

### Step 1 目标函数

在本问中，我们的目标是通过设计无人机 FY1 与其投放的 3 枚烟幕干扰弹相关参数，使得 3 枚烟幕干扰弹对导弹 M1 的有效遮蔽总时间尽可能长，因此目标函数为：

$$\max_{\alpha, t_1, v_{FY1}, t_{2,i}} \Delta t_{13} \quad (1)$$

### Step 2 决策变量

- 无人机 FY1 的方向: 设  $\alpha$  为无人机 FY1 与  $x$  轴正方向的夹角，范围为  $[0, 2\pi]$ ，从而确定了无人机 FY1 的飞行方向。
- 烟幕干扰弹投放点: 设无人机 FY1 在受领任务  $t_{FY1,i1}$  s 后投放第  $i$  枚烟幕干扰弹 ( $i = 1, 2, 3$ )。
- 无人机 FY1 的飞行速度: 设无人机的飞行速度为  $v_{FY1}$ ，无人机受领任务后，保持高度匀速直线运动。由问题一求得的(??)可知  $t$  时刻无人机 FY1 的位置坐标为：

$$\begin{cases} x_{FY1,t} = x_{FY1,0} + v_{FY1}t \cos \alpha \\ y_{FY1,t} = y_{FY1,0} + v_{FY1}t \sin \alpha \\ z_{FY1,t} = z_{FY1,0} \end{cases} \quad (2)$$

- 烟幕干扰弹起爆点: 设无人机 FY1 投放的第  $i$  枚烟幕干扰弹在无人机受领任务  $t_{FY1,i2}$  s 后起爆，根据问题 1 中的(??)得到投放的第  $i$  枚烟雾干扰弹在  $t_{FY1,i2}$  时刻即其起爆时的位置坐标：

$$\begin{cases} x_{FY1i,t_{FY1,i2}} = x_{FY1,t_{FY1,i1}} + v_{FY1} (t_{FY1,i2} - t_{FY1,i1}) \cos \alpha \\ y_{FY1i,t_{FY1,i2}} = y_{FY1,t_{FY1,i1}} + v_{FY1} (t_{FY1,i2} - t_{FY1,i1}) \sin \alpha \\ z_{FY1i,t_{FY1,i2}} = z_{FY1,t_{FY1,i1}} - \frac{g (t_{FY1,i2} - t_{FY1,i1})^2}{2} \end{cases} \quad (3)$$

通过问题 1 中的(??)，得到  $t$  时刻无人机 FY1 投放的第  $i$  枚烟幕干扰弹形成的烟幕云团是否对目标进行遮挡的判断条件  $\Delta_{FY1i}(x_l, y_l, z_s)$ 。并将其代入(4)中即

$$\begin{cases} \Delta < 0 & \text{未形成有效遮挡} \\ \Delta \geq 0 & \begin{cases} \min \{d_1, d_2\} > \left| \overrightarrow{N1M1} \right| & \text{未形成有效遮挡} \\ \min \{d_1, d_2\} \leq \left| \overrightarrow{N1M1} \right| & \text{有效遮挡} \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

判断  $t$  时刻下无人机 FY1 释放的第  $i$  枚烟幕干扰弹形成的烟幕云团是否对真目标进

行遮挡。又因为每个烟幕干扰弹形成的云团都将在  $\Delta t_0 = 20$  秒后消散, 所以规定:

$$\Delta_{FY1i}(x_l, y_l, z_s) = \begin{cases} -1, & t \geq t_{FY1,i2} + \Delta t_0 \\ -1, & t \geq t_{FY1,i2} + \Delta t_0 \end{cases} \quad (5)$$

### Step 3 约束条件

- **无人机的飞行速度:** 由于无人机受领任务后, 可根据需要瞬时调整飞行方向, 然后以 70-140m/s 的速度等高度匀速直线飞行。因此:

$$70 \leq v_{FY1} \leq 140 \quad (6)$$

- **无人机投放的烟幕干扰弹的时间:** 由于题目要求每架无人机投放两枚烟幕干扰弹至少间隔 1s, 且据试验数据知, 云团中心 10m 范围内的烟幕浓度在起爆 20s 内可为目标提供有效遮蔽。因此:

$$\begin{cases} t_{FY1,11} \in \left[ 0, \frac{x_{m1,0}}{v_0} \right] \\ t_{FY1,12} \in \left[ t_{FY1,11}, \frac{d_{m1,0}}{v_0} \right] \\ t_{FY1,21} \in \left[ t_{FY1,11} + 1, \frac{dx_{m1,0}}{v_0} \right] \\ t_{FY1,22} \in \left[ t_{FY1,21}, \frac{d_{m1,0}}{v_0} \right] \\ t_{FY1,31} \in \left[ t_{FY1,21} + 1, \frac{d_{m1,0}}{v_0} \right] \\ t_{FY1,32} \in \left[ t_{FY1,21}, \frac{d_{m1,0}}{v_0} \right] \end{cases} \quad (7)$$

### Step 4 优化模型

综上所述，无人机 FY1 释放的 3 枚烟幕干扰弹有效遮蔽时间单目标优化模型为：

$$\begin{aligned}
 & \max_{\alpha, t_1, v_{FY1}, t_{2,i}} \Delta t_{13} \\
 & \left\{ \begin{array}{l}
 t \text{时刻无人机的位置坐标:} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 x_{FY1,t} = x_{FY1,0} + v_{FY1} t \cos \alpha \\
 y_{FY1,t} = y_{FY1,0} + v_{FY1} t \sin \alpha \\
 z_{FY1,t} = z_{FY1,0} \\
 0 \leq \alpha < 2\pi
 \end{array} \right. \\
 70 \leq v_{FY1} \leq 140 \\
 \text{第 } i \text{ 枚烟雾干扰弹起爆时的位置坐标:} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 x_{FY1i,t_{FY1,i2}} = x_{FY1,t_{FY1,i1}} + v_{FY1} (t_{FY1,i2} - t_{FY1,i1}) \cos \alpha \\
 y_{FY1i,t_{FY1,i2}} = y_{FY1,t_{FY1,i1}} + v_{FY1} (t_{FY1,i2} - t_{FY1,i1}) \sin \alpha \\
 z_{FY1i,t_{FY1,i2}} = z_{FY1,t_{FY1,i1}} - \frac{g(t_{FY1,i2} - t_{FY1,i1})^2}{2} \\
 t_{FY1,11} \in \left[ 0, \frac{x_{m1,0}}{v_0} \right] \\
 t_{FY1,12} \in \left[ t_{FY1,11}, \frac{d_{m1,0}}{v_0} \right] \\
 t_{FY1,21} \in \left[ t_{FY1,11} + 1, \frac{dx_{m1,0}}{v_0} \right] \\
 t_{FY1,22} \in \left[ t_{FY1,21}, \frac{d_{m1,0}}{v_0} \right] \\
 t_{FY1,31} \in \left[ t_{FY1,21} + 1, \frac{d_{m1,0}}{v_0} \right] \\
 t_{FY1,32} \in \left[ t_{FY1,21}, \frac{d_{m1,0}}{v_0} \right]
 \end{array} \right.
 \end{array} \right. \quad (8)
 \end{aligned}$$