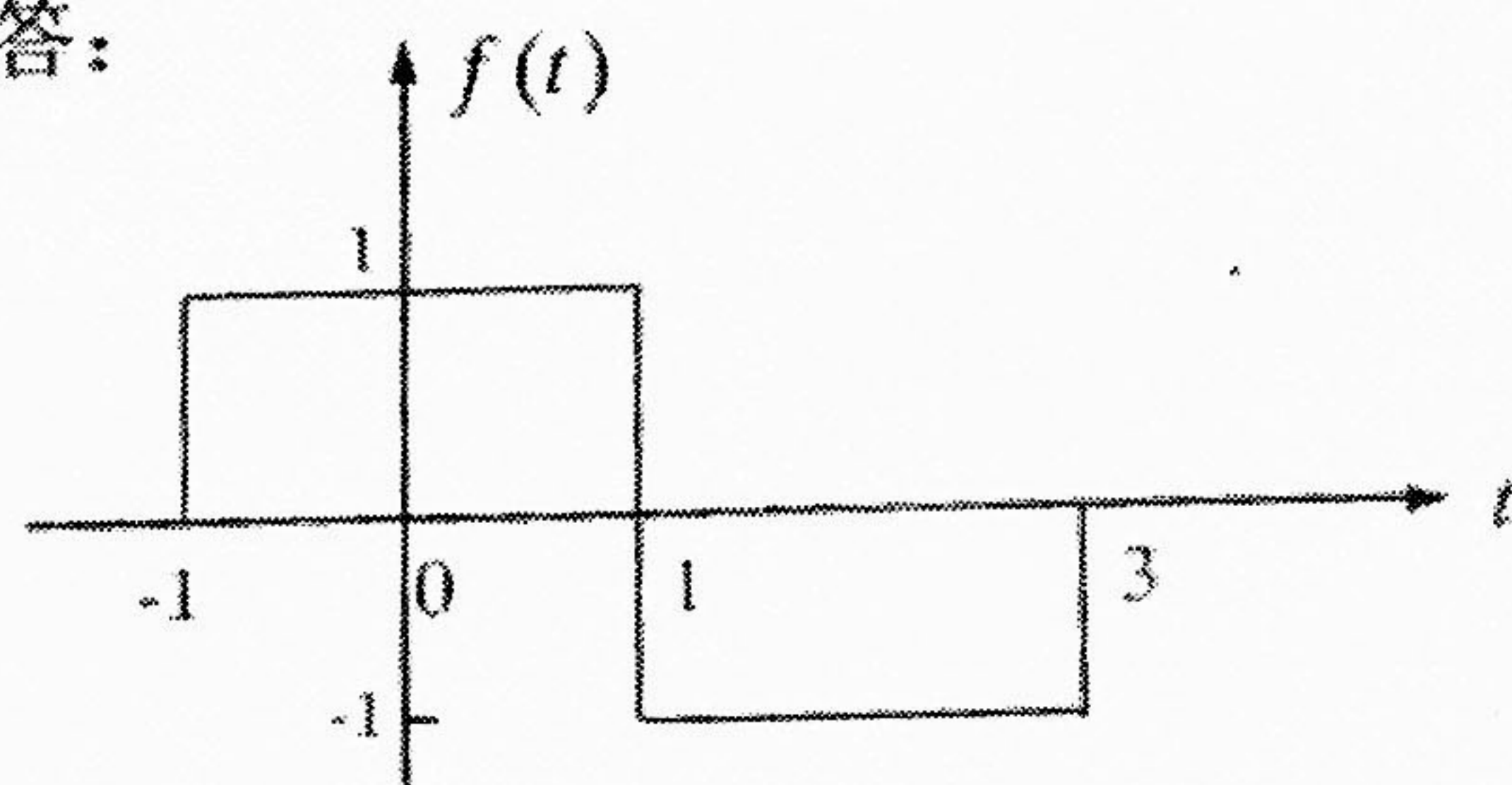


中国传媒大学 《信号与系统》课程考试试题 (2008 年 5 月)

一、(共 12 分)画出下列信号的图形:(要标注出关键点的坐标)

