

예제 1

배반사건과 여사건

1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행에서 이 시행의 표본공간을 S 라 하고, 꺼낸 공에 적힌 수가 6의 약수인 사건을 A , 꺼낸 공에 적힌 수가 짝수인 사건을 B 라 하자. 사건 $X = \{x | (x-1)(x-k)=0\}$ 이 표본공간 S 의 부분집합일 때, 사건 $A^C \cup B$ 와 사건 X 가 서로 배반사건이 되도록 하는 모든 자연수 k 의 값의 합을 구하시오.

질잡이

- (1) 표본공간 S 의 사건 A 와 그 여사건 A^C 에 대하여 $A \cup A^C = S$ 임을 이용한다.
- (2) 두 사건 A 와 B 가 서로 배반사건이면 $A \cap B = \emptyset$ 임을 이용한다.

풀이

표본공간 S 와 두 사건 A , B 에 대하여

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$A^C = \{4, 5, 7, 8\} \text{이므로}$$

$$A^C \cup B = \{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$X = \{x | (x-1)(x-k)=0\} \text{에서}$$

(i) $k=1$ 일 때

$$X = \{1\}$$

이때 $(A^C \cup B) \cap X = \emptyset$ 이므로 사건 $A^C \cup B$ 와 사건 X 는 서로 배반사건이다.

(ii) $k \neq 1$ 일 때

$$X = \{1, k\}$$

이때 사건 $A^C \cup B$ 와 사건 X 가 서로 배반사건이려면

$$(A^C \cup B) \cap X = \emptyset \text{이어야 하므로 } k=3 \text{이다.}$$

(i), (ii)에서 사건 $A^C \cup B$ 와 사건 X 가 서로 배반사건이 되도록 하는 자연수 k 의 값은 1 또는 3이다.

따라서 구하는 모든 자연수 k 의 값의 합은

$$1 + 3 = 4$$

답 4

유제

정답과 풀이 14쪽

1

[25010-0053]

1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행에서 꺼낸 공에 적힌 수가 6의 약수인 사건을 A , 꺼낸 공에 적힌 수가 n 이하인 사건을 B_n 이라 할 때, 사건 A^C 과 사건 B_n 이 서로 배반사건이 되도록 하는 7 이하의 모든 자연수 n 의 값의 합은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

2

[25010-0054]

한 개의 주사위를 한 번 던지는 시행에서 나오는 눈의 수의 양의 약수의 개수가 n 인 사건을 A_n , 짝수의 눈이 나오는 사건을 B , 소수의 눈이 나오는 사건을 C 라 하자. 사건 A_n 과 사건 $B \cap C$ 가 서로 배반사건이 되도록 하는 4 이하의 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

예제 2 수학적 확률

흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 공의 색이 같을 확률은?

① $\frac{1}{7}$

② $\frac{2}{7}$

③ $\frac{3}{7}$

④ $\frac{4}{7}$

⑤ $\frac{5}{7}$

질답이 표본공간 S 의 사건 A 가 일어날 수학적 확률 $P(A)$ 는

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{(사건 } A\text{의 원소의 개수)}}{\text{(표본공간 } S\text{의 원소의 개수)}}$$

임을 이용한다.

풀이 7개의 공이 들어 있는 주머니에서 2개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는

$${}_7C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$$

꺼낸 2개의 공의 색이 같은 경우는 꺼낸 2개의 공이 모두 흰 공이거나 모두 검은 공일 때이다.

흰 공 3개 중에서 2개를 꺼내는 경우의 수는

$${}_3C_2 = 3$$

검은 공 4개 중에서 2개를 꺼내는 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

그러므로 꺼낸 2개의 공의 색이 같은 경우의 수는

$$3 + 6 = 9$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

답 ③

유제

정답과 풀이 14쪽

3

[25010-0055]

어느 학교의 마술 동아리 회원은 1학년 학생 2명, 2학년 학생 4명, 3학년 학생 2명으로 구성되어 있다.

이 동아리 학생 8명 중에서 임의로 3명을 뽑을 때, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 1명이 뽑힐 확률은?

