

$a+b=c$

$$a+b=a+b$$



西安科技大学

现实世界的理性视角

西安科技大学
XI'AN UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

数学建模、实验

$$x+y=1$$

什么是数学模型

1) 原型与模型

一个城市的交通图，就是该城市（原型）的模型。

模 型



模型是指为了某个特定的目的，将原型的某一部分信息简化、提炼而成。

模型不是原型，既简单于原型，又高于原型。



2) 数学模型(Mathematical Model)

数学模型

对于现实世界的一个特定对象，为了一个特定目的，根据其特有的内在规律，作出一些必要的简化假设，运用适当的数学工具得到的一个数学结构。

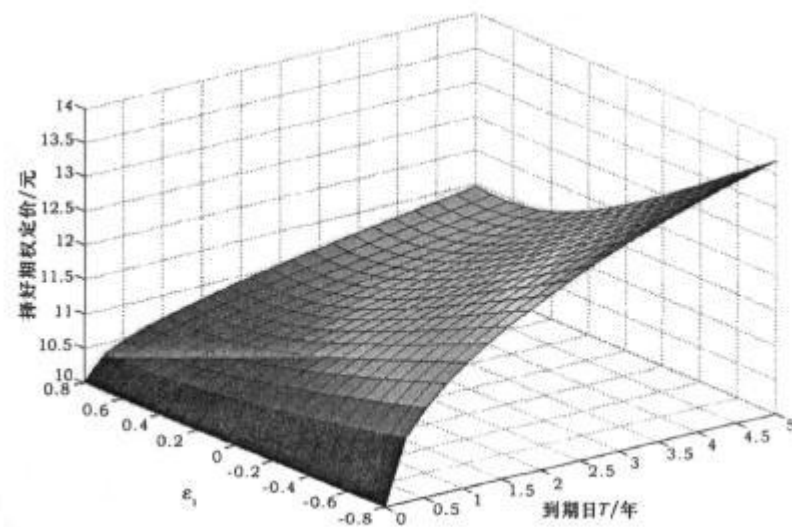
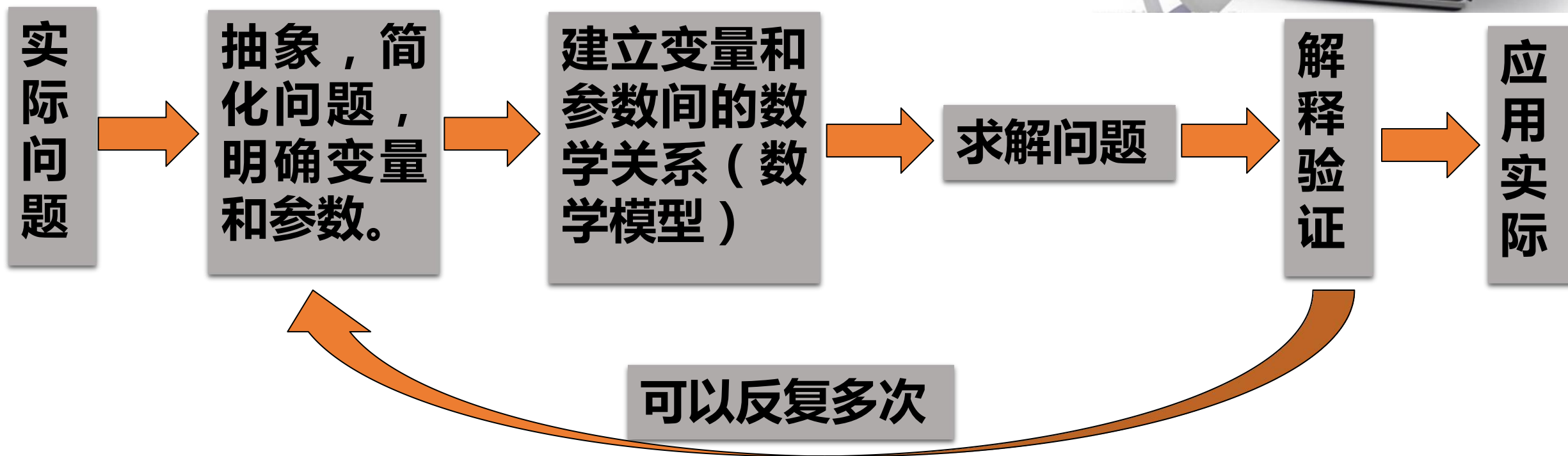