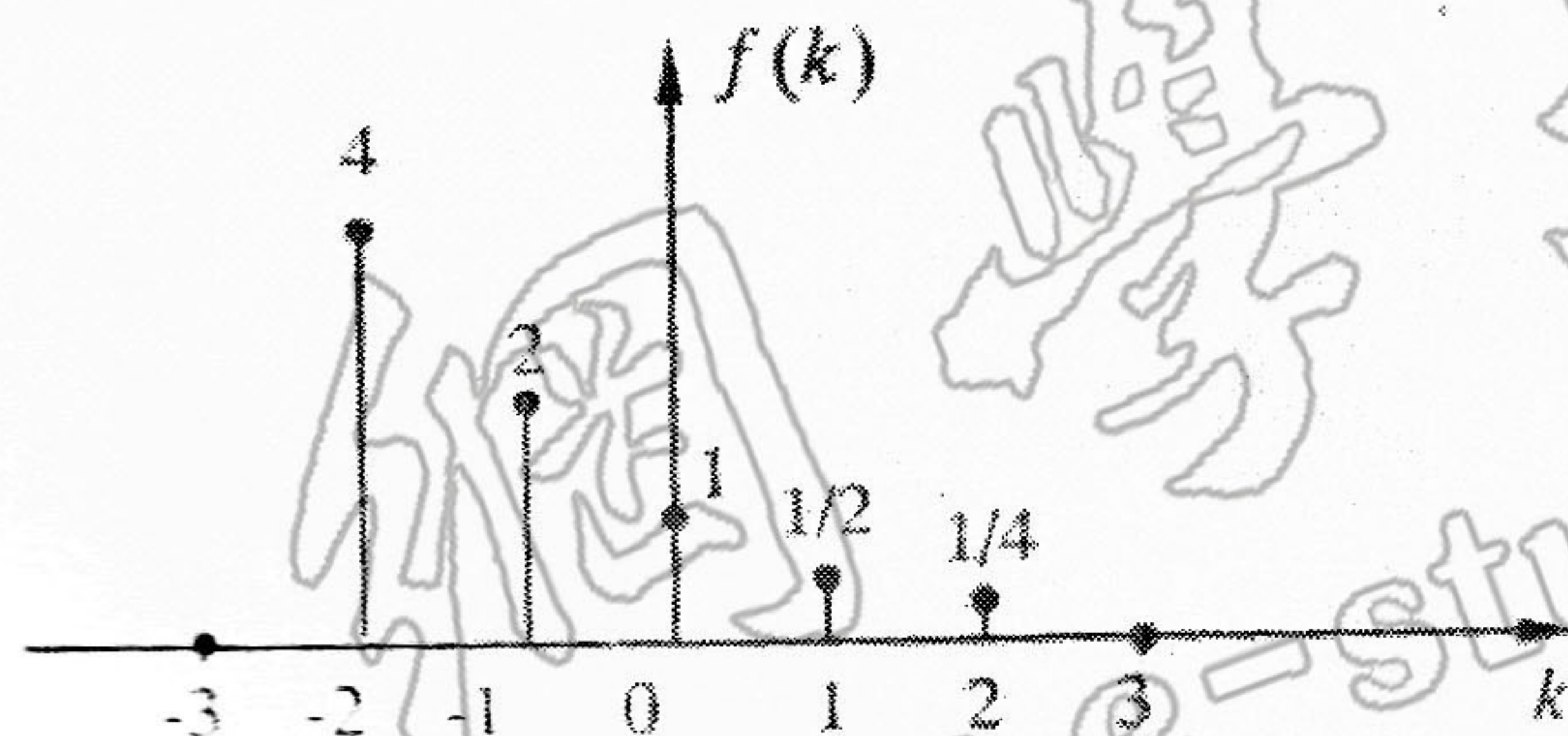
(1) (3 分) $f(t) = \varepsilon(t+1) - 2\varepsilon(t-1) + \varepsilon(t-3)$

答:



(2) (3 分) $f(k) = \left(\frac{1}{2}\right)^k [\varepsilon(k+2) - \varepsilon(k-3)]$

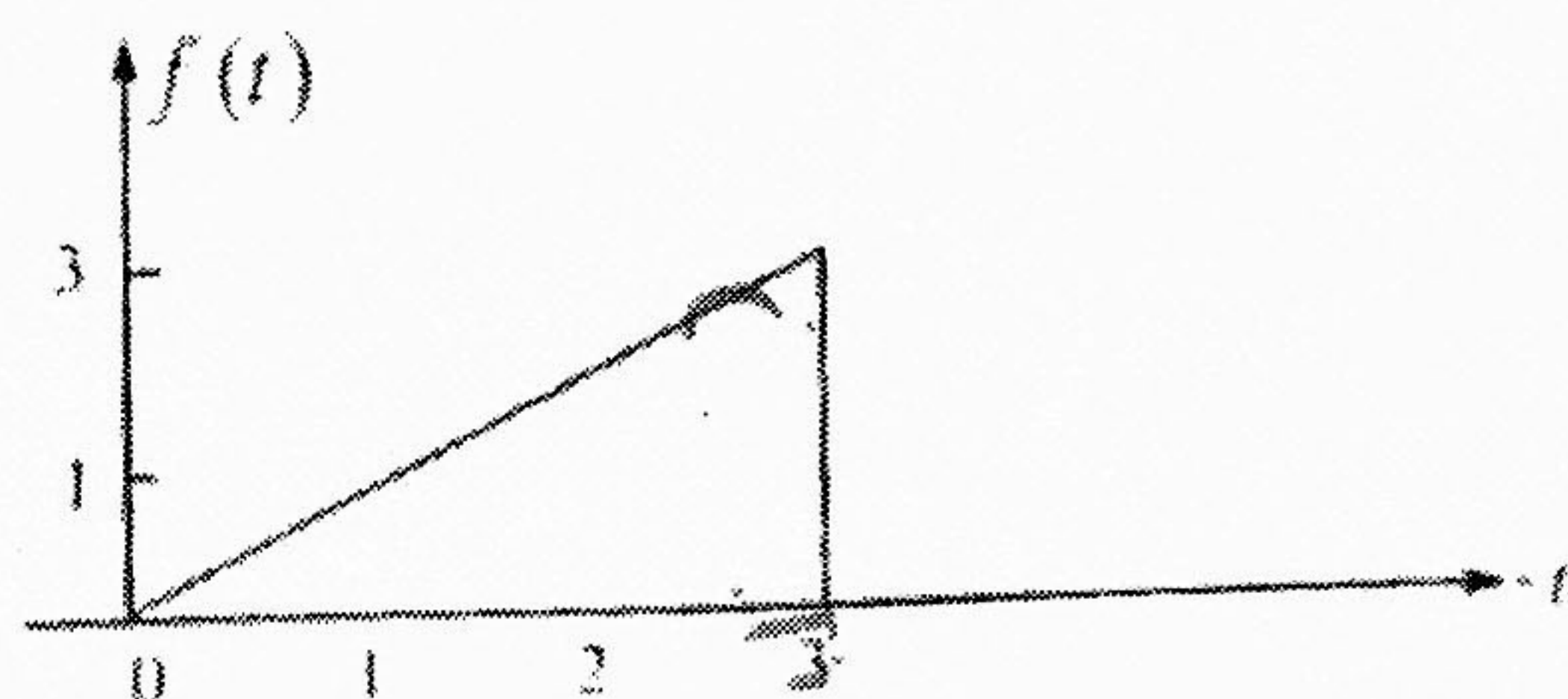
答:



