

数字媒体技术

1. PCA

1.1. 背景:

在多元统计分析中,主成分分析(英语:Principal components analysis, PCA)是一种分析、简化数据集的技术。主成分分析经常用于减少数据集的维数,同时保持数据集中的对方差贡献最大的特征。这是通过保留低阶主成分,忽略高阶主成分做到的。这样低阶成分往往能够保留住数据的最重要方面。但是,这也不是一定的,要视具体应用而定。由于主成分分析依赖所给数据,所以数据的准确性对分析结果影响很大。

1.2. 数学定义:

PCA 的数学定义是:一个正交化线性变换,把数据变换到一个新的坐标系中,使得这一数据的任何投影的第一大方差在第一个坐标(称为第一主成分)上,第二大方差在第二个坐标(第二主成分)上,依次类推 [4]。定义一个 $n \times m$ 的矩阵, XT 为去平均值(以平均值为中心移动至原点)的数据,其行为数据样本,列为数据类别(注意,这里定义的是 XT 而不是 X)。则 X 的奇异值分解为 $X = W\Sigma VT$, 其中 $m \times m$ 矩阵 W 是 XXT 的本征矢量矩阵, Σ 是 $m \times n$ 的非负矩形对角矩阵, V 是 $n \times n$ 的 XTX 的本征矢量矩阵。据此,

当 $m < n - 1$ 时, V 在通常情况下不是唯一定义的,而 Y 则是唯一定义的。 W 是一个正交矩阵, YT 是 XT 的转置,且 YT 的第一列由第一主

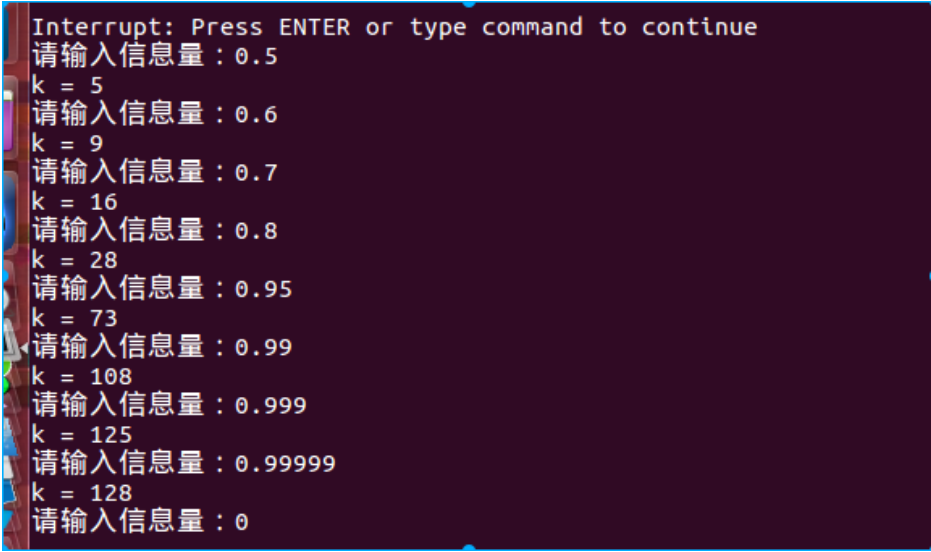
成分组成，第二列由第二主成分组成，依此类推。为了得到一种降低数据维度的有效办法，我们可以利用 WL 把 X 映射到一个只应用前面 L 个向量的低维空间中去：

X 的单向量矩阵 W 相当于协方差矩阵的本征矢量 $C = X X^T$,

1.3. 算法实现一般过程：

1. 求平均值以及做 normalization
2. 求协方差矩阵 (Covariance Matrix)
3. 求协方差矩阵的特征根和特征向量
4. 选择主要成分（信息量）
5. 转化得到降维的数据

1.4. 实验结果



```
Interrupt: Press ENTER or type command to continue
请输入信息量：0.5
k = 5
请输入信息量：0.6
k = 9
请输入信息量：0.7
k = 16
请输入信息量：0.8
k = 28
请输入信息量：0.95
k = 73
请输入信息量：0.99
k = 108
请输入信息量：0.999
k = 125
请输入信息量：0.99999
k = 128
请输入信息量：0
```

2. JPEG 压缩原理与 DCT 离散余弦变换

2.1. 背景：

DCT 变换的全称是离散余弦变换 (Discrete Cosine Transform)，主要用于将数据或图像的压缩，能够将空域的信号转换到频域上，具有良好的去相关性的性能。DCT 变换本身是无损的，但是在图像编码等领域给接下来的量化、哈弗曼编码等创造了很好的条件，同时，由于 DCT 变换时对称的，所以，我们可以在量化编码后利用 DCT 反变换，在接收端恢复原始的图像信息。DCT 变换在当前的图像分析已经压缩领域有着极为广大的用途，我们常见的 JPEG 静态图像编码以及 MJPEG、MPEG 动态编码等标准中都使用了 DCT 变换。

