

并行程序设计课程报告

姓名： 王鹏 学号： 14030130101 日期： 2017.06.08

一、熟悉 MPI 并行程序设计环境

1、软硬件设置情况

软件版本：32 位 MPICH 3.0.4

共一台多核机器组成模拟并行计算集群

WPKENAN:

1. CPU: Intel® Core™ i5-3337U CPU @ 1.80GHz × 4
2. 内存: 4GB
3. IP 地址: 192.168.0.5

2、例子程序的运行

Hello world 程序运行

```
wpkenan@IdeaPad:~/Desktop/homework/Junior_homework/mpi$ mpicxx test1.cpp
wpkenan@IdeaPad:~/Desktop/homework/Junior_homework/mpi$ mpirun -n 4 ./a.out
Hello world from process 0 of 4
Hello world from process 1 of 4
Hello world from process 2 of 4
Hello world from process 3 of 4
```

二、Mandelbrot 集的计算

1、问题描述

对于非线性迭代公式 $Z_{n+1} = (Z_n)^2 + C$ ，所有使得无限迭代后的结果能保持有限数值的复数 C 的集合，构成曼德勃罗集。Mandelbrot 集合就是使以上序列不延伸至无限大的所有 c 点的集合。从数学上来讲，Mandelbrot 集合是一个复数的集合。一个给定的复数 c 或者属于 Mandelbrot 集合 M ，或者不属于。比如，取 $c = 1$ ，那么这个序列就是 $(0, 1, 2, 5, 26, \dots)$ ，显然它的值会趋于无穷大；而如果取 $c = i$ ，那么序列就是 $(0, i, -1+i, -i, -1+i, -i, \dots)$ ，它的值会一直停留在有限半径的圆盘内。事实上，一个点属于 Mandelbrot 集合当且仅当它对应的序列（由上面的二项式定义）中的任何元素的模都不大于 2。这里的 2 就是上面提到的“有限半径”。

2、程序概要设计

Mandelbrot 集合是一个无限点集，横坐标范围是 $[-2, 2]$ ，纵坐标范围是 $[-2, 2]$ 。递推公式是 $Z_{n+1} = (Z_n)^2 + C$ 。整个 Mandelbrot 集各个点的之间的计算并没有先后关系，可以单独计算。所以是一个简单易并行的问题。所以可以利用 MPI 提供的库例程对这个集合进行计算。

首先假设使用 n 个进程进行计算。主进程负责收集其他进程计算好的数据，并且负责画图。其余 $n-1$ 个进程负责计算。为了减少进程之间的通信量，进程处理的最小单位是一行。首先用户的屏幕区域为 $w \times h$ 。可以设置一个同样大小的二维数组对每个像素点的颜色的进行存储，使用一个缩放函数把像素坐标转换成复数坐标，最后由主进程进行画图。任务分配按行分配。每个从进程处理 h / n 个任务。处理的任务范围 $[\text{rank} * h / n, \text{rank} * h / n + \text{rank})$ ，如果不能完全分配，也就是 n 不能整除 h ，余下部分由主进程全部处理。

总体思路：用户定义的屏幕像素大小（ $w \times h$ ），然后把每个像素的坐标经过缩放函数映射到复平面坐标。然后使用 Mandelbrot 集的计算函数计算出该点的迭代次数，取余数可以得到颜色值。最后由主进程进行画图。

多进程任务分配策略：以窗口高度 h 进行作为分配，假设 $h = 1000$ ，总进程数为 4（标号为 0,1,2,3）。

P0 处理范围 $[0, 250)$

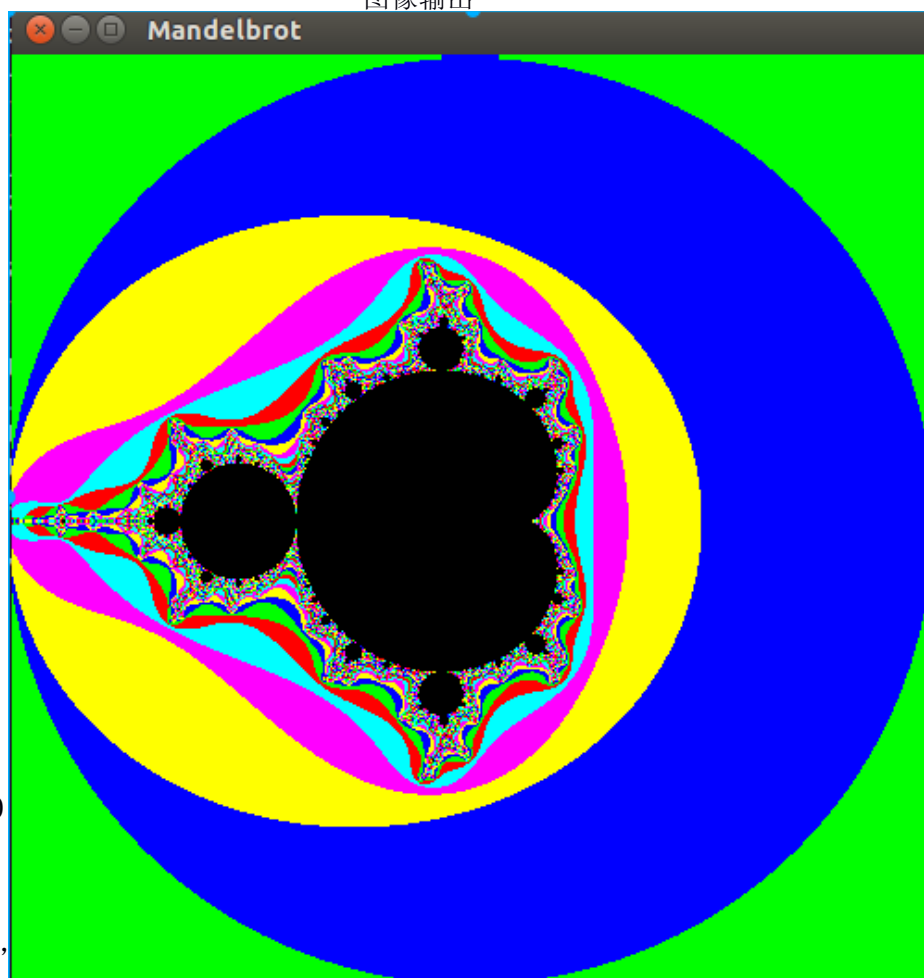
P1 处理范围 [250, 500)
P2 处理范围 [500, 750)
P3 处理范围 [750, 1000)

