Politechnika Wrocławska

WYDZIAŁ BUDOWNICTWA LĄDOWEGO I WODNEGO

WYTRZYMAŁOŚĆ MATERIAŁÓW II

ĆWICZENIA NR – 3 –

ŚR TP 17:05 – 18:45

s. 109 C-7

Mgr inż. Eryk Mączka

Politechnika Wrocławska

WYDZIAŁ BUDOWNICTWA LĄDOWEGO I WODNEGO

5. CIENKOŚCIAN I TEORIA WŁASOWA

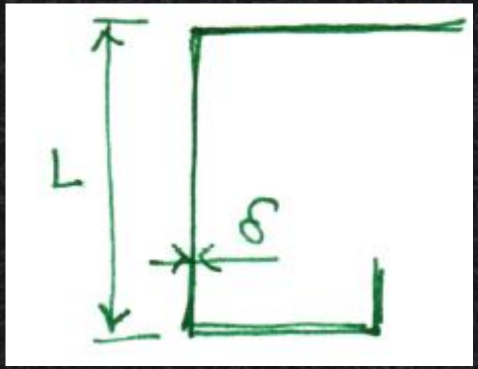
Politechnika Wrocławska

WYDZIAŁ BUDOWNICTWA LĄDOWEGO I WODNEGO

Zadanie nr 5 - krok po kroku

PROLOG:

Pręt cienkościenny - jest to taki pręt, w którym jeden z wymiarów poprzecznych (grubość ścianki) jest nieporównalnie mały w stosunku do drugiego.



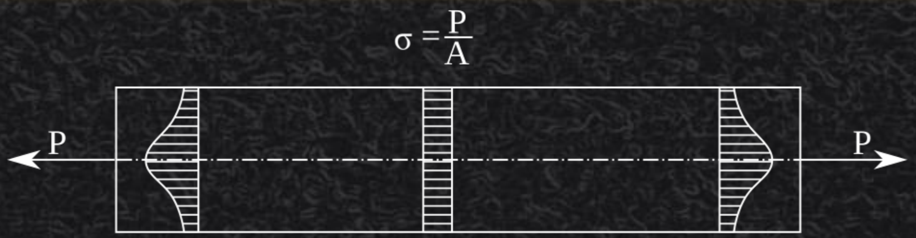
$$\frac{\delta}{L} \leq \frac{1}{8}$$

δ – grubość ścianki
L – długość ścianki

Aby rozwiązać pręt cienkościenny nie możemy skorzystać z teorii stosowanych w prętach zwartych. W prętach zwartych korzysta się z hipotez:

$$\sigma = M / I_y z$$

- z założenia płaskich przekrojów Bernoulliego,
- zasady Saint Venanta.



S-V - W bezpośredniej bliskości końców stan naprężenia odpowiada rzeczywistemu stanowi obciążenia. W dostatecznej odległości od końców uśrednia się i równy jest sumie sił podzielonej przez pole przekroju pręta.

Te hipotezy dla cieńkościanów nie działają.

Wzór na naprężenia normalne nie działa bez zastrzeżeń.

Politechnika Wrocławska

Zadanie nr 5 - krok po kroku

WYDZIAŁ BUDOWNICTWA LĄDOWEGO I WODNEGO

Podstawowe teorie do „cieńkościanów”:

1. Własowa – zadanie nr 5.
2. Wintera (nośność podkrytyczna i nadkrytyczna).
3. Załomów.

Założenia Własowa:

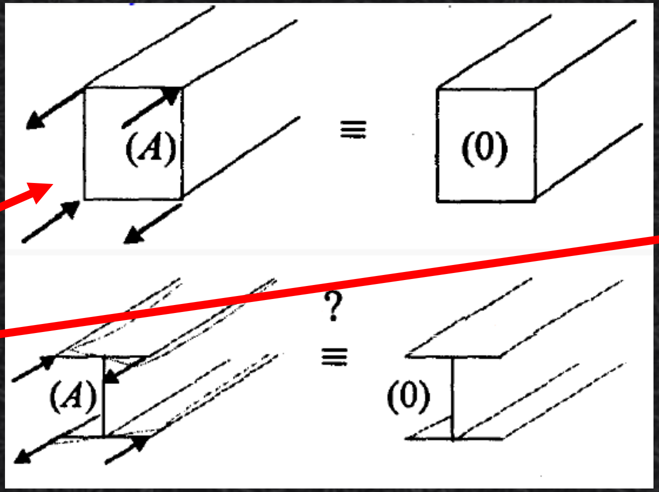
1. Powierzchnia środkowa deformuje się tak, jakby w płaszczyźnie każdego przekroju poprzecznego (y,z) rozpostarta była na linii środkowej sztywna tarcza, idealnie jednak wiotka w kierunku (x), tak że możliwa jest swobodna deplanacja w kierunku osi pręta (hipoteza sztywnego konturu) kształtu powierzchni środkowych).
2. Powierzchnia środkowa nie doznaje odkształceń kątowych (warunki swobody skręcania).
3. Wartość naprężenia normalnego σ_x dominuje nad pozostałymi naprężeniami normalnymi.

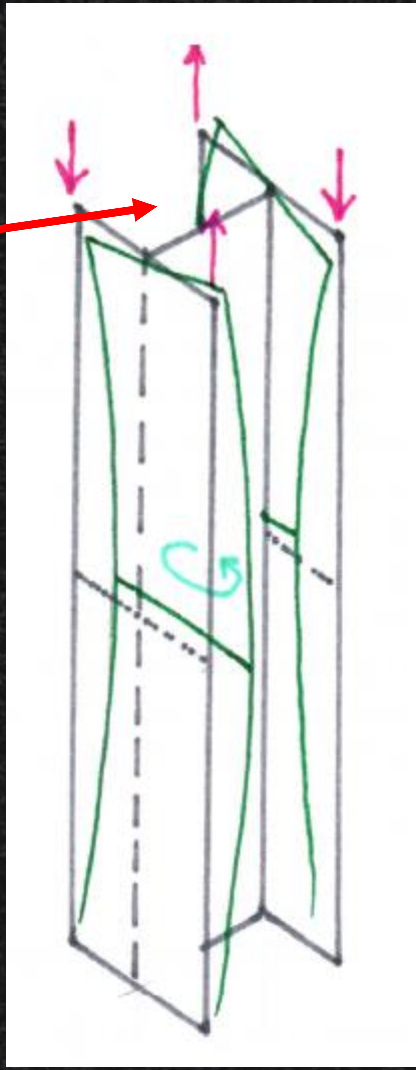
Zadanie nr 5 - krok po kroku

W prętach cienkościennych należy rozpatrywać nie tylko statyczną, ale również kinematyczną równoważność układów sił.
W tym celu wprowadzimy pojęcie siły przekrojowej – bi-moment (para momentów) (para sił=moment)

Dlaczego?

Deformacje prętów różnią się jakościowo. Zaburzenia „lokalne” w prętach cienkościennych mogą rozchodzić się wzdłuż całej ich długości. Nie możemy pominąć skręcenia pręta zginanego nawet w płaszczyźnie głównej.





Politechnika Wrocławska

Zadanie nr 5 - krok po kroku

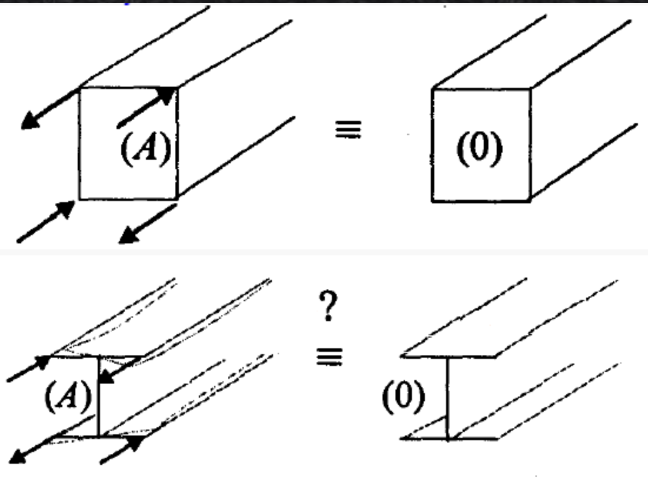
WYDZIAŁ BUDOWNICTWA LĄDOWEGO I WODNEGO

Taki układ sił jak widać na rysunkach dla układów zwartych (0 - prostokąt) jest **NICZYM**.

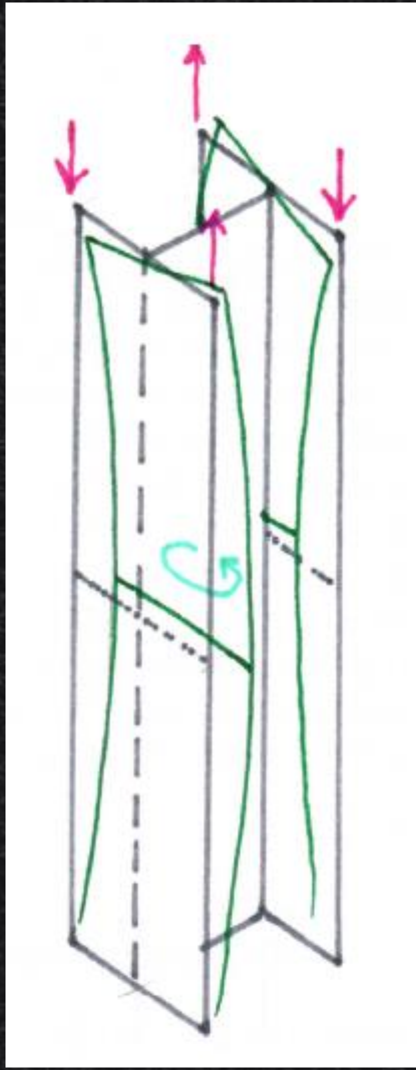
W konstrukcjach cienkościennych mamy dodatkową siłę wewnętrzną (czyli **bi-moment** parę momentów).

Siły wewnętrzne skojarzone z odpowiednimi charakterystykami geometrycznymi dają nam naprężenia.

W prętach o przekroju zwartym mamy 6 sił wewnętrznych (3 momenty i 3 siły). By wyznaczyć naprężenia wystarczą nam charakterystyki geometryczne w oparciu o współrzędne opisujące płaszczyznę przekroju x_0z



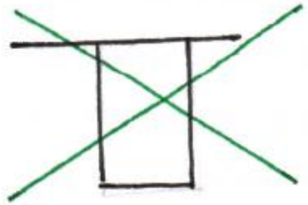
W prętach cienkościennych mamy 8 sił wewnętrznych, by wyznaczać naprężenia potrzebujemy odpowiednio więcej charakterystyk geometrycznych. (Geometria przekroju musi być opisana precyzyjniej – w tym celu wprowadza się nową współrzędną – współrzędną wycinkową ω).



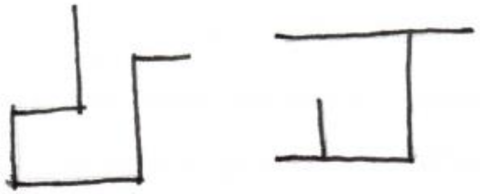
Zadanie nr 5 - krok po kroku

Rodzaje przekrojów cienkościennych do rozwiązywania:

Kilka uwag o przekrojach cienkościennych

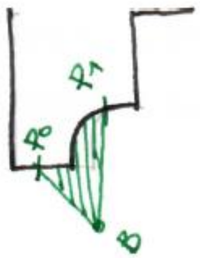


mogą być o przekrojach otwartych i zamkniętych (tymi się nie zajmujemy)



mogą być jednogałęziowe i rozgałęzione (ta sama klasa zagadnienia)

mogą być o konturach złożonych z odcinków prostych i/lub krzywych.



Takie samo zagadnienie jedynie matematycznie bardziej pracochłonne (w naszych przykładach tylko te pierwsze)

5. ZADANIE Z CIENKOŚCIANÓW

Politechnika Wrocławska

WYDZIAŁ BUDOWNICTWA LĄDOWEGO I WODNEGO

Zadanie nr 5 - krok po kroku

Cel:

Celem zadania jest wyznaczenie naprężeń uwzględniających efekty cienkościenne (miejscowa utrata stateczności).

