

Step 1 目标函数

在第一问中，我们给出了无人机 FY1 投放的烟幕干扰弹对 M1 的有效遮蔽时长的 Δt 的计算公式。在本问中，我们的目标是通过设计无人机 FY1 与其投放的烟幕干扰弹相关参数，使得烟幕干扰弹对导弹 M1 的有效遮蔽时间尽可能长，因此目标函数为：

$$\max \Delta t \quad (1)$$

Step 2 决策变量

- 无人机 FY1 的方向: α 为无人机 FY1 与 x 轴正方向的夹角。
- 烟幕干扰弹投放点: 设无人机 FY1 在受领任务 t_1 秒后投放 1 枚烟幕干扰弹。
- 无人机 FY1 的飞行速度: 设无人机的飞行速度为 v_{FY1} ，无人机受领任务后，保持高度匀速直线运动。因此在 t 时刻可以确定无人机的飞行路程 S_1 ：

$$S_1 = v_{FY1}t \quad (2)$$

该路程所在直线平行于水平面 xOy ，因此可以得到 t 时刻无人机 FY1 的位置坐标：

$$\begin{cases} x_{FY1,t} = x_{FY1,0} + v_{FY1}t \cos \alpha \\ y_{FY1,t} = y_{FY1,0} + v_{FY1}t \sin \alpha \\ z_{FY1,t} = z_{FY1,0} \end{cases} \quad (3)$$

- 烟幕干扰弹起爆点: 设无人机 FY1 投放的烟幕干扰弹在无人机受领任务 t_2 秒后起爆，因此由问题 1(??)式同理可得烟幕干扰弹在投放后到起爆前的位置坐标满足：

$$\begin{cases} x_{FY11,t} = x_{FY1,t_1} - v_{FY1}(t - t_1) \\ y_{FY11,t} = y_{FY1,t_1} \\ z_{FY11,t} = z_{FY1,t_1} - \frac{g(t - t_1)^2}{2} \end{cases}, t_1 \leq t \leq t_2 \quad (4)$$

进而得到烟幕干扰弹起爆时形成的云团中心坐标 $(x_{FY11,t_2}, y_{FY11,t_2}, z_{FY11,t_2})$ ，代入问题 1 中，得到 t 时刻烟幕云团是否对目标进行遮挡的判断条件 $\Delta(x_1, y_1, z_1)$ 。将真目标所在圆柱侧面上任一点坐标 (x_1, y_1, z_1) 带入，当 $\Delta \geq 0$ 时，烟幕云团对目标进行遮挡，当 $\Delta < 0$ 时，烟幕云团未对目标形成遮挡，即：

$$\begin{cases} \Delta \geq 0 & \text{遮挡} \\ \Delta < 0 & \text{未遮挡} \end{cases} \quad (5)$$

Step 3 约束条件

- 无人机的飞行速度：由于无人机受领任务后，可根据需要瞬时调整飞行方向，然后以 70-140m/s 的速度等高度匀速直线飞行。因此：

$$70 \leq v_{FY1} \leq 140 \quad (6)$$

Step 4 优化模型

综上所述，有效遮蔽时间单目标优化模型为：

$$\begin{cases} \max \Delta t \\ t \text{时刻无人机的位置坐标:} \\ \begin{cases} x_{FY1,t} = x_{FY1,0} + v_{FY1}t \cos \alpha \\ y_{FY1,t} = y_{FY1,0} + v_{FY1}t \sin \alpha \\ z_{FY1,t} = z_{FY1,0} \end{cases} \\ 0 \leq \alpha \leq 2\pi \\ 70 \leq v_{FY1} \leq 140 \\ \text{烟幕导弹起爆时的位置坐标:} \\ \begin{cases} x_{FY11,t_2} = x_{FY1,t_1} - v_{FY1}(t_2 - t_1) \cos \lambda \\ y_{FY11,t_2} = y_{FY1,t_1} - v_{FY1}(t_2 - t_1) \sin \lambda \\ z_{FY11,t_2} = z_{FY1,t_1} - \frac{g(t_2 - t_1)^2}{2} \end{cases} \\ t \text{时刻云团中心坐标:} \\ \begin{cases} x_{FY11,t} = x_{FY11,t_2} \\ y_{FY11,t} = y_{FY11,t_2} \\ z_{FY11,t} = z_{FY11,t_2} - v_1(t - t_2) \\ t_2 \leq t \leq t_2 + \Delta t_0 \end{cases} \\ \text{烟雾有效遮挡范围的球形区域:} \\ O_{FY11,t} : (x - x_{FY11,t})^2 + (y - y_{FY11,t})^2 + (z - z_{FY11,t})^2 = r^2 \quad (2.5) \\ \text{圆柱面上点坐标:} \\ \begin{cases} x_1^2 + (y_1^2 - y_0)^2 = r_0^2 \\ z_1 \in [0, h_0] \end{cases} \\ \text{烟幕云团遮挡判断条件:} \\ \begin{cases} \Delta \geq 0 & \text{遮挡} \\ \Delta < 0 & \text{未遮挡} \end{cases} \end{cases} \quad (7)$$