

由问题三设定的条件可知, t_1 为温度第一次超过 217°C 的时刻即 $\min\{t|T \geq 217\}$, t_2 为达到峰值温度的时刻即 $\max T(0, t)$, 以 Δt 为步长, 令

$$n = \frac{\Delta t}{t_2 - t_1} \quad (1)$$

故而, 对于 $t_1 \sim t_2$ 内的时间点 t 可以以下形式表示

$$t = t_1 + i\Delta t \quad (i = 1, 2, 3 \dots n) \quad (2)$$

其关于 t_2 对应的时间点为 $2t_2 - (t_1 + i\Delta t)$ ($i = 1, 2, 3 \dots n$). 为了衡量炉温曲线关于峰值温度的对称性, 我们引入一个评价指标 M , 其表达式为以下方程

$$M = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (F(0, t_1 + i\Delta t) - F(0, 2t_2 - (t_1 + i\Delta t)))^2} \quad (3)$$

由题意可知以峰值温度为中心线的两侧超过 217°C 的炉温曲线应尽量对称, M 值越小, 说明炉温曲线在峰值温度两侧超过 217°C 的部分越对称. 因此, 我们的目标函数是使 M 最小化, 即

$$\min M = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (F(0, t_1 + i\Delta t) - F(0, 2t_2 - (t_1 + i\Delta t)))^2} \quad (4)$$

题目要求满足所求得的炉温曲线满足制程条件以及第三问的要求, 因此建立模型为

$$\begin{aligned} & \min_{T_1, T_2, T_3, T_4, v} S \\ & \min E \\ & \left\{ \begin{array}{l} S = \int_{t_1}^{t_2} (T(0, t) - 217) dt \\ t_1 = \min\{t|T \geq 217\} \\ t_2 = \max T(0, t) \\ 165 \leq T_1 \leq 185 \\ 185 \leq T_2 \leq 205 \\ 225 \leq T_3 \leq 245 \\ 245 \leq T_4 \leq 265 \\ 0 \leq \left| \frac{dT(0, t)}{dt} \right| \leq 3 \\ 60 \leq \Delta t\{150^\circ\text{C} \leq T(0, t) \leq 190^\circ\text{C}\} \leq 120 \\ 40 \leq \Delta t\{T(0, t) > 217^\circ\text{C}\} \leq 90 \\ 240 \leq \max T(0, t) \leq 250 \\ 65 \leq v \leq 100 \end{array} \right. \quad (5) \end{aligned}$$

我们可以根据上述模型求出最优炉温曲线, 各温区的设定温度以及传送带的过炉速度.