

# GMSK 多比特联合差分解调性能分析与仿真

杨树树, 宋小刚

(中国航天科工集团 8511 研究所, 江苏 南京 210007)

**摘要:** 高斯最小移频键控(GMSK)调制是一种连续相位的恒包络调制, 具有带外辐射小、频谱利用率高的特点, 首先介绍了 GMSK 信号的基本原理, 然后在传统的 1-bit 差分解调、2-bit 差分解调的基础上提出一种多比特联合差分解调的算法, 并给出了仿真结果。仿真结果表明, 该算法具有更好的抗噪声能力, 并且结构简单, 易于工程实现。

**关键词:** 高斯最小移频键控; 1-bit 差分解调; 2-bit 差分解调; 多比特联合差分解调

**中图分类号:** TN97 **文献标识码:** A

DOI:10.16328/j.htdz8511.2016.04.013

## Performance analysis and simulation of $n$ -bit combined differential demodulation for GMSK signal

Yang Shushu, Song Xiaogang

(No. 8511 Research Institute of CASIC, Nanjing 210007, Jiangsu, China)

**Abstract:** Gaussian minimum shift keying (GMSK) is a constant envelope modulation with continuous phase, and achieves good power-bandwidth efficiency. The basic principle of GMSK signal firstly is introduced, and then the  $n$ -bit combined differential demodulation algorithm is presented according to the traditional 1-bit differential demodulation and 2-bit differential demodulation. Simulation result indicates that the proposed algorithm possesses good performance of anti-noise. And it is simple and easy to carry out in the practical project.

**Key words:** GMSK; 1-bit differential demodulation; 2-bit differential demodulation;  $n$ -bit combined differential demodulation

## 0 引言

GMSK 调制作为一种连续相位的恒包络调制, 具有相位平滑、带外辐射小、频谱利用率高的特点, 在雷达、通信中得到了广泛的应用。目前, GMSK 信号解调的方法很多, 通常可以分成两类: 相干解调和非相干解调。相干解调, 需要进行载波恢复, 具有较强的抗干扰能力, 其中, 基于 Viterbi 算法的最大似然序列估计 (MLSE) 可以达到最佳译码性能<sup>[1]</sup>, 但是这种方法的复杂度比较高。非相干解调, 不需要进行载波恢复, 实现起来也比较容易, 比如差分解调<sup>[2-4]</sup>, 但是译码性能不够理想。基于复杂度和译码性能的综合考虑, 本文在传统的一比特差分解调、两比特差分解调的基础上提出一种多比特联合差分解调的算法, 给出了仿真结

果和性能分析。

## 1 GMSK 基本原理

GMSK 信号的调制原理框图如图 1 所示。

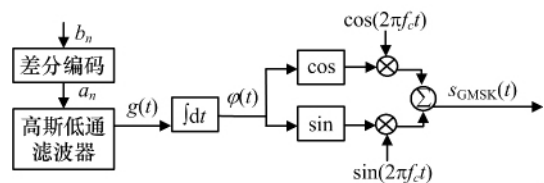


图 1 GMSK 调制原理框图

信号调制的过程中通常会进行差分编码, 设  $b_n$  为输入的原始序列,  $a_n$  为差分编码后的序列, 则:

$$a_k = a_{k-1}b_k \quad \text{或} \quad b_k = a_k a_{k-1} \quad (1)$$

图 1 中高通低通滤波器的单位冲击响应  $h_{\text{gauss}}(t)$  和传输函数  $H(f)$  分别为<sup>[5]</sup>:

$$h_{\text{gauss}}(t) = \pi^{1/2} / \alpha \exp(-\pi^2 / \alpha^2 t^2) \quad (2)$$

$$H(f) = \exp(-\alpha^2 f^2) \quad (3)$$

收稿日期: 2016-04-10; 2016-07-06 修回。

作者简介: 杨树树(1986-), 男, 工程师, 硕士, 主要研究方向为信号处理技术。

式中,  $\alpha$  是与高斯滤波器的 3 dB 带宽  $B_b$  有关的参数, 它们之间的关系为:

$$\alpha B_b = ((\ln 2)/2)^{1/2} \quad (4)$$

$g(t)$  为持续时间为  $T_b$  的矩形脉冲通过高斯低通滤波器的响应:

$$g(t) = T_b^{-1} (Q(2\pi B(t - T_b/2)/(\ln 2)^{1/2}) - Q(2\pi B(t + T_b/2)/(\ln 2)^{1/2})) \quad (5)$$

