Travailler avec d'indice b. dont le # est celui de mon groupe, et #+10

2 indices

- Se référer au site du cours :
  - -> données nécessaire -> fichiers excel
  - -> loi bivariée d'une N

-> notion de maximum de vraisemblance.

Fichier Word -> énoncés des questions

Excel : · 39 indices boursiers
très gros rend = vert
très bas rend = rouge

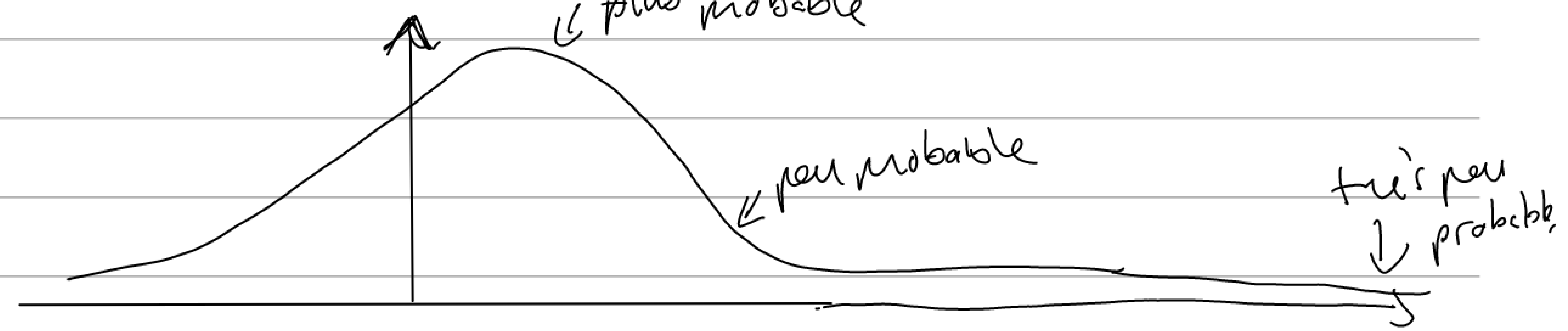
voir en 1973 (bcq de rendement négatifs importants).

-> 1975 :

octobre 1987
2008 (crise financière)

on considère un niveau de prob.

"Prob(observer R(t))" = vraisemblance obs. R(t) = niveau de prob.



likelyhood.

$L(t) = \mathbb{P}(R(t) = r(t) \mid \Theta(t) = 1)\, \mathbb{P}(\Theta(t) = 1) \ldots$

densité $\mathcal{N}$ conditionnelle au (ou) état du processus. utiliser Φ_1

chaine de markov. (état de l'économie)

$+ \mathbb{P}(R(t) = r(t) \mid \Theta(t) = 2)\, \mathbb{P}(\Theta(t) = 2)$

$\Theta(t) \sim$ Markov

* Prop. markovienne : $\mathbb{P}(\Theta(t) = i)$ dépend de $\Theta(t-1)$

$\mathbb{P}(\Theta(t) = i) = \mathbb{P}(\Theta(t) = i \mid \Theta(t-1) = 1)\,\mathbb{P}(\Theta(t-1) = 1) + \mathbb{P}(\Theta(t) = i \mid \Theta(t) = 2)\,\mathbb{P}(\Theta(t) = 2)$

$= P_{1i}\,\mathbb{P}(\Theta(t-1) = 1) + P_{2i}\,\mathbb{P}(\Theta(t-1) = 2)$

$\longrightarrow$

$$L(t) = \underbrace{\Phi_1(r(t))\, \mathbb{P}(\Theta(t)=1)}_{L_1(t)} + \underbrace{\Phi_2(r(t))\, \mathbb{P}(\Theta(t)=2)}_{L_2(t)}$$

~ logique de conditionnement. * les $r(t)$ = rendements.

→ voir exemple 1.7 pour l'intuition à trouver la $\mathbb{P}(\Theta(t)=i)$

☆ $$\mathbb{P}(\Theta(t)=i) = \frac{L_i(t)}{\sum_{j=1}^{m} L_j(t)} = \frac{L_i(t)}{L(t)}$$ (aka probabilité totale)

↳ total.

$$= \frac{L_i(t)}{L_1(t)+L_2(t)}$$ si 2 états dans le processus.

