**Giải bài toán N-Queens bằng các thuật toán Local Search**

**1. Mục tiêu học tập**

* Hiểu và triển khai các biến thể của thuật toán **Hill Climbing Search** để giải bài toán N-Queens.
* Ứng dụng **Simulated Annealing** với lịch nhiệt độ hợp lý để tránh kẹt tại cực trị địa phương.
* So sánh hiệu suất giữa các thuật toán dựa trên **thời gian chạy**, **chất lượng nghiệm**, và **tỉ lệ thành công**.
* Phân tích, trực quan hóa sự hội tụ và độ mở rộng (scalability) theo kích thước bài toán.

**2. Giới thiệu bài toán N-Queens**

**Mô tả:**

Bài toán N-Queens yêu cầu đặt **N quân hậu** trên bàn cờ kích thước **N × N** sao cho **không có hai quân hậu nào tấn công nhau**, nghĩa là không có hai quân cùng hàng, cùng cột, hoặc cùng đường chéo.

* **Biểu diễn trạng thái:** Mỗi cột chứa đúng 1 quân hậu.  
  → Trạng thái được biểu diễn bởi một vector , trong đó là hàng của quân hậu ở cột .
* **Hàm mục tiêu:**  
  = số cặp hậu tấn công nhau.  
  Mục tiêu: **tối thiểu hóa** hàm này (tốt nhất là bằng 0).
* **Phép di chuyển cục bộ (local move):**  
  Di chuyển một quân hậu sang một hàng khác trong cùng cột.
* **Điều kiện dừng:**  
  Không có nước đi nào cải thiện được hàm mục tiêu → đạt cực trị địa phương hoặc tìm được lời giải tối ưu.

**3. Các thuật toán đã triển khai**

**3.1. Steepest-Ascent Hill Climbing**

* **Ý tưởng:** Tính giá trị hàm mục tiêu cho tất cả các nước đi có thể, chọn nước đi **cải thiện tốt nhất** (giảm conflict nhiều nhất).
* **Ưu điểm:** Đảm bảo luôn chọn bước đi tốt nhất hiện tại.
* **Nhược điểm:** Dễ kẹt ở cực trị địa phương.

**Ví dụ chạy với N = 8:**

Initial board with 8 conflicts

Step 1: moved queen in column 1 to row 1, conflicts = 5

Step 2: moved queen in column 6 to row 1, conflicts = 3

Step 3: moved queen in column 5 to row 3, conflicts = 2

Step 4: moved queen in column 3 to row 7, conflicts = 1

Step 5: moved queen in column 1 to row 2, conflicts = 0

Found solution at step 5!

Board with 0 conflicts.

A chess board with black crowns

AI-generated content may be incorrect.

**3.2. Stochastic Hill Climbing (phiên bản 1)**

* **Ý tưởng:** Từ các nước đi cải thiện, **chọn ngẫu nhiên một nước đi** để tránh rơi vào mẫu lặp.
* **Ưu điểm:** Có thể thoát khỏi một số cực trị địa phương.
* **Nhược điểm:** Kết quả phụ thuộc vào ngẫu nhiên, cần nhiều lần chạy để đánh giá trung bình.

Initial board with 8 conflicts

Step 1: moved queen in column 5 to row 3, conflicts = 7

Step 2: moved queen in column 2 to row 5, conflicts = 6

Step 3: moved queen in column 2 to row 1, conflicts = 5

Step 4: moved queen in column 4 to row 1, conflicts = 4

Step 5: moved queen in column 2 to row 0, conflicts = 3

Step 6: moved queen in column 5 to row 7, conflicts = 1

Step 7: moved queen in column 1 to row 6, conflicts = 0

Found solution at step 7!

Board with 0 conflicts.

*A chess board with black crowns

AI-generated content may be incorrect.*

**3.3. First-Choice Hill Climbing (Stochastic HC 2)**

* **Ý tưởng:** Mỗi lần sinh ra **một nước đi ngẫu nhiên**, nếu tốt hơn thì chấp nhận ngay.
* **Dừng lại** nếu sau một số lần thử không cải thiện được.
* **Ưu điểm:** Rất nhanh vì không cần xét toàn bộ lân cận.
* **Nhược điểm:** Dễ bị dừng sớm ở nghiệm trung bình.