Procedura:

1. Zadanie rozpoczynamy od prawidłowego przyjęcia danych. (układ początkowy jest narzucony)

Uwagi:

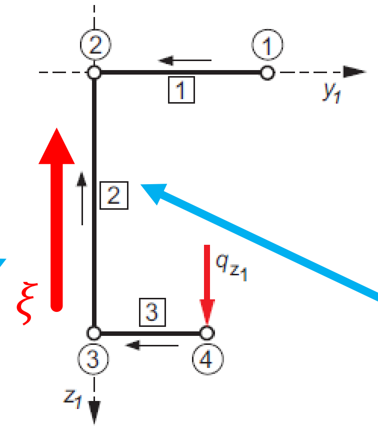
- Cyfry w prostokątach oznaczają nr ścianki (i przekroju poprzecznego).
- Cyfry w okręgach – numery węzłów.
- Narzucony jest biegun początkowy i punkt początkowy - potrzebny do wyznaczenia współrzędne wycinkowej (normalnie w zadaniach możemy wybrać dowolne miejsce położenia Bieguna początkowego, punkt początkowy podobnie lecz na konturze przekroju).
- Grubości przekroju poszczególnych ścianek są reprezentowane jako linie.
- C – punkt na zadanej ściance w odległości względnej ξ. ξ liczymy zgodnie z kierunkiem strzałki na danej ściance.

Dla pręta cienkościennego o przekroju i schemacie statycznym pokazanymi na rysunku:

- wyznaczyć charakterystyki geometryczne: I_y, I_z, K_s, I_ω oraz $\bar{S}_y$, $\bar{S}_z$, $\bar{S}_\omega$ w punkcie **C** przekroju pręta cienkościennego,
- wyznaczyć wartości i sporządzić wykresy sił przekrojowych: M_y, M_z, T_y, T_z, M_s, M_ω i B,
- w przekroju a–a wyznaczyć wartości naprężeń normalnych σ_x i zilustrować je wykresami oraz naprężenie styczne τ w punkcie **C**; naszkicować rozkład naprężenia τ na grubości ścianki w punkcie **C**.

Dane:

dla przekroju



$L_1 = 20$ cm

$L_2 = 30$ cm

$L_3 = 13$ cm

$d = 10$

B – punkt 2

P_0 – punkt 3

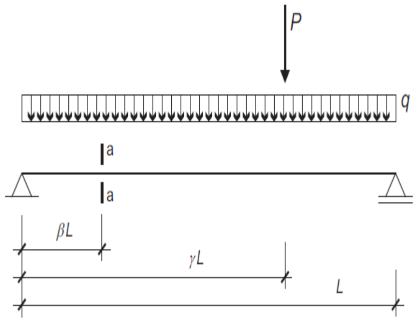
C – odcinek 2 ($\xi = 0{,}30$)

$P_{y1} = 0$ $\quad P_{z_1} = 0$

$q_{y1} = 0$ $\quad q_{z_1} = 3$ kN/m

obc – punkt 4 (obciążenie przyłożone w punkcie 4)

dla belki



schemat statyczny – 1

$L = 5$ m

przekrój a-a – $\beta = 0{,}35$

$\frac{G}{E} = 0{,}4$

Politechnika Wrocławska

Zadanie nr 5 - krok po kroku

WYDZIAŁ BUDOWNICTWA LĄDOWEGO I WODNEGO

Uwagi CD.:

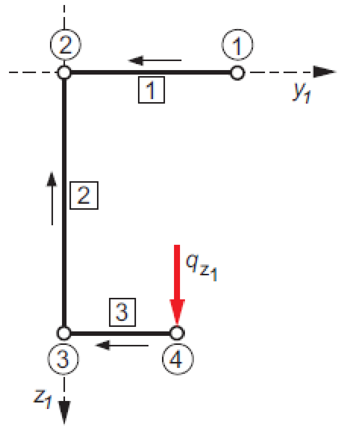
- Obciążenie może być w postaci siły skupionej albo obciążenia rozłożonego. Każdy będzie miał tylko 1 z 4 wersji obciążenia (P_y, P_z, q_y, q_z). Punkt przyłożenia obciążenia jest narzucony.
- Dane dla belki są oddzielne dla dwóch typów schematów – belki swobodnie podpartej lub wspornika.
- Schemat podparcia jest ważny dla końcowych wzorów, z których będzie się korzystać. (wzory na stronie ZWM)

Dla pręta cienkościennego o przekroju i schemacie statycznym pokazanymi na rysunku:

- wyznaczyć charakterystyki geometryczne: I_y, I_z, K_s, I_ω oraz $\bar{S}_y$, $\bar{S}_z$, $\bar{S}_\omega$ w punkcie **C** przekroju pręta cienkościennego,
- wyznaczyć wartości i sporządzić wykresy sił przekrojowych: M_y, M_z, T_y, T_z, M_s, M_ω i B,
- w przekroju a–a wyznaczyć wartości naprężeń normalnych σ_x i zilustrować je wykresami oraz naprężenie styczne τ w punkcie **C**; naszkicować rozkład naprężenia τ na grubości ścianki w punkcie **C**.

Dane:

dla przekroju



$L_1 = 20\,\mathrm{cm}$

$L_2 = 30\,\mathrm{cm}$

$L_3 = 13\,\mathrm{cm}$

$d = 10$

B – punkt 2

P_0 – punkt 3

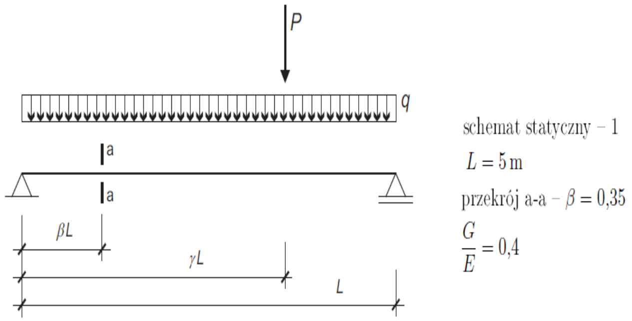
C – odcinek 2 ($\xi = 0{,}30$)

$P_{y_1} = 0$ $\quad P_{z_1} = 0$

$q_{y_1} = 0$ $\quad q_{z_1} = 3\,\mathrm{kN/m}$

obc – punkt 4 (obciążenie przyłożone w punkcie 4)

dla belki



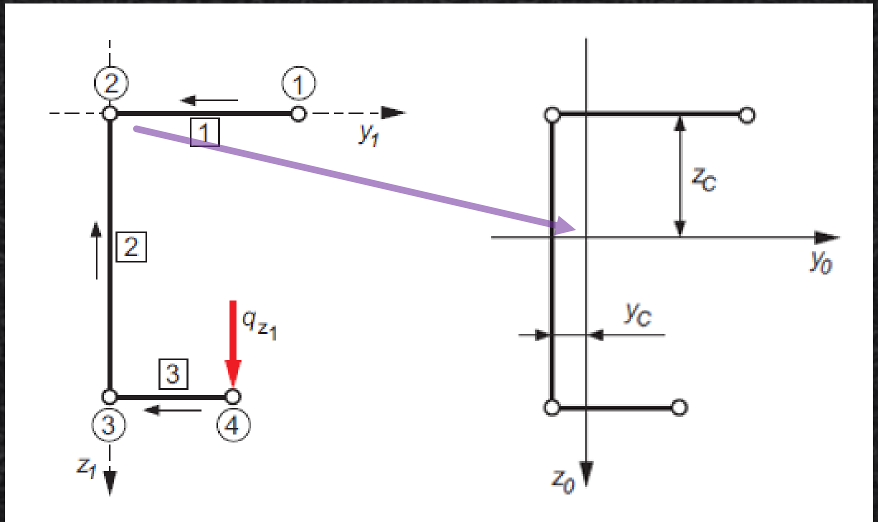
Zadanie nr 5 - krok po kroku

Procedura:

1. Ustalić dla każdej ścianki cienkościanu jej grubość, którą wyraża się wzorem.
2. Wyznaczyć pola powierzchni ścianek cienkościanu oraz całkowite jego pole.
3. Wyznaczyć momenty statyczne ścianek oraz całkowity moment statyczny cienkościanu w osiach początkowych y_1, z_1.
4. Wyznaczyć położenie środka ciężkości
5. Narysować położenie osi centralnych.

$$\delta = \frac{L_{ścianki}}{d}$$

$L_{ścianki}$ - długość ścianki
d – stała, narzucona wartość w projekcie
δ – grubość ścianki cienkościanu



1. Charakterystyki geometryczne

1.1. Środek ciężkości

$$\delta_1 = \frac{20}{d} = 2{,}0\,\text{cm} \qquad \delta_2 = 3{,}0\,\text{cm} \qquad \delta_3 = 1{,}3\,\text{cm}$$

$$A = 20 \cdot 2{,}0 + 30 \cdot 3{,}0 + 13 \cdot 1{,}3 = 146{,}9\,\text{cm}^2$$

$$S_{y_1} = 20 \cdot 2{,}0 \cdot 0 + 30 \cdot 3{,}0 \cdot \frac{30}{2} + 13 \cdot 1{,}3 \cdot 30 = 1\,857\,\text{cm}^3$$

$$S_{z_1} = 20 \cdot 2{,}0 \cdot \frac{20}{2} + 30 \cdot 3{,}0 \cdot 0 + 13 \cdot 1{,}3 \cdot \frac{13}{2} = 509{,}9\,\text{cm}^3$$

$$y_C = \frac{509{,}9}{146{,}9} = 3{,}47\,\text{cm}$$

$$z_C = \frac{1\,857}{146{,}9} = 12{,}64\,\text{cm}$$

Zadanie nr 5 - krok po kroku

Procedura:

1. Wyznaczyć w układzie centralnym charakterystyki geometryczne korzystając z tw. Steinera.

Uwagi:

- Licząc centralne momenty bezwładności w części wzoru uwzględniającego wartość środkową pomijamy grubość ścianki do potęgi trzeciego stopnia.
- Ścianki cienkościanu są prostokątem, zatem moment dewiacji od nich jest 0, natomiast część momentu dewiacji z tw. Steinera (przesunięcie układu) liczy się normalnie!!!

Przykład na podstawie zaznaczonej ścianki

$$I_{y0,1} = \cancel{\frac{L\cdot\delta^3}{12}} + \text{cz. z Tw. Steinera}$$

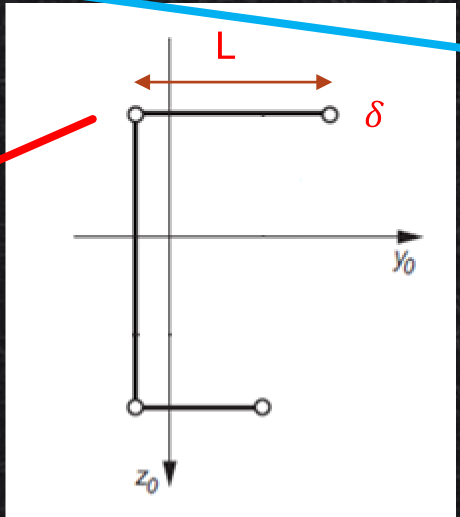
1.2. Centralne momenty bezwładności

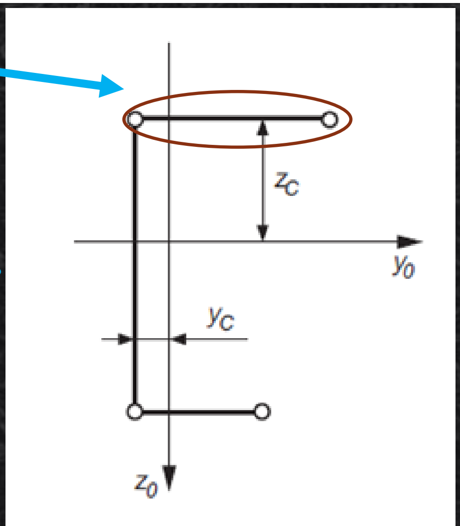
$$I_{y_0} = 20\cdot 2{,}0\cdot(-12{,}64)^2 + \frac{3{,}0\cdot 30^3}{12} + 30\cdot 3{,}0\cdot\left(\frac{30}{2} - 12{,}64\right)^2 + 13\cdot 1{,}3\cdot(30-12{,}64)^2 =$$
$$= 18\,735\ \mathrm{cm}^4$$

$$I_{z_0} = \frac{2{,}0\cdot 20^3}{12} + 20\cdot 2{,}0\cdot\left(\frac{20}{2} - 3{,}47\right)^2 + 30\cdot 3{,}0\cdot(-3{,}47)^2 + \frac{1{,}3\cdot 13^3}{12} +$$
$$+ 13\cdot 1{,}3\cdot\left(\frac{13}{2} - 3{,}47\right)^2 = 4\,516\ \mathrm{cm}^4$$

$$I_{y_0 z_0} = 20\cdot 2{,}0\cdot(-12{,}64)\cdot\left(\frac{20}{2} - 3{,}47\right) + 30\cdot 3{,}0\cdot\left(\frac{30}{2} - 12{,}64\right)\cdot(-3{,}47) +$$
$$+ 13\cdot 1{,}3\cdot(30-12{,}64)\cdot\left(\frac{13}{2} - 3{,}47\right) = -3\,150\ \mathrm{cm}^4$$