→ Récursivement, on trouve $L(t)$ en fonction des paramètres du modèle :
$p_{11}, p_{22}, \mu_1, \sigma_1, \mu_2, \sigma_2$ et en fonction de $L_1(t-1)$ et $L_2(t-1)$, eux-mêmes qui dépendent de $L_1(t-2)$ et $L_2(t-2)$

Processus à suivre.

1. Calculer les vraisemblances initial $L_1(1), L_2(1)$

avec, arbitrairement, $\mu_1, \sigma_1, \mu_2, \sigma_2$

si $1 =$ ça va bien $\Rightarrow \mu_1 > 0, \sigma \downarrow$

$2 =$ ça va mal $\Rightarrow \mu_2 < 0, \sigma \uparrow$

et Prob initiale α_1, α_2 où

$$\alpha_1 = \mathbb{P}(\Theta(0) = 1), \quad \alpha_2 = \mathbb{P}(\Theta(0) = 2)$$

2. Calculer $L(1) = L_1(1) + L_2(1)$: Calculer $\mathbb{P}(\Theta(1) = 1)$ et $\mathbb{P}(\Theta(1) = 2)$ en fonction de $L_1(1)$, $L_2(1)$ et $L_{tot.}(1)$

3. Calculer $L_1(2)$ et $L_2(2)$ en fct des $\mathbb{P}(\Theta(1) = 1)$ et $\mathbb{P}(\Theta(1) = 2)$

↳ ensuite, calculer $\mathbb{P}(\Theta(2) = 1)$ et $\mathbb{P}(\Theta(2) = 2)$

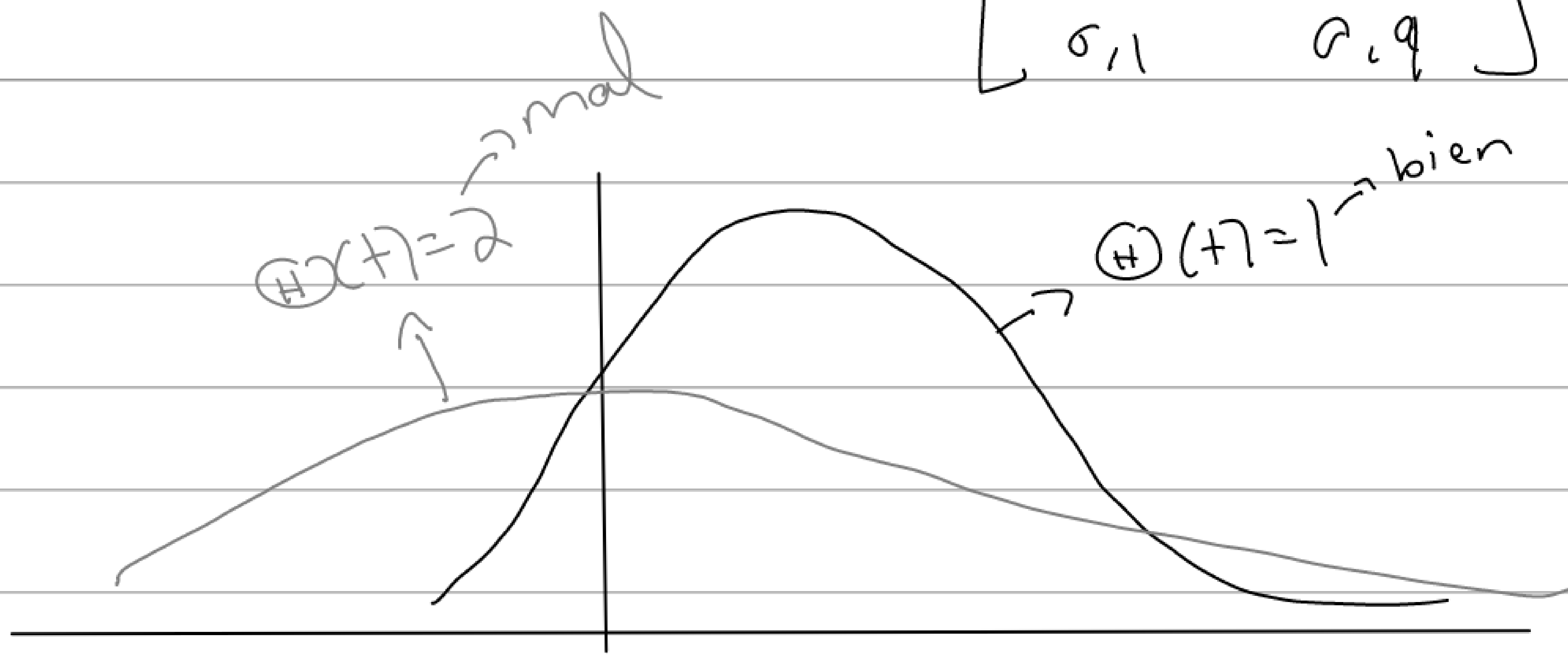
récurrence : trouve $L_1(t), L_2(t) \xrightarrow{\text{trouve}} \mathbb{P}(\Theta(t) = 1)$ et $\mathbb{P}(\Theta(t) = 2) \longrightarrow$

