Report 10

题目

Monte Carlo方法研究二维平面上荷电粒子在正弦外电场（ ~sin(wt) ）中的随机行走。推导速度自相关函数的表达式，它随时间的变化是怎样的行为？能否模拟得到该自相关函数的曲线？是的话与理论曲线进行比较，否的话讨论理由。

算法及公式

- 速度自相关函数推导

Langevin 方程 $\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\vec{v}}{\tau} + \vec{A}$

$\vec{v}(t) = \vec{v}(0) e^{-\frac{t}{\tau}} + e^{-\frac{t}{\tau}} \int_0^t e^{\frac{t'}{\tau}} \vec{A}(t') dt'$

$\vec{v}(t) \cdot \vec{v}(0) = v^2(0) e^{-\frac{t}{\tau}} + e^{-\frac{t}{\tau}} \int_0^t e^{\frac{t'}{\tau}} \vec{v}(0) \cdot \vec{A}(t') dt'$

$C(t) = \frac{1}{2} \langle \vec{v}(t) \cdot \vec{v}(0) \rangle = C(0) e^{-\frac{t}{\tau}}$

随时间呈指数衰减

- 随机行走算法

通过随机行走模拟粒子运动

取 t $[0, 1, 2 \cdots 100]$

在每个 $t_n \to t_{n+1}$ 之间，随机行走 10步

每步中：

1. 在 x 方向，有 $P_+ = \frac{1+E}{2}$ 概率 向前 1
   有 $P_- = \frac{1-E}{2}$ 概率 向后 1
2. 在 y 方向，有 $\frac{1}{2}$ 概率 向前 1
   有 $\frac{1}{2}$ 概率 向后 1

速度计算：$v_n = \frac{x_{n+1} + x_n}{2}$，由此得出 $v(t)$

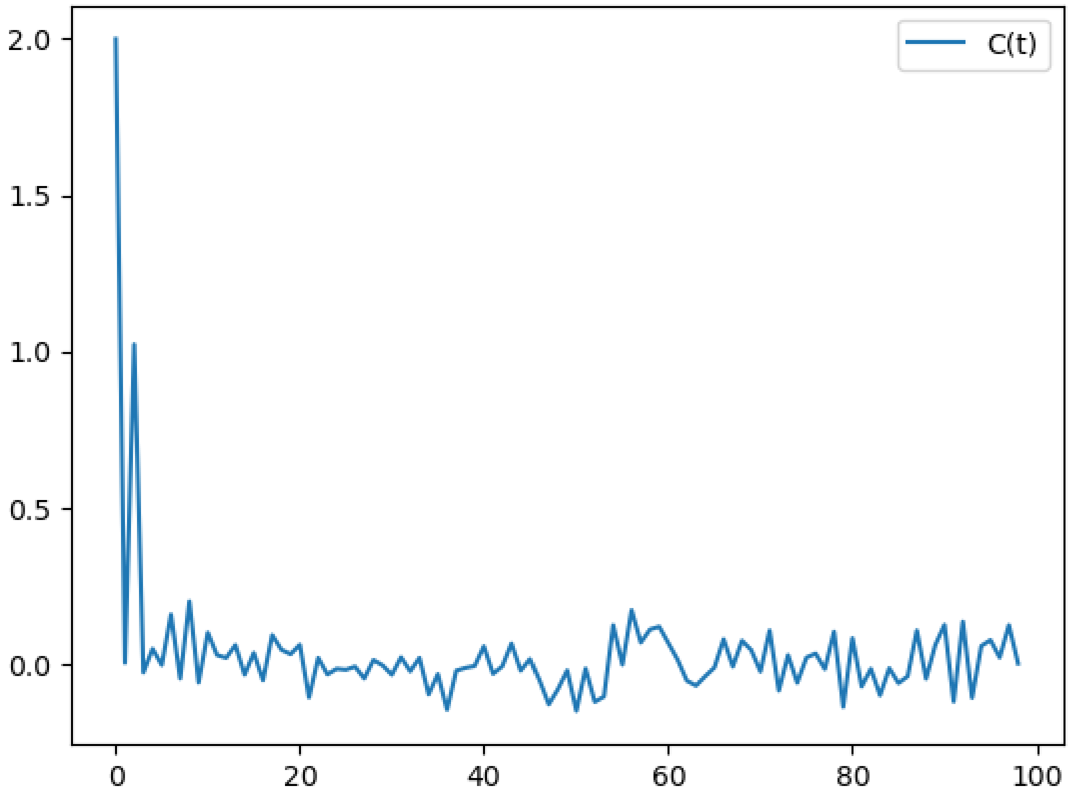
我们设定相同的初始条件 $v_x(0) = v_y(0) = 1$

$y(0) = x(0) = 0$ $y(1) = x(1) = 1$

重复1000次随机行走，计算 $C(t) = \langle v(t) v(0) \rangle$

取 $w = 20\pi$ （外部作用力周期要短）

结果及讨论



模拟结果显示，速度自相关函数迅速减小，符合理论计算的指数衰减。但模拟结果非常粗糙，可能是由于离散化的模拟，以及粗略的梯形法速度计算。

总结

本实验使用monte carlo方法研究了二维带电粒子随机行走，计算了速度自相关函数。模拟结果与理论计算相符合。