图 2 两只不同波动率股票的择好期权价格图

数学建模的步骤



品 建模实例 如何学好英语

14 TIPS TO HELP YOU SPEAK ENGLISH FASTER

EWL

1. Learn and study English phrases.
2. "Reading and Listening" is NOT enough. Practice Speaking what you hear.
3. Surround yourself with English.
4. Make English friends and chat with them.
5. Listen to real English.
6. Find fun ways to learn new words.
7. Don't be afraid to make mistakes.
8. Find study partners.
9. Use authentic materials.
10. Set yourself realistic goals.
11. Train your ears to understand and speak bravely.
12. Stop translating everything word for word to your language.
13. Don't apologize for not knowing everything or "Not speaking English!"
You are learning English... You are trying, right? That's what's important.
14. Throw your grammar book out the window. (ha ha ha.. Don't throw it out the window; put it in the closet.)



Good Luck 



英国教育家L.G.Alexander发现在学习外语的过程中存在一种“顶线”(Ceiling)，即一个人如果每天用同样的时间学习外语，到一定的时候，他或她的外语水平常常会停滞不前，保持在某一个水平上。我们周围不少人在学习外语过程中也有同样的感受。这是为什么？在这种情况下，怎样才能继续提高？



• 分析

影响一个人外语学习的主要因素

主要动力

- 学习(包括练习、复习)
- 使用(如交际、阅读等)

主要阻力

- 自然遗忘

• 基本符号



x : 表示其外语水平(可用有效词汇量为代表)

A : 表示每天学习上所花的精力

B : 表示使用上所花的精力 (A 、 B 可用有效时间来量度)

$A + B\sqrt{x}$: 表示由于学习和使用而使一个人外语水平提高的程度(有效词汇的日增长量)

Cx : 表示由于遗忘而使水平下降的速度, 其中 C 为遗忘系数

V : 表示水平发展的速度

• 基本模型

一个人外语水平发展的方程

$$V = A + B\sqrt{x} - Cx$$



• 模型分析

(1) 对于初学者，由于 x 很小，后两项可以忽略，即

$$V = A$$

或

$$\frac{dx}{dt} = A$$

解得

$$x = At$$

结果分析：在初学阶段，一个人的外语水平与在学习上所花的总精力成正比。



**(2) 对于中、高级学习者，后两项不能忽略
当 x 增大到使等式**

$$0 = A + B\sqrt{x} - Cx$$

即，发展的动力和阻力相互平衡，则，外语水平达到了一个稳定的状态，水平将徘徊在

$$\sqrt{x} = \frac{B + \sqrt{B^2 + 4AC}}{2C}$$

说明了外语学习过程中的“顶线”现象。这时如果要继续提高外语水平只有增大动力，即增加A或B的值；或者减小阻力，即减小C的值。



结果分析

增大动力： A 与 B 之和受到一定限制，不可能同时都保持较大的数值，因而就出现了精力如何分配最有利的问题。

而对于一个有相当外语基础的人， x 较大，因而 Bx 的作用也较大，这时要提高水平应该优先考虑增加 B ，即应把主要精力放在运用上。

"顶线"现象仅当一个人的外语水平达到一定程度时才出现，因此突破"顶线"的重点应放在加强运用上。

减小阻力：公式对 C 的大小比较敏感，这表明适当地掌握一些有效的记忆方法，减小遗忘系数 C 的值，对一个人提高外语水平，突破顶线具有更重要的意义。



• 小结

1. 模型非常简单、粗糙。但是却较好地解释了在外语学习中的“顶线”现象，不仅定量地给出了“顶线”的位置，而且指明了突破“顶线”的方法。
2. 所得结果和多数人的实际经验大体相符。这就说明了这个模型基本上抓住了外语水平发展过程中的主要矛盾。如在此基础上进一步改进，可以预期结果将能与实际更加接近。