nous aide à $\rightarrow$ $L_1(t+1), L_2(t+1) \xrightarrow{\text{nous aide à}} \mathbb{P}(\Theta(t+1) = 1)$ et $\mathbb{P}(\Theta(t+1) = 2)$, ...

<u>Définir l'algorithme.</u>

Rébutis avec : $P = \begin{bmatrix} 0.95 & 0.05 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}$ $\mu_1 = 1\%$ $\mu_2 = 2\%$

$\sigma_1 = 4\%$ $\sigma_2 = 8\%$



☆ il faut maximiser la vraisemblance du modèle. par le paramètre

$$\mathbb{P}(\Theta(t)=2) = \frac{L_2(t)}{L_1(t)+L_2(t)} = \approx 99.99\%$$

$$L(1)\cdot L(2) \dots L(N) \to \max \prod_{k=1}^{N} L(k) \to \max \log\left(\prod_{k=1}^{N} L(k)\right)$$

$$\Leftrightarrow \max \sum_{k=1}^{N} \log(L(k))$$

#1 TP : d'abord 2 états ; → essayer → 3 états ensuite.

choisir le meilleur des 2 modèles

→ Test AIC et test BIC à inclure dans l'argumentaire

#2 perte $VaR_{0,05}$ sur 60 mois ; $\pm 3/60$

estime 6 mois après 2015 et compare avec les vrais données.

Entrevue TP1 question 2 ;

on veut la VaR sachant $\begin{bmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0{,}7 & 0{,}3 \end{bmatrix}$

$$VaR_{5\%} = \underbrace{\left(70\% \cdot p_{11}^{2} + 30\% \cdot p_{21}^{2}\right)}_{\text{prob} \to \text{état 1 à } t+1} \Phi_1(x)$$

$$+ \underbrace{\left(70\% \cdot p_{12}^{2} + 30\% \cdot p_{22}^{2}\right)}_{\text{Prob} \to \text{état 2 à } t+1} \Phi_2(x)$$

Trouver x pour que $VaR_{5\%} = 5\%$.

$VaR_{95\%}$ de perte = $VaR_{5\%}$ de gain

fait pour 60 fois de suite

la prob à utiliser est celle du no 1. où on veut être dans un état ;

✓

Q3: modèle changement de régime bivarié, (2 indices).

considérer ρ (lié à la covariance).

jouer sur les queues de distribution; le modèle est-il
suffisant pour expliquer la relation de dépendance;

→ une chaîne de Markov pour les 2 indices avec
des prob. différentes à chaque états

18/10/2022

si 3 états ;

matrice $P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

pour développer l'algorithme...

→ sachant que

$0 < P_{11} < 1$

$0 < P_{12} < 1$

$P_{13} = 1 - P_{11} - P_{12}$

si $P_{11} = 0.8$

$P_{12} = 0.6$

$P_{13} = -0.4$?

Transformation

Solution :