式中,  $T_b$  为码元周期。可以证明:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) d\tau = 1 \quad (6)$$

定义函数:

$$q(t) = \int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau \quad (7)$$

理论上, GMSK 的矩形脉冲响应函数  $g(t)$  是无限长的, 实现时需要对其进行截短处理,  $B_b T_b = 0.4$ , 截短的关联长度  $L = 3$  时,  $g(t)$  和  $q(t)$  的波形如图 2 所示。

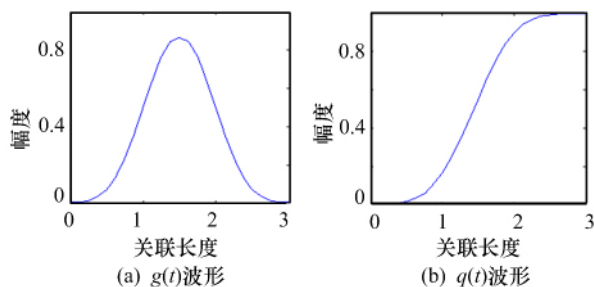


图 2 GMSK 调制中  $g(t)$  和  $q(t)$  波形

GMSK 调制过程中的相位信息  $\varphi(t)$  为  $q(t)$  的累加, 相位信息  $\varphi(t)$  表达式为:

$$\varphi(t) = \pi/2 \int_{-\infty}^t \sum_n a_n g(\tau - nT_b) d\tau = \pi/2 \sum_n a_n q(t - nT_b) \quad (8)$$

那么, GMSK 基带信号表达式为:

$$s_{\text{GMSK}}(t) = (2E_b/T_b)^{1/2} \cos(2\pi f_c t + \varphi(t)) \quad (9)$$

式中,  $E_b$  为一个码元周期内的能量,  $f_c$  为载波频率。

## 2 GMSK 多比特联合差分解调

GMSK 复基带信号的差分表达式为:

$$D_n(t) = s(t)s^*(t - nT_b) = e^{j(\varphi(t) - \varphi(t - nT_b))} \quad (10)$$

式中,  $s^*(t)$  表示复信号  $s(t)$  的共轭。

设  $\varphi_k = \varphi(kT_b)$ , 结合(8)式, 则 1-bit 差分解调时的相位差为:

$$\begin{aligned} \varphi_k - \varphi_{k-1} &= \pi/2 \sum_{i=-L/2}^{L/2} a_{k-i} \int_{-T_b/2}^{T_b/2} g(\tau - iT_b) d\tau = \pi/2 \sum_{i=-L/2}^{L/2} a_{k-i} g_i \end{aligned} \quad (11)$$

式中,  $g(t)$  表达式在(5)式中定义,  $L$  表示调制关联长度, 并且:

$$g_i = \int_{-T_b/2 - iT_b}^{T_b/2 - iT_b} g(\tau) d\tau, \quad i = -L/2, -L/2 + 1, \dots, L/2 - 1, L/2 \quad (12)$$

$B_b T_b = 0.4$ ,  $L = 2$  时,  $g_0 = 0.722$ ,  $g_{-1} = g_1 = 0.139$ , 其它的  $g_i$  为 0, (11) 式可以写成:

$$\varphi_k - \varphi_{k-1} = \pi/2 (g_0 a_k + g_{-1} a_{k+1} + g_1 a_{k-1}) = \pi/2 a_k + \delta_{1,k} \quad (13)$$

式中,

$$\delta_{1,k} = \pi/2 ((g_0 - 1) a_k + g_{-1} a_{k+1} + g_1 a_{k-1}) \quad (14)$$

于是:

$$\begin{aligned} D_1(k) &= e^{j(\varphi_k - \varphi_{k-1})} = e^{j\pi/2 a_k} e^{j\delta_{1,k}} \\ &= j \sin(\pi/2 a_k) (\cos(\delta_{1,k}) + j \sin(\delta_{1,k})) \\ &= j a_k \cos(\delta_{1,k}) - a_k \sin(\delta_{1,k}) \end{aligned} \quad (15)$$

$g(t)$  的能量集中在  $g_0$  处, 因此  $\delta_{1,k}$  很小,  $\cos(\delta_{1,k})$  接近于 1,  $\sin(\delta_{1,k})$  接近于 0, 因此可以忽略(15)式中的后项。设  $\beta_{1,k} = \cos(\delta_{1,k})$ , 则:

$$\text{Lm}(D_1(k)) a_{k-1} \approx \beta_{1,k} a_k a_{k-1} = \beta_{1,k} b_k \quad (16)$$

