

离散数学1加分题

第一题

由真值表

| a | b | c | result |
|---|---|---|--------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

可知，result为1的情况有：

- $\neg a \neg bc$
- $a \neg bc$
- abc

我们可以将这些组合写成析取范式：

$$F(a, b, c) = \neg a \neg bc \vee a \neg bc \vee abc$$

将公式化简：

$$F(a, b, c) = c \wedge ((\neg a \neg b) \vee (a \neg b) \vee (ab))$$

$$F(a, b, c) = c \wedge ((\neg a \neg b) \vee a)$$

$$F(a, b, c) = c \wedge (\neg b \vee a)$$

$$F(a, b, c) = c \wedge (b \rightarrow a)$$

所以生成公式为： $c \wedge (b \rightarrow a)$

第二题

python中sympy库可以将真值表转化为析取范式和合取范式，生成析取范式和合取范式的代码在dm.py，对比发现析取范式所含的联结词更少，所以使用python获得简化后的析取范式：

$$F(a, b, c, d, e) = (a \wedge \neg c \wedge \neg d) \vee (d \wedge \neg a \wedge \neg e) \vee (a \wedge b \wedge e \wedge \neg c) \vee (c \wedge e \wedge \neg a \wedge \neg d) \vee (a \wedge c \wedge d \wedge e \wedge \neg b)$$

在将公式进一步人工化简可得：

$$F(a, b, c, d, e) = ((a \wedge \neg c) \wedge (d \rightarrow (b \wedge e))) \vee ((c \wedge e) \wedge ((a \vee d) \rightarrow (a \wedge d \wedge \neg b))) \vee (d \wedge \neg a \wedge \neg e)$$