$-\infty < \lambda_{11} < \infty$

$-\infty < \lambda_{12} < \infty$

$P_{11} = \dfrac{e^{\lambda_{11}}}{e^{\lambda_{11}} + e^{\lambda_{12}} + 1}$

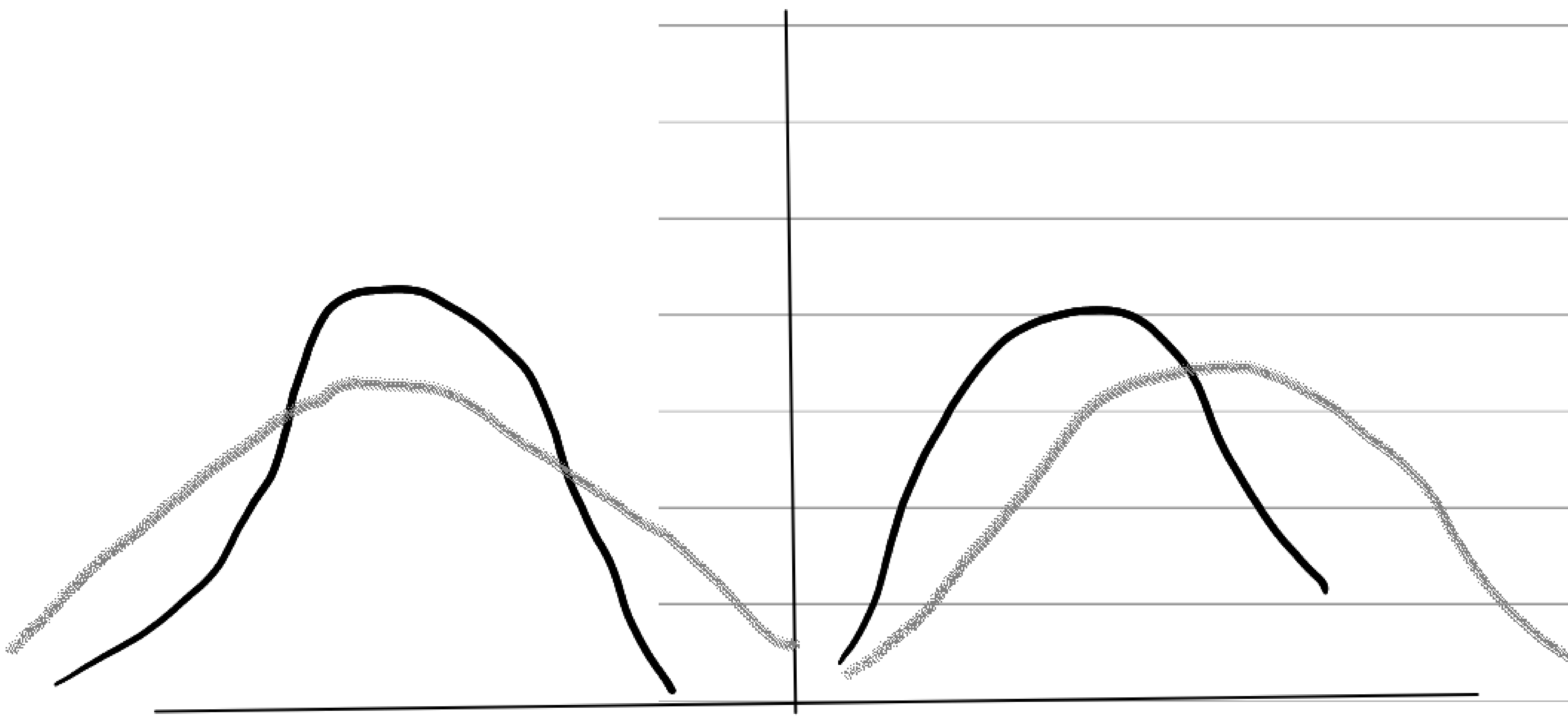
$P_{12} = \dfrac{e^{\lambda_{12}}}{e^{\lambda_{11}} + e^{\lambda_{12}} + 1}$

$P_{13} = 1 - P_{11} - P_{12}$.

Q3: 2 élément expliquer la dynamique du modèle qu'on modélise :

corrélation entre les indices.

Les paramètres peuvent changer en fct de l'état de la chaîne de Markov. et induit toute covariance.



Canada } indépendant mais
USA } dynamique conjointe.

⇓

Les 2 = même chaîne de Markov avec 2 paramètres (+ la normale bivariée)

⇓

ajoute en R.

équivalent et $\overline{\text{en } \nabla^{\circ}}$

= en bivarié : matrice cov. (voir doc. excel). = cette fct maximise les paramètres car absence d'une est qui ne contribue pas à la maxim.

le chiffre = pour 1 état et 2 indice ; il faut 2 états pas 3 comme #1

dernière sous-Question = test AIC, BIC

Q4: façon de simuler :

1. Simuler la chaîne de Markov. (succession de lois uniformes).
2. " les rendements conditionnelles au états simulés

$P_{11} = 60\%$ si état 1 : simule $U[0,1] \to [0, 60\%]$ $1 \to 1$

$P_{12} = 30\%$ si $U[0,1] \to [60, 90\%]$ $1 \to 2$

$P_{13} = 10\%$ si $U[0,1] \to [90, 100] = 1 \to 3$

conditionnelle à chaque fois.

cond à l'état ; on $\to$ loi bivariées.