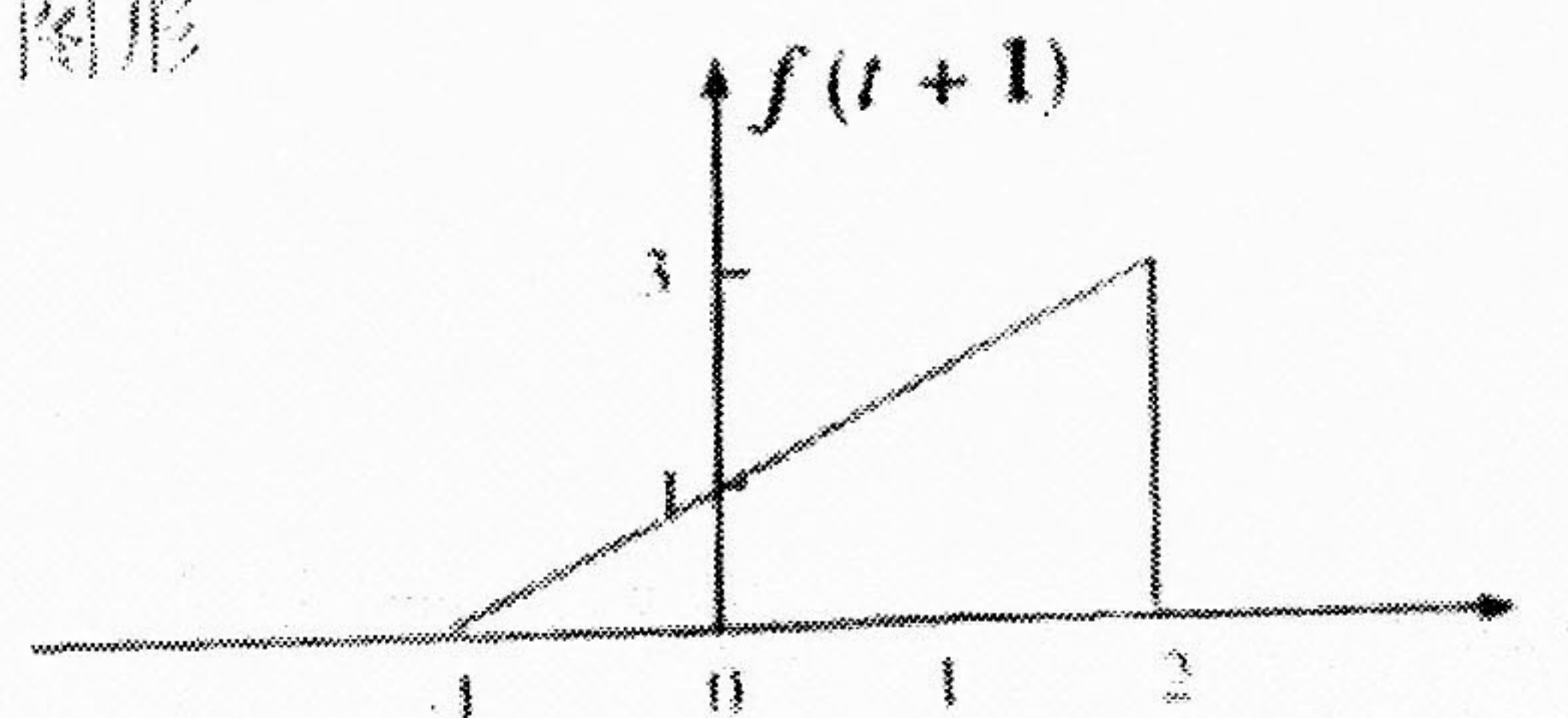
(3) (6 分) 已知 $f(t) = t[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-3)]$, 试画出 $f(1-\frac{1}{2}t)$ 的波形。