品 量纲分析法建模

什么是长度

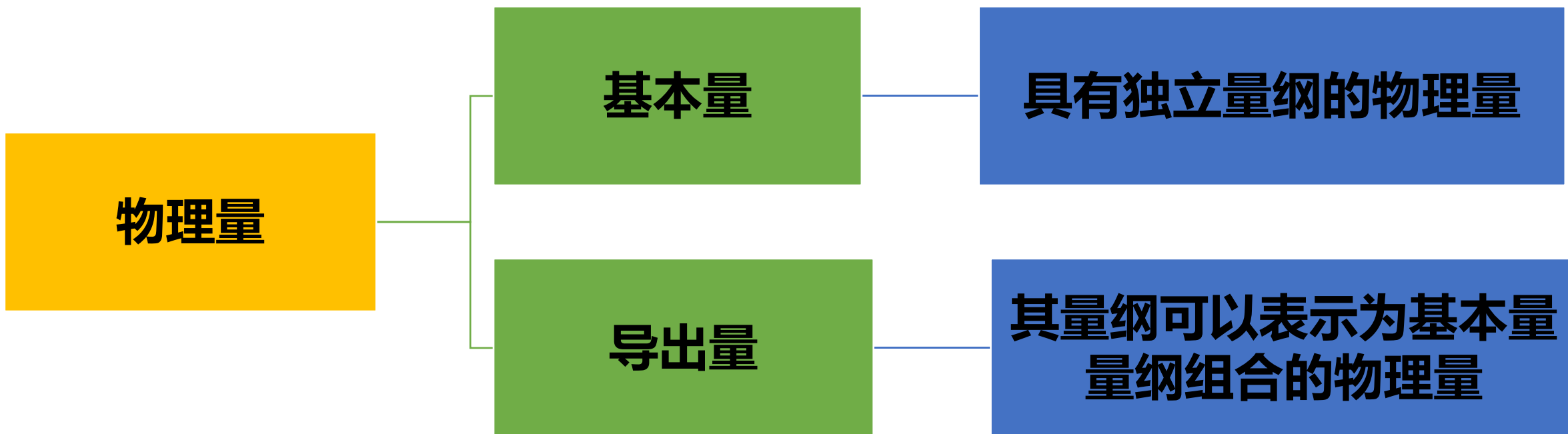
什么是体积

什么是质量

什么是时间

.....

量纲 (dimension) 是指物理量的基本属性。



一切导出量均可从基本量中导出，由此建立了整个物理量之间函数关系。这种函数关系通常称为量制。



1971年后，
国际上普遍采用了
国际单位制（简称
SI），选定了由7
个基本量构成的量
制，导出量均可用
这7个基本量导出。

七个基本量纲



- ☐ 长度L
- ☐ 质量M
- ☐ 时间T
- ☐ 电流强度I
- ☐ 温度 Θ
- ☐ 物质的量n
- ☐ 光强度J



则任一个导出量的量纲可以表示为

$$\dim A = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma} I^{\delta} \Theta^{\xi} n^{\zeta} J^{\eta}$$

