

Report 4

题目

[第4题]: 设pdf函数满足关系式

$$p'(x) = a\delta(x) + b \exp(-cx), \quad x \in [-1, 1], \quad a \neq 0$$

讨论该函数性质并给出抽样方法。

函数性质

$$p(x) = \int_{-1}^x p'(u) du = \begin{cases} \frac{b}{c}(e^c - e^{cx}) & -1 \leq x < 0 \\ a + \frac{b}{c}(e^c - e^{cx}) & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

概率密度函数不连续

$$F(x) = \int_{-1}^x p(u) du = \begin{cases} \frac{b}{c} e^c \left(1 - \frac{1}{c}\right) + \frac{b}{c} e^{-cx} & (-1 \leq x < 0) \\ \frac{b}{c} \left(1 - \frac{e^c}{c}\right) + ax + \frac{b}{c} e^c x + \frac{b}{c^2} (e^{-cx} - 1) & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

抽样方法

1. 直接法反解累计函数是超越方程，不是很好解
2. 因为概率密度函数不连续，变化法也有很大困难

3. 舍取法：简单分布效率太低；由于在 $x=0$ 处pdf存在阶跃成分，可以在【-1, 0】，【0, 1】分段，取阶梯函数作为 $F(x)$