解: $f(1-\frac{1}{2}t)$ 的图形是 $f(t)$ 的图形先向左平移 1 个单位, 再扩展 2 倍, 然后以纵轴为轴反折。

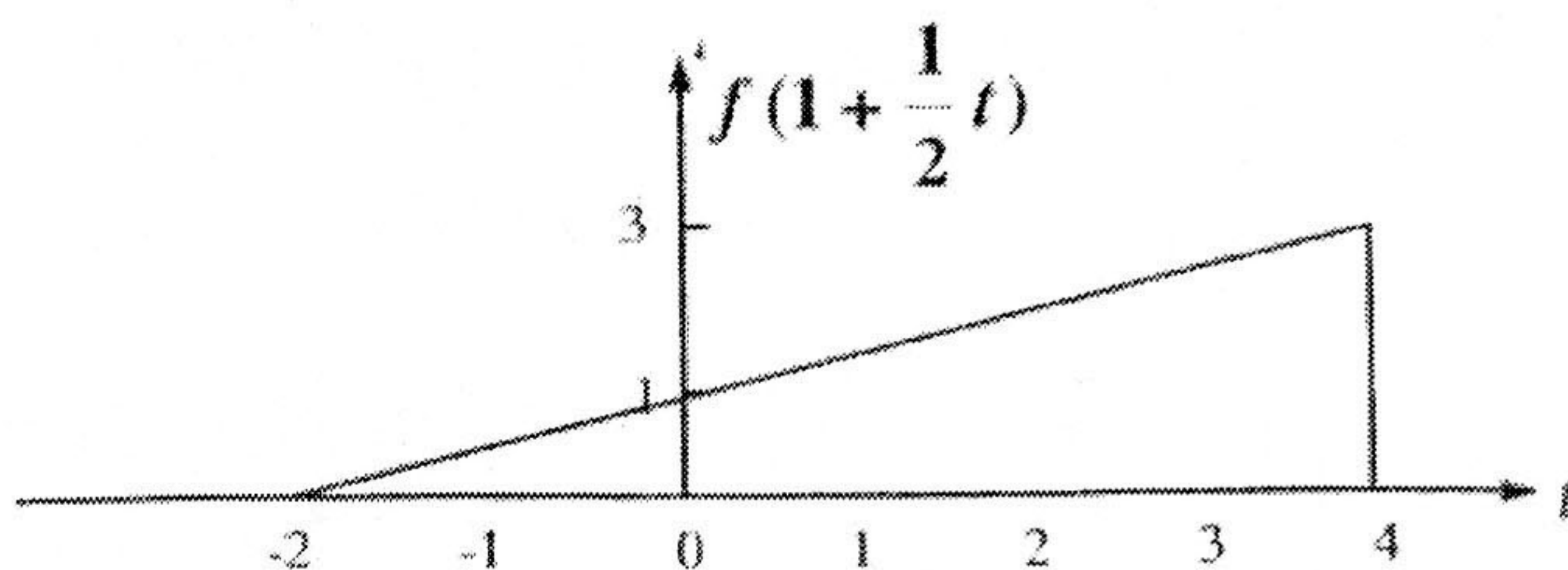
① 先画出 $f(t) = t[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-3)]$ 的图形



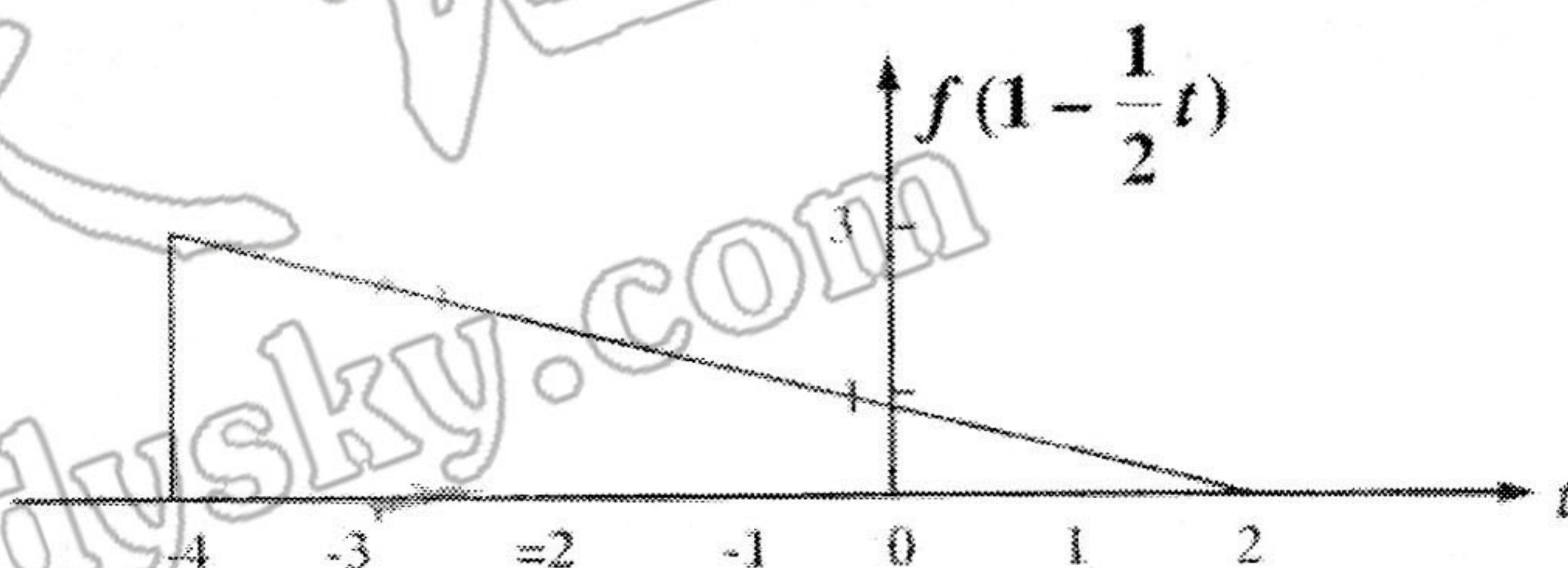
② 将 $f(t)$ 的图形向左平移 1, 得到 $f(t+1)$ 的图形



③ 将 $f(t+1)$ 的图形扩展 2 倍, 得到 $f(\frac{1}{2}t+1)$ 的图形



④ 将 $f(\frac{1}{2}t+1)$ 的图形以纵轴为轴反折, 就得到了 $f(1-\frac{1}{2}t)$ 的图形



二、(每小题 5 分, 共 10 分)

