

总分: 90

习题 4

1. 设 $[x]_{\text{补}} = a_0 a_1 a_2 \dots a_6$, 其中 a_i 取 0 或 1, 为补码的二进制数, 若要 $x > -0.5$, 求 $a_0, a_1, a_2 \dots a_6$ 的取值

1. 解: $[-0.5]_{\text{补}} = [-0.1]_{\text{补}} = [1.1]_{\text{补}}$

① $x \geq 0$ 时, $a_0 = 0$, $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 为 0 或 1 任意值

② $-0.5 < x < 0$ 时, $a_0 = 1, a_1 = 1, (a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6) = 1$

2. 试列式子利用 IEEE754 标准格式表示 32 位浮点数 (1) $27/64$, (2) $-27/64$

2. 解: ① $\frac{27}{64} = (0.421875)_{10} = (0.011011)_2$
 $= 1.1011 \times e^{-2}$

偏移量 $E = e + 127 = (125)_{10} = (01111101)_2$

尾数位 $M = 1011$

符号位 $S = 0$

$\frac{27}{64} = 0 \ 011 \ 1101 \ 101 \ 00000000000000000000$

② $-\frac{27}{64} = (-0.421875)_{10} = (-0.011011)_2 = (-1.1011 \times e^{-2})$

$E = e + 127 = (125)_{10} = (01111101)_2$

$M = 1011$

$S = 1$

$-\frac{27}{64} = 1 \ 01111101 \ 101 \ 00000000000000000000$

3. 已知 x 和 y , 用变形 (扩展) 补码计算 $x+y$, 同时指出结果是否溢出。

(1) $x=0.11011 \quad y=0.00011$

(2) $x=0.11011 \quad y=-0.10101$

(3) $x=-0.10110 \quad y=-0.00001$

3. 解: (1) $[x]_{补} = 00.1101$, $[y]_{补} = 00.0001$

$$\begin{array}{r} 00.1101 \\ + 00.0001 \\ \hline \end{array}$$

$$00.1110$$

没有溢出, $x+y = 0.1111$

(2) $[x]_{补} = 00.1101$, $[y]_{补} = 11.0101$

$$\begin{array}{r} 00.1101 \\ + 11.0101 \\ \hline \end{array}$$

$$100.0010$$

没有溢出, $x+y = 0.0011$

(3) $[x]_{补} = 11.0101$, $[y]_{补} = 11.1111$

$$\begin{array}{r} 11.0101 \\ + 11.1111 \\ \hline \end{array}$$

$$111.0100$$

没有溢出, $x+y = -0.1011$

4. 已知 x 和 y , 用变形 (扩展) 补码计算 $x-y$, 同时指出结果是否溢出。

(1) $x=0.11011$ $y=-0.11111$

(2) $x=0.10111$ $y=0.11011$

(3) $x=0.11011$ $y=-0.10011$

4. 解: (1) $[x]_{补} = 00.11011$, $[-y]_{补} = 00.11111$

$$\begin{array}{r} 00.11011 \\ + 00.11111 \\ \hline \end{array}$$

$$01.11010$$

结果溢出, $x-y = 1.1101$

(2) $[x]_{补} = 00.10111$, $[-y]_{补} = 11.00101$

$$\begin{array}{r} 00.10111 \\ + 11.00101 \\ \hline \end{array}$$

$$11.11100$$

没有溢出, $x-y = -0.001$

(3) $[x]_{补} = 00.11011$, $[-y]_{补} = 00.10011$

$$\begin{array}{r} 00.11011 \\ + 00.10011 \\ \hline \end{array}$$

$$01.01110$$

结果溢出, $x-y = 1.0111$

5. 用原码一位乘法、补码一位乘法计算 $x*y$

(1) $x=0.11011$ $y=-0.11111$

(2) $x=-0.1111$ $y=-0.11011$

批注 [宝贝1]: (2) 题完全没有做, 扣分-2, 正确如下:

5.10 原码乘法

$[x]_{原} = 0.1101$
 $[y]_{原} = 0.1111$

0.1101

x 0.1111

1101

1101

1101

1101

1101

$\therefore x \cdot y = -0.1101000101$

(2) 补码乘法

$[x]_{补} = 11.0001$, $[y]_{补} = 11.0010$
 $[-x]_{补} = 00.1111$

00.0000

+ 11.0001

11.0001

左移, 01.1000

+ 00.0000

01.1000

左移, 00.1100

+ 11.0001

11.1101

左移, 01.1110

+ 00.0000

01.1110

左移, 00.1111

+ 00.0000

00.1111

左移, 00.0111

+ 00.1111

01.0110

$\therefore x \cdot y = 0.1010$

批注 [宝贝2]: (1) 中没有按原码一位乘法计算, (2) 中那个补码计算出错了, 结果也不对, 扣分-1, 正确如下:

(1)

原码一位乘法:

部分积	乘数	判断位
00.00000		
+00.11011		0.11111
00.11011		
00.01101	1	0.1111
+00.11011		
01.01000	1	
00.10100	01	0.111
+00.11011		
01.01111	01	
00.10111	101	0.11
+00.11011		
01.10010	101	
00.11001	0101	0.1
+00.11011		
01.10100	0101	
00.11010	00101	0

$x \cdot y = 0.1101000101$

补码一位乘法:

$[x]_{补} = 00.11011$ $[y]_{补} = 11.00001$, $[-x]_{补} = 11.00101$

部分积	乘数	判断位
-----	----	-----

00.00000	00001	
+00.11011		y5=1,[x]补
00.11011		
00.01101	1 0000	右移一位
+00.00000		y4=0,+0
00.01101		
00.00110	11 000	右移一位
+00.00000		y3=0,+0
00.00110		
00.00011	011 00	右移一位
+00.00000		y2=0,+0
00.00011		
00.00001	1011 0	右移一位
+00.00000		y1=0,+0
00.00001		
00.00000	11011	右移一位
+11.00101		y0=1,+[-x]补修正
11.00101	11011	

结果是

[x*y]补=1.0010111011

x*y=-0.1101000101

(2)

原码一位乘法:

部分积	乘数	判断位
00.00000		
+00.11110		0.11011
00.11110		
00.01111	0	0.1101
+00.11110		
01.01101	0	
00.10110	10	0.110
+00.00000		
00.10110	10	
00.01011	010	0.11
+00.11110		
01.01001	010	
00.10100	1010	0.1
+00.11110		
01.10010	1010	
00.11001	01010	0

x*y=0.1100101010

补码一位乘法:

$[x]_{\text{补}}=11.00010$ $[y]_{\text{补}}=11.00101$, $[-x]_{\text{补}}=00.11110$

部分积	乘数	判断位
00.00000	00101	
+11.00010		$y_5=1, +[x]_{\text{补}}$
11.00010		
11.10001	0 0010	右移一位
+00.00000		$y_4=0, +0$
11.10001		
11.11000	10 001	右移一位
+11.00010		$y_3=1, +[x]_{\text{补}}$
10.11010		
11.01101	010 00	右移一位
+00.00000		$y_2=0, +0$
11.01101		
11.10110	1010 0	右移一位
+00.00000		$y_1=0, +0$
11.10110		
11.11011	01010	右移一位
+00.11110		$y_0=1, +[-x]_{\text{补}}$
<u>00.11001</u>	01010	

$x*y=0.1100101010$

6. 用原码恢复余数法和不恢复余数法计算 $x \div y$

(1) $x=0.11000$ $y=-0.11111$

(2) $x=-0.01011$ $y=0.11001$

(1) 解: 110 原码恢复余数法

$[x]_{原} = 00.11000, [-y]_{补} = 11.00001, [y]_{原} = 00.11111$

$\begin{array}{r} 00.11000 \\ + 11.00001 \\ \hline R_0 = 11.11001 < 0 \\ + 00.11111 \\ \hline 00.11000 \\ 左移 01.10000 \\ + 11.00001 \\ \hline R_1 = 00.10001 > 0 \\ 左移 01.00010 \\ + 11.00001 \\ \hline R_2 = 00.00011 > 0 \\ 左移 00.00110 \\ + 11.00001 \\ \hline R_3 = 11.01101 < 0 \\ + 00.11111 \\ \hline 00.01100 \\ 左移 00.01100 \\ + 11.00001 \\ \hline R_4 = 11.01101 < 0 \\ + 00.11111 \\ \hline 00.01100 \end{array}$	商 0 1 1 0 0
---	--