3、程序运行结果与分析

运行参数说明 Mandelbrot 1000 1000 -2 2 -2 2

窗口大小是 1000 * 1000 复平面坐标范围 实部 [-2, 2] 虚部 [-2, 2]

图像输出



加速比计算

说明：显示图像大小

1000 * 1000

由于一台 4 核机器，最多同时有 4 个进程同时运行，所以进程数最高是 4

这里的运行时间指的是计算时间。

串行：

```
wpkenan@IdeaPad:~/Desktop/homework/Junior_homework/mpi$  
time=1023.900986ms
```

并行：

```
time=541.090978ms  
wpkenan@IdeaPad:~/Desktop/homework/Junior_homework/mpi$ mpicc --std=c11 mandelbrot.c && mpirun -n 1 ./a.out  
time=1035.274982ms  
wpkenan@IdeaPad:~/Desktop/homework/Junior_homework/mpi$ mpicc --std=c11 mandelbrot.c && mpirun -n 2 ./a.out  
time=588.235855ms  
wpkenan@IdeaPad:~/Desktop/homework/Junior_homework/mpi$ mpicc --std=c11 mandelbrot.c && mpirun -n 3 ./a.out  
time=438.683987ms  
wpkenan@IdeaPad:~/Desktop/homework/Junior_homework/mpi$ mpicc --std=c11 mandelbrot.c && mpirun -n 4 ./a.out  
time=340.362072ms
```

进程数

1

1

2

4

运行时间（ms）	1023	1035	588	340
----------	------	------	-----	-----

分析

当进程数是 1 的时候，串行程序和并行程序运行时间并没有差别，由于并行程序需要执行一些 mpi 的库例程，所以运行时间会稍微长一点。

由 Amdahl 定律计算加速比

当进程数为 2 时

$$sp = 1023 / 588 = 1.74$$

当进程数为 4 时

$$sp = 1023 / 340 = 3.01$$

三、圆周率 π 的计算

1、问题描述

圆周率（Pi）是圆的周长与直径的比值，一般用希腊字母 π 表示，是一个在数学及物理学中普遍存在的数学常数。通过积分的方法来计算 π 值。积分函数可以选择单位圆 $y = \sqrt{1 - x^2}$ ，也可以选择 \arctan 的导数 $y = 1/(1 + x^2)$

2、程序概要设计

积分的几何意义是曲线与 x 轴之间围成的面积的大小。对于某个区间的积分，我们可以把区间分成 n 份，每个进程负责其中一份的计算。计算完各个部分的积分值后，可以使用 MPI 集合通讯的 **reduce** 操作把各进程的计算的面积相加，得到总面积。

求面积的时候可以使用梯形或者长方形近似的方法去求。两种方法的误差不同，留作后面分析。

整体思路：把一个连续的区间离散化为 k 个小区间，再把 k 个小区间的面积用梯形或者矩形来近似。可以看到， k 值越大，计算精度越高，结果越准确。主要使用的 **mpi** 库例程

MPI_Bcast(), **MPI_Reduce()**

任务分配策略：每个进程处理区间数 k / n 个，余下部分由主进程处理，主进程输出最后结果。

示例：

设共使用 4 个进程，处理的区间分布如下

P0	P1	P2	P3	P0
----	----	----	----	----

3、程序运行结果与分析

分割块数 100000000

```
wpkenan@IdeaPad:~/Desktop/homework/Junior_homework/mpi$ mpicxx mpi_pi.cpp && mpirun -n 1 ./a.out
请输入分割块数:100000000
pi is 3.141592653590235
Error is 4.414246745909622e-13
wall clock time = 2374.748945236206ms
wpkenan@IdeaPad:~/Desktop/homework/Junior_homework/mpi$ mpicxx mpi_pi.cpp && mpirun -n 2 ./a.out
请输入分割块数:100000000
pi is 3.14159265359
Error is 2.069455717901292e-13
wall clock time = 1207.894086837769ms
wpkenan@IdeaPad:~/Desktop/homework/Junior_homework/mpi$ mpicxx mpi_pi.cpp && mpirun -n 4 ./a.out
请输入分割块数:100000000
pi is 3.141592653590194
Error is 4.005684672847565e-13
wall clock time = 662.1098518371582ms
```

误差分析：

由于采用了梯形和矩形近似一个小块的面积，必然会产生误差，但是两种方式产生的误差大小不一样。以下是分析。

分割规模 (误差值 10e-)	10e1	10e3	10e5	10e7	10e9	10e11
--------------------	------	------	------	------	------	-------

16) 近似方式						
梯形	16666646 826344	16666666 85	166405	1941	4321	848
矩形	83333141 13056	83333329 6	83684	622	6333	2149