Кафедра «Систем обработки информации и управления»

# ОТЧЕТ

### Лабораторная работа № 3 по курсу Методы поддержки принятия решений

ешение задач с испо:	пьзованием искусственной	й нейронной сети»
Предметная о	бласть: определение нарисованной	цифры
	14 (количество листов)	
	ИСПОЛНИТЕЛЬ:	
	студенты группы ИУ5-74 Повираева Марина (Poviraeva@me.com) Волобуев Василий	""2017 г
	ПРЕПОДАВАТЕЛЬ: Терехов В.И., к.т.н., доцент	
	Кафедра ИУ-5.	
	Москва - 2017	

# Оглавление

Ora	лавление	2
	ль работы	
3a <sub>2</sub>	дание	3
Оп	исание предметной области и выбранной задачи	4
Стр	руктура, основные параметры выбранной ИНС и блок-схема алгоритма	
обучения		6
-	ИНС обратного распространения ошибки	6
Оп	исание программы, ее ключевые особенности и новшества	9
Пр	отоколы проведенных экспериментов, с указанием погрешности	
распозна	вания	10
	Однослойная нейронная сеть	10
ı	Двуслойная нейронная сеть обратного распространения ошибки	13
Вы	воды	13
Ис	пользуемая литература	14

### Цель работы

Целью лабораторной работы является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных на лекциях, приобретение практических навыков самостоятельного исследования при решении задач выбора, обучения и работы ИНС.

В процессе выполнения лабораторной работы по теме «Решение задач с использованием искусственной нейронной сети» студенты решают следующие задачи (задания):

- описывают предметную область и выбирают решаемую задачу (предпочтение должно отдаваться задачам практической направленности);
- определяют множество обучающих примеров;
- в зависимости от решаемой задачи выбирают структуру ИНС;
- выбирают алгоритм обучения ИНС;
- проводят обучение ИНС на тестовом множестве примеров с помощью выбранного алгоритма обучения;
- исследуют работу обученной ИНС в режиме распознавания.

### Задание

Разработать (или использовать готовую) программу, которая обучает ИНС распознавать черно-белое (bitmap) изображение, состоящее не менее чем из 35 пикселей (матрица 10х14). При этом, ИНС должна иметь входы, ассоциированные с пикселями матрицы, и выход(ы), количество которых соответствует решаемой задаче и выбранной архитектуре.

В написанной или выбранной программе должна быть реализована возможность задания множества обучающих примеров в виде образов (п матриц размерностью 10x14), а также изменения величины коэффициента скорости обучения. Программа должна предусматривать два режима работы: обучения и распознавания. Обучение должно производиться с использованием алгоритма, соответствующего архитектуре выбранной для решения задачи ИНС. Вероятность распознавания обученной ИНС лолжна быть не менее 65%.

# Описание предметной области и выбранной задачи

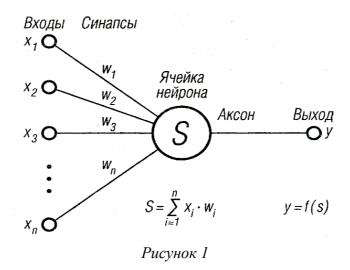
Была выбрана задача определения чёрно-белого числа размером 14х10.

Исходные изображения рукописных цифр с базы данных MNIST, размером 28х28, были предварительно сжаты до размеров 14х10, переведены в чёрно-белый режим — использовались в дальнейшем в качестве тестовых и тренировочных выборок.

Непосредственно были запрограммированы однослойная нейронная сеть с различными вариантами активационных функций и разными скоростями обучения, а также реализованая двуслойная нейронная сеть на основе сигма-функции и опробованы динамическая и статическая вариации скорости обучения.

Базисом для данной задачи является искусственный нейрон.

Каждый искусственный нейрон характеризуется своим текущим состоянием по аналогии с нервными клетками головного мозга, которые могут быть возбуждены или заторможены. Искусственный нейрон обладает группой синапсов — однонаправленных входных связей, соединенных с выходами других нейронов, а также имеет аксон — выходную связь данного нейрона, с которой сигнал (возбуждения или торможения) поступает на синапсы следующих нейронов. Общий вид искусственного нейрона приведен на рис. 1.



