

(1) 线性生产函数 (要素具有完全替代性)

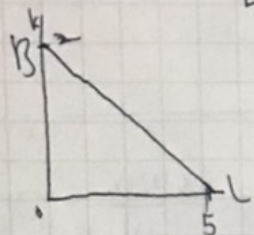
$$Q = \alpha L + \beta K$$

$$\hookrightarrow Q = A + B$$

A 两倍功效, $Q = 2A + B$

$$|MRTS| = \frac{-\frac{dK}{dL}}{\frac{dL}{dK}} = \frac{-dB}{dA}$$

设 $Q = 1$



替代性高, 等产量曲线越平

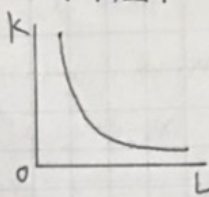
替代性低, 等产量曲线越陡

MRTS

凸向原点

Cobb-Douglas (要素不完全替代)

$$Q = A L^{\alpha} K^{\beta}$$



$$|MRTS| \text{ (边际替代率)} = \frac{-\frac{dK}{dL}}{\frac{dL}{dK}} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

$$MP_L = \frac{dQ}{dL} = \alpha A L^{\alpha-1} K^{\beta}$$

$$MP_K = \frac{dQ}{dK} = \beta A L^{\alpha} K^{\beta-1}$$

$$|MRTS| = \frac{\alpha A L^{\alpha-1} K^{\beta}}{\beta A L^{\alpha} K^{\beta-1}}$$

$$= \frac{\alpha K}{\beta L}$$

① $Q = \alpha L + \beta K$

$MP_L =$ 劳动力 + 1 单位总产量的变动

② $Q = \min(\alpha L, \beta K)$

③ $Q = A L^{\alpha} K^{\beta}$

例: $Q = 2L + 9L^2 - L^3$

① $MP_L = -3L^2 + 18L + 2 \left(\frac{dQ}{dL} \right)$

$\frac{dMP_L}{dL}$

$= 18 - 6L = 0, 6L = 18, L = 3$

大于 3 开始递减

② 令 $MP_L = 0 \Rightarrow -3L^2 + 18L + 2$

(L 为整数) $0 = -L^2 + 6L + 1$

$0 = (L-1)(L+1)$

$L = 1$

③ $AP_L = 2 + 9L - L^2 \left(\frac{Q}{L} \right)$

$\frac{dAP_L}{dL} = 9 - 2L = 0 \rightarrow L = 4.5$

(A) 老工 $Q = 5A + 10B$

(B) $Q = \min\{L/2, K\}$

(A) 完全替代 (线性)

挑战案例: 短期看来工厂的总生产下降, 减少劳动力是有效的方法

$MP_L = AP_L$ 相当于机器和劳工产生最有效率的产出量, 人多手杂相对没效率, 但仍可增加总产量, 所以人数会大于最有效率人数

裁员将更有效, AP_L 自然上升, 若劳工少于最有效人数, 裁员 AP_L 会下降