① $\frac{3}{14}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{2}{7}$

④ $\frac{9}{28}$

⑤ $\frac{5}{14}$

4

[25010-0056]

문자 A, A, B, B, C가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 있다. 이 5장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 임의로 일렬로 나열할 때, 문자 A가 적힌 2장의 카드가 이웃하도록 나열될 확률은?

① $\frac{2}{5}$

② $\frac{7}{15}$

③ $\frac{8}{15}$

④ $\frac{3}{5}$

⑤ $\frac{2}{3}$

예제 3

확률의 덧셈정리

한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하자. $(a-b)(b-2c)=0$ 일 확률은?

① $\frac{11}{72}$

② $\frac{13}{72}$

③ $\frac{5}{24}$

④ $\frac{17}{72}$

⑤ $\frac{19}{72}$

질집이 두 사건 A, B 에 대하여 사건 A 또는 사건 B 가 일어날 확률은

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

임을 이용한다.

풀이 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는

$$6^3 = 216$$

한편, $(a-b)(b-2c)=0$ 에서 $a=b$ 또는 $b=2c$

이때 $a=b$ 인 사건을 A , $b=2c$ 인 사건을 B 라 하면 사건 $A \cap B$ 는 $a=b=2c$ 인 사건이다.

$a=b$ 인 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$ 이므로

$a=b$ 인 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 $6 \times 6 = 36$

그러므로 $P(A) = \frac{36}{216} = \frac{1}{6}$

$b=2c$ 인 순서쌍 (b, c) 는 $(2, 1), (4, 2), (6, 3)$ 이므로

$b=2c$ 인 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 $6 \times 3 = 18$

그러므로 $P(B) = \frac{18}{216} = \frac{1}{12}$

$a=b=2c$ 인 순서쌍 (a, b, c) 는 $(2, 2, 1), (4, 4, 2), (6, 6, 3)$ 이고 그 개수는 3이다.

그러므로 $P(A \cap B) = \frac{3}{216} = \frac{1}{72}$

따라서 구하는 확률은 확률의 덧셈정리에 의하여

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} - \frac{1}{72} = \frac{17}{72}$$

답 ④

유제

정답과 풀이 15쪽

5

[25010-0057]

두 사건 A 와 B 가 서로 배반사건이고 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ 일 때, $P(B)$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{5}{12}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{7}{12}$

6

[25010-0058]

1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9장의 카드가 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 두 수의 곱이 홀수이거나 두 수가 모두 소수일 확률은?

① $\frac{5}{18}$

② $\frac{13}{36}$

③ $\frac{4}{9}$

④ $\frac{19}{36}$

⑤ $\frac{11}{18}$

예제 4 여사건의 확률

흰 공 4개, 노란 공 5개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 4개의 공 중에서 적어도 2개가 흰 공일 확률은?

① $\frac{4}{7}$

② $\frac{9}{14}$

③ $\frac{5}{7}$

④ $\frac{11}{14}$

⑤ $\frac{6}{7}$

길잡이 사건 A 와 그 여사건 A^C 에 대하여

$$P(A^C) = 1 - P(A)$$

임을 이용한다.

풀이 흰 공 4개, 노란 공 5개가 들어 있는 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는

$${}_9C_4 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$$

꺼낸 4개의 공 중에서 적어도 2개가 흰 공인 사건을 A 라 하면 A^C 은 꺼낸 4개의 공 중에서 흰 공이 없거나 1개인 사건이다.

(i) 꺼낸 공 중 흰 공이 없는 경우

노란 공 5개 중에서 4개를 꺼내야 하므로 이때의 경우의 수는

$${}_5C_4 = {}_5C_1 = 5$$

(ii) 꺼낸 공 중 흰 공이 1개인 경우

흰 공 4개, 노란 공 5개 중에서 흰 공 1개, 노란 공 3개를 꺼내야 하므로 이때의 경우의 수는

$${}_4C_1 \times {}_5C_3 = 4 \times 10 = 40$$

$$(i), (ii) \text{에서 } P(A^C) = \frac{5+40}{126} = \frac{5}{14}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A) = 1 - P(A^C) = 1 - \frac{5}{14} = \frac{9}{14}$$

답 ②

유제

정답과 풀이 15쪽

7

[25010-0059]

여학생 6명, 남학생 4명이 있다. 이 10명의 학생 중에서 임의로 4명을 택할 때, 택한 4명의 학생 중에서 적어도 한 명이 남학생일 확률은?

