DEEE725 Speech Signal Processing Lab

Lab 05 probabilistic noise suppression methods

개요: fixed threshold로 잡음구간 (non-speech period)를 추정하면
① 입력 gain에 영향받는다.
② noise의 상대적인 크기 (SNR)의 변화에 대처하지 못한다.
③ 음성구간으로 잘못 추정하면 음성도 차감될 수 있다.

입력 신호에 따라 유연하게 대처하기 위해서 (e.g. adaptive thresholding)
확률 모델을 사용하는 방법을 연습한다.

* 이번 Lab부터는 VAD (voice activity detection)을 주로 수행한다.
- EPD (end point detection): 음성구간의 시작과 끝을 추정
- VAD: 음성의 유무 (active/deactive)를 주로 frame별로 (주로 10ms 단위) 결정한다. 0/1의 hard decision, $p(\text{voice}/y(t))$의 soft decision이 가능하며 확률 모델을 사용한 경우 hard decision은 soft decision을 thresholding 하여 얻을 수 있다.
- $p(\text{voice} \mid y(t))$: posterior voicing probability of $y(t)$ being observed
  $y(t)$가 관측되었을 때 후험 확률
- EPD는 VAD 결과를 후처리 (post processing)하여 얻을 수 있다.
  thresholding, median filtering, 구간 길이 검증

I. noise spectrum estimation and suppression by probabilistic VAD

a. 적절한 확률모델로 voicing probability $P(V \mid \mathbf{y})$ 구함.

b. 각 frame별로 noise 확률 계산, $1 - P(V \mid \mathbf{y}_k)$, $\mathbf{y}_k = \underbrace{[y_{k1} \dots y_{kN}]}_{\text{frame } k}$

c. (hard decision)

$$1 - P(V \mid \mathbf{y}_k) \begin{cases} \geq \theta_{noise} \rightarrow I(k) = 1 \\ < \theta_{noise} \rightarrow I(k) = 0 \end{cases} \quad k = 1 \dots \underset{\#\text{frames}}{K}$$

$$|\tilde{N}(\omega)|^2 = E[|N(\omega)|^2] = \frac{\sum_{k=1}^{K} I(k)\, |Y(k,\omega)|^2}{\sum_{k=1}^{K} I(k)}$$

d. (soft decision) MAP estimation (maximum a posteriori estimation)
noise spectrum은 posterior probability로 weighted summation

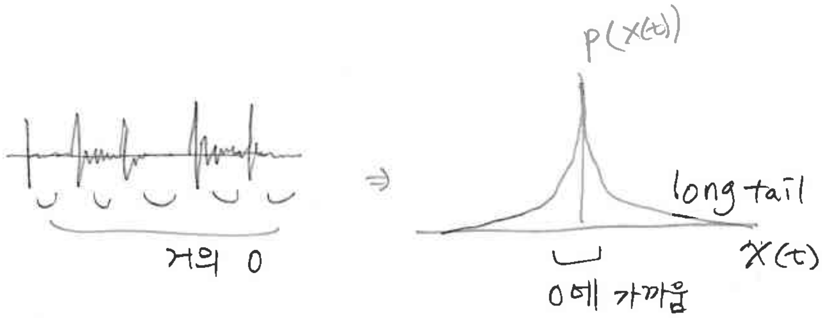
$$|\tilde{N}(\omega)|^2 = \frac{\sum_{k=1}^{K} P(\text{noise} \mid \mathbf{y}_k)\, |Y(k,\omega)|^2}{\sum_{k=1}^{K} P(\text{noise} \mid \mathbf{y}_k)}, \quad P(\text{noise} \mid \mathbf{y}_k) = 1 - P(\text{voice} \mid \mathbf{y}_k)$$

e. lab04의 time-domain FIR Wiener filtering 이용

Ⅱ. time-domain VAD

a. 음성신호의 분포는 0이 많은 sparse distribution

Laplacian distribution을 따른다고 알려져 있다. (exponential decay)