(1) 已知一个连续系统的微分方程为 $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = f'(t) - f(t)$, 求此系统的单位冲激响应。

解: 根据微分方程可得系统函数为 $H(s) = \frac{s-1}{s^2+3s+2}$,

因为单位冲激响应与系统函数是一对拉氏变换对, 所以, 对系统函数求逆变换, 可得

$$H(s) = \frac{s-1}{(s+1)(s+2)} = \frac{3}{s+2} - \frac{2}{s+1}$$

$$h(t) = (3e^{-2t} - 2e^{-t})\varepsilon(t)$$

提示: 也可以在时域求解。

(2) 已知某系统的阶跃响应为 $g(t) = 5e^{-3t}\varepsilon(t)$, 求此系统的单位冲激响应 $h(t)$ 。

解: 因为阶跃响应与单位冲激响应 $h(t)$ 的关系为 $h(t) = \frac{d}{dt}g(t)$

$$\text{所以, } h(t) = \frac{d}{dt}[5e^{-3t}\varepsilon(t)] = 5\delta(t) - 15e^{-3t}\varepsilon(t)$$

三、(每小题 4 分, 共 8 分)利用冲激函数及冲激偶函数的抽样特性, 求下列积分的结果:

$$(1) \int_0^6 [\delta(t+1) + \delta(t-1)](t+1)dt$$

解: 原式 $= (t+1)|_{t=-1} = 2$

提示: 应用公式 $\int_{t_1}^{t_2} \delta(t-t_0) \cdot f(t)dt = \begin{cases} f(t_0) & t_1 \leq t_0 \leq t_2 \\ 0 & t_0 < t_1, t_0 > t_2 \end{cases}$

$$(2) \int_{-\infty}^{\infty} \sin \pi t \cdot \delta'(t+1)dt$$

解: 原式 $= -\frac{d}{dt} [\sin \pi t]|_{t=-1} = -\pi \cos \pi t|_{t=-1} = \pi$

提示: 应用公式 $\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t-t_0) \cdot f(t)dt = -f'(t_0)$

四、(每小题 5 分, 共 10 分)求下列两组信号的卷积: (可用图形表示, 但要有卷积过程的图形)

(1)

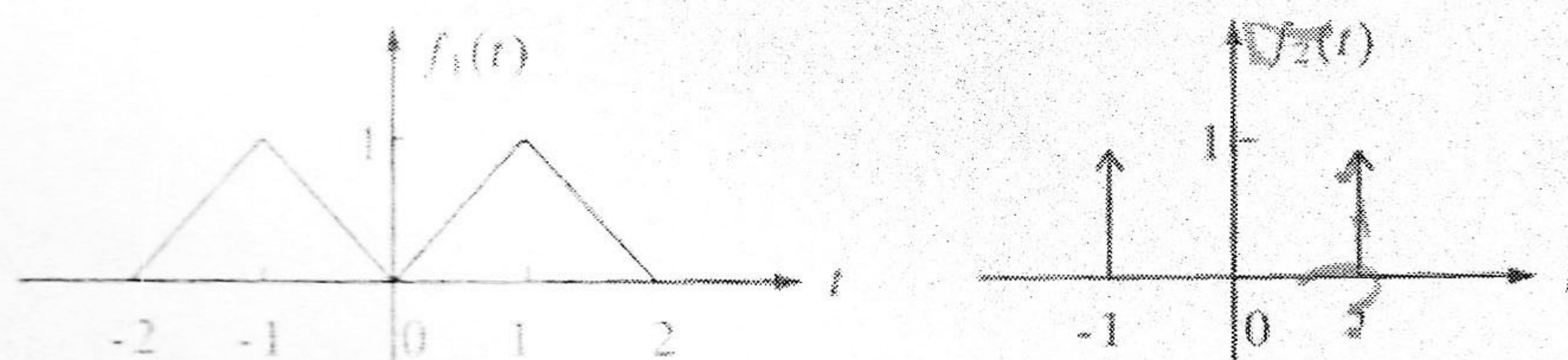
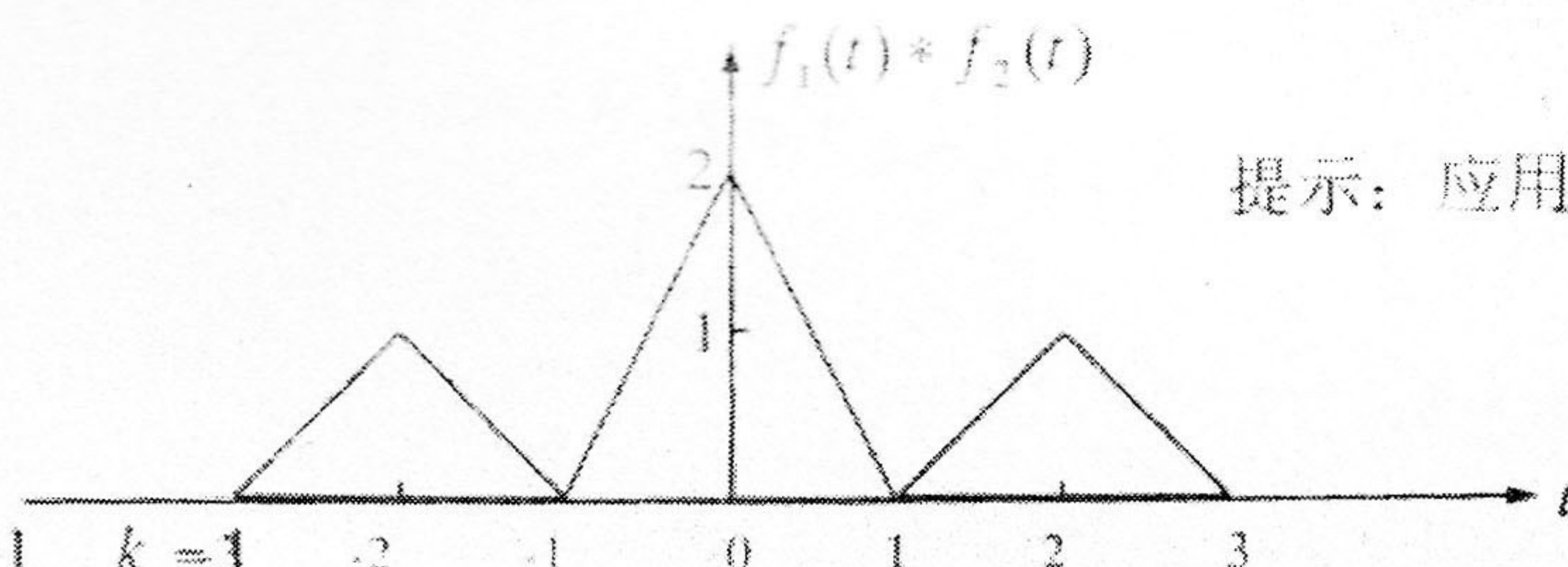