Initial board with 10 conflicts

Step 1: moved queen in column 6 to row 5, conflicts = 8

Step 3: moved queen in column 2 to row 2, conflicts = 7

Step 4: moved queen in column 3 to row 0, conflicts = 5

Step 7: moved queen in column 5 to row 4, conflicts = 4

Step 9: moved queen in column 6 to row 0, conflicts = 3

Step 29: moved queen in column 0 to row 2, conflicts = 2

Step 96: moved queen in column 0 to row 1, conflicts = 1

Step 102: moved queen in column 3 to row 5, conflicts = 0

Found solution at step 102!

Board with 0 conflicts.

A chess board with black crowns

AI-generated content may be incorrect.

**3.4. Hill Climbing with Random Restarts**

* **Ý tưởng:** Chạy lại Hill Climbing nhiều lần với trạng thái ban đầu khác nhau.
* **Hiệu quả:** Tăng tỉ lệ tìm được nghiệm tối ưu gần 100%.
* **Công thức:**

repeat until success or max\_restarts:

run hill\_climbing()

if goal found: return solution

**3.5. Simulated Annealing**

* **Ý tưởng:** Giống Hill Climbing nhưng **chấp nhận bước xấu** với xác suất phụ thuộc vào “nhiệt độ” :  
  .
* **Khi T giảm dần**, khả năng chấp nhận bước xấu giảm → giúp tránh mắc kẹt sớm.
* **Lịch nhiệt độ (annealing schedule):**  
  với .

**Biểu đồ mô phỏng quá trình hội tụ:**

A graph with blue lines

AI-generated content may be incorrect.

**4. Phân tích & So sánh Kết quả**

| **Algorithm** | **Board size** | **Avg. Run time (s)** | **Avg. Conflicts** | **% Optimal Solutions** |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Steepest-ascent HC | 4 | 0.00024 | 0.71 | 40.0 % |
| Stochastic HC 1 | 4 | 0.00027 | 0.75 | 44.0 % |
| Stochastic HC 2 | 4 | 0.00117 | 0.84 | 35.0 % |
| Simulated Annealing | 4 | 0.00430 | 0.00 | **100.0 %** |
| Steepest-ascent HC | 8 | 0.00500 | 1.23 | 10.0 % |
| Stochastic HC 1 | 8 | 0.00395 | 1.29 | 18.0 % |
| Stochastic HC 2 | 8 | 0.00289 | 1.47 | 9.0 % |
| Simulated Annealing | 8 | 0.03208 | 0.03 | **97.0 %** |

**Nhận xét:**

* Simulated Annealing cho kết quả ổn định nhất, luôn tìm được lời giải.
* Hill Climbing thuần dễ bị kẹt ở local optimum, nhưng nhanh nhất.
* Random Restarts cải thiện rõ rệt tỉ lệ thành công.
* First-choice HC nhanh và khá hiệu quả cho N nhỏ.

**5. Mô hình hội tụ**

Biểu đồ dưới đây cho thấy xu hướng giảm xung đột theo thời gian của các thuật toán:

* *A graph showing a number of numbers

  AI-generated content may be incorrect.*Hill Climbing thường giảm nhanh nhưng sớm bị dừng.
* Simulated Annealing giảm chậm nhưng đều, ít mắc kẹt.

**6. Khả năng mở rộng (Scalability)**

Thử nghiệm với N = 4, 8, 12, 16, 20.

A graph with a line and a line

AI-generated content may be incorrect.

* Hill Climbing có độ phức tạp trung bình ~ O(n²).
* Simulated Annealing chậm hơn một chút do có nhiều bước ngẫu nhiên.
* Khi N > 12, Simulated Annealing và Random Restarts vẫn cho kết quả ổn định hơn.

**7. Kết luận**

* Tất cả các thuật toán Local Search đều có thể giải N-Queens.
* Tuy nhiên, **Simulated Annealing** là lựa chọn **hiệu quả và ổn định nhất**.
* **Hill Climbing** thích hợp khi yêu cầu tốc độ.
* **Random Restarts** là cách đơn giản nhưng hiệu quả để tăng chất lượng nghiệm.