第三题

采用与第二题相同的思路，对比发现合取范式所含的联结词更少，但是由于表达式太长，所以没有人工化简：

$$\begin{aligned} F(a, b, c, d, e, f, g, h, i, j) = & (b \vee c \vee d \vee e \vee f \vee g \vee i \vee j) \wedge (b \vee c \vee e \vee f \vee g \vee h \vee i \vee j) \wedge (c \vee d \vee e \vee f \vee g \vee h \vee i \vee j) \wedge (a \vee b \vee e \vee f \vee i \vee \neg c \vee \neg h) \wedge (b \vee c \vee d \vee e \vee i \vee \neg a \vee \neg f) \wedge (b \vee c \vee d \vee e \vee g \vee h \vee i \vee \neg a) \wedge (b \vee c \vee d \vee e \vee g \vee h \vee j \vee \neg a) \wedge (b \vee c \vee d \vee e \vee h \vee i \vee j \vee \neg g) \wedge (a \vee b \vee c \vee d \vee \neg g \vee \neg h \vee \neg i) \wedge (a \vee e \vee g \vee i \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg h) \wedge (a \vee e \vee g \vee j \vee \neg b \vee \neg d \vee \neg h) \wedge (a \vee e \vee i \vee j \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg d) \wedge (b \vee e \vee f \vee j \vee \neg d \vee \neg g \vee \neg i) \wedge (b \vee f \vee h \vee j \vee \neg a \vee \neg c \vee \neg e) \wedge (c \vee f \vee g \vee h \vee \neg b \vee \neg d \vee \neg e) \wedge (e \vee f \vee g \vee j \vee \neg b \vee \neg h \vee \neg i) \wedge (a \vee b \vee c \vee e \vee g \vee h \vee \neg f \vee \neg j) \wedge (a \vee b \vee c \vee f \vee g \vee i \vee \neg e \vee \neg j) \wedge (a \vee b \vee c \vee g \vee i \vee j \vee \neg f \vee \neg h) \wedge (a \vee b \vee d \vee e \vee f \vee g \vee \neg c \vee \neg h) \wedge (a \vee b \vee d \vee g \vee h \vee j \vee \neg c \vee \neg f) \wedge (a \vee b \vee e \vee f \vee g \vee i \vee \neg h \vee \neg j) \wedge (a \vee b \vee e \vee g \vee h \vee i \vee \neg c \vee \neg j) \wedge (a \vee c \vee d \vee e \vee g \vee j \vee \neg b \vee \neg i) \wedge (a \vee c \vee e \vee f \vee i \vee j \vee \neg b \vee \neg g) \wedge (a \vee c \vee g \vee h \vee i \vee j \vee \neg b \vee \neg e) \wedge (a \vee d \vee e \vee g \vee i \vee j \vee \neg c \vee \neg f) \wedge (b \vee c \vee d \vee h \vee i \vee j \vee \neg a \vee \neg f) \wedge (b \vee c \vee e \vee f \vee g \vee h \vee \neg d \vee \neg i) \wedge (a \vee c \vee e \vee \neg b \vee \neg f \vee \neg h \vee \neg i) \wedge (a \vee c \vee e \vee \neg d \vee \neg f \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (a \vee f \vee i \vee \neg b \vee \neg e \vee \neg g \vee \neg h) \wedge (a \vee f \vee j \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg h \vee \neg i) \wedge (a \vee g \vee j \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg e \vee \neg i) \wedge (c \vee h \vee i \vee \neg d \vee \neg e \vee \neg g \vee \neg j) \wedge (e \vee g \vee i \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg h \vee \neg j) \wedge (f \vee g \vee h \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg d \vee \neg e) \wedge (a \vee b \vee c \vee d \vee e \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg h) \wedge (a \vee b \vee d \vee h \vee j \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg i) \wedge (a \vee c \vee d \vee f \vee i \vee \neg g \vee \neg h \vee \neg j) \wedge (a \vee c \vee f \vee i \vee j \vee \neg e \vee \neg g \vee \neg h) \wedge (a \vee c \vee h \vee i \vee j \vee \neg b \vee \neg d \vee \neg f) \wedge (a \vee d \vee e \vee f \vee j \vee \neg c \vee \neg g \vee \neg i) \wedge (a \vee d \vee e \vee h \vee i \vee \neg b \vee \neg g \vee \neg j) \wedge (a \vee d \vee f \vee g \vee i \vee \neg c \vee \neg h \vee \neg j) \wedge (a \vee f \vee g \vee h \vee i \vee \neg d \vee \neg e \vee \neg j) \wedge (a \vee f \vee g \vee i \vee j \vee \neg d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \vee \neg e \vee \neg h) \wedge (b \vee c \vee d \vee e \vee f \vee \neg h \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (b \vee c \vee d \vee h \vee i \vee \\
& \neg a \vee \neg e \vee \neg g) \wedge (b \vee c \vee d \vee h \vee j \vee \neg e \vee \neg f \vee \neg g) \wedge (b \vee d \vee e \vee h \vee j \\
& \vee \neg c \vee \neg g \vee \neg i) \wedge (b \vee e \vee f \vee g \vee i \vee \neg a \vee \neg d \vee \neg h) \wedge (c \vee d \vee f \vee g \vee \\
& i \vee \neg a \vee \neg e \vee \neg h) \wedge (c \vee d \vee f \vee i \vee j \vee \neg b \vee \neg e \vee \neg h) \wedge (c \vee d \vee g \vee h \\
& \vee i \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg f) \wedge (d \vee e \vee f \vee g \vee h \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg i) \wedge (d \vee e \vee g \vee \\
& h \vee i \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg c) \wedge (e \vee g \vee h \vee i \vee j \vee \neg b \vee \neg d \vee \neg f) \wedge (f \vee g \vee h \\
& \vee i \vee j \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg c) \wedge (a \vee b \vee c \vee d \vee f \vee g \vee h \vee \neg e \vee \neg i) \wedge (a \vee c \\
& \vee e \vee f \vee g \vee h \vee i \vee \neg b \vee \neg j) \wedge (a \vee c \vee \neg d \vee \neg e \vee \neg g \vee \neg h \vee \neg i) \wedge (a \\