图 1

解:



提示: 应用公式 $f(t) * \delta(t-t_0) = f(t-t_0)$

$$(2) f_1(k) = \begin{cases} 1 & k=1 \\ 2 & k=2 \\ 3 & k=3 \end{cases}, \quad f_2(k) = 2[\varepsilon(k+1) - \varepsilon(k-1)]$$

解: 利用不进位乘法

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\
 \times \quad \begin{array}{ccc} 2 & 2 & \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{ccc} 2 & 4 & 6 \end{array} \\
 + \quad \begin{array}{ccc} 2 & 4 & 6 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{cccc} 2 & 8 & 10 & 6 \end{array}
 \end{array}$$

所以 $f_1(t) * f_2(t) = \left\{ 2, 8, 10, 6 \right\}_{k=0}$ 。

序列序号的确定请看课件。

五、(每空 4 分, 共 8 分) 一个模拟信号的最高频率为 20KHz, 若进行理想抽样, 则抽样频率应满足的条件是 $f_s \geq 40 \text{ KHz}$; 若以时间间隔 $T_s = 1\text{ms}$ 对此信号进行时域抽样, 能否不失真地恢复原信号? 不能。

六、(共 15 分) 试求下列函数的变换:

(1) (3 分) $\mathcal{F}[e^{-2(t-2)}\varepsilon(t)]$

解: $\mathcal{F}[e^{-2(t-2)}\varepsilon(t)] = \mathcal{F}[e^4 \cdot e^{-2t}\varepsilon(t)] = \frac{e^4}{j\omega + 2}$

提示: 应用基本变换对 $e^{-\alpha t}\varepsilon(t) \longleftrightarrow \frac{1}{j\omega + \alpha}$

(2) (3 分) $z[\delta(k+1) - \delta(k-1) + 2\delta(k-2)]$

解: $z[\delta(k+1) - \delta(k-1) + 2\delta(k-2)] = z - z^{-1} + 2z^{-2}$

提示: 应用基本变换对 $\delta(k - k_0) \longleftrightarrow z^{-k_0}$

(3) (4 分) $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2 + 2s + 3}\right]$

解: 以 $b_0 = 2$ 为例

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s+2}{s^2 + 2s + 3}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s+2}{(s+1)^2 + 2}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s+1}{(s+1)^2 + \sqrt{2}^2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{(s+1)^2 + \sqrt{2}^2}\right]$$

$$= e^{-t} \left(\cos \sqrt{2}t + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \sqrt{2}t \right) \varepsilon(t)$$

提示: 应用基本变换对 $e^{-\alpha t} \cos \beta t \varepsilon(t) \longleftrightarrow \frac{s + \alpha}{(s + \alpha)^2 + \beta^2}$

$$e^{-\alpha t} \sin \beta t \varepsilon(t) \longleftrightarrow \frac{\beta}{(s + \alpha)^2 + \beta^2}$$