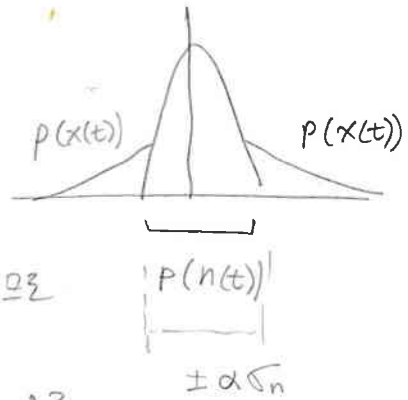
$$p(x(t)) \sim \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_x} \exp\left(-\sqrt{2}\frac{|x-u_x|}{\sigma_x}\right)$$

* 가정 : noise의 크기가 speech보다 작다.

b. $y(t) = x(t) + n(t)$

noise의 분포는 Gaussian으로 가정

$$P_n(n(t)) \sim \frac{1}{\sigma_n\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-u_n)^2}{2\sigma_n^2}\right)$$



Speech의 분포도 Sharp peak가 사라지므로 Gaussian으로 modeling

$$P_x(X(t)) \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left(-\frac{(x-u_x)^2}{2\sigma_x^2}\right)$$

dual Gaussian mixture model with mean 0 $(u_x = u_n = 0)$

$$P(y(t)) = P_{voice} \cdot P_x(y(t)) + (1-P_{voice}) \cdot P_n(y(t)) \quad \text{--- ①}$$

voicing probability는? - posterior prob of $y(t)$

$$P(voice \mid y(t)) = \frac{P(voice, y(t))}{P(y(t))} = \frac{P(V) \cdot P(y(t) \mid V)}{P(y(t))} = \frac{P_{voice} \cdot P_x(y)}{P(y)} \quad \text{②}$$

$$P(noise \mid y(t)) = \frac{P_{noise} \cdot P_n(y(t))}{P(y(t))} = \frac{(1-P_{voice})P_n(y)}{P(y)} \quad \text{--- ③}$$

* $P(v \mid y) + P(n \mid y) = 1 \rightarrow P(n \mid y) = 1 - P(v \mid y)$

①, ③을 조합하면

$$\underbrace{P(noise \mid y(t)) = \frac{(1-P_v) \cdot P_n(y(t))}{P_v \cdot P_x(y) + (1-P_v) \cdot P_n(y)}}_{\text{soft decision}} \ \underbrace{\gtrless 0.5 \ \begin{matrix} \nearrow \text{noise} \\ \searrow \text{speech} \end{matrix}}_{\text{hard decision}}$$

c. sample별로 하지 않고 frame별로 decision

let $u[k] = \sqrt{\sum_{t \in frame\ k} y(t)^2}$ (frame energy. 평균을 위해 N_f로 나누어도 된다. 어차피 상수)

$P(frame\ k\ is\ noise) = P(noise \mid u[k])$, 당연히 학습도 frame energy로

II. time-domain VAD (continued)

d. dual Gaussian mixture training

EM (expectation maximization) algorithm 사용

<offline training>

$\longrightarrow \sqrt{\ }$를 씌우는 것은 나중에 $u[k]^2$으로 확률계산 하기 때문 (연산편이)

① compute $u[k] = \sqrt{\sum_{t \in \text{frame } k} y(t)^2}$ for all $k = 1 \ldots K$

② Sort, and split $\begin{cases} \text{lower } 1 \sim \frac{K}{2} \text{ frames} \rightarrow \text{compute } \sigma_n^2 \\ \text{upper } \frac{K}{2} \sim K \text{ frames} \rightarrow \sigma_x^2 \end{cases}$

③ $u_n = u_x = 0$, $P_{voice} = 0.5$

④ compute

$$P_x(u[k]) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_x} \exp\left(-\frac{u[k]^2}{2\sigma_x^2}\right)$$

$$P_n(u[k]) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_n} \exp\left(-\frac{u[k]^2}{2\sigma_n^2}\right)$$

$$P(\text{voice} \mid u[k]) = \frac{P_v P_x(u[k])}{P_v P_x(u[k]) + (1-P_v) P_n(u[k])}$$

