

Report 14

题目

[作业 14]: 以 $x_{n+1} = \lambda \sin(\pi x_n)$ 为迭代方程进行迭代:

(1)画出系统状态随参数 λ 的变化图, 要求在图中体现出定值状态、倍周期分叉和混沌状态;

(2)列出各个倍周期分叉处的 λ 值, 求相应的 *Feigenbaum* 常数。

算法及公式

本实验将 x 限制在 $[0, 1]$; $0 < \lambda < 1$, 取 λ 步长为0.001,

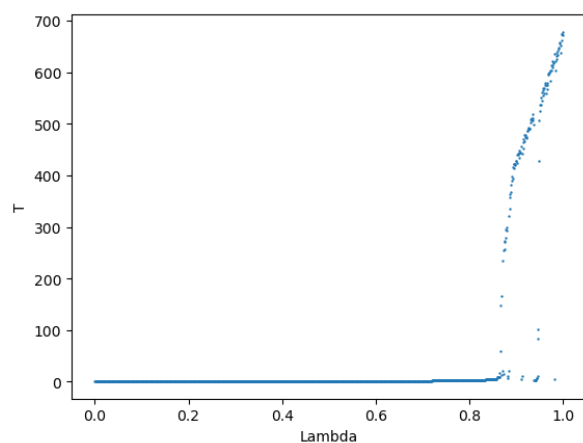
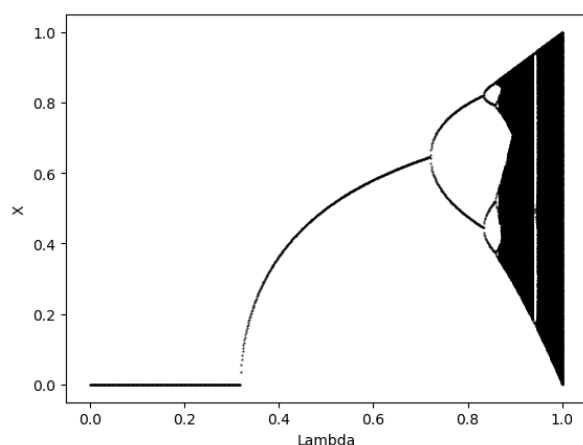
迭代取点时, 当 $|x_{n+1} - x_n| < 0.001$ 时, 舍去不记录, 认为是同一个值

对每个参数迭代10000次, 不考虑前5000个热化值。

从精度考虑, 由于迭代次数限制, 本实验精度还是比较有限的。

结果及讨论

1. 下图展示了倍周期分叉, 图二为分叉的周期数, 可以看到周期数的增多, 也就是混沌。



2. 由于精度的限制, 以下值可以看出, 本实验在周期16及以内精度较高。

T=2, $\lambda=0.72$

T=4, $\lambda=0.834$

T=8, $\lambda=0.859$

T=16, $\lambda=0.865$

T=59, $\lambda=0.866$

由 λ 间距比值可以得到Feigenbaum常数 $\delta=(0.859-0.834)/(0.865-0.859)=4.167$; 与理想值4.669非常接近。

3. $d_2=0.276$; $d_4=0.106$; $d_8=0.039$; $d_{16}=0.021$

a. 计算得到 $\alpha = 2.604$; 2.718 ; 1.857

b. 和理论值2.502很接近，但精度仍然不够

4. 误差分析：如果想要更精确的计算Feigenbaum常数，可以提高迭代次数，同时提高热化次数，提高相同数判断标准。

总结

本实验通过迭代序列，观察了随着参数的变化，从定值到周期再到混沌的情况，并计算了Feigenbaum 常数进行验证。