① $\frac{23}{28}$

② $\frac{6}{7}$

③ $\frac{25}{28}$

④ $\frac{13}{14}$

⑤ $\frac{27}{28}$

8

[25010-0060]

숫자 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 임의로 일렬로 나열할 때, 양 끝에는 서로 다른 숫자가 적힌 카드가 놓일 확률은?

① $\frac{5}{7}$

② $\frac{16}{21}$

③ $\frac{17}{21}$

④ $\frac{6}{7}$

⑤ $\frac{19}{21}$

[25010-0061]

- 1 여학생 6명, 남학생 4명이 있다. 이 10명의 학생 중에서 임의로 5명을 뽑을 때, 여학생 3명, 남학생 2명이 뽑힐 확률은?

① $\frac{4}{21}$

② $\frac{2}{7}$

③ $\frac{8}{21}$

④ $\frac{10}{21}$

⑤ $\frac{4}{7}$

[25010-0062]

- 2 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. $\frac{aH_2}{bH_2} < \frac{a}{b}$ 일 확률은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{5}{18}$

③ $\frac{11}{36}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{13}{36}$

[25010-0063]

- 3 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 2명이 있다. 이 6명의 학생이 원 모양의 탁자에 일정한 간격을 두고 임의로 모두 둘러앉을 때, 2학년 학생끼리 이웃하고 3학년 학생끼리 이웃하게 될 확률은?

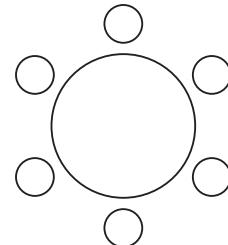
① $\frac{1}{10}$

② $\frac{1}{5}$

③ $\frac{3}{10}$

④ $\frac{2}{5}$

⑤ $\frac{1}{2}$



[25010-0064]

- 4 1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 임의로 일렬로 나열할 때, 짝수가 적힌 카드끼리는 이웃하지 않을 확률은?

① $\frac{3}{14}$

② $\frac{2}{7}$

③ $\frac{5}{14}$

④ $\frac{3}{7}$

⑤ $\frac{1}{2}$

[25010-0065]

- 5** 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 4장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 네 수의 곱이 15의 배수일 확률은?

① $\frac{3}{14}$

② $\frac{2}{7}$

③ $\frac{5}{14}$

④ $\frac{3}{7}$

⑤ $\frac{1}{2}$

[25010-0066]

- 6** 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$P(A \cup B) = \frac{11}{15}, P(A \cap B^c) = \frac{1}{3}$

일 때, $P(B^c)$ 의 값은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{7}{15}$

④ $\frac{8}{15}$

⑤ $\frac{3}{5}$

[25010-0067]

- 7** 흰 공 3개, 검은 공 3개, 노란 공 2개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 공의 색이 서로 다를 확률은?

① $\frac{9}{14}$

② $\frac{19}{28}$

③ $\frac{5}{7}$

④ $\frac{3}{4}$

⑤ $\frac{11}{14}$

[25010-0068]

- 8** 흰 공 6개와 검은 공 4개가 들어 있는 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 4개의 공 중에서 흰 공과 검은 공이 각각 1개 이상일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[25010-0069]

- 1 세 학생 A, B, C를 포함한 7명의 학생이 있다. 이 7명의 학생이 원 모양의 탁자에 일정한 간격을 두고 임의로 모두 둘러앉을 때, A와 B는 이웃하고 A와 C는 이웃하지 않을 확률은?