POMIJA SIĘ!!!
(TYCZY SIĘ TO WSZYSTKICH ŚCIANEK)



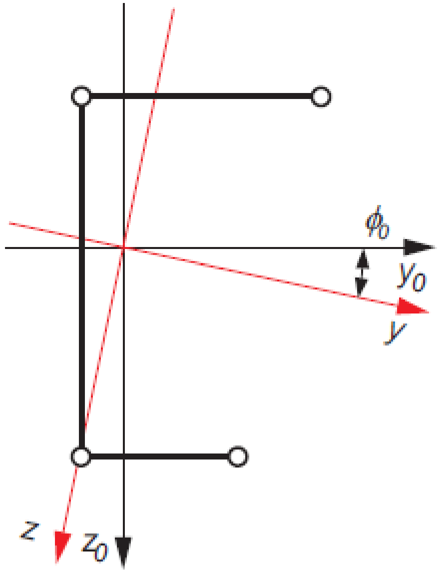


Zadanie nr 5 - krok po kroku

Procedura:

1. Wyznaczyć kąt φ_0 - osie główne centralne.
2. Zaznaczyć osie główne centralne na rysunku.

1.3. Osie główne



$$\mathrm{tg}\,(2\,\varphi_0) = -\frac{2 \cdot (-3150)}{18\,735 - 4\,516} = 0{,}443$$

$$\varphi_0 = 11{,}95^\circ$$

$$\tan(2\varphi_0) = \frac{2 \cdot I_{y0,z0}}{I_{z0} - I_{y0}}$$

Zadanie nr 5 - krok po kroku

Politechnika Wrocławska

WYDZIAŁ BUDOWNICTWA LĄDOWEGO I WODNEGO

Uwagi:

- Do dalszych obliczeń niezbędne będą nam wykresy współrzędnych ścianek y, z *oraz* ω $(wsp.wycinkowa)$. Na tym etapie obliczeniowym wykresy współrzędnych y,z muszą być określone w układzie głównym centralnym, natomiast współrzędna wycinkowa określana jest względem bieguna początkowego i punktu początkowego.

Procedura: - Cz. I (y,z)

1. Odczytać współrzędne ścianek – (początek i koniec ścianki gdyż zmiany są „liniowe") w układzie początkowym (y1,z1).
2. Przenieść wzorem (obliczenia) te współrzędne do układu centralnego.
3. Przenieść wzorem (obliczenia) te współrzędne do układu głównego centralnego.
4. Narysować wykresy współrzędnych cienkościanu dla układu głównego centralnego y,z.

$$y = y_0 \cdot \cos(\varphi_0) + z_0 \cdot \sin(\varphi_0)$$
$$y_0 = y_1 - y_c$$
$$z = (-)y_0 \cdot \sin(\varphi_0) + z_0 \cdot \cos(\varphi_0)$$
$$z_0 = z_1 - z_c$$

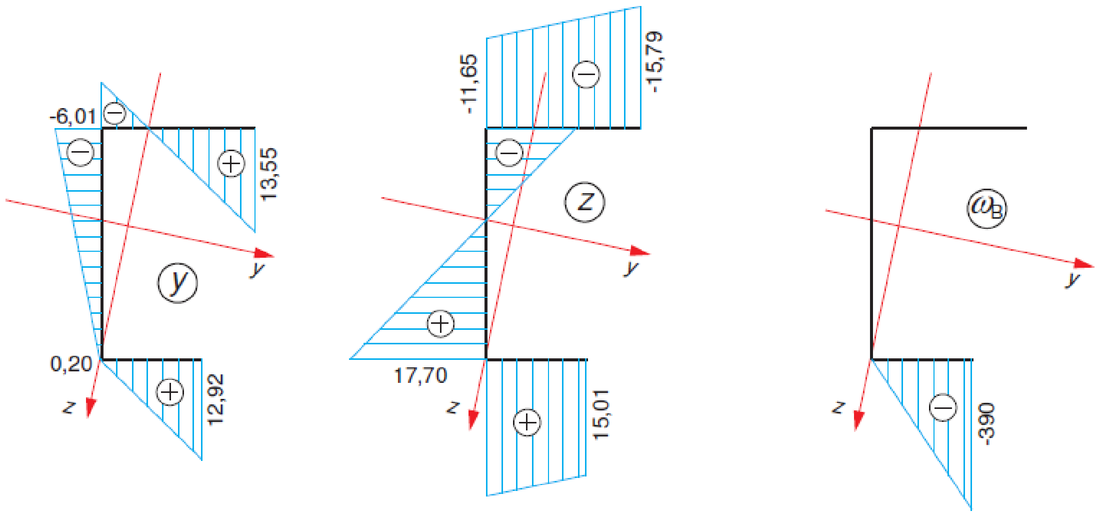
1.4. Wykresy współrzędnych

$$y^{(1)} = (20 - 3{,}47) \cdot \cos(11{,}95°) + (0 - 12{,}64) \cdot \sin(11{,}95°) = 13{,}55\ \mathrm{cm}$$
$$y^{(2)} = (0 - 3{,}47) \cdot \cos(11{,}95°) + (0 - 12{,}64) \cdot \sin(11{,}95°) = -6{,}01\ \mathrm{cm}$$
$$y^{(3)} = (0 - 3{,}47) \cdot \cos(11{,}95°) + (30 - 12{,}64) \cdot \sin(11{,}95°) = 0{,}20\ \mathrm{cm}$$
$$y^{(4)} = (13 - 3{,}47) \cdot \cos(11{,}95°) + (30 - 12{,}64) \cdot \sin(11{,}95°) = 12{,}92\ \mathrm{cm}$$

$$z^{(1)} = -(20 - 3{,}47) \cdot \sin(11{,}95°) + (0 - 12{,}64) \cdot \cos(11{,}95°) = -15{,}79\ \mathrm{cm}$$
$$z^{(2)} = -(0 - 3{,}47) \cdot \sin(11{,}95°) + (0 - 12{,}64) \cdot \cos(11{,}95°) = -11{,}65\ \mathrm{cm}$$
$$z^{(3)} = -(0 - 3{,}47) \cdot \sin(11{,}95°) + (30 - 12{,}64) \cdot \cos(11{,}95°) = 17{,}70\ \mathrm{cm}$$
$$z^{(4)} = -(13 - 3{,}47) \cdot \sin(11{,}95°) + (30 - 12{,}64) \cdot \cos(11{,}95°) = 15{,}01\ \mathrm{cm}$$

Cz. I (y,z)

$$\omega^{(1)} = 0 \qquad \omega^{(2)} = 0 \qquad \omega^{(3)} = 0 \qquad \omega^{(4)} = -30 \cdot 13 = -390\ \mathrm{cm}^2$$



Zadanie nr 5 - krok po kroku

Uwagi:

- *ω (wsp. wycinkowa)* – podwójne zakreślone pole trójkąta. Daną współrzędną oblicza się, jako zmianę kąta wyrażoną poprzez zakreślone pole (pole trójkąta w tych przypadkach).
- Odległość Biegun – Punkt początkowy to ramię (podstawa zakreślanego trójkąta), a przejście punkt początkowy – punkt szukany to wysokość trójkąta.
- Zakreślony kąt dla n- układu y,z znakuje się następująco:

Obrót w lewo – „-”
Obrót w prawo – „+”

Zakreślony kąt definiuje ZNAK WSPÓŁRZĘDNEJ!

Procedura: - Cz. II (ω)

1. Wyznaczyć współrzędne wycinkowe dla całego cienkościanu.
2. Narysować wykres.

Jak wyznacza się współrzędną wycinkową – NASTĘPNY SLAJD

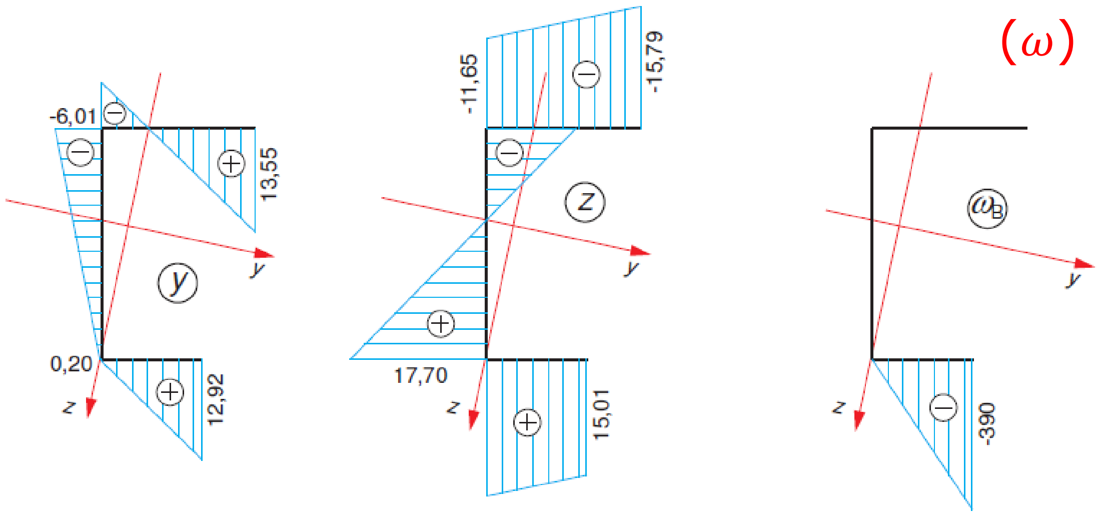
1.4. Wykresy współrzędnych

$$y^{(1)} = (20 - 3{,}47) \cdot \cos(11{,}95^\circ) + (0 - 12{,}64) \cdot \sin(11{,}95^\circ) = 13{,}55 \text{ cm}$$
$$y^{(2)} = (0 - 3{,}47) \cdot \cos(11{,}95^\circ) + (0 - 12{,}64) \cdot \sin(11{,}95^\circ) = -6{,}01 \text{ cm}$$
$$y^{(3)} = (0 - 3{,}47) \cdot \cos(11{,}95^\circ) + (30 - 12{,}64) \cdot \sin(11{,}95^\circ) = 0{,}20 \text{ cm}$$
$$y^{(4)} = (13 - 3{,}47) \cdot \cos(11{,}95^\circ) + (30 - 12{,}64) \cdot \sin(11{,}95^\circ) = 12{,}92 \text{ cm}$$

$$z^{(1)} = -(20 - 3{,}47) \cdot \sin(11{,}95^\circ) + (0 - 12{,}64) \cdot \cos(11{,}95^\circ) = -15{,}79 \text{ cm}$$
$$z^{(2)} = -(0 - 3{,}47) \cdot \sin(11{,}95^\circ) + (0 - 12{,}64) \cdot \cos(11{,}95^\circ) = -11{,}65 \text{ cm}$$
$$z^{(3)} = -(0 - 3{,}47) \cdot \sin(11{,}95^\circ) + (30 - 12{,}64) \cdot \cos(11{,}95^\circ) = 17{,}70 \text{ cm}$$
$$z^{(4)} = -(13 - 3{,}47) \cdot \sin(11{,}95^\circ) + (30 - 12{,}64) \cdot \cos(11{,}95^\circ) = 15{,}01 \text{ cm}$$

$$\omega^{(1)} = 0 \qquad \omega^{(2)} = 0 \qquad \omega^{(3)} = 0 \qquad \omega^{(4)} = -30 \cdot 13 = -390 \text{ cm}^2$$

Cz. II (ω)

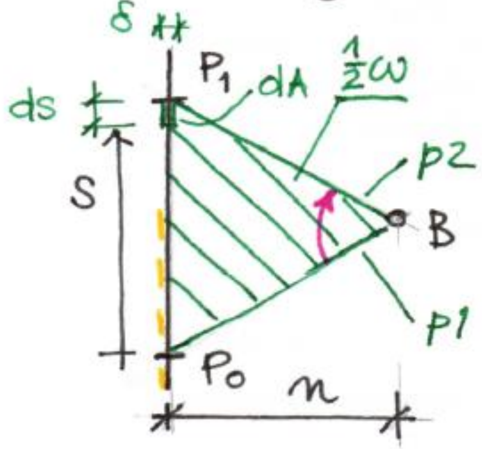


Zadanie nr 5 - krok po kroku

Wyznaczanie współrzędnej biegunowej w punkcie ω

$$\omega_{B\,(P1)} = \cancel{2} \cdot \frac{s \cdot n}{\cancel{2}}$$

Pole wycinkowe (ω)



Rys. 6 $dA = \delta \cdot ds$

P_0 – początek zliczania współrzędnej wycinkowej

B – początkowy biegun wycinkowy (względem niego wyznaczamy współrzędną ω)

p1 – promień wodzący punktu P_0

p2 – promień wodzący punktu P_1

$\frac{1}{2}\omega$ – pole zakreślone przez promień wodzący

↑ – kierunek obrotu promienia wodzącego

Współrzędna ω jest dodatnia jeżeli promień obraca się zgodnie z kierunkiem dodatniego kąta skierowanego.