Искусственный нейрон в первом приближении имитирует свойства биологического нейрона. Здесь множество входных сигналов, обозначенных  $x_1, x_2, \dots x_n$ , поступает на искусственный нейрон. Эти входные сигналы,

в совокупности обозначаемые вектором X, соответствуют сигналам, биологического нейрона. Каждый в синапсы приходящим характеризуется величиной синапсической связи или ее весом  $w_i$ . Каждый сигнал умножается на соответствующий вес  $w_1, w_2, ..., w_n$ , и поступает на суммирующий блок. Каждый вес соответствует «силе» биологической синапсической связи. (Множество весов в совокупности обозначаются вектором W ) Суммирующий блок, соответствующий телу биологического элемента, складывает взвешенные входы алгебраически, создавая величину S.

Таким образом, текущее состояние нейрона определяется как взвешенная сумма его входов:

$$S = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot w_i.$$

Выход нейрона есть функция его состояния:  $y=f\{S\}$ , где f — активационная функция, более точно моделирующая нелинейную передаточную характеристику биологического нейрона и предоставляющая нейронной сети большие возможности.

Пороговая функция ограничивает активность нейрона значениями 0 или 1 в зависимости от величины комбинированного входа s . Как правило, входные значения в этом случае также используются бинарные:  $x_i \in [0,1]$ . Чаще всего удобнее вычесть пороговое значение  $\theta$  , называемое смещением, из величины комбинированного входа и рассмотреть пороговую функцию в математически эквивалентной форме:

$$s = w_0 + \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i, f(s) = \begin{cases} 0, s < 0 \\ 1, s \ge 0 \end{cases}$$

Здесь  $w_0 = -\theta$  — величина смещения, взятая с противоположным знаком. Смещение обычно интерпретируется как связь, исходящая от элемента, значение которого всегда равно 1. Комбинированный вход тогда можно представить в виде  $s = \sum_{i=0}^{n} x_i \cdot w_i$ , где  $x_0$  всегда считается равным 1.

Логистическая функция, или сигмоид,  $f(s) = \frac{1}{1 + e^{-a \cdot s}}$  непрерывно заполняет своими значениями диапазон от 0 до 1; параметр a всегда положителен. При уменьшении параметра a график сигмоида становится более пологим, в пределе при a = 0 вырождаясь в горизонтальную линию на уровне 0,5, при увеличении параметра a график сигмоида приближается к виду функции единичного скачка с порогом 0. При этом, сигмоидальная функция дифференцируема на всей оси абсцисс, что используется

в некоторых алгоритмах обучения. Кроме того, она обладает свойством усиливать слабые сигналы и предотвращает насыщение от больших сигналов, так как они соответствуют тем областям аргументов, где сигмоид имеет пологий наклон

# Структура, основные параметры выбранной ИНС и блок-схема алгоритма обучения

#### ИНС обратного распространения ошибки

Алгоритм обучения однослойного персептрона прост, однако много лет не удавалось обобщить этот алгоритм на случай многослойных сетей и только в 1986 году Румельхарт (D. E. Rumelhart) разработал эффективный алгоритм корректировки весов, названный алгоритмом обратного распространения ошибок (back propagation).

ИНС обратного распространения — это современный инструмент поиска закономерностей, прогнозирования и анализа. В них используется такой алгоритм обучения, в котором ошибка распространяется от выходного слоя к входному, т. е. в направлении, противоположном направлению распространения сигнала при нормальном функционировании сети.

Такая сеть состоит из нескольких слоев нейронов, причем каждый нейрон предыдущего слоя связан с каждым нейроном последующего слоя. В большинстве практических приложений оказывается достаточно рассмотрения двухслойной нейронной сети, имеющей входной (скрытый) слой нейронов и выходной слой (рис. 2).

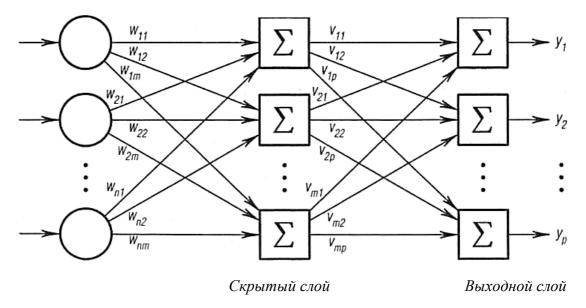


Рисунок 2. ИНС обратного распространения

Матрица весовых коэффициентов от входов к скрытому слою — W , а матрица весов, соединяющих скрытый и выходной слой — V . Обозначения для индексов: входы индекс i , элементы скрытого слоя — y , а выходы — k . Число входов сети — n , число нейронов в скрытом слое — p . Пусть сеть обучается на выборке  $(X^t,Y^t),t=1,2,\ldots,T$  .

