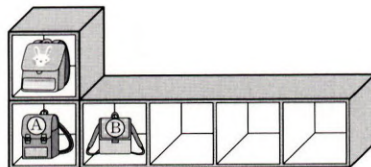
- 7 남학생 4명과 여학생 3명이 원 모양의 탁자에 일정한 간격을 두고 임의로 모두 둘러앉을 때, 모든 여학생의 옆에는 적어도 한 명의 남학생이 앉게 될 확률은?

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
 ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$



[24010-0072]

- 8 그림과 같이 위층에 1개의 칸과 아래층에 5개의 칸이 있는 진열장에 위층의 칸에 가방이, 아래층의 왼쪽에서 1번째 칸, 2번째 칸에 각각 가방 A, B가 진열되어 있다. A, B를 꺼내어 새로운 서로 다른 가방 3개를 포함한 5개의 가방을 아래층의 5개의 칸에 임의로 모두 하나씩 진열할 때, A, B가 모두 처음 진열되었던 칸이 아닌 칸에 진열될 확률은?



① $\frac{11}{20}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{13}{20}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

[24010-0073]

- 1 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 선택한 함수 f 가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

(가) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.(나) $f(1) < f(2)$

① $\frac{7}{36}$

② $\frac{23}{108}$

③ $\frac{25}{108}$

④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{29}{108}$

[24010-0074]

- 2 그림과 같이 3개의 동전은 앞면이 보이도록, 1개의 동전은 뒷면이 보이도록 탁자 위에 놓여 있다.



탁자 위의 4개의 동전 중 임의로 서로 다른 3개를 택하여 동시에 뒤집는 시행을 한다. 이 시행을 3번 반복할 때, 3번째 시행 후 처음으로 4개의 동전이 모두 같은 면이 보이도록 놓여 있을 확률은?

① $\frac{1}{8}$

② $\frac{3}{16}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{5}{16}$

⑤ $\frac{3}{8}$

[24010-0075]

- 3 흰 공 4개와 검은 공 6개를 임의로 모두 일렬로 나열할 때, 왼쪽에서 첫 번째 흰 공과 두 번째 흰 공 사이에 놓인 검은 공의 개수를 m , 세 번째 흰 공과 네 번째 흰 공 사이에 놓인 검은 공의 개수를 n 이라 하자. 그림은 $m=1$, $n=3$ 이 되도록 10개의 공을 일렬로 나열한 예이다.



흰 공 4개와 검은 공 6개를 임의로 모두 일렬로 나열할 때, mn 의 값이 0 또는 짝수일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)