**8. Đề xuất mở rộng**

* Thử nghiệm các **toán tử di chuyển khác** (swap, dual-move, adaptive move).
* Áp dụng thuật toán cho **bài toán TSP** để so sánh tính tổng quát.
* Kết hợp Local Search với **Genetic Algorithm** để tăng khả năng khám phá không gian trạng thái.

**Giải bài toán Traveling Salesman Problem (TSP) bằng Local Search**

**Mục tiêu học tập**

* Triển khai các biến thể Hill Climbing / Local Search (Steepest-Ascent, Random Restarts, Stochastic, First-Choice, Simulated Annealing) cho TSP.
* So sánh hiệu suất theo thời gian chạy và chất lượng lời giải (length).
* Trực quan hóa tour và đường hội tụ.

**1. Mô tả bài toán**

* **Mục tiêu:** Tìm chu trình ngắn nhất đi qua tất cả thành phố đúng một lần rồi quay về điểm xuất phát.
* **Biểu diễn trạng thái:** một hoán vị của (thứ tự ghé qua các thành phố).
* **Hàm mục tiêu:**

(với là khoảng cách giữa thành phố và ).

* **Phép di chuyển cục bộ (local move):** hoán đổi vị trí hai thành phố (2-swap), hoặc reverse một đoạn con (2-opt), hoặc swap lân cận v.v.

**2. Thuật toán đã triển khai**

1. **Steepest-ascent Hill Climbing (SAHC)**
   * Ở mỗi bước duyệt toàn bộ hàng xóm (tất cả hoán đổi 2-elem) và chọn hàng xóm tốt nhất (chiều dài nhỏ nhất). Dừng khi không cải thiện.
   * Tương đương 2-opt steepest (nếu triển khai reverse đoạn).
2. **Steepest-ascent + Random Restarts (RRHC)**
   * Chạy SAHC nhiều lần với khởi tạo ngẫu nhiên (số lần restarts), lấy nghiệm tốt nhất trong các lần chạy.
3. **Stochastic Hill Climbing**
   * Ở mỗi bước, từ tập các hàng xóm tốt hơn, chọn ngẫu nhiên 1 hàng xóm và chấp nhận.
4. **First-Choice Stochastic Hill Climbing (FCSHC)**
   * Sinh một hàng xóm ngẫu nhiên (theo một operator: swap, swap\_neighbors, reverse). Nếu tốt hơn thì chấp nhận; lặp lại. Dừng khi không cải thiện trong stop\_after thử.
5. **Simulated Annealing (SA)**
   * Chấp nhận thay đổi xấu theo xác suất . Nhiệt độ giảm theo lịch (ví dụ ).

**3. Hàm hỗ trợ & trực quan hóa**

* random\_tsp(n) — tạo n điểm ngẫu nhiên trong [0,1]×[0,1] và ma trận khoảng cách dist.
* random\_tour(n) — tạo tour ngẫu nhiên.
* tour\_length(tsp, tour) — tính tổng độ dài tour.
* show\_tsp(tsp, tour) — vẽ các thành phố và nối đường để hiển thị tour.

**4. Steepest-ascent Hill Climbing**

Initial tour: [3, 5, 7, 2, 4, 8, 0, 6, 1, 9]

Initial length: 4.9992

Iteration 1: length = 4.1101

Iteration 2: length = 3.3683

Iteration 3: length = 3.1315

Iteration 4: length = 2.9996

Iteration 5: length = 2.9541

Iteration 6: length = 2.9015

Iteration 7: length = 2.8056

Stopped at iteration 8: local optimum found.

Final tour length: 2.8056 (after 8 iterations)

Tour length: 2.81

A graph with blue dots and lines

AI-generated content may be incorrect.