$\omega_B(P_0) = 0$ (z definicji)

$\omega_B(P_1) = \omega_B(P_0) + \underbrace{\omega}_{s \cdot n}$ ⟵ (podwojone pole zakreślone przez promień wodzący)

Zadanie nr 5 - krok po kroku

Procedura:

1. Wyznaczyć z wzoru trapezów charakterystyki geometryczne w osiach głównych centralnych (momenty bezwładności) korzystając z wykresów współrzędnych.
2. Wyznaczyć ze wzoru K_s - współczynnik potrzebny do naprężeń przy skręcaniu.
3. Wyznaczy momenty dewiacji dla współrzędnej wycinkowej względem osi głównych centralnych y i z (również wykorzystać wykresy współrzędnych i wzór trapezów).

Wzory trapezów i innych – NASTĘPNY SLAJD

Uwagi:

- Wyznaczanie momentów dewiacji dla współrzędnej wycinkowej potrzebne jest do wyznaczenia faktycznego położenia Głównego Bieguna Wycinkowego i wyznaczenia Głównej Współrzędnej Wycinkowej. – analogia jak z wyznaczaniem głównych centralnych momentów bezwładności (wartości max i min).

1.5. Momenty bezwładności

x δ danej ścianki !!!

$$I_y = \frac{20}{6}\left[2\cdot\left((-15{,}79)^2+(-11{,}65)^2\right)+2\cdot(-15{,}79)\cdot(-11{,}65)\right]\cdot 2{,}0 + \frac{30}{6}\left[2\cdot\left((-11{,}65)^2+(17{,}70)^2\right)+2\cdot(-11{,}65)\cdot(17{,}70)\right]\cdot 3{,}0 + \frac{13}{6}\left[2\cdot\left((17{,}70)^2+(15{,}01)^2\right)+2\cdot(17{,}70)\cdot(15{,}01)\right]\cdot 1{,}3 = 19\,402\ \mathrm{cm}^4$$

$$I_z = \frac{20}{6}\left[2\cdot\left((13{,}55)^2+(-6{,}01)^2\right)+2\cdot(13{,}55)\cdot(-6{,}01)\right]\cdot 2{,}0 + \frac{30}{6}\left[2\cdot\left((-6{,}01)^2+(0{,}20)^2\right)+2\cdot(-6{,}01)\cdot(0{,}20)\right]\cdot 3{,}0 + \frac{13}{6}\left[2\cdot\left((0{,}20)^2+(12{,}92)^2\right)+2\cdot(0{,}20)\cdot(12{,}92)\right]\cdot 1{,}3 = 3\,849\ \mathrm{cm}^4$$

$$K_s = \frac{1}{3}\sum_i l_i\delta_i^3 = \frac{1}{3}\left(20\cdot 2{,}0^3+30\cdot 3{,}0^3+13\cdot 1{,}3^3\right) = 332{,}9\ \mathrm{cm}^4$$

$$I_{\omega By} = \frac{13}{6}\left[2\cdot 12{,}92\cdot(-390)+0{,}20\cdot(-390)\right]\cdot 1{,}3 = -28\,594\ \mathrm{cm}^5$$

$$I_{\omega Bz} = \frac{13}{6}\left[2\cdot 15{,}01\cdot(-390)+17{,}70\cdot(-390)\right]\cdot 1{,}3 = -52\,422\ \mathrm{cm}^5$$

Zadanie nr 5 - krok po kroku

Wycinkowe momenty odśrodkowe

$$J_{\omega_B y} = \int_A \omega_B y \, dA = \boxed{\int_S \omega_B y}\, \delta \, ds \longrightarrow$$ i tak samo dla każdej charakterystyki geometrycznej

$$J_{\omega_B z} = \int_A \omega_B z \, dA$$

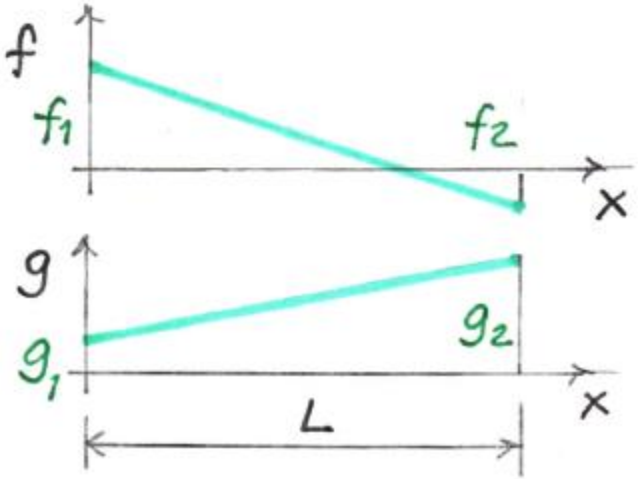
Wzór trapezów

x δ danej ścianki !!!

$$I_y = \frac{20}{6}\left[2 \cdot \left((-15{,}79)^2 + (-11{,}65)^2\right) + 2 \cdot (-15{,}79) \cdot (-11{,}65)\right] \boxed{\cdot 2{,}0+}$$

Wzór trapezów

2. Wzór trapezów



$$\int_L f(x)\, g(x)\, dx = \frac{L}{6}\left[2 \cdot (f_1 g_1 + f_2 g_2) + f_1 g_2 + f_2 g_1\right]$$

Wynik ścisły dla funkcji co najwyżej liniowych.

Zadanie nr 5 - krok po kroku

Procedura:

1. Wyznaczyć z wzoru położenie głównego bieguna wycinkowego.

Uwagi:

- Na początku był Biegun początkowy i punkt początkowy, teraz szukamy głównego bieguna wycinkowego (jego położenia). Z jego pomocą będzie można ustalić główną współrzędną wycinkową i jej zmiany.

(Analogia jak przy głównym centralnym momencie bezwładności, osiach i wartościach ekstremalnych.)

1.6. Główny biegun wycinkowy

$$y^{(A)} = -6{,}01 + \frac{-52\,422}{19\,402} = -6{,}01 - 2{,}70 = -8{,}71\,\mathrm{cm}$$

$$z^{(A)} = -11{,}65 - \frac{-28\,594}{3\,849} = -11{,}65 + 7{,}43 = -4{,}22\,\mathrm{cm}$$

Główny biegun wycinkowy A

$$z_A = z_B + \alpha_z \qquad \alpha_z = -\frac{J_{\omega B y}}{J_z}$$

$$y_A = y_B + \alpha_y \qquad \alpha_y = \frac{J_{\omega B z}}{J_y}$$

J_y, J_z – główne centralne momenty bezwładności

Zadanie nr 5 - krok po kroku

Procedura:

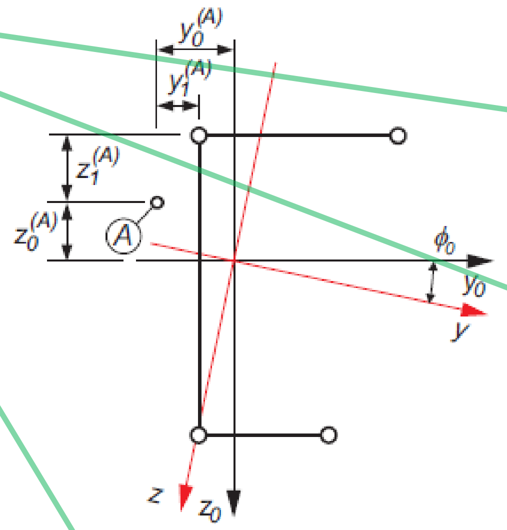
1. Wyznaczyć ze wzorów współrzędne w układzie początkowym y1,z1.
2. Oznaczyć na rysunku odległości i główny biegun wycinkowy.

Uwagi:

- Uzyskane w poprzednim punkcie położenie Głównego Bieguna Wycinkowego znajduje się w układzie osi głównych centralnych!!!!!!!! Aby móc je oznaczyć na rysunku należy przejść z układu głównego centralnego do centralnego a później do początkowego!!!!!!!!

1.7. Główna współrzędna wycinkowa

1.7.1. Współrzędne głównego bieguna wycinkowego w układzie osi środkowych



$$y_0^{(A)} = y^{(A)} \cdot \cos(-\varphi) + z^{(A)} \cdot \sin(-\varphi) =$$
$$= -8{,}71 \cdot \cos(11{,}95^\circ) + (-4{,}22) \cdot \sin(-11{,}95^\circ) =$$
$$= -7{,}651\,\mathrm{cm}$$

$$z_0^{(A)} = -y^{(A)} \cdot \sin(-\varphi) + z^{(A)} \cdot \cos(-\varphi) =$$
$$= -(-8{,}71) \cdot \sin(11{,}95^\circ) + (-4{,}22) \cdot \cos(-11{,}95^\circ) =$$
$$= -5{,}932\,\mathrm{cm}$$

1.7.2. Współrzędne głównego bieguna wycinkowego w układzie osi początkowych

$$y_1^{(A)} = y_0^{(A)} + y_C = -7{,}651 + 3{,}47 = -4{,}181\,\mathrm{cm}$$
$$z_1^{(A)} = z_0^{(A)} + z_C = -5{,}932 + 12{,}64 = 6{,}708\,\mathrm{cm}$$

Politechnika Wrocławska

Zadanie nr 5 - krok po kroku

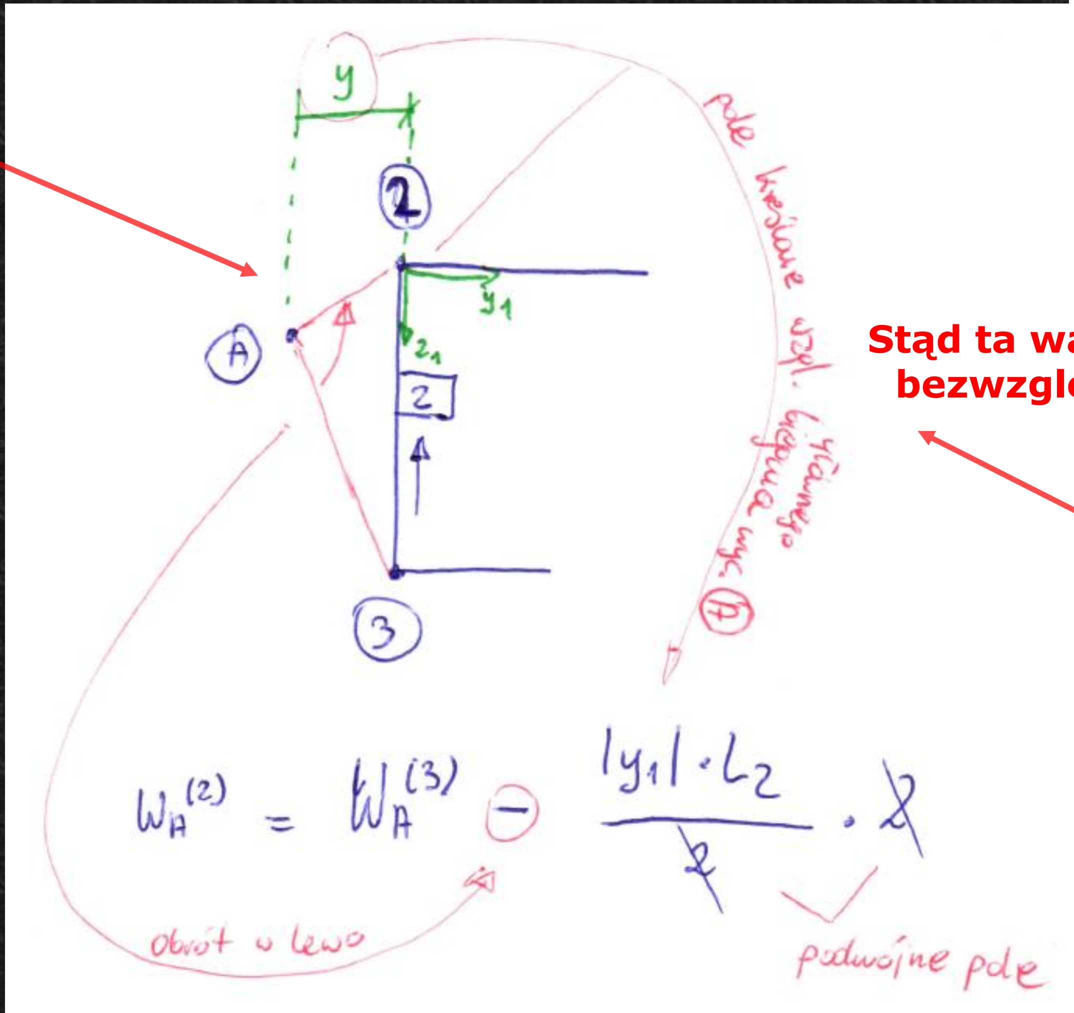
WYDZIAŁ BUDOWNICTWA LĄDOWEGO I WODNEGO

Procedura:

1. Wyznaczyć w początkowym układzie (prościej dobierać odległości) współrzędną wycinkową ω_A dla każdej ścianki.
2. Narysować wykres zmian współrzędnej.