⑤ update

$$P_v \Leftarrow \frac{\sum_{k=1}^{K} P(v \mid u[k])}{K}$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{k=1}^{K} P(v \mid u[k]) \cdot u[k]^2}{\sum_{k=1}^{K} P(v \mid u[k])}$$

$$\sigma_n^2 = \frac{\sum_k P(\text{noise} \mid u[k]) \cdot u[k]^2}{\sum_k P(\text{noise} \mid u[k])} = \frac{\sum_k (1 - P(v \mid u[k])) \cdot u[k]^2}{\sum_k (1 - P(v \mid u[k]))}$$

e. noise spectrum estimation

$$|\tilde{N}(w)|^2 = E_N[N(k,w)] \begin{cases} = \dfrac{\sum_k P(\text{noise} \mid u[k]) \cdot u[k]^2}{\sum P(\text{noise} \mid u[k])} = \dfrac{\sum_k (1 - P(v \mid u[k])) \cdot u^2[k]}{\sum_k (1 - P(v \mid u[k]))} \quad \text{(soft)} \\ = \dfrac{\sum_k (1 - I_x[k]) \cdot u^2[k]}{\sum_k (1 - I_x[k])} \quad \text{(hard)} \end{cases}$$

where $I_x[k] = \begin{cases} 1 \text{ if } P(v \mid u[k]) \geq 0.5 \\ 0 \text{ if } \quad '' \quad < 0.5 \end{cases}$

$I_x[k]$는 voice의 posterior 확률이 더 클때 1이 되는 indicator function

III. frequency domain VAD using Rayleigh mixture model

만약 noise 특성이 (예를 들어) 저주파에 집중되어 있고 amplitude가 매우 크다면 time-domain VAD에 매우 불리함

(예)

noise 크기가 매우 크지만 주파수 영역에서는 narrow band

이와 같은 colored noise에 대해서 신뢰성 있는 VAD 결과를 얻기 위해 frequency domain에서 확률 모델을 사용하여 본다.

$Y(k,\omega)$: frame k의 주파수 ω성분

$|Y(k,\omega)|^2 = Y(k,\omega)\,Y^*(k,\omega)$ — $\cdot^*$는 complex conjugate (켤레 복소수)

$|Y(k,\omega)| \sim \text{Rayleigh}(\sigma)$, pdf: $f_X(x|\sigma) = \dfrac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\dfrac{x^2}{2\sigma^2}\right)$

$\boxed{\text{Rayleigh Distribution}}$

두개의 Random variable X, Y가 평균이 0이고 같은 variance σ^2의 Gaussian distribution을 따르면 $(X \sim N(0,\sigma^2),\ Y \sim N(0,\sigma^2))$ random variable $R = \sqrt{X^2+Y^2}$은 Rayleigh distributed (wikipedia)

*단, $X \perp Y \Leftrightarrow E[XY] = 0$, 두 변수 X와 Y는 independent (i.i.d.) (uncorrelated)

따라서 $Y(k,\omega) = A + jB$ 이고 A, B가 independent Gaussian with same variance σ^2

$$\Rightarrow |Y(k,\omega)| \sim f_X(x|\sigma) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

① $f_X(0|\sigma) = \dfrac{0}{\sigma^2} \cdot \exp(-0) = 0 \cdot 1 = 0$

② $x<0$는 정의되지 않음 $f_X(x|\sigma) = 0$ for $x<0$

③ $y = x$ 와 $y = \exp(-x^2)$이 곱해진 형태

④ $x = \sigma$는 mode (local peak) ← 중요함!!