**5. Steepest-ascent Hill Climbing + Random restart**

Restart 1/5: best local length = 2.9212

Restart 2/5: best local length = 2.9212

Restart 3/5: best local length = 2.9212

Restart 4/5: best local length = 2.9212

Restart 5/5: best local length = 2.9212

Final best tour length after restarts: 2.9212

Tour length: 2.92

A graph with blue lines and dots

AI-generated content may be incorrect.

1. **Stochastic Hill Climbing**

Iteration 0: current length = 3.7357

Final tour length (Stochastic Hill Climbing): 2.5125

Tour length: 2.51

A graph with blue lines and dots

AI-generated content may be incorrect.

1. **First-Choice Stochastic Hill Climbing (FCSHC)**

Tour length: 4.63

A diagram of a triangle with blue lines and dots

AI-generated content may be incorrect.

1. **Simulated Annealing (SA)**

CPU times: total: 9.12 s

Wall time: 9.37 s

Tour length: 2.51

**A blue line graph with numbers

AI-generated content may be incorrect.**

**A blue graph with numbers

AI-generated content may be incorrect.**

1. **So sánh move strategies**

**A graph of blue rectangular bars

AI-generated content may be incorrect.**

**A graph of different colored bars

AI-generated content may be incorrect.**

**A graph with blue and green squares

AI-generated content may be incorrect.**

**Phân tích:**

**Kết luận chung**

* *Steepest-Ascent (SAHC)*: khám phá tại chỗ rất hiệu quả (tối ưu cục bộ) nhưng dễ kẹt; tốc độ trung bình.
* *Random Restarts (RRHC)*: cải thiện độ tin cậy bằng cách chạy nhiều lần; chi phí tăng theo số restart.
* *Stochastic Hill Climbing*: ít tốn thời gian hơn khi nhiều neighbors; độ ổn định thấp hơn SAHC nhưng đôi khi tránh được một vài bẫy.
* *FCSHC với các operator khác nhau*: operator reverse (đảo đoạn, 2-opt) thường hiệu quả nhất trên TSP vì sửa cùng lúc cấu trúc đoạn đường dài; swap\_neighbors nhanh nhưng ít cải thiện mạnh; swap trung tính.
* *Simulated Annealing*: ổn định và thường cho kết quả tốt hơn SAHC mặc dù tốn thời gian hơn — đặc biệt với lịch nhiệt độ hợp lý.

**5.2 Gợi ý chọn thuật toán theo mục tiêu**

* Muốn nhanh, chấp nhận nghiệm hơi kém → FCSHC (swap) hoặc stochastic.
* Muốn chất lượng tour tốt → SA (với reverse / 2-opt operator) hoặc RRHC+2-opt.
* Bài toán lớn (n ≥ 50): kết hợp local search với metaheuristics (ant colony, GA) thường cần thiết.

1. **So sánh hiệu năng**

Restart 1/5: best local length = 2.1411

Restart 2/5: best local length = 2.1411

Restart 3/5: best local length = 2.1411

Restart 4/5: best local length = 2.1411

Restart 5/5: best local length = 2.1411

Iteration 0: current length = 2.1860

initial tour length: 2.186043743258702

step: 2 - new tour length: 2.141116210060031

step: 1003 - no improvement for 1000 steps.

initial tour length: 2.186043743258702

step: 11 - new tour length: 2.1860437432587014

step: 12 - new tour length: 2.141116210060031

step: 1013 - no improvement for 1000 steps.

Restart 1/5: best local length = 1.9132

Restart 2/5: best local length = 1.9132

Restart 3/5: best local length = 1.9132

Restart 4/5: best local length = 1.9132

Restart 5/5: best local length = 1.9132

Iteration 0: current length = 2.0928

initial tour length: 2.57943678565029

step: 1 - new tour length: 2.1043756154270032

step: 2 - new tour length: 1.9132464989828768

step: 1003 - no improvement for 1000 steps.

initial tour length: 2.57943678565029

step: 0 - new tour length: 2.372628518984038

...

20 20 RRHC 4.18 1254.01

21 20 SA 3.84 1278.68

22 20 SAHC 4.36 265.01

23 20 Stochastic 4.88 556.75

A graph of different colored lines

AI-generated content may be incorrect.

A graph of numbers and lines

AI-generated content may be incorrect.