При обучении нейронной сети ставится задача минимизации целевой функции ошибки, которая находится по методу наименьших квадратов:

$$E(W,V) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{p} (y_k - d_k)^2$$

где  $y_k$  — полученное реальное значение k -го выхода нейросети при подаче на нее одного из входных образов обучающей выборки;  $d_k$  — требуемое значение k -го выхода для этого образца.

Обучение нейросети производится известным оптимизационным методом градиентного спуска, т. е. на каждой итерации производится следующее изменение веса

$$w_{ij}^{N+1} = w_{ij}^{N} - \alpha \frac{\partial E}{\partial w_{ij}}, v_{jk}^{N+1} = v_{jk}^{N} - \alpha \frac{\partial E}{\partial v_{jk}}$$

где  $\alpha$  — параметр, определяющий скорость обучения.

В качестве активационной функции в сети обратного распространения обычно используется сигмоидальная функция

$$f(s) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad , \quad ,$$

где *s* — взвешенная сумма входов нейрона. Эта функция удобна для вычислений в градиентном методе, так как имеет простую производную:

$$f'(s) = \frac{e^{-x}}{(1+e^{-x})^2} = f(s)(1-f(s)).$$

Функция ошибки в явном виде не содержит зависимости от весовых коэффициентов  $w_{ij}$  и  $v_{jk}$ .

После упрощений, вычислений и введения обозначений

$$\delta_k = \frac{\partial E}{\partial y_k} \cdot \frac{\partial y_k}{\partial s_k} = (y_k - d_k) y_k (1 - y_k),$$

Получим следующие выражения для производных:

$$\frac{\partial E}{\partial v_{jk}} = \delta_k y_j^c, \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \left(\sum_{k=1}^p \delta_k v_{jk}\right) y_j^c (1 - y_j^c) x_i.$$

#### Алгоритм обучения сети обратного распространения

Рассмотрим полный алгоритм обучения нейросети:

Шаг 1. Инициализация сети.

Весовым коэффициентам присваиваются малые случайные значения, например, из диапазона (-0,3; 0,3); задаются  $\varepsilon$  — параметр точности обучения,  $\alpha$  — параметр скорости обучения (как правило,  $\alpha \approx 0,1$  и может еще уменьшаться в процессе обучения),  $N_{max}$  — максимально допустимое число итераций.

Шаг 2. Вычисление текущего выходного сигнала.

На вход сети подается один из образов обучающей выборки и определяются значения выходов всех нейронов нейросети.

Шаг 3. Настройка синаптических весов.

Рассчитать изменение весов для выходного слоя нейронной сети по формулам

$$v_{jk}^{N+1} = v_{jk}^{N} - \alpha \frac{\partial E}{\partial v_{jk}}$$
,  $e \partial e \frac{\partial E}{\partial v_{jk}} = \delta_k y_j^c$ ,  $\delta_k = (y_k - d_k) y_k (1 - y_k)$ ,

Рассчитать изменение весов для скрытого слоя по формулам

$$w_{ij}^{N+1} = w_{ij}^{N} - \alpha \frac{\partial E}{\partial w_{ij}}, \epsilon \partial e \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \left(\sum_{k=1}^{p} \delta_{k} v_{jk}\right) y_{j}^{c} \left(1 - y_{j}^{c}\right) x_{i}.$$

Шаг 4. Шаги 2-3 повторяются для всех обучающих векторов. Обучение завершается по достижении для каждого из обучающих образов значения функции ошибки, не превосходящего  $^{\varepsilon}$  или после максимально допустимого числа итераций —  $^{N_{max}}$ .

Замечание 1. На шаге 2 векторы из обучающей последовательности лучше предъявлять на вход в случайном порядке.

Замечание 2. Желательно наделять каждый нейрон обучаемым смещением. Это позволяет сдвигать начало отсчета логистической функции, с эффектом, аналогичном подстройке порога персептронного нейрона, и приводит к ускорению процесса обучения. Эта возможность может быть легко введена в обучающий алгоритм с помощью добавления к каждому нейрону дополнительного входа. Его вес обучается так же, как и все остальные веса, за исключением того, что подаваемый на него сигнал всегда равен +1, а не выходу нейрона предыдущего слоя.

Замечание 3. Количество входов и выходов сети, как правило, диктуется условиями задачи, а размер скрытого слоя находят экспериментально.

Обычно число нейронов в нем составляет 30—50% от числа входов. Слишком большое количество нейронов скрытого слоя приводит к тому, к обобщению способность (она просто что сеть запоминает обучающей выборки и не реагирует элементы на схожие образцы, что неприемлемо для задач распознавания). Если же число нейронов в скрытом слое слишком мало, сеть оказывается не в состоянии обучиться.