⑤ parameter는 σ^2 하나밖에 없으며 (variance는 아님)

다음과 같이 추정한다.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{N} x_i^2$$ maximum likelihood, unbiased estimation

⑥ $E[X] = \sigma\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}$

$Var[X] = E[(X-E_X)^2] = \dfrac{4-\pi}{2}\sigma^2$, 즉 σ^2은 variance가 아님

Ⅲ-2. frequency domain VAD part 2

multivariate extension of Rayleigh distribution

* 매우 복잡하다. 따라서 다음과 같이 변수들이 (dimension들이) independent하다고 가정.

$$\mathbf{x} = [x_1\ x_2 \dots x_D]$$

$$f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}|\Sigma) \triangleq f_{x_1}(x_1|\sigma_1^2)\cdot f_{x_2}(x_2|\sigma_2^2)\cdots f_{x_D}(x_D|\sigma_D^2)$$

covariance matrix

$$= \prod_{d=1}^{D} f_{x_d}(x_d|\sigma_d^2)$$ 각 individual pdf들의 곱으로 표현.

$$= \prod_{d=1}^{D} \frac{x_d}{\sigma_d^2}\cdot \exp\left(-\frac{x_d^2}{2\sigma_d^2}\right) = \left(\prod_d \frac{x_d}{\sigma_d^2}\right)\cdot \exp\left(-\sum_d \frac{x_d^2}{2\sigma_d^2}\right)$$

$$\log f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}|\Sigma) = \sum_d \log x_d - \sum_d 2\log\sigma_d - \sum_d \frac{x_d^2}{2\sigma_d^2}$$

$Y(k,\omega) = X(k,\omega) + N(k,\omega)$. X와 N은 independent (i.d.d.) distinctively distributed

$|Y(k,\omega)| = |X(k,\omega) + N(k,\omega)| \Rightarrow$ dual Rayleigh mixture model 적용.

* 엄밀히 말하면 Y는 두 complex Random Variables X와 N의 합의 절대값
mixture model은 X와 N이 번갈아 관측되는 것을 가정하므로
오류가 있다. 하지만 speech는 sparse 하므로 적용해 보도록 한다

* $\sigma_x^2 > \sigma_n^2$ 으로 가정한다

$$f_Y(y) \simeq P_x f_x(y|\sigma_x^2) + P_N f_N(y|\sigma_n^2)$$

$$= P_x \frac{y}{\sigma_x^2}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_x^2}\right) + P_N \frac{y}{\sigma_n^2}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_n^2}\right)$$

$$= y\left(\frac{P_x}{\sigma_x^2}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_x^2}\right) + \frac{P_N}{\sigma_n^2}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_n^2}\right)\right)$$

* posterior probability

$$P(\text{voice}|y) = \frac{P_x f_x(y|\sigma_x^2)}{f_Y(y)} = \frac{P_x f_x(y|\sigma_x^2)}{P_x f_x(y) + P_N f_N(y)}$$

$$P(\text{Noise}|y) = \frac{P_N f_N(y)}{P_x f_x(y) + P_N f_N(y)} = 1 - P(\text{voice}|y)$$

* EM algorithm으로 학습한다.

* $\sigma_x^2 < \sigma_N^2 \rightarrow$ swap (학습하다가 일어날 수 있다)

* 학습이 끝나면 $E[|\tilde{N}(\omega)|^2] = \sigma_N^2$ (noise Rayleigh의 mode)

III-3. frequency domain VAD part3

$|\tilde{N}(\omega)|^2$ 을 주파수 ω 마다 Rayleigh mixture model을 하지 않고
multivariate Rayleigh로 추정

let $y(k) = [\,|Y(k,\omega_1)|\ |Y(k,\omega_2)| \ldots\ldots |Y(k,\omega_D)|\,]^T$
주파수 성분들의 절대값들로 구성된 column vector

speech와 noise의 pdf는 각
주파수 값들이 independent하다고 가정하고 각 dimension의 scalar pdf의 곱으로 표현

$$f_x(y) = f_{x_1}(y_1)\cdot f_{x_2}(y_2) \ldots f_{x_D}(y_D) = \Pi_d f_{x_d}(y_d)$$

$$= \prod_d \frac{y_d}{\sigma_{xd}^2}\cdot \exp\left(-\frac{y_d^2}{2\sigma_{xd}^2}\right) = \left(\Pi_d \frac{y_d}{\sigma_{xd}^2}\right)\cdot \exp\left(-\sum_d \frac{y_d^2}{2\sigma_{xd}^2}\right)$$

$$f_n(y) = \Pi_d \frac{y_d}{\sigma_{nd}^2}\cdot \exp\left(-\frac{y_d^2}{2\sigma_{nd}^2}\right) = \left(\Pi_d \frac{y_d}{\sigma_{nd}^2}\right)\cdot \exp\left(-\sum_d \frac{y_d^2}{2\sigma_{nd}^2}\right)$$

