0.1 基本组合学公式

定义 0.1

对 $\forall m \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{N},$ 定义

$$C_m^k = {m \choose k} \triangleq \frac{m(m-1)\cdots(m-k+1)}{k!},$$

特别地, $C_m^0 \triangleq 1$. 若 $m, k \in \mathbb{N}$, 则还有

$$C_m^k = \binom{m}{k} = \frac{m!}{k!(m-k)!}.$$

定理 0.1 (二项式定理的推广)

$$(a_1 + b_1) \cdots (a_n + b_n) = \sum_{I \subset \{1, 2, \cdots, n\}} \left(\prod_{i \in I} a_i \prod_{j \in \{1, 2, \cdots, n\} - I} b_j \right).$$

证明 用数学归纳法证明即可.