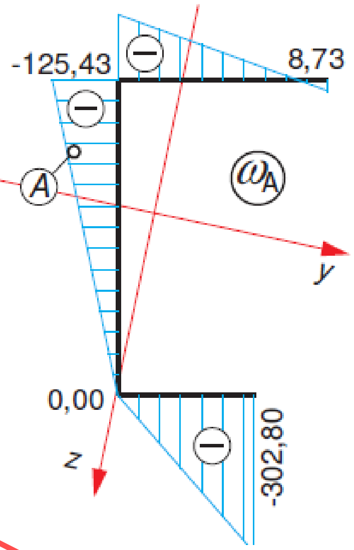
Uwagi:

- Zasady obliczeń analogiczne jak przy punkcie z obliczaniem współrzędnej wycinkowej ω_A. Teraz jest taka różnica, że całe pole zakreślane jest na ramieniu od GŁÓWNEGO BIEGUNA WYCINKOWEGO !



Stąd ta wartość bezwzględna

1.7.3. Współrzędna ω_A



$$\omega_A^{(3)} = 0$$

$$\omega_A^{(2)} = \omega_A^{(3)} - \left|y_1^{(A)}\right| \cdot L_2 = 0 - |-4{,}18| \cdot 30 = = -125{,}43\,\mathrm{cm}^2$$

$$\omega_A^{(1)} = \omega_A^{(2)} + z_1^{(A)} \cdot L_1 = -125{,}43 + 6{,}708 \cdot 20 = = -125{,}43 + 134{,}16 = 8{,}73\,\mathrm{cm}^2$$

$$\omega_A^{(4)} = \omega_A^{(3)} - \left[L_2 - z_1^{(A)}\right] \cdot L_3 = 0 - (30 - 6{,}708) \cdot 13 = = -302{,}80\,\mathrm{cm}^2$$

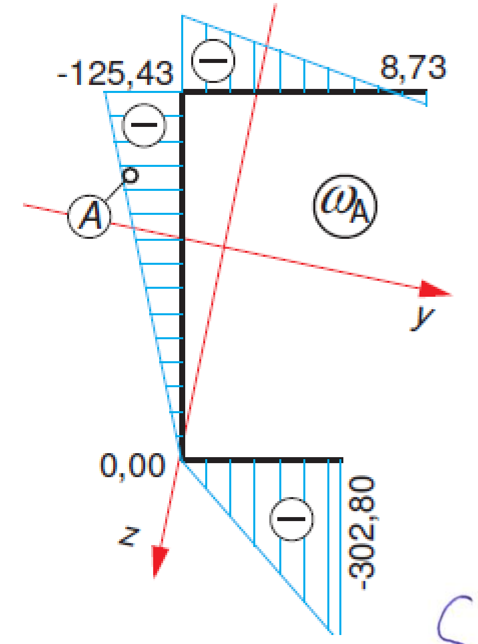
Zadanie nr 5 - krok po kroku

Procedura:

1. Korzystając ze wzoru na moment statyczny współrzędnej wycinkowej A – wyliczyć ją dla całego przekroju.

Uwagi:

- Moment statyczny współrzędnej wycinkowej A jest niezbędny do ustalenia w późniejszym etapie GŁÓWNEJ WSPÓŁRZĘDNEJ WYCINKOWEJ !



1.7.4. Moment statyczny współrzędnej ω_A

$$S_{\omega_A} = \frac{8{,}73 - 125{,}43}{2} \cdot 20 \cdot 2{,}0 + $$

$$+ \frac{-125{,}43 + 0}{2} \cdot 30 \cdot 3{,}0 + \frac{0 - 302{,}80}{2} \cdot 13 \cdot 1{,}3 =$$

$$= -10\,537\,\text{cm}^4$$

$$S_{w_A} = \int_A w_A \cdot dA = \sum_i \delta_i \cdot L_i \cdot w_{A\,śr_i}$$

długość ścianki

(po wszystkich ściankach)

grubość ścianki

średnia arytmetyczna z początkowej i końcowej wartości przedziału

Zadanie nr 5 - krok po kroku

Procedura:

1. Wykorzystując zależność na współrzędną wycinkową A wyznaczyć GŁÓWNĄ WSPÓŁRZĘDNĄ WYCINKOWĄ dla każdej ścianki.
2. „Przeskalować” obliczeniami wykres $\omega_A \rightarrow \omega$.
3. Narysować ostateczne wykresy ω.

Uwagi:

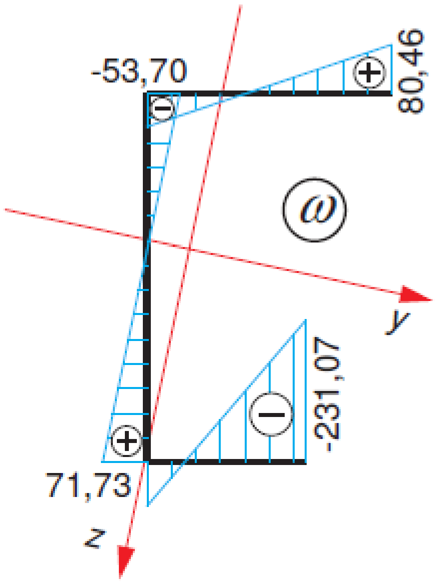
- A – pole całkowite

Główna współrzędna wycinkowa ω

$$\omega = \omega_A + \Delta\omega$$

$$\Delta\omega = -\frac{S_{\omega A}}{A}$$ A – pole powierzchni

1.7.5. Współrzędna ω



$$\Delta\omega = -\frac{S_{\omega A}}{A} = -\frac{-10\,537}{146{,}9} = 71{,}73\,\mathrm{cm}^2$$

$$\omega^{(i)} = \omega_A^{(i)} + \Delta\omega$$

$$\omega^{(1)} = 8{,}73 + 71{,}73 = 80{,}46\,\mathrm{cm}^2$$

$$\omega^{(2)} = -125{,}43 + 71{,}73 = -53{,}70\,\mathrm{cm}^2$$

$$\omega^{(3)} = 0 + 71{,}73 = 71{,}73\,\mathrm{cm}^2$$

$$\omega^{(4)} = -302{,}80 + 71{,}73 = -231{,}07\,\mathrm{cm}^2$$

Zadanie nr 5 - krok po kroku

Procedura:

1. Ze znanej zależności (wzór trapezów x grubość ścianki) wyznaczyć główny wycinkowy moment bezwładności. (SLAJD 18)
2. Wyznaczyć mając wszystkie dane współczynnik giętno-skrętny α.

Uwagi:

- współczynnik giętno-skrętny α potrzebny jest do wyznaczenia naprężeń przy skręcaniu !

1.8. Główny wycinkowy moment bezwładności

$$\begin{aligned} I_\omega = & \frac{20}{6}\left[2\cdot\left(80{,}46^2+(-53{,}70)^2\right)+2\cdot 80{,}46\cdot(-53{,}70)\right]\cdot 2{,}0+ \\ & +\frac{30}{6}\left[2\cdot\left((-53{,}70)^2+71{,}73^2\right)+2\cdot(-53{,}70)\cdot 71{,}73\right]\cdot 3{,}0+ \\ & +\frac{13}{6}\left[2\cdot\left(71{,}73^2+(-231{,}07)^2\right)+2\cdot 71{,}73\cdot(-231{,}07)\right]\cdot 1{,}3 = 428\,855\ \mathrm{cm}^6 \end{aligned}$$

1.9. Współczynnik giętno-skrętny

$$\alpha = \sqrt{\frac{GK_s}{EI_\omega}} = \sqrt{0{,}4\cdot\frac{332{,}9}{428\,855}} = 0{,}01761\,\frac{1}{\mathrm{cm}} = 1{,}761\,\frac{1}{\mathrm{m}}$$

Zadanie nr 5 - krok po kroku

Politechnika Wrocławska

WYDZIAŁ BUDOWNICTWA LĄDOWEGO I WODNEGO

Procedura:

1. Korzystając z wykresów współrzędnych dla osi głównych centralnych (y,z) oraz głównej współrzędnej wycinkowej ustalić położenie szukanego punktu C z odległości względnej – ustalić współrzędne punktu C.
2. Obliczyć moment statyczny odciętej części przekroju (y, z, ω)

Uwagi:

- To co jest wyznaczane w rzeczywistości nie jest na wykresie tylko wzdłuż osi głównych centralnych.
- Idziemy po strzałkach, które mają zgodny zwrot ścieżki! (każdy ma taki przypadek)

1.10. Momenty statyczne odciętej części przekroju w punkcie C

$$y_{(\text{odcinek }2;\,\xi=0{,}3)} = 0{,}20 + 0{,}3 \cdot (-6{,}01 - 0{,}20) = -1{,}66\,\text{cm}$$

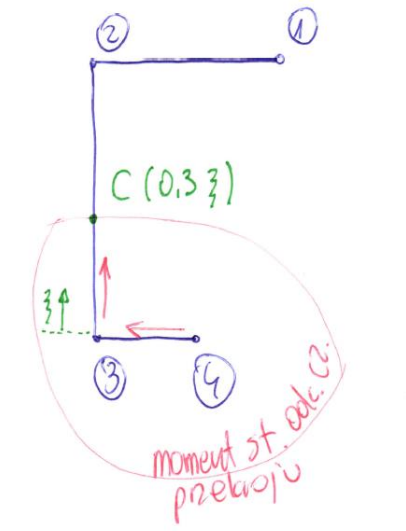
$$z_{(\text{odcinek }2;\,\xi=0{,}3)} = 17{,}70 + 0{,}3 \cdot (-11{,}65 - 17{,}70) = 8{,}90\,\text{cm}$$

$$\omega_{(\text{odcinek }2;\,\xi=0{,}3)} = 71{,}73 + 0{,}3 \cdot (-53{,}70 - 71{,}73) = 34{,}10\,\text{cm}^2$$

$$\bar{S}_y(C) = \frac{15{,}01 + 17{,}70}{2} \cdot 13 \cdot 1{,}3 + \frac{17{,}70 + 8{,}90}{2} \cdot 30 \cdot 0{,}3 \cdot 3{,}0 = 635{,}50\,\text{cm}^3$$

$$\bar{S}_z(C) = \frac{12{,}92 + 0{,}20}{2} \cdot 13 \cdot 1{,}3 + \frac{0{,}20 - 1{,}66}{2} \cdot 30 \cdot 0{,}3 \cdot 3{,}0 = 91{,}15\,\text{cm}^3$$