于是根据 1-bit 差分解调结果可以得到差分编码后信息序列的估计值  $\bar{a}_k = \text{sign}(\text{Lm}(D_1(k)))$ , 所以, 原始序列  $\bar{b}_k = \bar{a}_k \bar{a}_{k-1} = \text{sign}(\text{Lm}(D_1(k))) \bar{a}_{k-1}$ 。

同样的, 对于 2-bit 差分解调而言:

$$\begin{aligned} \varphi_k - \varphi_{k-2} &= \pi/2 \sum_{i=-L/2}^{L/2} a_{k-i} \int_{-T_b/2 - iT_b}^{T_b/2 - iT_b} g(\tau - iT_b) d\tau \\ &= \pi/2 (q_0 a_k + q_{-1} a_{k+1} + q_1 a_{k-1} + q_{-2} a_{k+2} + q_2 a_{k-2}) \end{aligned} \quad (17)$$

式中,

$$q_i = \int_{-T_b/2 - iT_b}^{T_b/2 - iT_b} g(\tau) d\tau, \quad i = -L/2 - 1, -L/2 + 1, \dots, L/2 - 1, L/2 + 1 \quad (18)$$

则:

$$D_2(k) = -a_k a_{k-1} \cos(\delta_{2,k}) - j a_k a_{k-1} \sin(\delta_{2,k}) \quad (19)$$

$$\text{Re}(D_2(k)) \approx -\beta_{2,k} a_k a_{k-1} = -\beta_{2,k} b_k \quad (20)$$

式中,  $\beta_{2,k} = \cos(\delta_{2,k})$ , 那么原始信息序列判决为:

$$\bar{b}_k = \text{sign}(-\text{Re}(D_2(k))) \quad (21)$$

为了提高解调性能, 可以将 1-bit 差分解调和 2-bit 差分解调的输出结果进行简单的叠加, 得:

$$\text{Lm}(D_1(k)) \bar{b}_{k-1} + (-\text{Re}(D_2(k))) \approx (\beta_{1,k} + \beta_{2,k}) b_k \quad (22)$$

于是输出的判定值与门限值 0 的距离为  $(\beta_{1,k} + \beta_{2,k})$ , 增大了距离, 减小了判决错误的概率。式(22)是单一的 1-bit 和 2-bit 差分解调结果的简单叠加, 然

而,由于 GMSK 信号的特殊性质,应该给每种解调结果增加权重来代替简单的叠加,原因有以下两点:1)比较 1-bit 和 2-bit 差分解调的误码率性能,2-bit 差分解调要远远好于 1-bit 差分解调,基于这个结果,可以为 2-bit 差分解调加一个较大的权值,可以得到更好的性能;2)参数  $\beta_{1,k}$  和  $\beta_{2,k}$  的值各不相同,因此,不同的权重是必须的。

设  $c_1$  和  $c_2 (=1-c_1)$  是选择的权重,于是我们得到 2-bit 联合差分解调的表达式:

$$\bar{b}_k = \text{sign}(c_1 \text{Lm}(D_1(k)) \bar{a}_{k-1} + (1-c_1)(-\text{Re}(D_2(k)))) \quad (23)$$

式中,  $0 \leq c_1 \leq 1$ 。  $c_1$  的选择可以根据仿真的结果来选取,以便达到最佳的误码率性能。

推广到更普遍的情况,可以运用任意  $n$  阶的联合差分解调算法。设接收信号为  $r(t)$ ,则  $l$ -bit 差分表达式为  $D_l(t) = r(t)r^*(t-lT_b)$ ,在  $kT_b$  时刻采样,得:

$$D_l(k) = D_l(kT_b) = r(kT_b)r^*(kT_b-lT_b), l \geq 1 \quad (24)$$

忽略码间串扰,则类似于 MSK 信号情况,有:

$$D_l(k) = e^{j\pi/2 \sum_{i=0}^{l-1} a_{k-i}} = \prod_{i=0}^{l-1} e^{j\pi/2 a_{k-i}} = j^n \prod_{i=0}^{l-1} a_{k-i} \quad (25)$$