2.2. 数学定义：

2.2.1. 一维 DCT 变换

一维 DCT 变换是二维 DCT 变换的基础，所以我们先来讨论下一维 DCT 变换。一维 DCT 变换共有 8 种形式，其中最常用的是第二种形式，由于其运算简单、适用范围广。我们在这里只讨论这种形式，其表达式如下：

其中， $f(i)$ 为原始的信号， $F(u)$ 是 DCT 变换后的系数， N 为原始信号的点可以认为是一个补偿系数，可以使 DCT 变换矩阵为正交矩阵。

2.2.2. 二维 DCT 变换

二维 DCT 变换其实是在一维 DCT 变换的基础上在做了一次 DCT 变换，其公式如下：

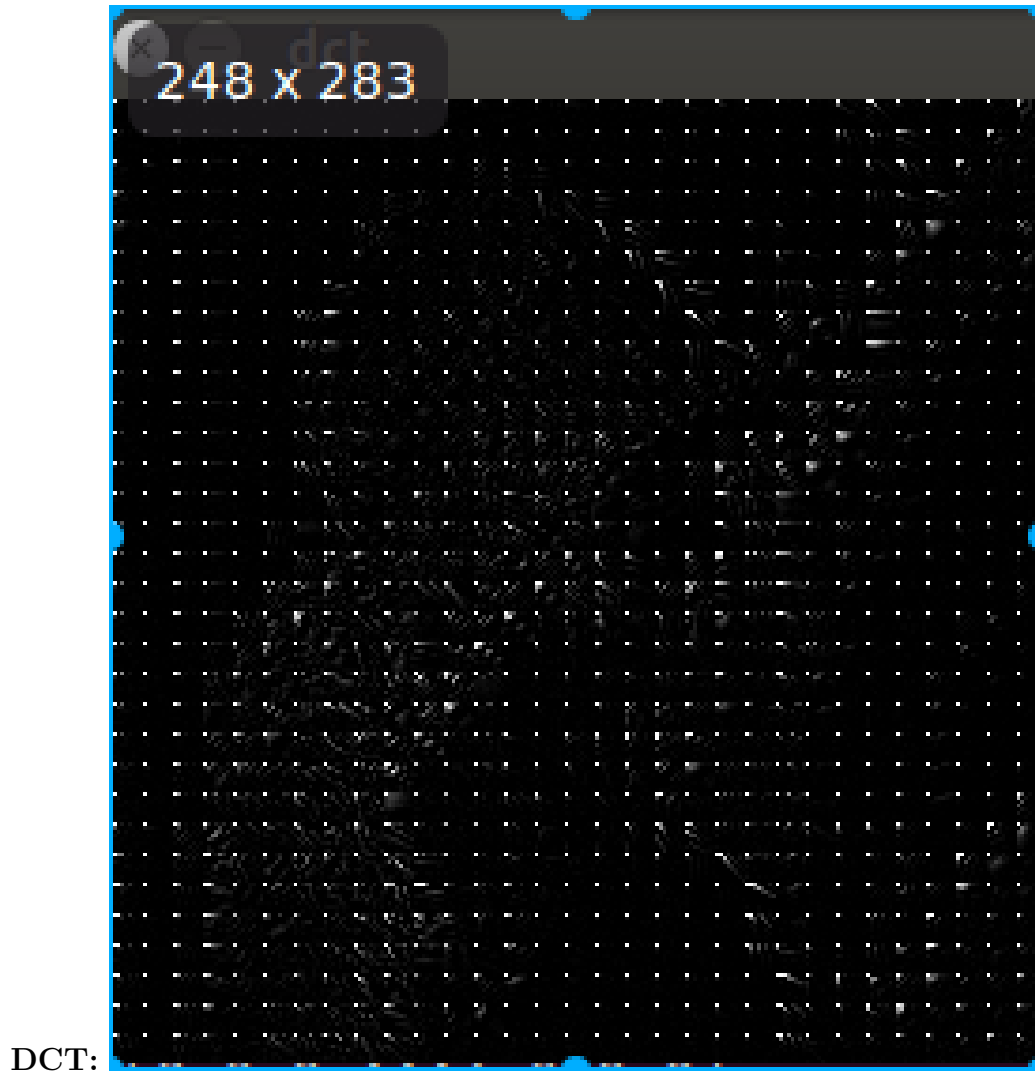
由公式我们可以看出，上面只讨论了二维图像数据为方阵的情况，在实际应用中，如果不是方阵的数据一般都是补齐之后再变换的，重构之后可以去掉补齐的部分，得到原始的图像信息，这个尝试一下，应该比较容易理解。