* computation of multivariate pdf using log

$$f_x(y) = \exp\left(\sum_d \log y_d - 2\sum_d \log \sigma_{xd} - \sum_d \frac{y_d^2}{2\sigma_{xd}^2}\right)$$

exponential function을 매우 많이 곱하면 수가 많이 작아져서 underflow가 날 수 있다. 따라서 곱하기를 줄이고 더하기로 대치한다.

$$f_n(y) = \exp\left(\sum_d \log y_d - 2\sum_d \log \sigma_{nd} - \sum_d \frac{y_d^2}{2\sigma_{nd}^2}\right)$$

* dual mixture multivariate Rayleigh

$$P(\text{voice}\mid y) = \frac{P_x\cdot f_x(y)}{P_x\cdot f_x(y) + P_n\cdot f_n(y)} \triangleq \gamma_x(y)$$

효율적인 계산을 위해서 분모/분자를 $P_x\cdot f_x(y)$로 나눔

$$= \frac{1}{1 + \frac{P_n}{P_x}\cdot\frac{f_x(y)}{f_n(y)}}$$

$$\log\frac{f_x(y)}{f_n(y)} = \sum_d\left(\log y_d - 2\log\sigma_{xd} - \frac{y_d^2}{2\sigma_{xd}^2} - \log y_d + 2\log\sigma_{nd} + \frac{y_d^2}{2\sigma_{xd}^2}\right)$$

$$= \sum_d\left(2\log\frac{\sigma_{nd}}{\sigma_{xd}} + \frac{y_d^2}{2}\left(\frac{1}{\sigma_{nd}^2} - \frac{1}{\sigma_{xd}^2}\right)\right) \triangleq z_x(y)$$

⇒ log 1번, exp 1번으로 $\gamma_x(y)$ 계산 가능

$$\gamma_x(y) = \frac{1}{1 + \frac{P_n}{P_x}\cdot \exp z_x(y)}$$

$$\gamma_n(y) = p(\text{noise}\mid y) = 1 - p(\text{voice}\mid y) = 1 - \gamma_x(y)$$

Ⅲ-4. frequency domain VAD using Rayleigh mixture model part 4

⟨EM algorithm⟩

① Initialization

~~초기 10~30개의~~ 전체 frame으로 energy 큰것 절반 → $f_x(y)$ initial parameters

작은것 절반 → $f_n(y)$ initial parameters

② Expectation

compute $\gamma_x(y(k))$ for all $k = 1 \ldots$ #frames

③ maximization

update σ_{xd} and σ_{nd} ; probabilistically (maximum likelihood estimate)

$$\sigma_{xd}^2 = \frac{\sum_{k=1}^{K} \gamma_x(y(k)) \cdot y_d^2(k)}{2\sum_{k=1}^{K} \gamma_x(y(k))}, \quad \sigma_{nd}^2 = \frac{\sum_{k=1}^{K} (1-\gamma_x(y(k))) \cdot y_d^2(k)}{2\sum_{k=1}^{K} (1-\gamma_x(y(k)))}$$

for all $d = 1 \ldots D$

④ Repeat 3 ~ 4

⟨Noise Spectrum Estimation⟩

Nois Rayleigh의 mode 위치인 σ_{nd}로 예측

$$\boxed{|\tilde{N}(\omega_d)|^2 = \sigma_{nd}^2}$$

* implementation tips.