$\therefore x = -0.11$

(2) 原码不恢复余数法

$[x]_{原} = 0.0101, [y]_{原} = 0.1101, [-y]_{补} = 1.0010$

$\begin{array}{r} 0.0101 \\ + 1.0010 \\ \hline R_0 = 1.0000 < 0 \\ 左移 1.0000 \\ + 0.1101 \\ \hline R_1 = 1.1101 < 0 \\ 左移 1.1010 \\ + 0.1101 \\ \hline R_2 = 0.1001 > 0 \\ 左移 1.0010 \\ + 1.0010 \\ \hline R_3 = 0.0011 > 0 \\ 左移 0.0110 \\ + 1.0010 \\ \hline R_4 = 1.1001 < 0 \end{array}$	商 0 0 1 1 0
--	--

$\therefore x = -0.0110$

批注 [宝贝3]: 画圈处抄错了吧, 后面全错, 扣分-1, 然后 (1) 题漏做了不恢复余数法部分, (2) 题漏做了恢复余数法部分, 扣分-2, 正确结果如下:

(1) 用原码恢复余数法:

$[x]_{原} = 00.11000, [y]_{原} = 00.11111, [-y]_{补} = 11.00001$

被除数/余数	上商位	判断及求商
00.11000		
+ [-y] _补 11.00001		减 Y 进行比较
11.11001	0	余数 R ₀ < 0, 商 = 0
+ 00.11111		加 y 恢复余数
00.11000		左移一位
01.10000	0	
+ [-y] _补 11.00001		减 Y 进行比较
00.10001	0.1	余数 R ₁ > 0, 商上 1
01.00010		左移一位
+ [-y] _补 11.00001		减 Y 进行比较
00.00011	0.11	余数 R ₂ > 0, 商上 1
00.00110		左移一位
+ [-y] _补 11.00001		减 Y 进行比较
11.00111	0.110	余数 R ₃ < 0, 商上 0
+ 00.11111		加 Y 恢复余数
00.00110		
00.01100		左移一位
+ [-y] _补 11.00001		减 Y 进行比较
11.01101	0.1100	余数 R ₄ < 0, 商上 0
+ 00.11111		加 Y 恢复余数
00.01100		加 Y 恢复余数
00.11000		左移一位

+[- y]补	11.00001		减 Y 进行比较
	11.11001	0.11000	余数 R5<0, 商上 0
+00.11111			加 Y 恢复余数
	00.11000		

[x/y]=-0.11000,余数 0.0000011000

用原码不恢复余数法

[x]原=00.11000, [|y|]原=00.11111, [-|y|]补=11.00001,

被除数/余数	商	判断/交叉运算
0.11000	0.00000	
+1.00001		+[- y]补
1.11001	0	余数为负, 商 0
1.10010		左移
+0.11111		+ [y]补
0.10001	01	余数为正, 商 1
1.00010		左移
+1.00001		+[- y]补
0.00011	011	余数为正, 商 1
0.00110		左移
+1.00001		+[- y]补
1.00111	0110	余数为负, 商 0
0.01110		左移
+0.11111		+ [y]补
1.01101	01100	余数为负, 商 0
0.11010		左移
+0.11111		+ [y]补
1.11001	011000	余数为负, 商 0

所以 [x/y]=-0.11000, 余数应为 (11)11001+(00)11111=(00)11000=0.11000, 实际余数是 0.0000011000

(2) 用原码恢复余数法

[|x|]原=00.01011, [y]原=00.11001, [-y]补=11.00111

被除数/余数	上商位	判断及求商
00.01011		
+[- y]补 11.00111		减 Y 进行比较
11.10010	0	余数 R0<0,商=0
+00.11001		加 y 恢复余数
00.01011	0	
00.10110		左移一位
+[- y]补 11.00111		减 Y 进行比较
11.11101	0.0	余数 R1<0, 商=0
+00.11001		加 y 恢复余数
00.10110	0.0	
01.01100		左移一位
+[- y]补 11.00111		减 Y 进行比较

00.10011	0.01	余数 R1>0, 商=1
01.00110		左移一位
+[- y]补 11.00111		减 Y 进行比较
00.01101	0.011	余数 R1>0, 商=1
00.11010		左移一位
+[- y]补 11.00111		减 Y 进行比较
00.00001	0.0111	余数 R1>0, 商=1
00.00010		左移一位
+[- y]补 11.00111		减 Y 进行比较
11.01001	0.01110	余数 R1<0, 商=0
+00.11001		加 y 恢复余数
00.00010		

[x/y]=-0.01110,余数是 0.0000000010

用原码不恢复余数法:

[|x|]原=00.01011, [y]原=00.11001, [-y]补=11.00111

被除数/余数	商	判断/交叉运算
0.01011	0.00000	
+1.00111		+[- y]补
1.10010	0	余数为负, 商 0
1.00100		左移
+0.11001		+ [y]补
1.11101	00	余数为负, 商 0
1.11010		左移
+0.11001		+ [y]补
0.10011	001	余数为正, 商 1
1.00110		左移
+1.00111		+ [- y]补
0.01101	0011	余数为正, 商 1
0.11010		左移
+1.00111		+ [- y]补
0.00001	00111	余数为正, 商 1
0.00010		左移
+1.00111		+ [- y]补
1.01001	001110	余数为负, 商 0

[x/y]=-0.01110,余数 11.01001+00.11001=00.00010,实际余数是 0.0000000010

7. 设阶码 3 位, 尾数 6 位, 按浮点运算方法, 完成下列取值的[x+y],[x-y]运算

(1) $x=2^{-011} \times 0.100101$ $y=2^{-010} \times (-0.011110)$

(2) $x=2^{-101} \times (-0.100010)$ $y=2^{-100} \times (0.010110)$

阶码采用双符号位，
尾数采用单符号位

7. 解: (1) $y = 2^{-010} \times (-0.01110) = 2^{-011} \times (-0.11100)$

$[x]_{\text{浮}} = 11101, 0.100101$
 $[y]_{\text{浮}} = 11101, 1.000100$
 $[x-y]_{\text{浮}} = 11101, 0.111100$

$$\begin{array}{r} 0.101001 \\ + 1.000100 \\ \hline 1.101101 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.100101 \\ + 0.111100 \\ \hline 1.100001 \end{array}$$

$\therefore [x+y]_{\text{浮}} = 11101, 1.100001$
 $[x-y]_{\text{浮}} = 11101, 1.100001$

即 $\begin{cases} x+y = 2^{-011} \times (-0.01110) = 2^{-100} \times (-0.10111) \\ x-y = 2^{-011} \times (-0.01110) = 2^{-100} \times (-0.10111) \end{cases}$

(2) $y = 2^{-100} \times (0.010110) = 2^{-101} \times (0.10110)$

$[x]_{\text{浮}} = 11011, 1.01110$
 $[y]_{\text{浮}} = 11011, 0.10110$
 $[x-y]_{\text{浮}} = 11011, 1.01010$

$$\begin{array}{r} 1.01110 \\ + 0.10110 \\ \hline 0.00100 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1.01110 \\ + 1.01010 \\ \hline 0.11000 \end{array}$$

$\therefore \begin{cases} [x+y]_{\text{浮}} = 11011, 0.00100 \\ [x-y]_{\text{浮}} = 11011, 0.11000 \end{cases}$

即 $\begin{cases} x+y = 2^{-101} \times (0.010110) = 2^{-111} \times (0.10110) \\ x-y = 2^{-101} \times (0.11000) \end{cases}$

批注 [宝贝4]: (1) (2) 的加法结果正确，但注意要按标准 6 位输出，减法出错，扣分-2, 正确如下:

(1)

$$x = 2^{-011} \times 0.100101 = 2^{-010} \times 0.0100101$$

$$x+y = 2^{-010} \times (0.0100101 - 0.011110) = 2^{-010} \times (-0.0010111) = 2^{-100} \times (-0.101110)$$

方法 2

$$[x]_{\text{浮}} = 11101, 0.100101$$

$$[y]_{\text{浮}} = 11110, -0.011110$$

$$Ex - Ey = 11101 + 00010 = 11111 < 0$$

$$[x]_{\text{浮}} = 11110, 0.010010(1), \text{对齐处理}$$

$$[y]_{\text{浮}} = 11.100010(0)$$

$$x+y \quad 00.0100101$$

$$+ 11.1000100$$

$$\hline 11.1101001$$

按规格化处理，由于是 11.11***型的要左规处理，阶码-2

规格化后补 11.01001(00), $11110 + 11110 = 11100 = -4$

$$x+y = 11100, -0.101110 = 2^{-100} \times -0.101110 = 2^{-4} \times -0.101110$$

$$x-y \quad 00.0100101$$

$$+ 00.011110$$

$$\hline 00.110000(1)$$

规格化处理: 0.110000(1) 阶码 11110

$$x-y = 2^{-010} \times 0.110001 = 2^{-2} \times 0.110001$$

(2)