(4) (5 分) $z^{-1} \left[\frac{3z}{(z - 0.5)(z + 1)} \right] \quad 0.5 < |z| < 1$

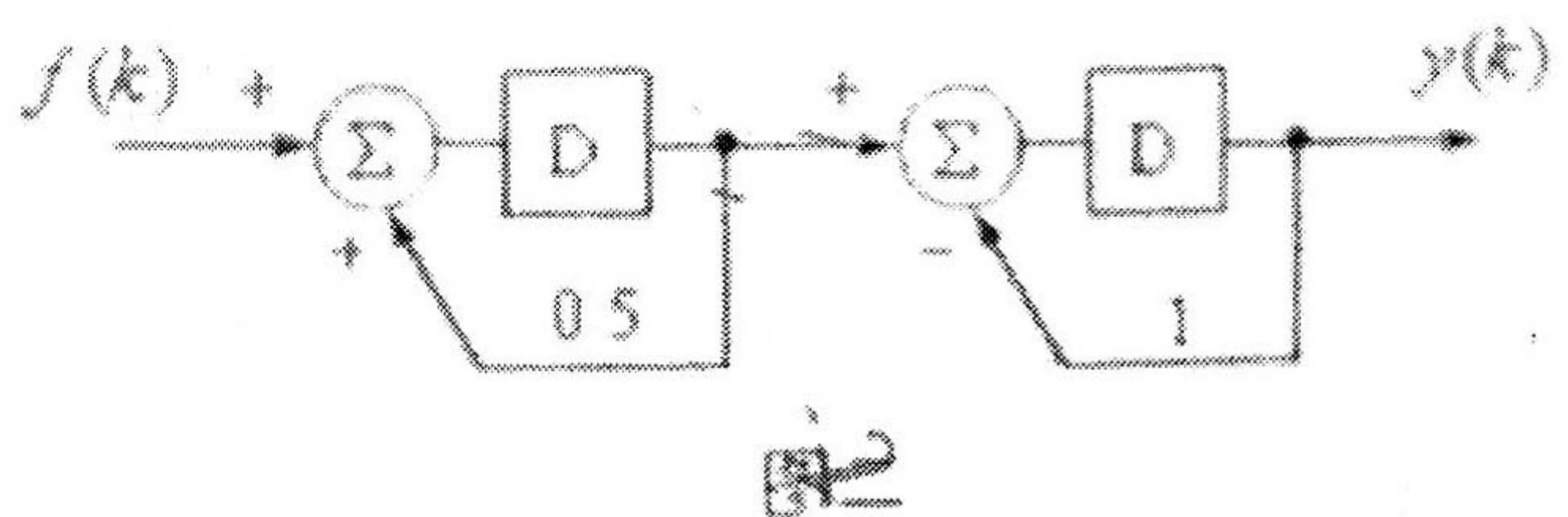
解: 因为 $\frac{3z}{(z - 0.5)(z + 1)} = \frac{2z}{z - 0.5} - \frac{2z}{z + 1}$

所以, 原式 $= 2 \times 0.5^k \varepsilon(k) + 2 \times (-1)^k \varepsilon(-k - 1)$

提示: 应用基本变换对 $a^k \varepsilon(k) \longleftrightarrow \frac{z}{z - a} \quad |z| > |a|$
 $-a^k \varepsilon(-k - 1) \longleftrightarrow \frac{z}{z - a} \quad |z| < |a|$

七、(每小题 5 分, 共 10 分)

- (1) 若已知某系统的阶跃响应为 $g(k) = \left(\frac{1}{3}\right)^k \varepsilon(k)$, 求此系统的单位序列响应 $h(k)$ 。
(2) 已知一离散系统的框图如图二所示, 求此系统的系统函数 $H(z)$ 。



解: (1) 因为离散系统的单位序列响应与阶跃响应之间的关系为: $h(k) = g(k) - g(k-1)$

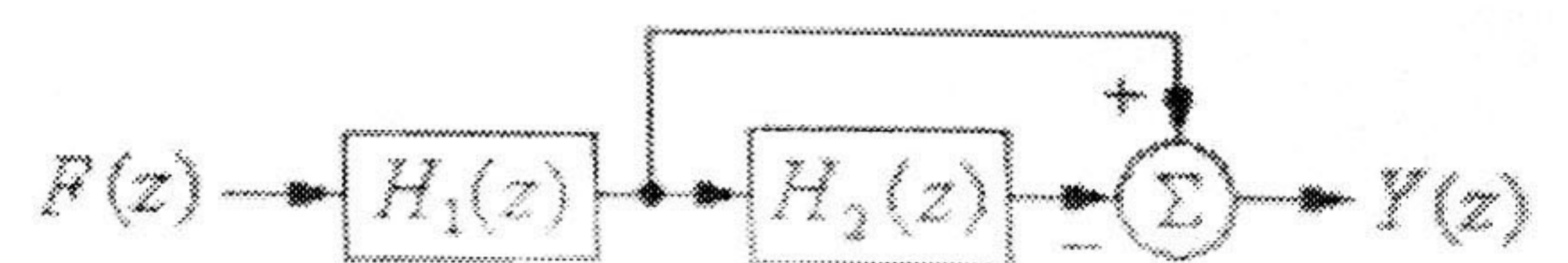
所以, $h(k) = \left(\frac{1}{3}\right)^k \varepsilon(k) - \left(\frac{1}{3}\right)^{k-1} \varepsilon(k-1) = \delta(k) - 2\left(\frac{1}{3}\right)^k \varepsilon(k-1)$