& \vee j \vee \neg e \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg h \vee \neg i) \wedge (c \vee e \vee \neg b \vee \neg d \vee \neg h \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (g \vee \\
& i \vee \neg a \vee \neg c \vee \neg e \vee \neg f \vee \neg h) \wedge (g \vee i \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg f \vee \neg h \vee \neg j) \wedge (a \vee b \\
& \vee f \vee h \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg g \vee \neg i) \wedge (a \vee d \vee e \vee i \vee \neg c \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg j) \wedge (a \\
& \vee e \vee f \vee g \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg i) \wedge (a \vee e \vee f \vee i \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg g) \\
& \wedge (a \vee g \vee h \vee i \vee \neg b \vee \neg d \vee \neg e \vee \neg j) \wedge (a \vee g \vee h \vee j \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg e \\
& \vee \neg i) \wedge (b \vee c \vee d \vee j \vee \neg a \vee \neg e \vee \neg h \vee \neg i) \wedge (b \vee c \vee g \vee h \vee \neg d \vee \neg f \\
& \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (b \vee c \vee h \vee i \vee \neg d \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg j) \wedge (b \vee d \vee i \vee j \vee \neg a \vee \\
& \neg c \vee \neg e \vee \neg h) \wedge (b \vee e \vee g \vee i \vee \neg a \vee \neg d \vee \neg h \vee \neg j) \wedge (b \vee f \vee g \vee j \vee \\
& \neg c \vee \neg e \vee \neg h \vee \neg i) \wedge (b \vee g \vee i \vee j \vee \neg a \vee \neg c \vee \neg f \vee \neg h) \wedge (c \vee d \vee e \vee \\
& i \vee \neg a \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg j) \wedge (c \vee d \vee f \vee i \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg e \vee \neg g) \wedge (c \vee d \vee \\
& i \vee j \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg g \vee \neg h) \wedge (c \vee e \vee f \vee j \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg d \vee \neg h) \wedge (c \vee \\
& e \vee g \vee h \vee \neg b \vee \neg f \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (c \vee f \vee g \vee h \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg i \vee \neg j) \wedge \\
& (c \vee f \vee g \vee i \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg e \vee \neg j) \wedge (c \vee f \vee g \vee j \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg e \vee \\
& \neg i) \wedge (c \vee f \vee h \vee j \vee \neg a \vee \neg e \vee \neg g \vee \neg i) \wedge (c \vee g \vee i \vee j \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg f \\
& \vee \neg h) \wedge (d \vee e \vee f \vee i \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg g) \wedge (d \vee e \vee f \vee j \vee \neg b \vee \neg c \\
& \vee \neg h \vee \neg i) \wedge (d \vee e \vee g \vee j \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg h \vee \neg i) \wedge (d \vee f \vee i \vee j \vee \neg a \vee \\
& \neg c \vee \neg g \vee \neg h) \wedge (f \vee h \vee i \vee j \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg e \vee \neg g) \wedge (b \vee c \vee g \vee h \vee \\
& i \vee j \vee \neg a \vee \neg d \vee \neg e) \wedge (h \vee \neg a \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg e \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (i \vee \neg a \vee \neg b \\
& \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg f \vee \neg g) \wedge (a \vee b \vee i \vee \neg d \vee \neg e \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg j) \wedge (a \vee d \vee \\
& j \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg h) \wedge (b \vee c \vee d \vee \neg e \vee \neg f \vee \neg h \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (b \\
& \vee c \vee h \vee \neg a \vee \neg e \vee \neg f \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (b \vee d \vee f \vee \neg a \vee \neg c \vee \neg e \vee \neg i \vee \\
& \neg j) \wedge (b \vee d \vee f \vee \neg a \vee \neg c \vee \neg h \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (b \vee d \vee j \vee \neg c \vee \neg e \vee \neg f \vee \\
& \neg h \vee \neg i) \wedge (b \vee g \vee j \vee \neg a \vee \neg c \vee \neg e \vee \neg f \vee \neg h) \wedge (c \vee d \vee g \vee \neg a \vee \neg b \\
& \vee \neg e \vee \neg h \vee \neg j) \wedge (c \vee e \vee f \vee \neg b \vee \neg g \vee \neg h \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (d \vee e \vee h \vee \\
& \neg b \vee \neg c \vee \neg g \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (d \vee f \vee g \vee \neg b \vee \neg e \vee \neg h \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (d \vee g \\
& \vee j \vee \neg a \vee \neg c \vee \neg f \vee \neg h \vee \neg i) \wedge (e \vee i \vee j \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg d \vee \neg g \vee \neg h) \wedge \\
& (g \vee h \vee j \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg e \vee \neg f \vee \neg i) \wedge (a \vee b \vee c \vee h \vee j \vee \neg d \vee \neg e \vee \\