$[x]_{\text{浮}} = 11011, -0.100010$

$[y]_{\text{浮}} = 11100, 0.010110$

$E_x - E_y = 11011 + 00100 = 11111 < 0$

$[x]_{\text{浮}} = 11100, -0.010001(0)$, 对齐处理

$[x]_{\text{尾补}} = 11.101111(0)$

$$\begin{array}{r} x+y \quad 11.101111(0) \\ +00.010110 \\ \hline 00.000101(0) \end{array}$$

规格化处理, 由于是 00.00**型的要左规处理, 阶码-3

规格化后尾补 00.101(000), 阶码 $11100 + 11101 = 11001 = -7$

$x+y = 2^{-7} * 0.101000$

$[-y]_{\text{尾补}} = 11.101010$

$$\begin{array}{r} x-y \quad 11.101111(0) \\ +11.101010 \\ \hline 11.011001(0) \end{array}$$

规格化后 $1.011001(0) = -0.100111(0)$, 阶码是 $11100 = -4$

$x-y = 2^{-4} * (-0.100111)$

8. 设数阶码 3 位, 尾数 6 位, 按浮点运算方法, 计算下列各式:

(1) $(2^3 \times 0.1101) \times (2^4 \times -0.1001)$

(2) $(2^{-2} \times 0.01101) \div (2^3 \times 0.1111)$

8. 解: (1) $x = 2^3 \times (0.1101)$
 $y = 2^4 \times (-0.1001)$
 $E_x \cdot E_y = 2^{3+4} = 2^7 = 2^{11}$

$$\begin{array}{r} 0.1101 \\ \times 0.1001 \\ \hline 1101 \\ 0000 \\ 0000 \\ 1101 \\ \hline 0.0110101 \end{array}$$

$S_x \cdot S_y = -0.0110101$
 $\therefore x \cdot y = 2^{11} \times (-0.110101)$

(2) $x = 2^{-2} \times 0.010101 = 2^{-3} \times 0.1101$
 $y = 2^3 \times 0.1111$
 $E_x \cdot E_y = 2^{-3} + 2^3 = 2^6 = 2^{10}$

$[S_x]_{补} = 0.1101$
 $[S_y]_{补} = 0.1111$
 $[-S_y]_{补} = 1.0001$

$$\begin{array}{r} 0.1101 \\ + 1.0001 \\ \hline R_0 = 1.1110 < 0 & 0 \\ \leftarrow 1.1100 \\ + 0.1111 \\ \hline R_0 = 0.1001 > 0 & 1 \\ \leftarrow 1.0010 \\ + 1.0001 \\ \hline R_0 = 0.0011 > 0 & 1 \\ \leftarrow 0.0110 \\ + 1.0001 \\ \hline R_0 = 1.0111 < 0 & 0 \\ \leftarrow 0.1110 \\ + 0.1111 \\ \hline R_0 = 1.1101 < 0 & 0 \\ \leftarrow 1.1010 \\ + 0.1111 \\ \hline R_0 = 0.1001 > 0 & 1 \end{array}$$

$\frac{S_x}{S_y} = 0.11001$
 $\frac{x}{y} = 2^{-10} \times 0.11001$

批注 [宝贝5]: (1) 画圈处, 阶数不对, 然后后面的尾数要归一化为 6 位的 (2) 也应该按 6 位计算, 结果也不正确, 扣分-2, 正确如下:

(1)

$E_x=0011, M_x=0.110100, E_y=0100, M_y=0.100100$

$M_x \cdot M_y = 0.01110101$

规格化后是 $2^6 \times -0.111011$

(2)

$E_x=1110, M_x=0.011010, E_y=0011, M_y=0.111100$

$[-M_y]$ 补 1.000100

$E_x - E_y = 1110 + 1101 = 1011 = -5$

0.011010	商	
+ 1.000100		$+[-M_y]$
1.011110	0	
0.111100		左移
+0.111100		$+ [M_y]$
1.111000	0.0	
1.110000		左移
+0.111100		
0.101100	0.01	
1.011000		左移
+1.000100		
0.011100	0.011	
0.111000		左移
+1.000100		
1.111100	0.0110	
1.111000		左移
+0.111100		
0.110100	0.01101	
1.101000		左移
+1.000100		
0.101100	0.011011	
1.011000		左移
+1.000100		
0.011100	0.0110111	

商是 0.0110111, 余数 0.0000000011100

规格化后,尾数是 0.110111,阶码是 $-5-1=-6$

$[x/y] = 2^{-6} \times 0.110111$, 余数是 $2^{-7} \times 0.011100$