Замечание 4. Выходы каждого нейрона сети лежат в диапазоне (0, 1) — области значений логистической функции — это надо учитывать при формировании обучающей выборки. Если необходимо получить от сети бинарный выход, то, как правило, вместо 0 используют 0,1, а вместо 1 - 0,9, так как границы интервала недостижимы.

Модификации алгоритма обратного распространения связаны с использованием различных функций ошибки, других активационных функций, различных процедур определения направления и величины шага.

# Описание программы, ее ключевые особенности и новшества

Окунись в 1985 год и нарисуй чёрно-белое изображение размером 14 на 10 пикселей в высоту и ширину соответственно и заставь этот ноутбук сделать что-нибудь полезное — разобрать написанную цифру! Или хотя бы попытаться.

Передовой графический интерфейс обеспечен стандартными средствами языка Python на основе модуля Tkinter. Каждый Checkbutton привязан к своему входному нейрону/персептрону сети и передаёт значение 1 или 0 в зависимости от нажатия и текущего статуса.

Командный интерфейс управления через консоль позволит изменить значение веса в каждом из слоёв нейронной сети на любой позиции не закрывая и не перекомпилирую всю программу — и сразу же удостовериться во внесённых изменениях.

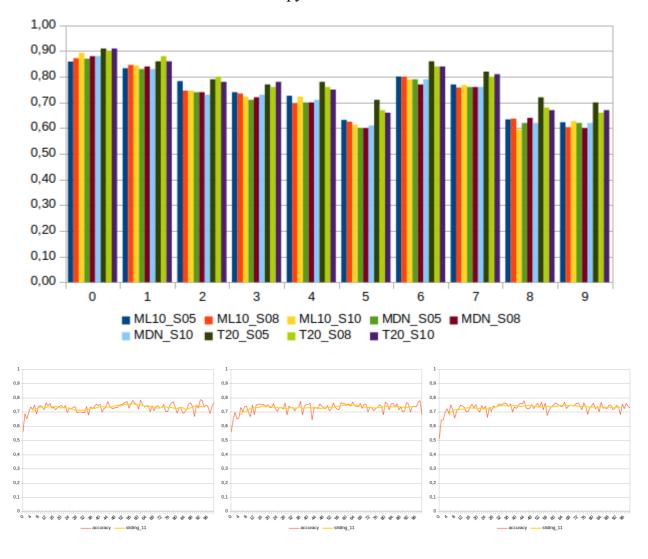
# Протоколы проведенных экспериментов, с указанием погрешности распознавания

При анализе различных нейронных сетей и их активационных будем менять саму целевую функцию, либо менять скорость обучения (100 эпох).

При этом будем сравнивать между собой среднюю точность по последним 10-и эпохам (ML10), медианное значение точности по всем эпохам обучения (MDN) и верхние доверительные интервалы (T20).

#### Однослойная нейронная сеть.

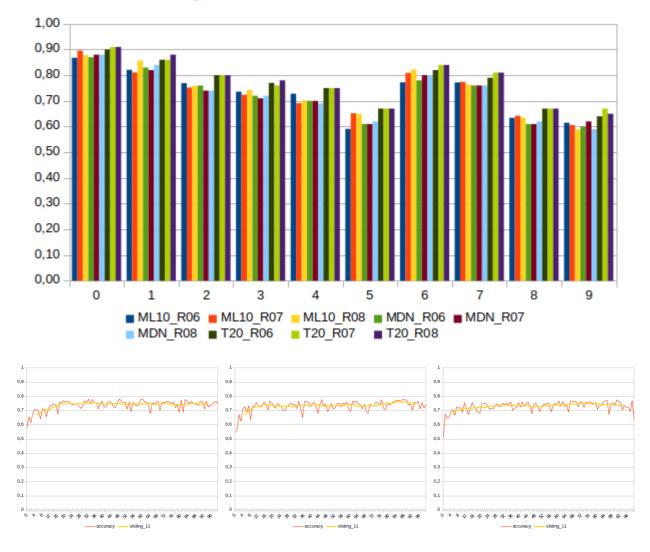
Сигмоидная активационная функция:



Для сигмоидной функции менялся её наклон, но не скорость обучения.

Точность определения быстро выходит на средний уровень в 70–75% и в остальных параметрах от наклона не зависит.