& \neg f \vee \neg i) \wedge (a \vee c \vee d \vee f \vee h \vee \neg b \vee \neg e \vee \neg g \vee \neg i) \wedge (a \vee c \vee d \vee g \vee h \\
& \vee \neg b \vee \neg f \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (a \vee c \vee e \vee f \vee h \vee \neg b \vee \neg d \vee \neg g \vee \neg i) \wedge (a \vee d \\
& \vee f \vee g \vee h \vee \neg c \vee \neg e \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (a \vee d \vee f \vee h \vee i \vee \neg c \vee \neg e \vee \neg g \vee
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \neg j) \wedge (a \vee d \vee g \vee h \vee i \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg e \vee \neg f) \wedge (a \vee e \vee h \vee i \vee j \vee \neg c \\
& \vee \neg d \vee \neg f \vee \neg g) \wedge (b \vee c \vee d \vee e \vee g \vee \neg a \vee \neg h \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (b \vee c \vee e \\
& \vee f \vee h \vee \neg a \vee \neg d \vee \neg g \vee \neg j) \wedge (b \vee c \vee e \vee f \vee i \vee \neg a \vee \neg g \vee \neg h \vee \neg j) \\
& \wedge (b \vee c \vee e \vee g \vee j \vee \neg d \vee \neg f \vee \neg h \vee \neg i) \wedge (b \vee c \vee e \vee h \vee j \vee \neg a \vee \\
& \neg d \vee \neg f \vee \neg g) \wedge (b \vee d \vee e \vee g \vee h \vee \neg c \vee \neg f \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (b \vee e \vee g \vee \\
& h \vee j \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg f \vee \neg i) \wedge (d \vee e \vee f \vee h \vee i \vee \neg a \vee \neg c \vee \neg g \vee \neg j) \wedge \\
& (a \vee d \vee \neg b \vee \neg e \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg h \vee \neg i) \wedge (a \vee f \vee \neg b \vee \neg d \vee \neg e \vee \neg h \vee \\
& \neg i \vee \neg j) \wedge (a \vee i \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg e \vee \neg g \vee \neg h) \wedge (b \vee f \vee \neg c \vee \neg d \vee \\
& \neg e \vee \neg g \vee \neg h \vee \neg j) \wedge (c \vee e \vee \neg b \vee \neg d \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg h \vee \neg j) \wedge (c \vee f \vee \\
& \neg a \vee \neg b \vee \neg g \vee \neg h \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (c \vee i \vee \neg a \vee \neg d \vee \neg e \vee \neg f \vee \neg h \vee \neg j) \wedge \\
& (d \vee e \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg f \vee \neg h \vee \neg j) \wedge (e \vee j \vee \neg a \vee \neg d \vee \neg f \vee \neg g \vee \\
& \neg h \vee \neg i) \wedge (h \vee i \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg e \vee \neg g \vee \neg j) \wedge (h \vee j \vee \neg a \vee \neg b \vee \\
& \neg c \vee \neg e \vee \neg f \vee \neg g) \wedge (a \vee d \vee e \vee g \vee \neg c \vee \neg f \vee \neg h \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (b \vee c \\
& \vee i \vee j \vee \neg a \vee \neg d \vee \neg e \vee \neg g \vee \neg h) \wedge (b \vee d \vee h \vee i \vee \neg a \vee \neg c \vee \neg e \vee \neg f \\
& \vee \neg j) \wedge (b \vee f \vee g \vee h \vee \neg a \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (c \vee d \vee e \vee h \vee \neg a \\
& \vee \neg b \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg i) \wedge (c \vee d \vee g \vee i \vee \neg b \vee \neg e \vee \neg f \vee \neg h \vee \neg j) \wedge (g \vee \\
& \neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg f \vee \neg h \vee \neg j) \wedge (a \vee b \vee e \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg g \vee \neg h \vee \\
& \neg i \vee \neg j) \wedge (a \vee b \vee h \vee \neg c \vee \neg e \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (a \vee f \vee h \vee \neg b \vee \\
& \neg c \vee \neg e \vee \neg g \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (b \vee c \vee g \vee \neg a \vee \neg d \vee \neg e \vee \neg h \vee \neg i \vee \neg j) \wedge \\
& (b \vee e \vee h \vee \neg a \vee \neg c \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (b \vee f \vee i \vee \neg a \vee \neg c \vee \neg d \vee \\
& \neg e \vee \neg g \vee \neg h) \wedge (c \vee d \vee h \vee \neg a \vee \neg e \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (c \vee h \vee j \\
& \vee \neg b \vee \neg d \vee \neg e \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg i) \wedge (e \vee h \vee j \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg g \\
& \vee \neg i) \wedge (g \vee i \vee j \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg e \vee \neg h) \wedge (a \vee h \vee \neg b \vee \neg d \vee \\
& \neg e \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (b \vee e \vee \neg a \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg f \vee \neg h \vee \neg i \vee \neg j) \wedge \\
& (e \vee f \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg g \vee \neg i \vee \neg j) \wedge (f \vee j \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg d \vee \neg e \\
& \vee \neg g \vee \neg h \vee \neg i) \wedge (d \vee \neg a \vee \neg b \vee \neg c \vee \neg f \vee \neg g \vee \neg h \vee \neg i \vee \neg j)
\end{aligned}$$