

第二章 逻辑代数基础

主要要求：

- 掌握逻辑代数的基本公式和定理。
- 掌握逻辑函数的表示方法及相互转换。
- 掌握逻辑函数的化简方法。

标准与或（最小项）表达式

式中的每一个乘积项均为最小项

$$F(A, B, C, D) = A'B'C'D' + A'B'C'D + A'BC'D + AB'C'D'$$

$$= m_0 + m_1 + m_5 + m_8$$

$$= \sum m(0, 1, 5, 8)$$

标准或与（最大项）表达式

例：求函数 $F(A,B,C)=(A+B')'+A'B'C$
的标准与或表达式和标准或与表达式。

$$\begin{aligned}\text{解： } F(A,B,C) &= (A+B')' + A'B'C = A'B + A'B'C \\ &= A'B(C+C') + A'B'C = A'BC + A'BC' + A'B'C\end{aligned}$$

$$= m_3 + m_2 + m_1 = \sum m(1, 2, 3)$$

$$= \prod M(0,4,5,6, 7)$$

$$= (A+B+C)(A'+B+C)(A'+B+C')(A'+B'+C)(A'+B'+C')$$

例：已知函数的真值表，求该函数的标准与或表达式。

解：● 从真值表找出F为1的对应最小项。

● 然后将这些项逻辑加。

$$F(A, B, C)$$

$$= A'BC + AB'C + ABC' + ABC$$

$$= m_3 + m_5 + m_6 + m_7$$

$$= \sum m(3, 5, 6, 7)$$

A	B	C	m_i	M_i	F
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	2	2	0
0	1	1	3	3	1
1	0	0	4	4	0
1	0	1	5	5	1
1	1	0	6	6	1
1	1	1	7	7	1

问题：怎样由真值表求出标准与或表达式？

2.6 逻辑函数的公式化简法

化简意义

使逻辑式最简，以便设计出最简的逻辑电路，从而节省元器件、优化生产工艺、降低成本和提高系统可靠性。

不同形式逻辑式有不同的最简式，一般先求取最简与或式，然后通过变换得到所需最简式。

最简与或式标准

- (1) 乘积项 (即与项) 的个数最少
- (2) 每个乘积项中的变量数最少

用与门的个数最少
与门的输入端数最少

公式化简法

运用逻辑代数的基本定律和公式对逻辑式进行化简。



并项法

运用 $AB + AB' = A$,
将两项合并为一项, 并消去一个变量。

$$\star Y = \underline{AB'C} + \underline{AB'C'} = AB'$$

$$\begin{aligned}\star Y &= A(\underline{BC} + \underline{B'C'}) + A(\underline{BC'} + \underline{B'C}) \\ &= A(B \oplus C)' + A(B \oplus C) = A\end{aligned}$$



吸收法

运用 $A+AB=A$ 和 $AB+A'C+BC=AB+A'C$,
消去多余的与项。

$$\star Y = \underline{AB} + \underline{AB}(E + F) = AB$$

$$\star Y = ABC + \underline{A'D} + \underline{C'D} + BD$$

$$= ABC + D(A' + C') + BD$$

$$= \underline{ACB} + (\underline{AC})' \underline{D} + \underline{BD}$$

$$= ACB + (AC)'D$$



消去法 运用吸收律 $A + A'B = A + B$ 消去多余因子。

$$\star Y = AB + A'\underline{C} + B'\underline{C}$$

$$= AB + (A' + B')C = \underline{AB} + (\underline{AB})'C = AB + C$$

$$\star Y = AB' + A'B + \underline{ABCD} + A'B'\underline{CD}$$

$$= \underline{AB'} + A'B + CD(\underline{AB} + \underline{A'B'})$$

$$= A \oplus B + CD \cdot (A \oplus B)'$$

$$= A \oplus B + CD$$

$$= AB' + A'B + CD$$

● **配项法** 通过乘 $A + A' = 1$ 或加入零项 $A \cdot A' = 0$ 进行配项，然后再化简。

$$\begin{aligned} \star Y &= AB + B'C' + AC'D = AB + B'C' + \underline{AC'D \cdot (B + B')} \\ &= \underline{AB} + \underline{B'C'} + \underline{ABC'D} + \underline{AB'C'D} \\ &= AB + B'C' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \star Y &= \underline{ABC'} + (ABC)'(AB)' \\ &= \underline{ABC'} + (ABC)' \cdot (AB)' + \underline{AB(AB)'} \\ &= AB((\underline{AB})' + C') + (ABC)' \cdot (AB)' \\ &= AB \cdot (\underline{ABC})' + (\underline{ABC})' \cdot (AB)' \\ &= (ABC)' = A' + B' + C' \end{aligned}$$



综合灵活运用上述方法

[例] 化简逻辑式 $Y = \underline{AD} + \underline{AD'} + AB + A'C + C'D + AB'EF$

解: $Y = \underline{A} + \underline{AB} + A'C + C'D + \underline{AB'EF}$

$$= \underline{A} + \underline{A'C} + C'D \quad \text{应用 } A + A'B = A + B$$

$$= A + \underline{C} + \underline{C'D} = A + C + D$$

[例] 化简逻辑式 $Y = AC + A'\underline{D} + B'\underline{D} + BC'$

解: $Y = AC + BC' + \underline{D(A' + B')} = AC + BC' + D(AB)'$

$$= AC + BC' + \underline{AB} + \underline{D(AB)'} \quad \text{应用 } AC + BC' = AC + BC' + AB$$

$$= \underline{AC} + \underline{BC'} + AB + D = AC + BC' + D$$

[例] 化简逻辑式 $Y = (A+B)'(ABC)'(A'C)'$

解: $Y' = ((A+B)'(ABC)'(A'C)')'$ 用摩根定律

$$= \underline{A} + B + \underline{ABC} + A'C'$$

$$= \underline{A} + B + \underline{A'C'} \quad \text{应用 } A + \overline{AB} = A + B$$

$$= A + B + C'$$

$$\Rightarrow Y = (A + B + C')' = A' B' C$$

例：求 $F = A(A' + C + D)(D' + E)(A + B')(C' + E)$
的最简或与式。

解： $F^D = A + A'CD + D'E + AB' + C'E$

简化 $F^D = A + CD + D'E + C'E$

利用对偶原理

$$= A + CD + (C' + D')E$$

$$= A + CD + (CD)'E$$

$$= A + CD + E$$

$$F = (F^D)^D = A(C + D)E$$

作业

题 **2.10** (1) (4) (6)、 **2.11** (1) (2) (3) (5)
2.12 (5)(6)(7)(8)、 **2.13**(5) (7) (9) (10)

最小项的卡诺图表示法

将 n 变量的 2^n 个最小项用 2^n 个小方格表示，并且使相邻最小项在几何位置上也相邻且循环相邻，这样排列得到的方格图称为 n 变量最小项卡诺图，简称为卡诺图。

二变量卡诺图

$A \backslash B$	0	1
0	0	1
1	2	3

三变量卡诺图

$A \backslash BC$	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

以循环码排列以保证相邻性

四变量卡诺图

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

五变量卡诺图

$AB \backslash CDE$									
		000	001	011	010	110	111	101	100
00		m_0	m_1	m_3	m_2	m_6	m_7	m_5	m_4
01		m_8	m_9	m_{11}	m_{10}	m_{14}	m_{15}	m_{13}	m_{12}
11		m_{24}	m_{25}	m_{27}	m_{26}	m_{30}	m_{31}	m_{29}	m_{28}
10		m_{16}	m_{17}	m_{19}	m_{18}	m_{22}	m_{23}	m_{21}	m_{20}