Report 6

题目

对两个函数线型（Gauss 分布和 类Lorentz 型分布），设其一为 p(x)，另一为F(x)，其中常数a≠b≠1,用舍选法对 p(x) 抽样。将计算得到的归一化频数分布直方图与理论曲线 p(x) 进行比较，讨论差异，讨论抽样效率。

算法及公式

在[-5, 5]范围内对高斯分布取样

取 $a = \frac{1}{4}$ $b = \frac{1}{16}$

$F(x) = \frac{A}{1+\frac{x^4}{16}}$ 归一化系数 $A = 0.2294383$

$p(x) = B e^{-\frac{x^2}{4}}$ 当 $B = 0.2$ 时

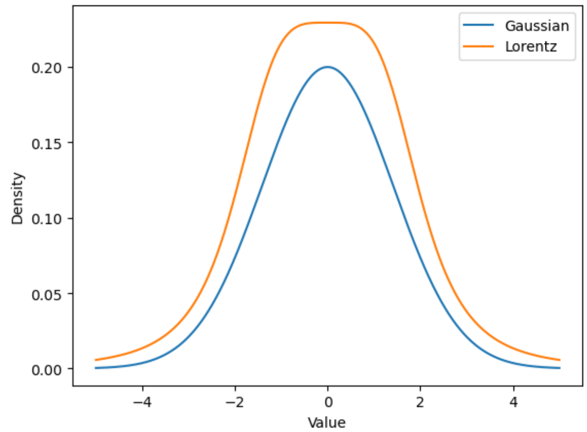
$p(x) \le F(x)$ 在 $[-5, 5]$ 上成立

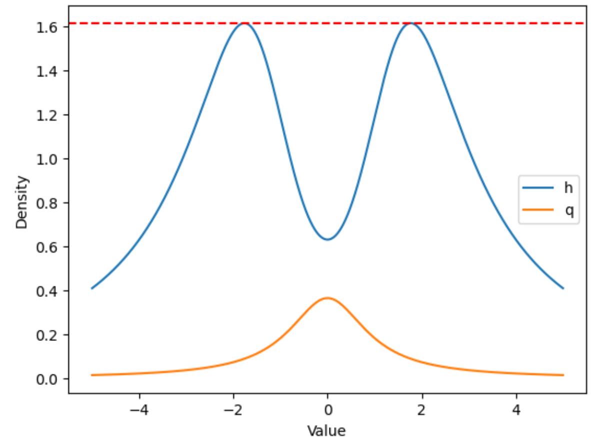
$F(x) = h(x) \cdot g(x)$

$g(x) = \frac{C}{1+x^2}$

$\int_{-5}^{5} g(x)\,dx = 2C \cdot \arctan 5 \Rightarrow C = \frac{1}{2\arctan 5} = 0.3640598$

$h(x) = \frac{F(x)}{g(x)}$ $M = 1.6143454$





先通过乘分布舍选法得到F(x)