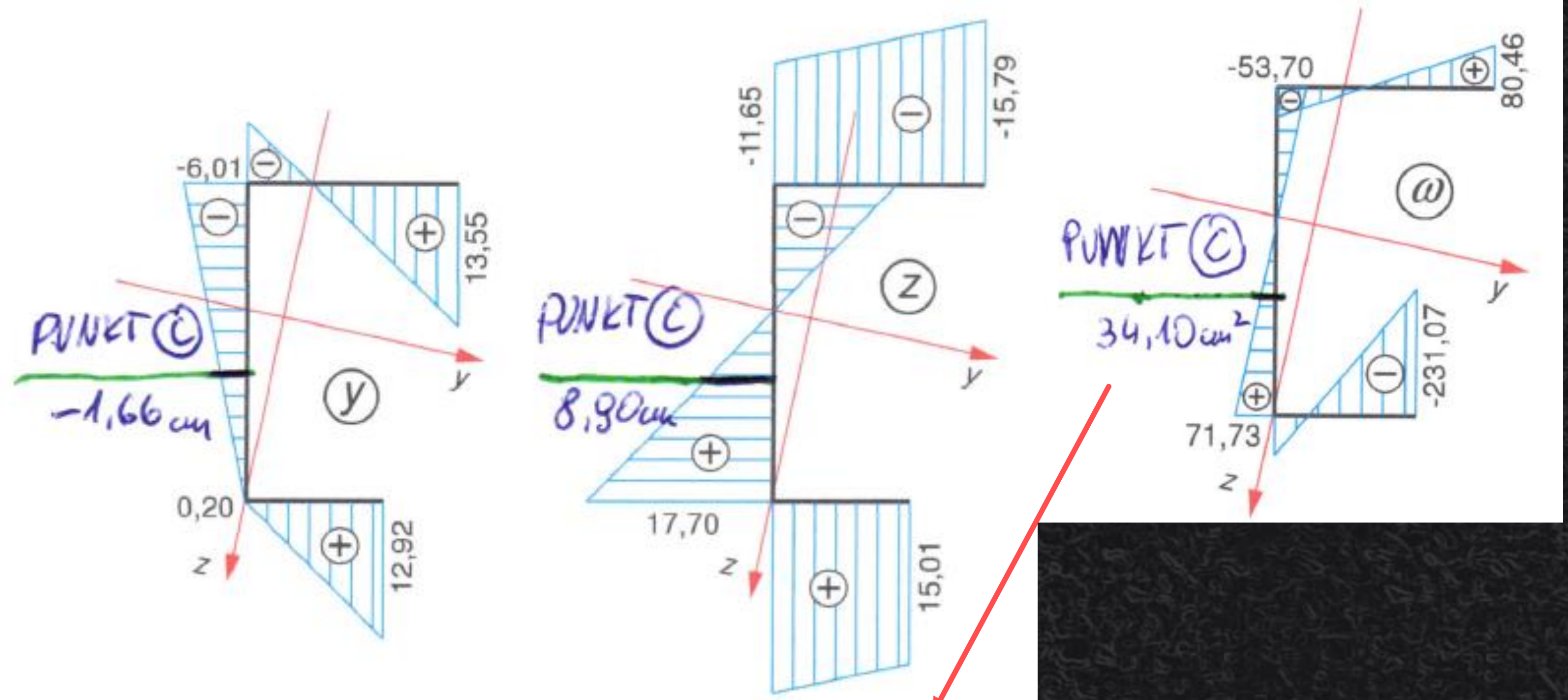
$$\bar{S}_\omega(C) = \frac{-231{,}07 + 71{,}73}{2} \cdot 13 \cdot 1{,}3 + \frac{71{,}73 + 34{,}10}{2} \cdot 30 \cdot 0{,}3 \cdot 3{,}0 = 82{,}28\,\text{cm}^4$$

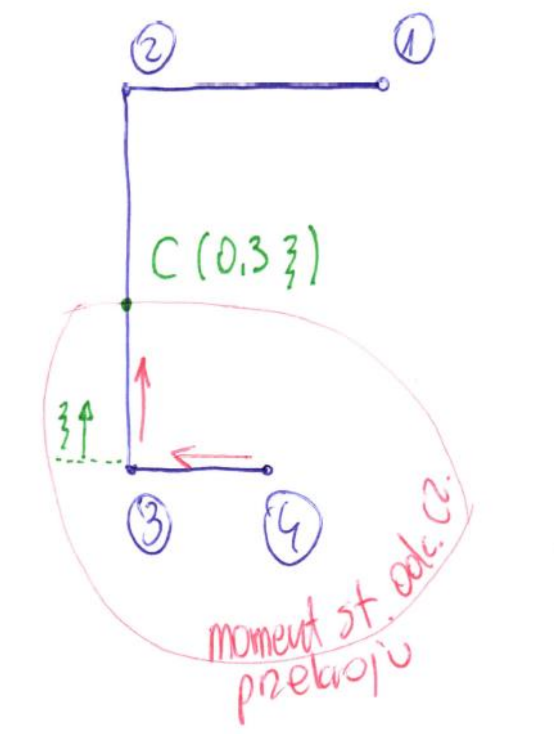


Politechnika Wrocławska

Zadanie nr 5 - krok po kroku

WYDZIAŁ BUDOWNICTWA LĄDOWEGO I WODNEGO





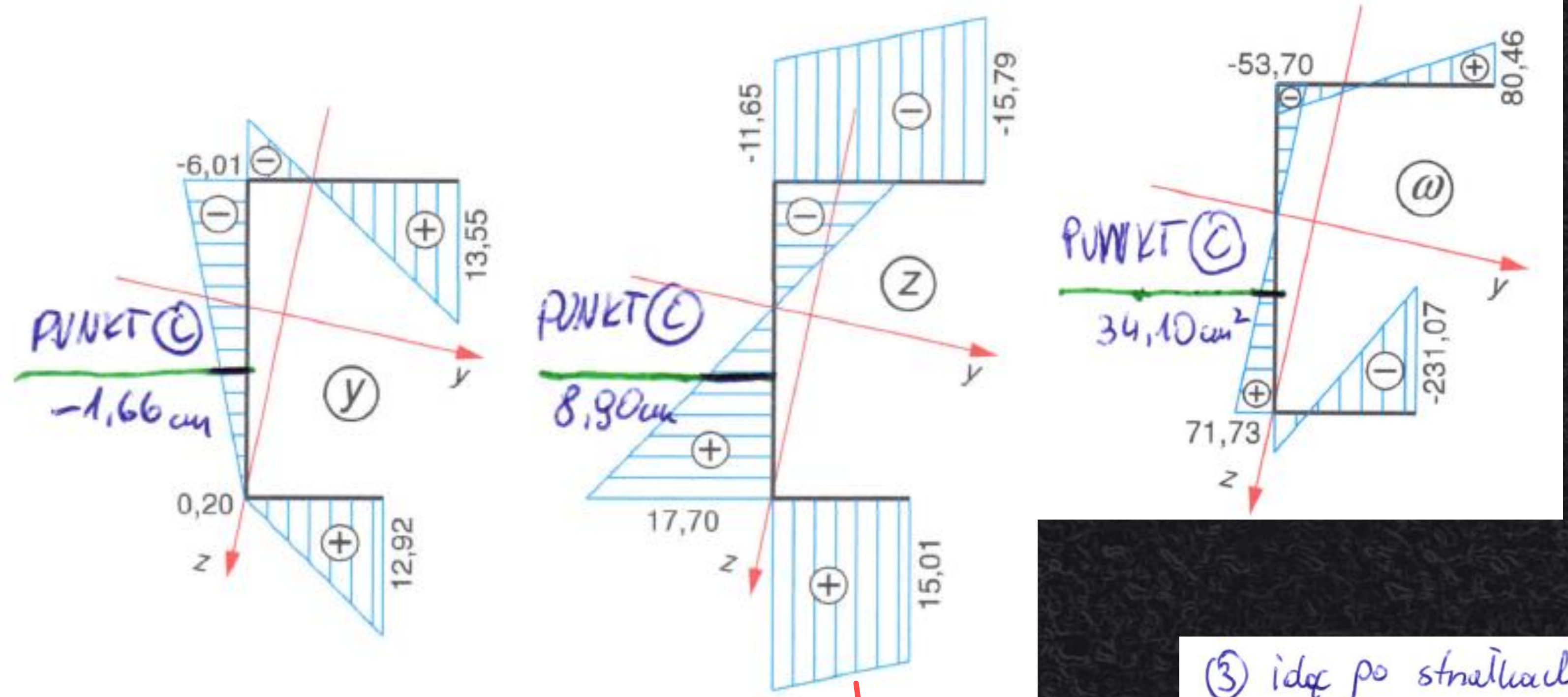
1.10. Momenty statyczne odciętej części przekroju w punkcie C

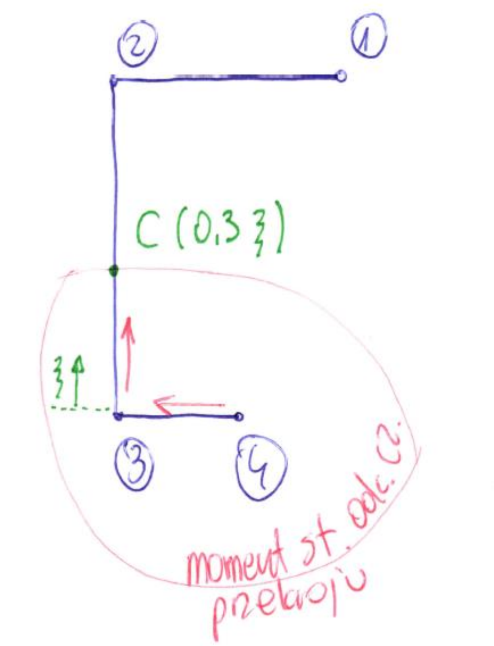
$$y_{(\text{odcinek 2; } \xi=0,3)} = 0,20 + 0,3 \cdot (-6,01 - 0,20) = -1,66\,\text{cm}$$
$$z_{(\text{odcinek 2; } \xi=0,3)} = 17,70 + 0,3 \cdot (-11,65 - 17,70) = 8,90\,\text{cm}$$
$$\omega_{(\text{odcinek 2; } \xi=0,3)} = 71,73 + 0,3 \cdot (-53,70 - 71,73) = 34,10\,\text{cm}^2$$

$$\bar{S}_y(C) = \frac{15,01 + 17,70}{2} \cdot 13 \cdot 1,3 + \frac{17,70 + 8,90}{2} \cdot 30 \cdot 0,3 \cdot 3,0 = 635,50\,\text{cm}^3$$
$$\bar{S}_z(C) = \frac{12,92 + 0,20}{2} \cdot 13 \cdot 1,3 + \frac{0,20 - 1,66}{2} \cdot 30 \cdot 0,3 \cdot 3,0 = 91,15\,\text{cm}^3$$
$$\bar{S}_\omega(C) = \frac{-231,07 + 71,73}{2} \cdot 13 \cdot 1,3 + \frac{71,73 + 34,10}{2} \cdot 30 \cdot 0,3 \cdot 3,0 = 82,28\,\text{cm}^4$$

(1) na odpowiedniej ściance wyznaczyć położenie pkt (C) (z ξ)
(2) odczytać ze sporządzonych wykresów wartości (współrzędne) w pkt (C) - interpolacja na przedziale

Zadanie nr 5 - krok po kroku





③ idąc po strzałkach (na ściankach - dane temat) obliczyć moment statyczny odciętej cz. przekroju. Podobnie jak w pkt. 1.7.4

np. $\bar{S}_y(C) = \sum_i y_{śr_i} \cdot \delta_i \cdot L_i + y_{śr_{i\to C}} \cdot \delta_{i \to C} \cdot L_{i\to C}$

do punktu C

i – pełnych ścianek

1.10. Momenty statyczne odciętej części przekroju w punkcie C

$$y_{(\text{odcinek } 2;\, \xi=0,3)} = 0,20 + 0,3 \cdot (-6,01 - 0,20) = -1,66\,\text{cm}$$

$$z_{(\text{odcinek } 2;\, \xi=0,3)} = 17,70 + 0,3 \cdot (-11,65 - 17,70) = 8,90\,\text{cm}$$

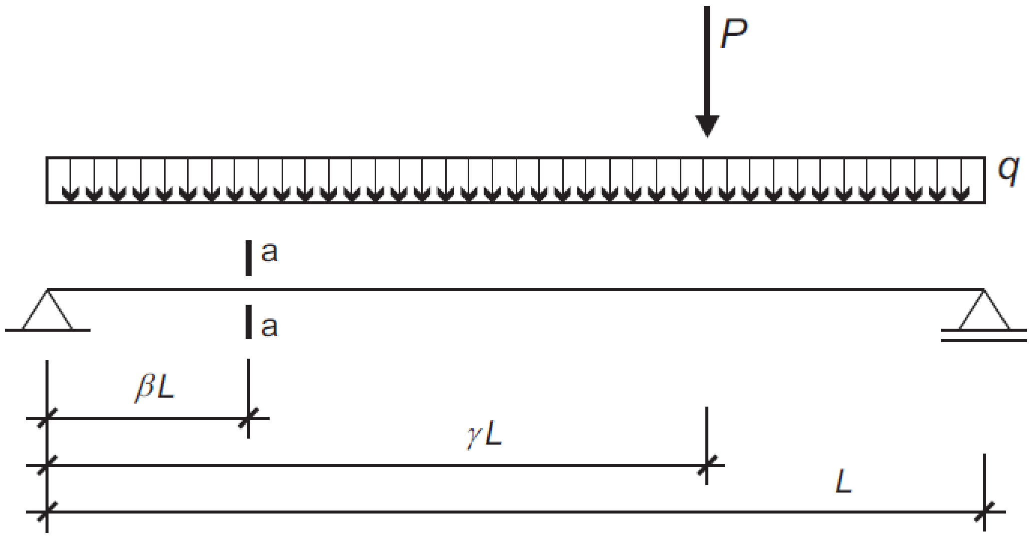
$$\omega_{(\text{odcinek } 2;\, \xi=0,3)} = 71,73 + 0,3 \cdot (-53,70 - 71,73) = 34,10\,\text{cm}^2$$

$$\bar{S}_y(C) = \frac{15,01 + 17,70}{2} \cdot 13 \cdot 1,3 + \frac{17,70 + 8,90}{2} \cdot 30 \cdot 0,3 \cdot 3,0 = 635,50\,\text{cm}^3$$

$$\bar{S}_z(C) = \frac{12,92 + 0,20}{2} \cdot 13 \cdot 1,3 + \frac{0,20 - 1,66}{2} \cdot 30 \cdot 0,3 \cdot 3,0 = 91,15\,\text{cm}^3$$

$$\bar{S}_\omega(C) = \frac{-231,07 + 71,73}{2} \cdot 13 \cdot 1,3 + \frac{71,73 + 34,10}{2} \cdot 30 \cdot 0,3 \cdot 3,0 = 82,28\,\text{cm}^4$$

