

数字媒体技术

1. PCA

1.1. 背景：

在多元统计分析中,主成分分析(英语:Principal components analysis, PCA)是一种分析、简化数据集的技术。主成分分析经常用于减少数据集的维数,同时保持数据集中的对方差贡献最大的特征。这是通过保留低阶主成分,忽略高阶主成分做到的。这样低阶成分往往能够保留住数据的最重要方面。但是,这也不是一定的,要视具体应用而定。由于主成分分析依赖所给数据,所以数据的准确性对分析结果影响很大。

1.2. 数学定义：

PCA 的数学定义是：一个正交化线性变换，把数据变换到一个新的坐标系中，使得这一数据的任何投影的第一大方差在第一个坐标（称为第一主成分）上，第二大方差在第二个坐标（第二主成分）上，依次类推 [4]。定义一个 $n \times m$ 的矩阵, X^T 为去平均值（以平均值为中心移动至原点）的数据，其行为数据样本，列为数据类别（注意，这里定义的是 X^T 而不是 X ）。则 X 的奇异值分解为 $X = W\Sigma V^T$ ，其中 $m \times m$ 矩阵 W 是 XX^T 的本征矢量矩阵， Σ 是 $m \times n$ 的非负矩形对角矩阵， V 是 $n \times n$ 的 X^TX 的本征矢量矩阵。据此，

当 $m < n - 1$ 时， V 在通常情况下不是唯一定义的，而 Y 则是唯一定义的。 W 是一个正交矩阵， Y^T 是 X^T 的转置，且 Y^T 的第一列由第一主成分组成，第二列由第二主成分组成，依此类推。为了得到一种降低数据维

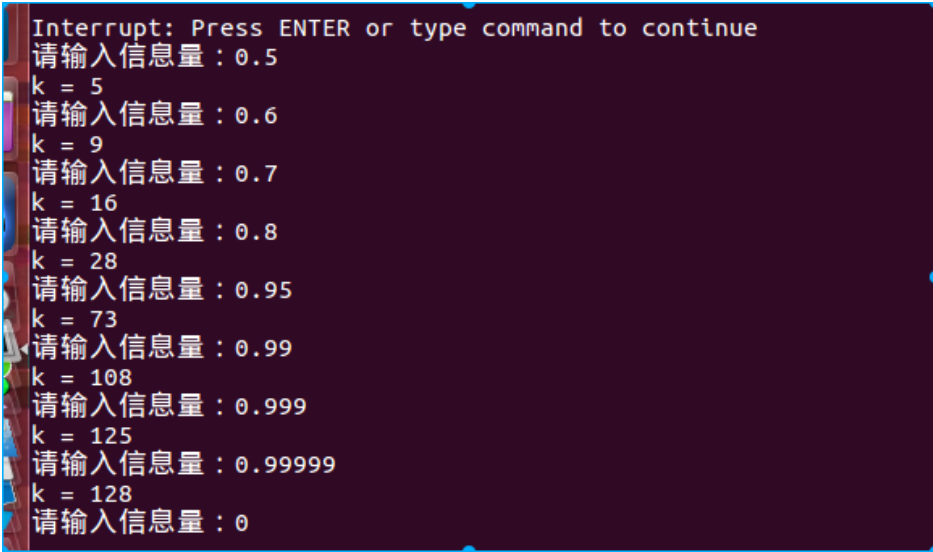
度的有效办法，我们可以利用 WL 把 X 映射到一个只应用前面 L 个向量的低维空间中去：

X 的单向量矩阵 W 相当于协方差矩阵的本征矢量 $C = X X^T$,

1.3. 算法实现一般过程：

1. 求平均值以及做 normalization
2. 求协方差矩阵 (Covariance Matrix)
3. 求协方差矩阵的特征根和特征向量
4. 选择主要成分（信息量）
5. 转化得到降维的数据

1.4. 实验结果



```
Interrupt: Press ENTER or type command to continue
请输入信息量：0.5
k = 5
请输入信息量：0.6
k = 9
请输入信息量：0.7
k = 16
请输入信息量：0.8
k = 28
请输入信息量：0.95
k = 73
请输入信息量：0.99
k = 108
请输入信息量：0.999
k = 125
请输入信息量：0.99999
k = 128
请输入信息量：0
```

2. JPEG 压缩原理与 DCT 离散余弦变换

2.1. 背景：

DCT 变换的全称是离散余弦变换 (Discrete Cosine Transform)，主要用于将数据或图像的压缩，能够将空域的信号转换到频域上，具有良好的去相

关性的性能。DCT 变换本身是无损的，但是在图像编码等领域给接下来的量化、哈弗曼编码等创造了很好的条件，同时，由于 DCT 变换时对称的，所以，我们可以在量化编码后利用 DCT 反变换，在接收端恢复原始的图像信息。DCT 变换在当前的图像分析已经压缩领域有着极为广大的用途，我们常见的 JPEG 静态图像编码以及 MJPEG、MPEG 动态编码等标准中都使用了 DCT 变换。

2.2. 数学定义：

2.2.1. 一维 DCT 变换

一维 DCT 变换时二维 DCT 变换的基础，所以我们先来讨论下一维 DCT 变换。一维 DCT 变换共有 8 种形式，其中最常用的是第二种形式，由于其运算简单、适用范围广。我们在这里只讨论这种形式，其表达式如下：

其中， $f(i)$ 为原始的信号， $F(u)$ 是 DCT 变换后的系数， N 为原始信号的点可以认为是一个补偿系数，可以使 DCT 变换矩阵为正交矩阵。

2.2.2. 二维 DCT 变换

二维 DCT 变换其实是在一维 DCT 变换的基础上在做了一次 DCT 变换，其公式如下：

由公式我们可以看出，上面只讨论了二维图像数据为方阵的情况，在实际应用中，如果不是方阵的数据一般都是补齐之后再变换的，重构之后可以去掉补齐的部分，得到原始的图像信息，这个尝试一下，应该比较容易理解。

另外，由于 DCT 变换高度的对称性，在使用 Matlab 进行相关的运算时，我们可以使用更简单的矩阵处理方式：

2.3. JPEG 压缩流程：

1. 以 8×8 的图象块为基本单位进行编码
2. 将 RGB 转换为亮度-色调-饱和度系统 (YUV)，并重新采样
3. FDCT
4. 量化

5. 编码
6. 解码
7. 反量化
8. IDCT
9. 图像拼接

2.4. 实验结果：

压缩率：10

压缩率：50 JPEG 压缩比例，就是通过控制量化的多少来控制。比如，上面的量化矩阵 Q ，如果我把矩阵的每个数都 double 一下，那是不是会出现更多的 0?! 说不定都只有 $G(0, 0)$ 非 0，其他都是 0，如果这样，那编码时就可以更省空间啦，N 个 0 只要一个游程编码搞定，数据量超小。但也意味着，恢复时，会带来更多的误差，图像质量也会变差了。

3. Madoko

Madoko is a fast markdown processor for writing professional articles with a focus on simplicity and plain text readability.

- Read the [reference manual](#).
- Explore the upper-right toolbox menu to discover how Markdown works.
- **Alt-Q** reformats the current paragraph.

Enjoy!