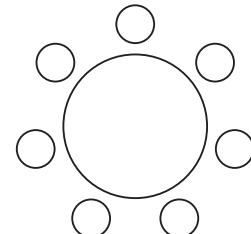
① $\frac{2}{15}$

② $\frac{1}{5}$

③ $\frac{4}{15}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{2}{5}$



[25010-0070]

- 2 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 3개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 세 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 수를 선택할 때, 선택한 수가 3의 배수일 확률은?

① $\frac{7}{32}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{9}{32}$

④ $\frac{5}{16}$

⑤ $\frac{11}{32}$

[25010-0071]

- 3 한 개의 주사위를 네 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c, d 라 하자. 네 수 a, b, c, d 가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

(가) $a \times b \times c \times d^2 = 72$

(나) $2^d < 20$

① $\frac{25}{6^4}$

② $\frac{31}{6^4}$

③ $\frac{37}{6^4}$

④ $\frac{43}{6^4}$

⑤ $\frac{49}{6^4}$

[25010-0072]

- 4 한 개의 주사위를 네 번 던질 때, 6의 약수의 눈이 연속하여 2번 이상 나오는 사건을 A 라 하자. 예를 들어 한 개의 주사위를 네 번 던져 나온 눈의 수를 차례로 나열한 것이 2, 3, 5, 1인 경우는 사건 A 에 속한다.

$P(A) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[25010-0073]

- 5** 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 두 수의 곱이 홀수이거나 30 이상일 확률은?

① $\frac{11}{28}$

② $\frac{3}{7}$

③ $\frac{13}{28}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{15}{28}$

[25010-0074]

- 6** 남학생 5명, 여학생 4명이 있다. 이 9명의 학생 중에서 임의로 4명을 택할 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은?

(가) 택한 4명의 학생 중에서 여학생의 수는 1 이상이다.

(나) 택한 4명의 학생 중에서 남학생의 수는 여학생의 수보다 크거나 같다.

① $\frac{41}{63}$

② $\frac{44}{63}$

③ $\frac{47}{63}$

④ $\frac{50}{63}$

⑤ $\frac{53}{63}$

[25010-0075]

- 7** 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 검은 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 공이 서로 같은 색이거나 꺼낸 공에 적힌 두 수의 합이 5일 확률은?

① $\frac{8}{21}$

② $\frac{3}{7}$

③ $\frac{10}{21}$

④ $\frac{11}{21}$

⑤ $\frac{4}{7}$

[25010-0076]

- 8** 숫자 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 임의로 일렬로 나열할 때, 양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수 중 적어도 하나는 6의 약수일 확률은?

① $\frac{4}{7}$

② $\frac{13}{21}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{5}{7}$

⑤ $\frac{16}{21}$

[25010-0077]

- 1 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 다섯 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 수를 택할 때, 택한 수가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

- (가) 다섯 자리의 자연수 13333처럼 같은 수가 연속하여 3개 이상 이어진다.
 (나) 다섯 자리의 자연수 13333처럼 이웃한 두 수의 합은 모두 짝수이다.

$$\textcircled{1} \frac{1}{32}$$

$$\textcircled{2} \frac{3}{32}$$

$$\textcircled{3} \frac{5}{32}$$

$$\textcircled{4} \frac{7}{32}$$

$$\textcircled{5} \frac{9}{32}$$

[25010-0078]

- 2 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

- (가) $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4) \leq f(5)$
 (나) $f(2)f(3) \neq 4$

$$\textcircled{1} \frac{93}{5^5}$$

$$\textcircled{2} \frac{98}{5^5}$$

$$\textcircled{3} \frac{103}{5^5}$$

$$\textcircled{4} \frac{108}{5^5}$$

$$\textcircled{5} \frac{113}{5^5}$$

[25010-0079]

- 3 흰 공 6개, 검은 공 4개를 임의로 일렬로 모두 나열할 때, 각각의 흰 공이 적어도 한 개의 다른 흰 공과 이웃하는 사건을 A 라 하자. 예를 들어



과 같이 나열된 경우는 사건 A 에 속하고



과 같이 나열된 경우는 사건 A 에 속하지 않는다. 사건 A 가 일어날 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)