或 $h(k) = 3\delta(k) - 2\left(\frac{1}{3}\right)^k \varepsilon(k)$

(2) 由系统框图可写出此系统的系统函数为

$$H(z) = \frac{1}{z-0.2} \cdot \frac{1}{z+1} = \frac{1}{z^2 + 0.8z - 0.2}$$

八、(10 分) 一个复合离散系统如图三所示, 已知 $H_1(z) = \frac{z}{z-1}$, $H_2(z) = \frac{1}{z-0.5}$, 求此系统的系统函数, 并写出系统的差分方程。



图三

解: 由题图可知总系统的系统函数 $H(z)$ 为:

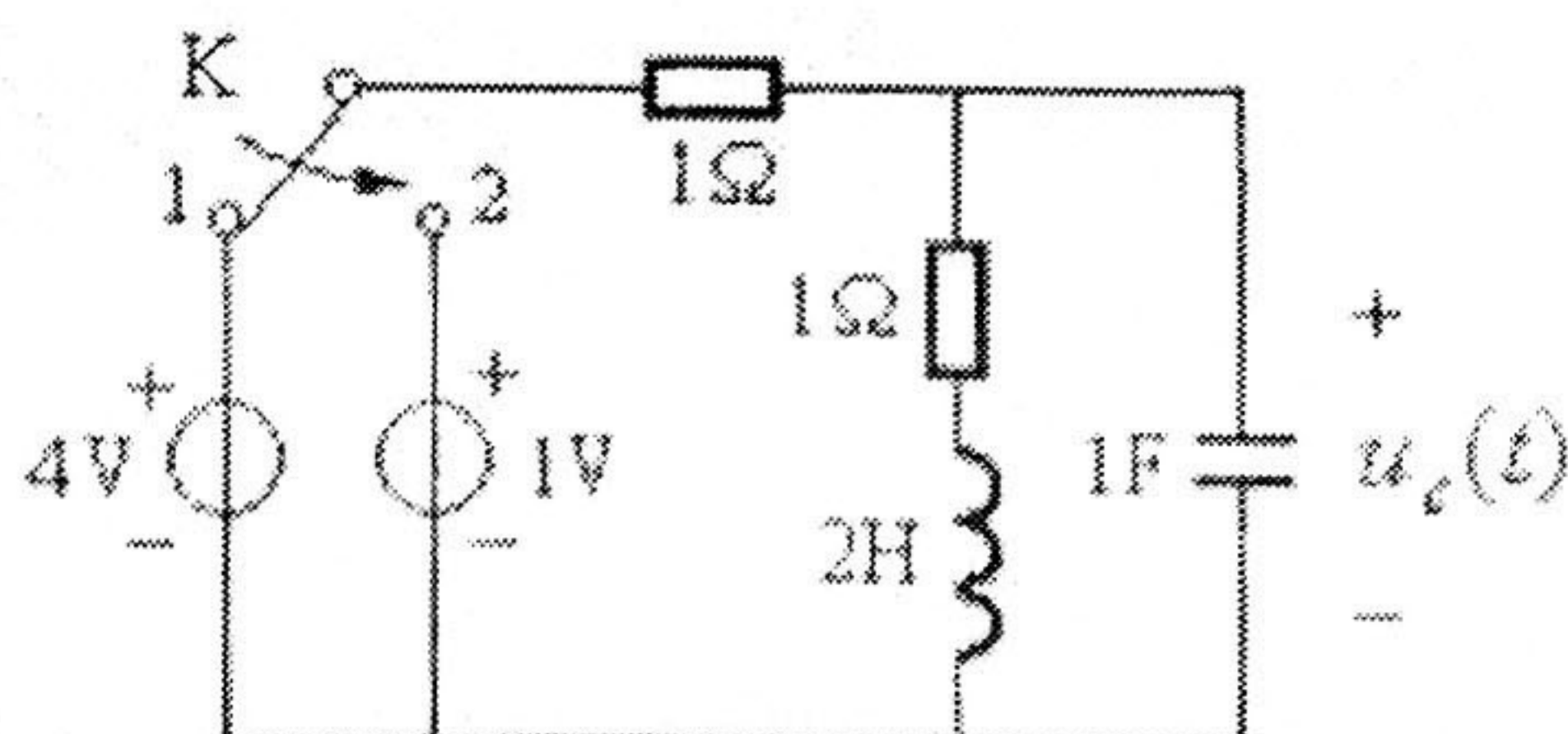
$$\begin{aligned} H(z) &= H_1(z) \cdot [1 - H_2(z)] \\ &= \frac{z}{z-1} \left[1 - \frac{1}{z-0.5} \right] = \frac{z^2 - 1.5z}{(z-1)(z-0.5)} = \frac{z^2 - 1.5z}{z^2 - 1.5z + 0.5} \end{aligned}$$

根据系统函数, 可写出系统差分方程为:

$$y(k) - 1.5y(k-1) + 0.5y(k-2) = e(k) - 1.5e(k-1)$$

提示: 直通通路的系统函数 $H(z) = 1$

九、(7 分) 电路如图四所示, 在 $t=0$ 时开关 K 由“1”端倒向“2”端 (在此之前电路已达稳定状态)。试画出 $t>0$ 时电路的 S 域模型。



图四

解: 先求初始条件, $i_L(0_-) = \frac{4}{2} = 2$ (A), $u_C(0_-) = 2$ (V)。