式(25)中用到关系式  $\sin(\pi/2 a_k) = a_k$  和  $\cos(\pi/2 a_k) = 0$ ,并且理想情况下,  $\bar{a}_{k-1} a_{k-1} = 1$ ,于是能够推导出关于  $l$  阶差分的表达式在  $k$  时刻的值  $\bar{A}_l(k)$ ,其中  $l=1, \dots, n$ 。当  $l=1, 2$  时,使用前面推导的 1-bit 差分 和 2-bit 差分表达式,即  $\bar{A}_1(k) = \text{Lm}(D_1(k)) \bar{a}_{k-1}$ ,  $\bar{A}_2(k) = -\text{Re}(D_2(k))$ ,当  $l=3, 4, \dots, n$  时利用下面的表达式进行计算:

$$\bar{A}_l(k) = \begin{cases} -\prod_{i=2}^{l-1} a_{k-i} \text{Re}(D_n(k)), l = 2 + 4m & m \geq 1 \\ -\prod_{i=2}^{l-1} a_{k-i} \text{Lm}(D_n(k)), l = 3 + 4m & m \geq 0 \\ \prod_{i=2}^{l-1} a_{k-i} \text{Re}(D_n(k)), l = 4 + 4m & m \geq 0 \\ \prod_{i=2}^{l-1} a_{k-i} \text{Lm}(D_n(k)), l = 1 + 4m & m \geq 1 \end{cases} \quad (26)$$

那么解调信号估计值  $\bar{b}_k$  为:

$$\bar{b}_k = \text{sign}\left(\sum_{l=1}^n c_l \bar{A}_l(k)\right) \quad (27)$$

式中,  $\sum_{l=1}^n c_l = 1, c_l \geq 0, l = 1, 2, \dots, n$ 。由于  $\bar{b}_{k-2} = \bar{a}_{k-2} \bar{a}_{k-3}$ ,所以在实际过程中,可以用  $\bar{b}_{k-2}$  代替  $\bar{a}_{k-2}$

$\bar{a}_{k-3}$  来减少乘运算量。 $c_l$  的默认值为  $1/n, l=1, 2, \dots, n$ ,但是为了降低解调的误码率(BER),可以适当选取  $c_l$  来最小化 BER。

### 3 实现及仿真

根据前面的介绍,本文在 Matlab 环境下对 6-bit 联合差分解调进行了仿真,图 3 为 6-bit 联合差分解调

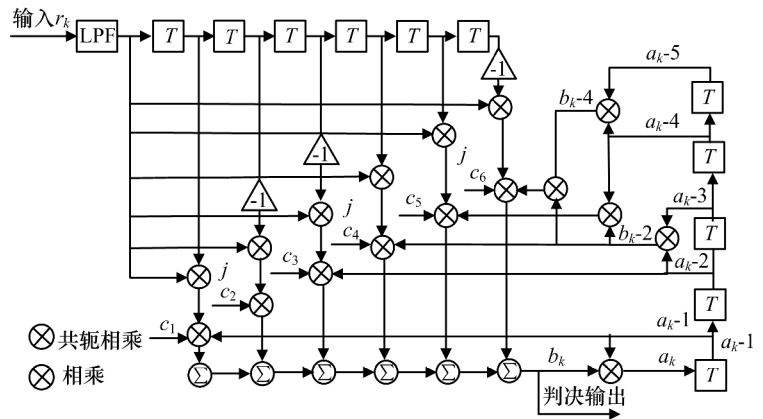


图 3 6-bit 联合差分解调结构图

原理框图。

图 4 为高斯白噪声信道条件下, GMSK 信号 1-bit 差分解调、2-bit 差分解调、6-bit 联合差分解调的误码率曲线。从图中可以看出使用 6-bit 联合差分解调具有更好的抗噪声能力,随着信噪比不断的加大,解调性能越来越好。当信噪比为 11dB 时,6-bit 联合差分解调的误码率接近  $10^{-4}$ 。

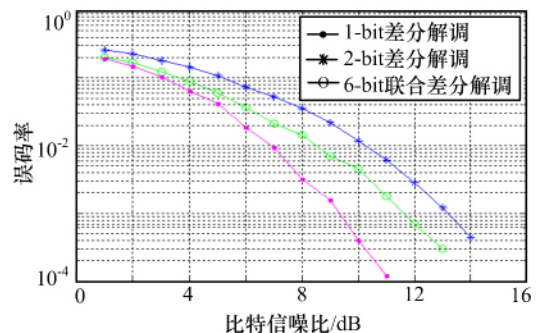


图 4 GMSK 误码率曲线

### 4 结束语

本文介绍了 GMSK 信号的基本原理,并在传统的 1-bit 差分解调、2-bit 差分解调的基础上提出了一种多比特联合差分解调的算法。用 Matlab 对 6-bit 联合差分解调算法进行了仿真,仿真结果说明,该算法与传统的 1-bit 差分解调、2-bit 差分解调相比,具有更好的

