

0.1 未解决的习题

例题 0.1 设 φ 是 $(0, +\infty)$ 上正严格递减的连续函数, 且

$$\lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x) = +\infty, \quad \int_0^{+\infty} \varphi(t) dt = a < +\infty.$$

设 ψ 是 φ 的反函数, 求证: $\int_0^{+\infty} \psi(t) dt = a$, 且

$$\int_0^{+\infty} (\varphi(t))^2 dt + \int_0^{+\infty} (\psi(t))^2 dt \geq \frac{1}{2} a^{\frac{3}{2}}.$$

 **笔记** 思路: 利用不动点估计 $\int_0^P (\varphi(t))^2 dt + \int_0^P (\psi(t))^2 dt$.

证明

□

例题 0.2

证明

□

例题 0.3

证明

□