① $\sigma_n < \sigma_x$ 가 보장되도록 유지

② $\sum \gamma_x > 0$, $\sum(1-\gamma_x) > 0$ 인지 확인하고 너무 작으면 update하지 않음 (이미 diverged)

③ $|Y(k,\omega)|^2 = 0$ 이면 Wiener filter gain 계산할 때 "divide by zero" exception 발생.

$|Y(k,\omega)|^2 \Leftarrow \max(\varepsilon_y, |Y(k,\omega)|^2)$ 등의 방법 사용.

④ $y(t)$에 매우 작은 크기 ($\sigma = 10^{-10} \sim 10^{-6}$)의 Gaussian random noise를 더해주는 방법도 있다.

⟨Online EM algorithm⟩

실시간으로 들어오는 입력에는 offline training 불가능, 수정 필요

① Initialization : 초기 10~30 frame으로 초기화, Wiener filtering 하지 않음

② Expectation at current frame

compute $\gamma_x(y(k))$ for current frame k.

③ Adaptive maximization

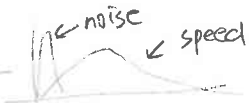
$$\sigma_{xd}^2 = (1-\alpha\gamma_x(k))\,\sigma_{xd}^{2\,(old)} + \frac{1}{2}\cdot\alpha\gamma_x(k)\cdot y_d^2(k), \quad 0 \le \alpha \le 1$$

$$\sigma_{nd}^2 = (1-\alpha(1-\gamma_x(k)))\,\sigma_{nd}^{2\,(old)} + \frac{1}{2}\alpha(1-\gamma_x(k))\cdot y_d^2(k)$$

④ repeat ②-③

IV. frequency domain VAD using LogNormal distribution

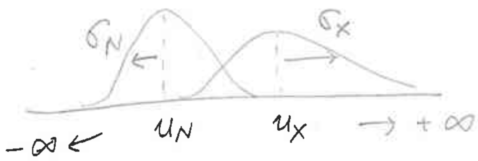
Rayleigh 분포는 parameter가 하나밖에 없기 때문에 표현력이 떨어짐.
특히 mixture modeling을 하면 이론과 달리 잘 안 맞을 수 있다.
또한, noise와 speech의 scale 차이가 크면 한 쪽으로 수렴될 수 있다



noise의 분포가 sharp하지만
scale이 speech에 비해 너무 작다

<LogNormal>

Let $y(k,\omega) = \log|Y(k,\omega)|^2$, 그리고 Gaussian mixture model 사용



⇒ scale mismatch 와 표현력 ($\sigma \to u, \sigma$) 증가

PDF

$$f_X(y) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{D}{2}}\cdot\sqrt{|\det\Sigma|}}\cdot\exp\left(-\frac{1}{2}(y-u_X)^T\Sigma^{-1}(y-u_X)\right)$$

u_X : mean vector, Σ : covariance matrix
너무 복잡하기 때문에 independent 가정

$$\simeq \prod_d \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{Xd}}\cdot\exp\left(-\frac{(y_d-u_{Xd})^2}{2\sigma_{Xd}^2}\right)$$

$f_N(y)$도 같은 방법으로 modeling하고

$$\gamma_X(y) = \frac{P_X f_X(y)}{P_X f_X(y) + P_N f_N(y)} = \frac{1}{1+\frac{P_N}{P_X}\frac{f_N(y)}{f_N(y)}}$$

EM update

$$u_X = \frac{\sum_k \gamma_X(y)\cdot y}{\sum_k \gamma_X(y)}, \quad \sigma_{Xd}^2 = \frac{\sum_k \gamma_X(y)\cdot(y_d-u_{Xd})^2}{\sum_k \gamma_X(y)}$$

$$u_N = \frac{\sum_k (1-\gamma_X(y))\cdot y}{\sum_k \gamma_K(y)} \quad \sigma_{Nd}^2 = \frac{\sum(1-\gamma_X(y))\cdot(y_d-u_{Nd})^2}{\sum(1-\gamma_X(y))}$$

$$|\hat{N}(\omega_d)|^2 \doteq \exp(u_{Nd})$$ ∵ Gaussian의 mode는 mean vector