式中的指数 α 、 β 、 γ 、.....称为量纲指数，全部指数均为零的物理量，称为无量纲量



物理量的量纲

长度 l 的量纲记 $L=[l]$

质量 m 的量纲记 $M=[m]$

时间 t 的量纲记 $T=[t]$

速度 v 的量纲 $[v]=LT^{-1}$

加速度 a 的量纲 $[a]=LT^{-2}$

力 f 的量纲 $[f]=LMT^{-2}$

引力常数 k 的量纲 $[k]=[f][l]^2[m]^{-2}=L^3M^{-1}T^{-2}$

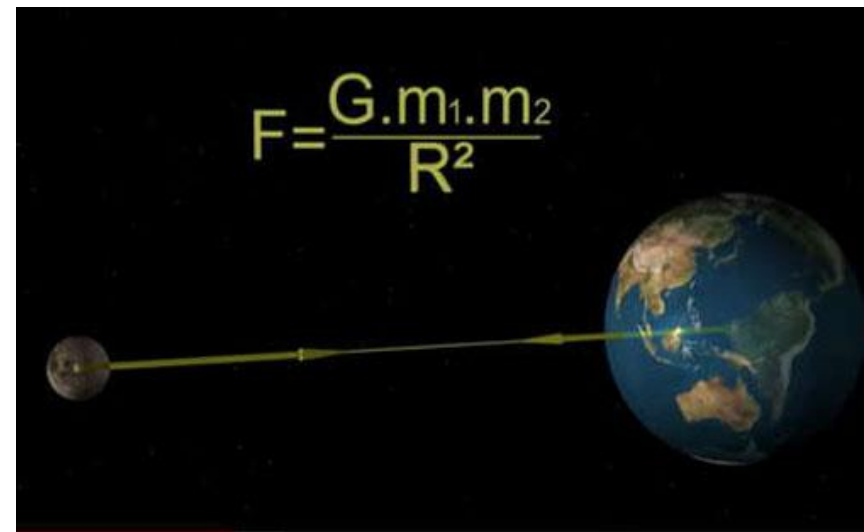
对无量纲量 α , $[\alpha]=1(=L^0M^0T^0)$



动力学中
基本量纲
 L, M, T



导出量纲



$$f = k^2 \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



量纲齐次原则

等式两端的量纲一致

量纲分析~利用量纲齐次原则寻求物理量之间的关系

量纲的好处之一就是可以检查物理公式的合理性，虽然不能保证公式的正确，但可以找出公式的错误。





例：求单摆运动周期的表达式。





设物理量 t, m, l, g 之间有关系式

$$t = \lambda m^{\alpha_1} l^{\alpha_2} g^{\alpha_3}$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为待定系数, λ 为无量纲量
量纲表达式

$$[t] = [m]^{\alpha_1} [l]^{\alpha_2} [g]^{\alpha_3}$$

$$\Rightarrow T = M^{\alpha_1} L^{\alpha_2 + \alpha_3} T^{-2\alpha_3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0 \\ \alpha_2 + \alpha_3 = 0 \\ -2\alpha_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0 \\ \alpha_2 = 1/2 \\ \alpha_3 = -1/2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$t = \lambda \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$





用量纲分析法证明勾股定理





证明：直角三角形ABC的面积 S 由两个自由量确定，一个内角 θ 和一个斜边长 c ，即 $S(\theta, c)$ 。

则

$$\begin{aligned}[S] &= M^2 \\ [c] &= M \\ [\theta] &= 1\end{aligned}$$

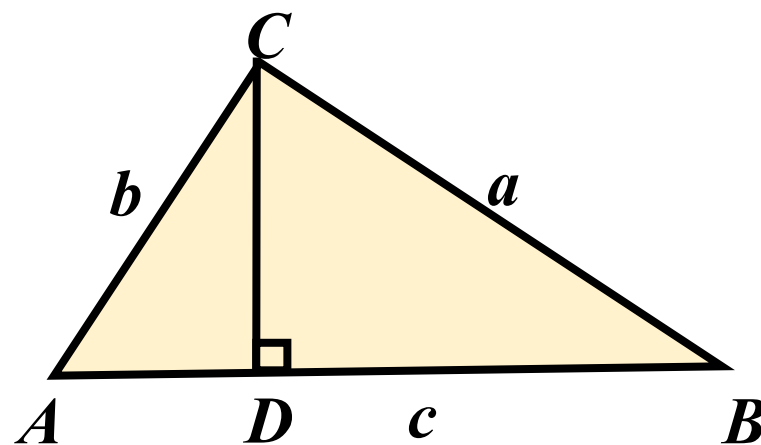
组合一个无量纲量

$$\frac{S}{c^2} = f(\theta), \text{ 即 } S_{\triangle ABC} = f(\theta)c^2$$

则

$$S_{\triangle ACD} = f(\theta)b^2, S_{\triangle BCD} = f(\theta)a^2$$

由于 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle BCD}$ ，所以 $a^2 + b^2 = c^2$





- **基本步骤**

1. **通过量纲齐次原则，列出式子；**
2. **求解方程；**
3. **得出想要变量的表达式。（一般其中会有未知数）**



THE END.



请大家抓紧时间，完成任务！