Zadanie nr 5 - krok po kroku



schemat statyczny – 1

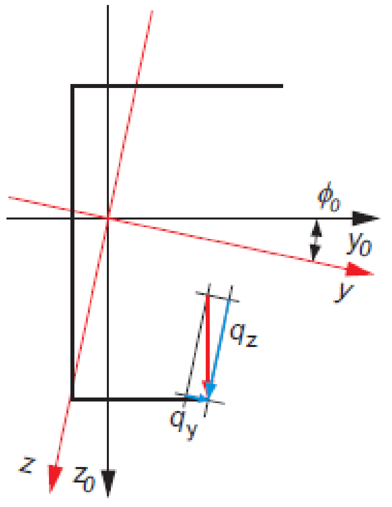
$L = 5\,\mathrm{m}$

przekrój a-a – $\beta = 0{,}35$

$\frac{G}{E} = 0{,}4$

2. Siły wewnętrzne

2.1. Obciążenie belki



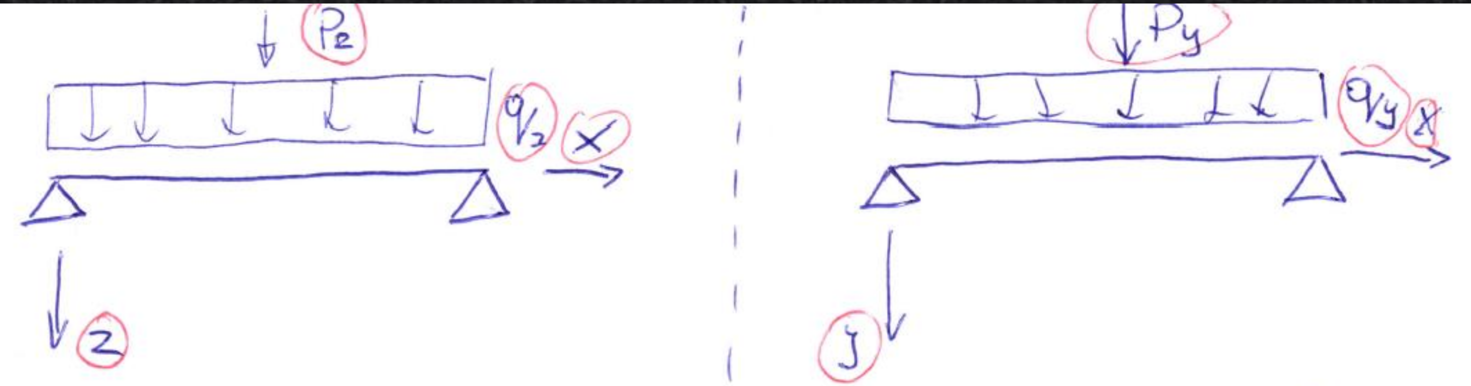
Procedura:

1. Rozwiązać analitycznie belkę – wyznaczyć reakcje. Rozpisać.
2. Wyznaczyć siły przekrojowe w **odpowiednich płaszczyznach!!!!**
3. Narysować wykresy.

Uwagi:

- W zadaniu może trafić się albo wspornik albo belka swobodnie podparta!
- Każdy ma tylko jeden rodzaj siły umieszczony w odpowiedniej płaszczyźnie.
- **Wzory transformacyjne (następny slajd) pozwolą obliczyć siły przekrojowe w układzie głównym centralnym!!!!!!!!!!**

Zadanie nr 5 - krok po kroku



q lub P podane w zadaniu znajduje się w położeniu osi centralnych. Potrzebujemy wykresów belki i wartości w przekroju dla osi głównych centralnych!!!

$\boxed{q = q_{z0}}$

$q_y = q \cdot \sin(\varphi_0)$

$q_z = q \cdot \cos(\varphi_0)$

Alternatywą jest siła skupiona P_{z0}

$\boxed{q = q_{y0}}$

$q_y = q \cdot \cos \varphi_0$

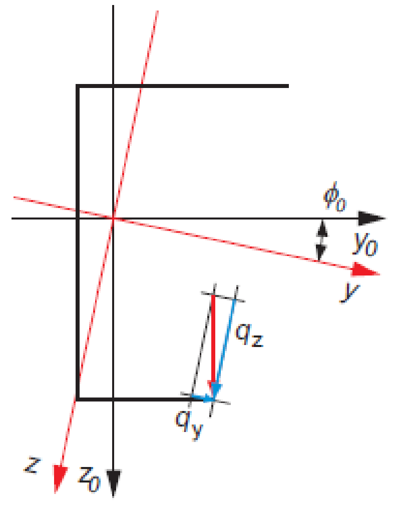
$q_z = q \cdot \sin(\varphi_0) \cdot (-1)$

Alternatywę jest siła skupiona P_{y0}

ZATEM U KAŻDEJ OSOBY BĘDZIE ZGINANIE UKOŚNE

2. Siły wewnętrzne

2.1. Obciążenie belki



Procedura:

1. Rozwiązać analitycznie belkę – wyznaczyć reakcje. Rozpisać.
2. Wyznaczyć siły przekrojowe w **odpowiednich płaszczyznach!!!!**
3. Narysować wykresy.

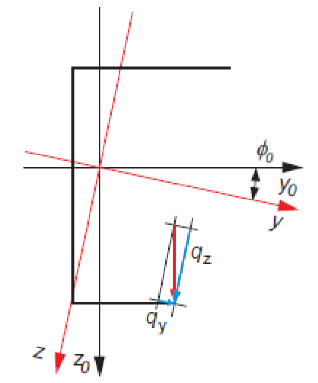
Zadanie nr 5 - krok po kroku

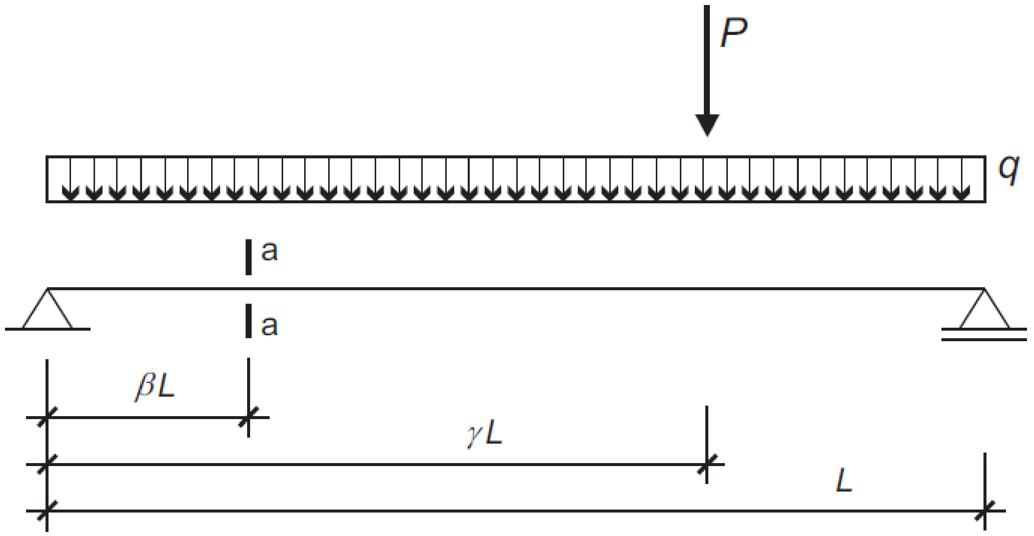
ZATEM U KAŻDEJ OSOBY BĘDZIE ZGINANIE UKOŚNE

0. przeliczyć obciążenie na układ główny centralny
1. wyliczyć belkę x2 (w dwóch płaszczyznach)
2. Narysować wykres sił przekrojowych &
3. Wyznaczyć wartości sił przekrojowych w przekroju A-A

2. Siły wewnętrzne

2.1. Obciążenie belki





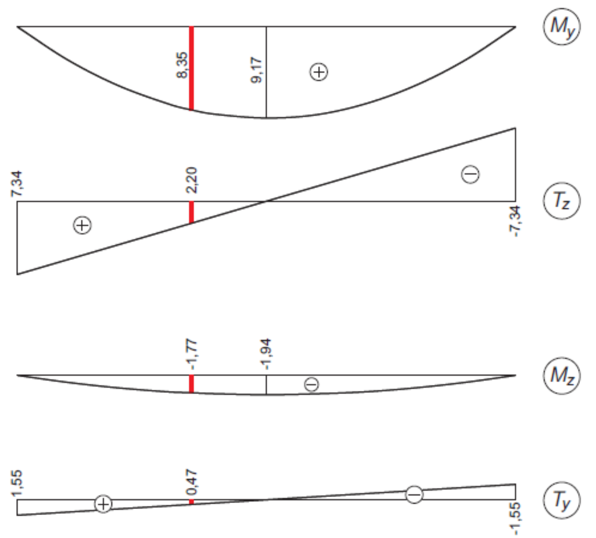
schemat statyczny – 1

$L = 5\,\mathrm{m}$

przekrój a-a – $\beta = 0{,}35$

$\dfrac{G}{E} = 0{,}4$

2.2. Siły pochodzące od zginania: siły tnące i momenty zginające

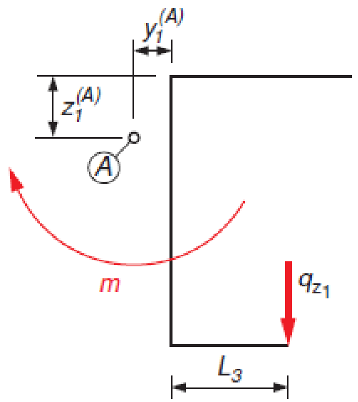


Zadanie nr 5 - krok po kroku

Procedura:

1. Wyznaczyć odległość w linii prostej (siła do ramienia) obciążenia zginającego do położenia GŁÓWNEGO BIEGUNA WYCINKOWEGO.
2. Znając odległość wyznaczyć obciążenie skręcające cienkościanu.

2.3. Obciążenie pręta skręcanego



$$m = q \cdot \left[\left| y_1^{(A)} \right| + L_3 \right] =$$

$$= 3 \cdot (4{,}181 + 13{,}0) \cdot 10^{-2} = 0{,}5145 \, \frac{\mathrm{kNm}}{\mathrm{m}}$$

m – rozłożone obciążenie skręcające wymuszony obciążeniem „zginającym" (niestateczność przekroju).

Uwagi:

- W zadaniu mogą wystąpić dwa rodzaje obciążeń skręcających – rozłożone (m) i skupione (M) wywołanych obciążeniem zginającym (generują go efekty cienkościenne – podatność przekroju na skręcanie przy zginaniu).
- obciążenie skręcające wyznacza się względem GŁÓWNEGO BIEGUNA WYCINKOWEGO. Dodatnie wartości obciążenia skręcającego kręcą w „PRAWO„ względem tego bieguna – zgodnie ze zwrotem osi x.

Zadanie nr 5 - krok po kroku

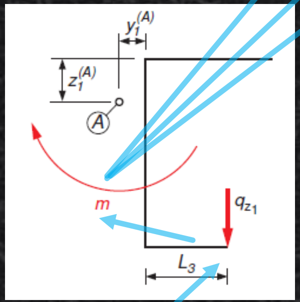
Procedura:

1. Znając wartość obciążenia skręcającego wywołanego zginaniem korzystając z odpowiednich wzorów zamieszczonych do zad. 5 na stronie ZWM wyznaczyć siły przekrojowe – Moment wycinkowy M_ω, Bi-Moment B i Moment Skręcający M_s w:

   - Szukanym przekroju.
   - Środku rozpiętości belki.
   - Na początku i końcu belki.

