

Morphologie Mathématique - TD1

Erosion, covariance et analyse de texture

Christophe Ducottet, Cécile Barat

Pour répondre aux questions et faciliter la compréhension de cet exercice, vous pourrez utiliser le script `td1.m` fourni sur le portail, avec l'énoncé ci-joint.

Objectifs :

1. Acquérir des connaissances sur la notion de covariance en analyse de texture.
2. Utiliser des éléments structurants particuliers tels que les bipoints.
3. Illustrer l'opérateur d'érosion avec une application à l'analyse de texture.

1 Définition de l'opération de covariance

La covariance d'une image, notée K , consiste à mesurer le volume d'une image érodée par une paire de points $P_{1,\vec{v}}$:

$$K(f, P_{1,\vec{v}}) = Vol[\epsilon_{P_{1,\vec{v}}}(f)]$$

avec :

\vec{v} : vecteur 2D constant

Vol : fonction de calcul du volume d'une image, le volume étant égal à la somme des niveaux de gris de tous les pixels de l'image.

$P_{1,\vec{v}}$: une paire de points (bipoint) définie par l'expression :

$$P_{1,\vec{v}} = \bigcup_{i=0}^{i=1} i \vec{v}$$

1. Rappeler le sens mathématique de la notion de covariance.
2. Quelle information cherche-t-on à obtenir lorsque l'on mesure la covariance d'une image ?
3. Représenter les éléments $P_{1,(1,0)}$, $P_{1,(2,0)}$, $P_{1,(1,1)}$, $P_{1,(1,2)}$.
4. Expliquer le principe de la mesure de covariance K donnée ci-dessus.

2 Application à l'analyse de texture

La covariance est un outil informant sur la périodicité d'une texture. L'exemple de la figure 1 est tiré du livre de Pierre Soille, intitulé *Morphological Image Analysis*, Springer. Lire le texte, compléter et exécuter le script `td1.m` et répondre aux questions.

1. Commenter et expliquer les Fig. 3.22b et 3.22c (en s'appuyant sur des schémas éventuellement).
2. Est-ce que la Fig. 3.22b pourrait être utilisée pour effectuer une soustraction de fond ?
3. Que représente la Fig. 3.23 ?
4. D'après le texte, quelle information recherche-t-on avec ce graphique ?
5. A l'aide du texte et de la Fig. 3.22, commenter la Fig. 3.23 (donner des éléments quantitatifs sur la texture - Pourquoi, entre 2 pics, les valeurs ne sont pas nulles ? Pourquoi les pics décroissent ? Pourquoi observe-t-on une périodicité intermédiaire ?)
6. Expliquer pourquoi une information de taille des éléments de la texture peut être déduite de la pente du covariogramme à l'origine.

3 Analyse selon l'orientation

Dans le nouvel extrait sur la figure 2, on explique comment utiliser la covariance pour obtenir une information d'orientation sur la texture. Lire le texte, compléter et exécuter le script `td1.m` et répondre aux questions.

1. D'après le texte, comment utiliser la covariance pour obtenir une information d'orientation des structures de l'image ?
2. Que représente la Fig. 3.24b ? Pourquoi parle-t-on d'aire et non plus de volume ?
3. D'après le graphique Fig. 3.24b, quelles sont les orientations principales de la Fig. 3.24a ?
4. Quelle est l'influence du paramètre d'écart du bipoint ?

An example of erosion by a pair of points is provided in Fig. 3.22. In practice,

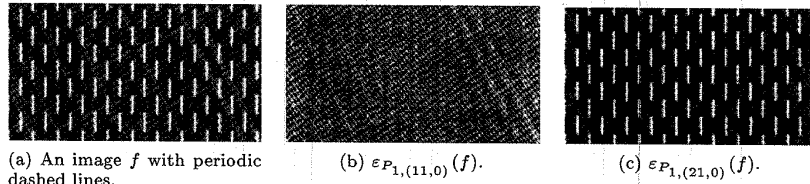


Fig. 3.22. Erosion of an image with points separated by an increasing distance along the horizontal direction. When the distance equals the periodicity of the dashed lines, these are not eroded.

a family of pair of points is considered such as pair of points in a given direction separated by an increasing distance. A diagram “Volume of erosion by a pair of points versus distance between these points” is then plotted and interpreted for determining the periodicity of periodic image structures. For example, the sum of the grey levels for erosions by points separated by an increasing distance along the horizontal direction applied to Fig. 3.22a are shown in Fig. 3.23. The peaks of this diagram are located at multiple of the

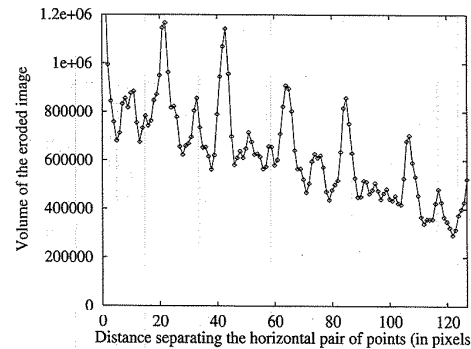


Fig. 3.23. Use of covariance for determining the periodicity of periodic image structures: sum of grey levels of erosion of Fig. 3.22a by the horizontal pair of points $P_{1,(i,0)}$ versus i (i denotes the distance separating the pair of points).

distance separating two successive dashed lines, i.e., about 21 pixels (see also Fig. 3.22c). In addition, information about the size of the texture elements can be derived from the decreasing rate of the covariogram at the origin: the faster the decrease, the smaller the size of the texture elements.

Figure 1: Analyse de la périodicité d'une texture

The covariance can also be used to automatically determine the orientation of image structures by considering a family of erosions by a pair of equidistant points in various directions. For example, Fig. 3.24a is a binary image with parallel lines along two principal directions. The surface area measurements of the eroded image by the pair of points versus the direction of these pairs of points are shown in Fig. 3.24b. When the pair of points are in the same direction as the grid lines, the image is not as much eroded as for other directions. Therefore, the directions of the two peaks of the diagram correspond to the directions of the lines. Notice that the surface area

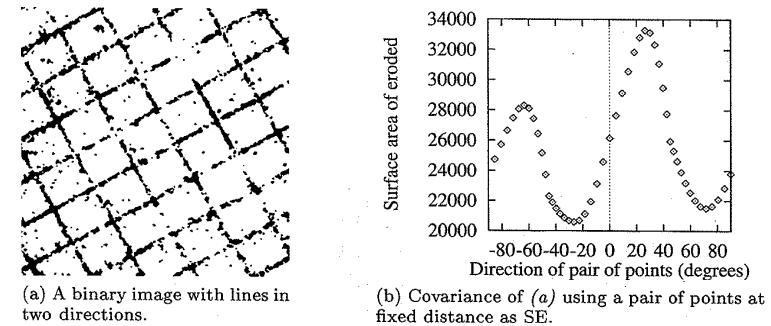


Fig. 3.24. The measure of the surface area of the original image eroded by a pair of points in various directions can be used for determining the two main directions of the grid.

of erosions by pairs of points separated by a fixed distance but with varying orientations are sometimes represented in a polar diagram which is called a *rose of directions* (by erosions with pairs of points).

Notice that the covariance on binary images is directly related to the autocorrelation defined in linear signal processing (i.e., the convolution of an image by its translated for increasing translations).

Figure 2: Analyse de l'orientation d'une texture