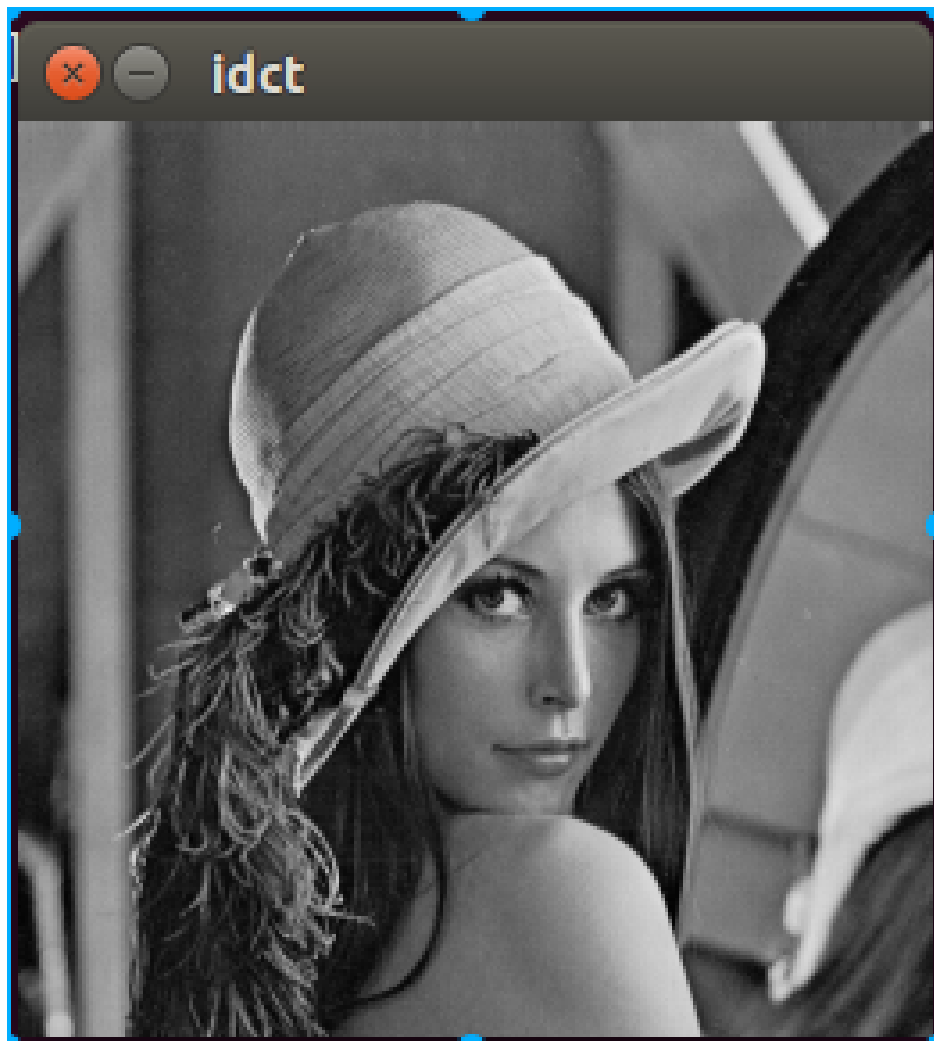
另外，由于 DCT 变换高度的对称性，在使用 Matlab 进行相关的运算时，我们可以使用更简单的矩阵处理方式：

2.3. JPEG 压缩流程:

1. 以 8x8 的图象块为基本单位进行编码
2. 将 RGB 转换为亮度-色调-饱和度系统 (YUV)，并重新采样
3. FDCT
4. 量化
5. 编码
6. 解码
7. 反量化
8. IDCT
9. 图像拼接

2.4. 实验结果:





IDCT:

压缩率: 10

压缩率: 50 JPEG 压缩比例, 就是通过控制量化的多少来控制。比如, 上面的量化矩阵 Q , 如果我把矩阵的每个数都 double 一下, 那是不是会出现更多的 0?! 说不定都只有 $G(0, 0)$ 非 0, 其他都是 0, 如果这样, 那编码时就可以更省空间啦, N 个 0 只要一个游程编码搞定, 数据量超小。但也意味着, 恢复时, 会带来更多的误差, 图像质量也会变差了。