① 由$q(x)$随机抽样 ξ_x，ξ_1为(0,1)均匀分布随机数

$$\xi_1 = \int_{-5}^{\xi_x} q(x)dx = \frac{1}{2} + c\arctan\xi_x$$

$$\xi_x = \tan\left(\frac{\xi_1 - \frac{1}{2}}{c}\right)$$

② 产生(0,1)上随机数 ξ_2，对满足条件 $M\xi_2 \le h(\xi_x)$，

取 $x = \xi_x$

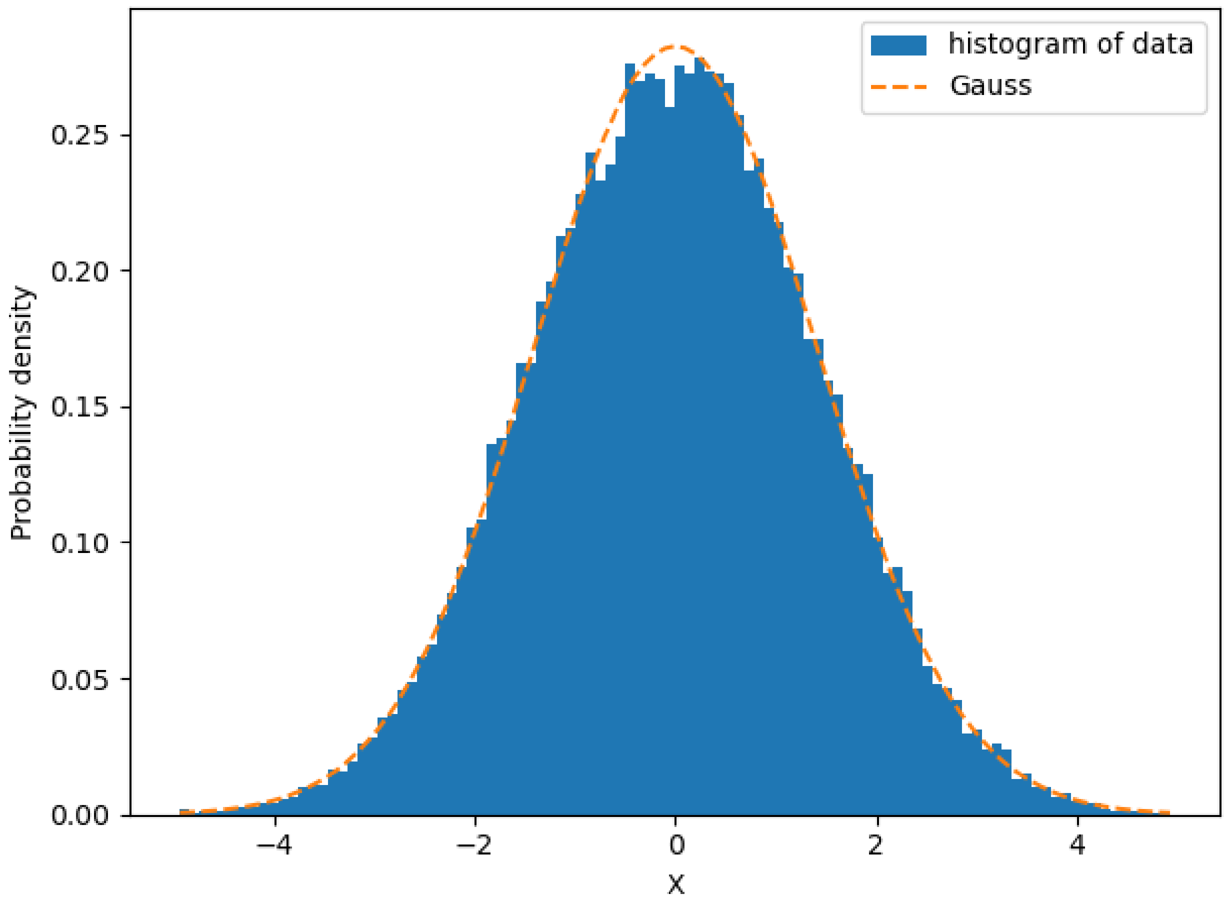
再由F(x)舍选出p(x)

ξ_3为(0,1)上均匀随机数

保留 $p(x) \ge \xi_3 F(x)$

结果及讨论

直方图和曲线非常接近，说明舍去法是成功的；当然点取得更多的话会更接近。



First rate of sampling is 0.617870

Second rate of sampling is 0.707997

Total rate of sampling is 0.437450

可以看出抽样效率并不是非常高，但显然比粗暴的简单抽样效率高很多。

如果选取的F(x)更接近p(x)的话，第二段的抽样效率会更高。

总结

本实验中，我们采取舍选法抽样得到高斯分布，中间使用类lorentz分布作为F(x)，提高了抽样效率。并且抽样结果与理论值十分接近。