(下转第 51 页)

这与相关文献的计算和试验结论基本一致<sup>[5,8-10]</sup>。但是当目标飞越卫星和接收站的基线附近时,由于前向散射效应的作用,目标的 RCS 将大幅提高,系统的探测性能也将获得极大改善。文献[11]给出了对多种不同飞机前向散射 RCS 的计算和测试结果,研究结论表明在 GPS-L1 频段,其前向散射 RCS 最高可达 75dB,仅此一项较本文的计算条件即可给出额外的 55dB 增益,使得 GNSS 无源 MIMO 雷达系统探测距离达到数百千米量级。德国的迪尔公司使用高增益相控阵接收天线和单 GPS 信号源实现对位于前向散射区的高度为 400km 左右的俄罗斯 MIR 空间站的探测就是对该结论的一个实证<sup>[10]</sup>。

## 5 结束语

研究结果表明,使用 MIMO 信号处理技术可将 GNSS 无源雷达的探测距离提高 2~4 倍,在本文给定仿真条件下,其探测距离在数千米量级。当目标位于前向散射区时,由于前向散射效应对目标 RCS 的极大增强,其目标探测距离甚至可达数百千米量级。通过提高接收天线增益、扩大接收站数量或增长接收机相参积累时间等方法还可以进一步增强 GNSS 无源 MIMO 雷达系统的探测性能。如何精确计算 GNSS 无源 MIMO 雷达系统前向散射区和目标的前向散射 RCS,如何依据探测性能优选可用 GNSS 信号源以及优化 MIMO 信号处理算法以解决长时相参积累中的目标运动补偿问题是下一步研究工作的重点。■

## 参考文献:

- [1] 刘立东,袁伟明,吴顺君,等. 基于 GPS 照射源的天地双基地雷达探测系统[J]. 电波科学学报,2004,19(1):109

—113.

- [2] 杨东凯,张其善. GNSS 反射信号处理基础与实践[M]. 北京:电子工业出版社,2012:22—35.
- [3] 李安,覃方君,胡柏青,等. 伽利略导航系统若干关键技术分析[J]. 海军工程大学学报,2006,18(2):5—9.
- [4] Suberviola I, Mayordomo I, Mendizabal J. Experimental results of air target detection with a GPS forward-scattering radar[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2012, 9(9):47—51.
- [5] Cherniakov M. Bistatic radar: Principles and Practice [M]. John Wiley & Sons, Ltd. 2007.
- [6] Glaser JI. Bistatic RCS of complex objects near forward scattering[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1985, 21(1):70—78.
- [7] Baker LV. Radar range performance analysis [M]. Boston: Artech House Publishers, 1986.
- [8] Mojarrabi B, Homer J, Kubik K, et al. Power budget study for passive target detection and imaging using secondary applications of GPS signals in bistatic radar systems [J]. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2002(1):449—451.
- [9] Dempster AG, Rizos C. Feasibility of air target detection using GPS as a bistatic radar[J]. Journal of Global Positioning Systems, 2006,5(1): 119—126.
- [10] Koch V, Westphal R. New approach to a multistatic passive radar sensor for air/space defense[J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 1995, 10(11):24—32.
- [11] Chesnokov YS, Krutikov MV. Bistatic RCS of aircrafts at the forward scattering[C]. Proceeding of CIE International Radar Conference, 1996:156—159.

(上接第 46 页)

抗噪声能力,并且实现简单,具有较强的工程实用性和可行性。■

## 参考文献:

- [1] 李振华,谢军,王宇. GMSK 全数字解调[J]. 空间电子技术,2004(2):23—28.
- [2] Benvenuto N, Salloum A, Tomba L. Further results on differential detection of GMSK signals[J]. IEEE Trans. on Communications,1997,45(7):761—765.

- [3] Smith W, Wittke P. Differential detection of GMSK in rician fading [J]. IEEE Trans. on Communications,1994, 42(2-4):216—220.
- [4] Abrardo A, Benelli G, Cau G. Multiple-symbol differential detection of GMSK for mobile communications[J]. IEEE Trans. on Vehicular Technology, 1995, 44(3):379—389.
- [5] 丁阳,韦志棉. 高斯最小频移键控的实现方法研究和仿真[J]. 信号与信息处理,2006,36(3):32—34.