2. Narysować wykresy sił przekrojowych.

M_ω i B to te dwie extra siły przekrojowe.



Uwagi:

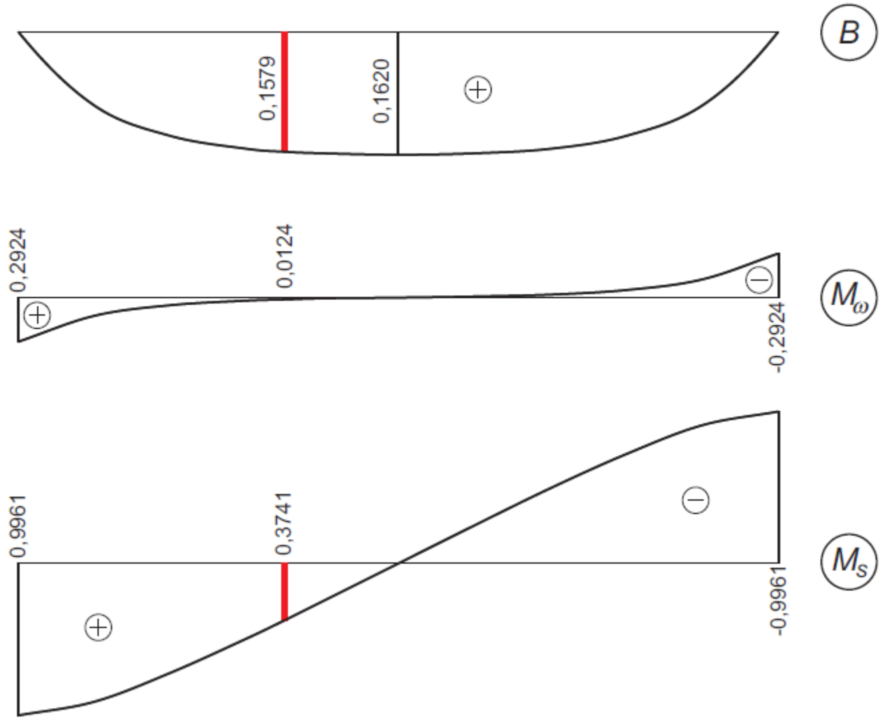
- Jeżeli w zadaniu przyłożona jest siła skupiona w belce, wtedy obowiązują wzory na skupiony moment skręcający. Jeżeli przyłożone jest obciążenie rozłożone – wzory na rozłożony moment skręcający.

2.4. Siły pochodzące od skręcania pręta cienkościennego: B, M_ω, M_s

$$M_S = \frac{m}{\alpha}\left[\alpha\cdot\left(\frac{l}{2}-x\right) - \frac{\sinh\left(\alpha\left(\frac{l}{2}-x\right)\right)}{\cosh\frac{\alpha l}{2}}\right]$$

$$B = \frac{m}{\alpha^2}\left[1 - \frac{\cosh\left(\alpha\left(\frac{l}{2}-x\right)\right)}{\cosh\frac{\alpha l}{2}}\right]$$

$$M_\omega = \frac{m}{\alpha}\cdot\frac{\sinh\left(\alpha\left(\frac{l}{2}-x\right)\right)}{\cosh\frac{\alpha l}{2}}$$



Zadanie nr 5 - krok po kroku

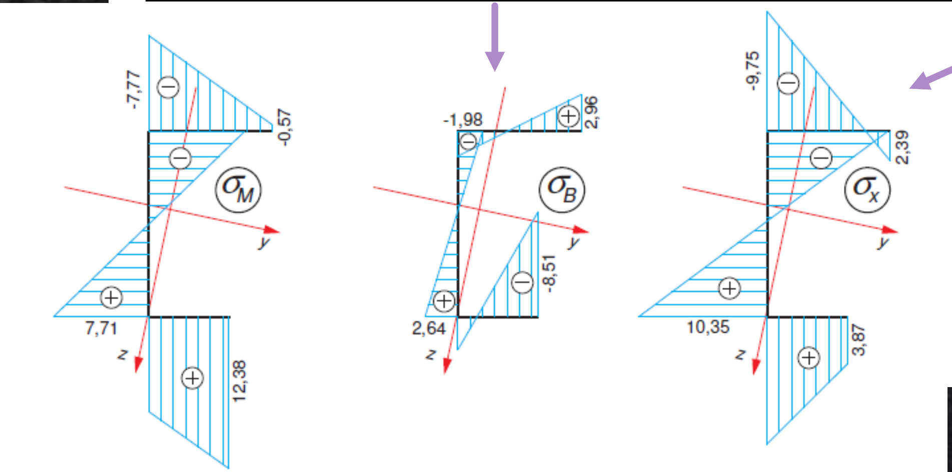
Procedura:

1. Znając wzór na naprężenia normalne w układzie głównym centralnym (cienkościan), korzystając z wyznaczonych wartości sił i charakterystyk wyliczyć dla przekroju A-A w belce w zadanych miejscach cienkościanu wartości naprężeń normalnych.
2. Sporządzić wykres naprężeń: zginania, Bi-momentu i wypadkowe (suma).

Uwagi:

- Sporządzić tabelkę z odpowiednimi współrzędnymi i wartościami naprężeń.

punkt	$y^{(i)}$	$z^{(i)}$	$\omega^{(i)}$	$\sigma_M^{(i)}$	$\sigma_\omega^{(i)}$	$\sigma_x^{(i)}$
(1)	13,55	-15,79	80,46	-0,57	2,96	2,39
(2)	-6,01	-11,65	-53,70	-7,77	-1,98	-9,75
(3)	0,20	17,70	71,73	7,71	2,64	10,35
(4)	12,92	15,01	-231,07	12,38	-8,51	3,87



3. Naprężenia

3.1. Naprężenia normalne w przekroju a–a

$$\sigma_x^{(i)} = \underbrace{\frac{M_y}{I_y}\cdot z^{(i)} - \frac{M_z}{I_z}\cdot y^{(i)}}_{\sigma_M} + \underbrace{\frac{B}{I_\omega}\cdot \omega^{(i)}}_{\sigma_\omega}$$

$$\sigma_x^{(1)} = \frac{8{,}35\cdot 10^{-3}}{19\,402\cdot 10^{-8}}\cdot(-15{,}79)\cdot 10^{-2} - \frac{-1{,}77\cdot 10^{-3}}{3\,849\cdot 10^{-8}}\cdot(13{,}55)\cdot 10^{-2} + \frac{0{,}1579\cdot 10^{-3}}{428\,855\cdot 10^{-12}}\cdot(80{,}46)\cdot 10^{-4} = -0{,}57 + 2{,}96 = 2{,}39\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_x^{(2)} = \frac{8{,}35\cdot 10^{-3}}{19\,402\cdot 10^{-8}}\cdot(-11{,}65)\cdot 10^{-2} - \frac{-1{,}77\cdot 10^{-3}}{3\,849\cdot 10^{-8}}\cdot(-6{,}01)\cdot 10^{-2} + \frac{0{,}1579\cdot 10^{-3}}{428\,855\cdot 10^{-12}}\cdot(-53{,}70)\cdot 10^{-4} = -7{,}77 - 1{,}98 = -9{,}75\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_x^{(3)} = \frac{8{,}35\cdot 10^{-3}}{19\,402\cdot 10^{-8}}\cdot(17{,}70)\cdot 10^{-2} - \frac{-1{,}77\cdot 10^{-3}}{3\,849\cdot 10^{-8}}\cdot(0{,}20)\cdot 10^{-2} + \frac{0{,}1579\cdot 10^{-3}}{428\,855\cdot 10^{-12}}\cdot(71{,}73)\cdot 10^{-4} = 7{,}71 + 2{,}64 = 10{,}35\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_x^{(4)} = \frac{8{,}35\cdot 10^{-3}}{19\,401\cdot 10^{-8}}\cdot(15{,}01)\cdot 10^{-2} - \frac{-1{,}77\cdot 10^{-3}}{3\,849\cdot 10^{-8}}\cdot(12{,}92)\cdot 10^{-2} + \frac{0{,}1579\cdot 10^{-3}}{428\,854\cdot 10^{-12}}\cdot(-231{,}07)\cdot 10^{-4} = 12{,}38 - 8{,}51 = 3{,}87\ \mathrm{MPa}$$

Politechnika Wrocławska

Zadanie nr 5 - krok po kroku

WYDZIAŁ BUDOWNICTWA LĄDOWEGO I WODNEGO

Procedura:

1. Znając wzór na naprężenia styczne w układzie głównym centralnym (cienkościan), korzystając z wyznaczonych wartości sił i charakterystyk wyliczyć dla przekroju A-A w belce i punkcie C w wartości naprężeń stycznych – skręcających i od ef. cienkościennych.
2. Sporządzić wykres naprężeń: skręcających, ef. cienkościennych i wypadkowe (suma).

Uwagi:

- ZNAKOWANIE:

τ_s - „+" wartość dodatnia zgodnie z zasadami normalnej.
$\tau_{M+\omega}$ - „+" wartość dodatnia są przeciwne do kierunku zliczania (strzałki).

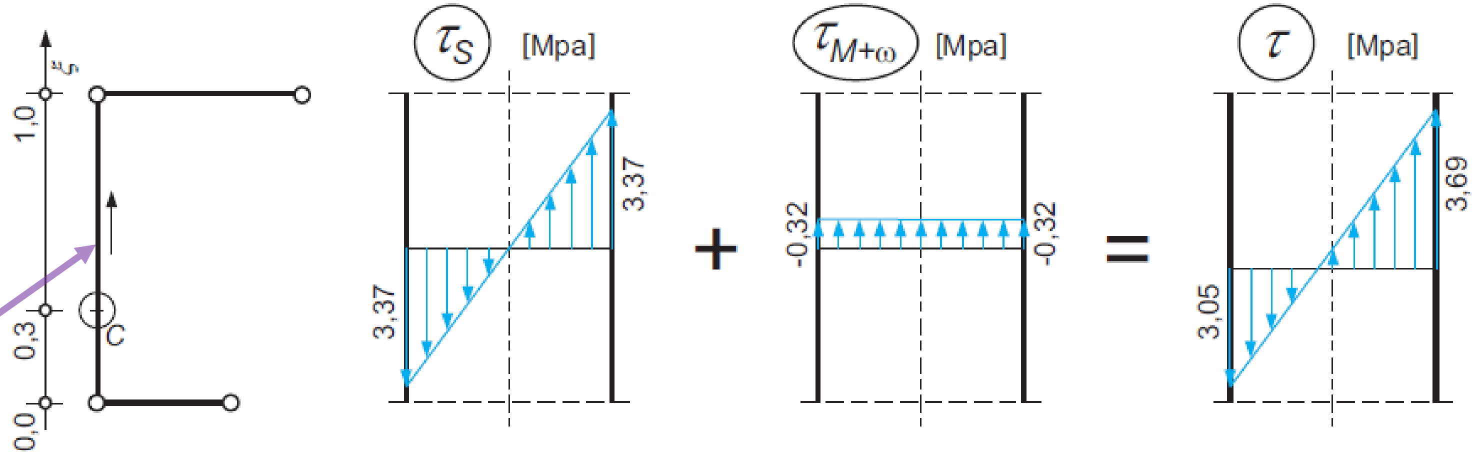
3.2. Naprężenia styczne w punkcie C

$$\tau_S = \frac{M_S}{K_S}\cdot\delta = \frac{0{,}3741}{332{,}9\cdot 10^{-8}}\cdot 0{,}03 = 3\,371\,\text{kPa} = 3{,}37\,\text{MPa}$$

$$\tau_{M+\omega} = -\left[\frac{T_z\cdot\bar{S}_y}{I_y\cdot\delta} + \frac{T_y\cdot\bar{S}_z}{I_z\cdot\delta} + \frac{M_\omega\cdot\bar{S}_\omega}{I_\omega\cdot\delta}\right] =$$

$$= -\left[\frac{2{,}20\cdot 635{,}50\cdot 10^{-6}}{19\,402\cdot 10^{-8}\cdot 0{,}03} + \frac{0{,}47\cdot 91{,}15\cdot 10^{-6}}{3\,849\cdot 10^{-8}\cdot 0{,}03} + \frac{0{,}0124\cdot 82{,}28\cdot 10^{-8}}{428\,855\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}03}\right] =$$

$$= -[284{,}1 + 34{,}7 + 0{,}8] = -319{,}6\,\text{kPa} = -0{,}32\,\text{MPa}$$



UPRAGNIONY KONIEC TEGO ZADANIA….. UFFFF…

☺