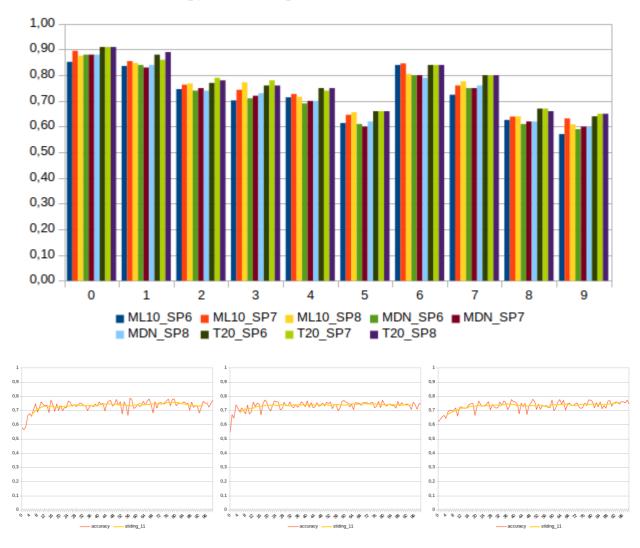
### Активационная функция relu:



Для функции relu меняем скорость обучения с 0.6 до 0.8.

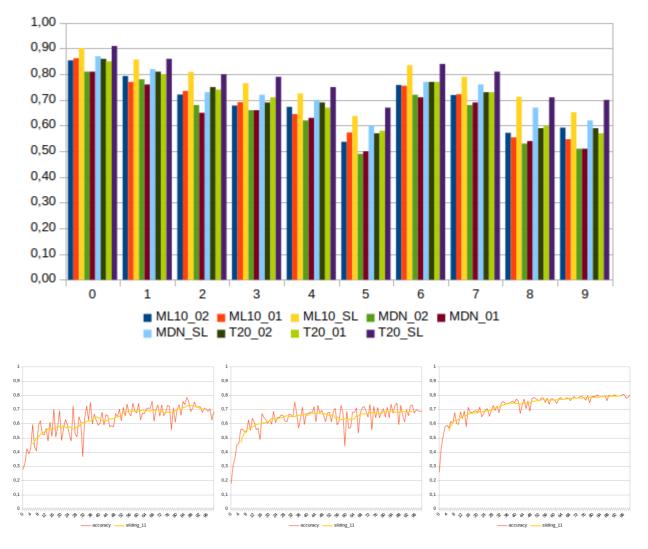
Как и с сигмоидной функцией, функция relu к 20-ой эпохе достигла стабильных значений точности (те же 70–75%), а также результаты точности для каждой цифры по отдельности повторяют результаты сигмоиды.

### Активационная функция softplus:



Результаты применения функции softplus значительных изменений в результаты работы сети не внесли — получены аналогичные результаты.

#### Двуслойная нейронная сеть обратного распространения ошибки



Статичная скорость обучения (0.2 и 0.1 для первых двух графиков) дала посредственные результаты по сравнению с однослойной нейронной сетью (<70% против 75%), однако применение динамической скорости обучения (с постепенным уменьшением) позволило получить почти плавный переходный процесс, вырваться к 80% определительной мощности.

# Выводы

В процессе лабораторной работы были рассмотрены 2 типа нейронных сетей, установлено, что однослойная ИНС позволяет задать нижний предел точности определения/классификации образов при высокой относительной производительности, когда применение нестандартных методов и большего числа слоёв может как улучшить, так и ухудшить результат при больших временных затратах на обучение.

Результаты работы однослойных нейронных сетей почти полностью повторяют друг друга независимо от активационной функции и почти сразу выходят в насыщение, когда многослойные нейронные сети долго разгоняются, но дают более стабильный результат.

### Используемая литература

- 1. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. 2-е изд. Пер. С англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. 1104 с.
- 2. Чулюков В.А., Астахова И.Ф., Потапов А.С. и др. Системы искусственного интеллекта: Учебное пособие. Под ред. Астаховой И.Ф. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. 292 с.
- 3. Комарцова Л.Г., Максимов А.В. Нейрокомпьютеры. –М.:Из-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 320 с.
- 4. Уоссермен Ф. Нейрокомпьютерная техника: Теория и практика: Пер. с англ. М.: Мир, 1992. 457 с.
- 5. Терехов В.А., Ефимов Д.В., Тюкин И.Ю. Нейросетевые системы управления: Учебное пособие для вузов. –М.: Высшая школа, 2002. 183 с.
- 6. Терехов В.И. Методы вычислительного интеллекта, применяемые для решения задач инженерного и инженерно-технического обеспечения. Монография. –М.: ВУНЦ СВ «ОВА ВС РФ», 2009. 253 с.