Morphologie mathématique

- Introduction -

Télécom Saint Etienne – Image 2

Christophe Ducottet

d'après les diapositives de Cécile Barat

Sommaire

- Points administratifs
- Sujet : morphologie mathématique ?
- Exemples d’applications
- Organisation du cours
- Concepts de base & Principe
- M.M. binaire
- M.M. niveaux de gris

Points administratifs

- **Bloc Analyse d'images**

- 18h CM + 12h TD (6 séances de 2h)
- **Evaluation :**

  - 2 QCMs de 10 mn (TD2, TD4) 20% x 2

    - organisés en amphi lors du CM qui suit le TD (CM6 et CM11)

  - examen 1h30h (écrit) 60%

  Prorata bloc 25% (TSE)
- **Rappel :**

  - présence en CM et TD obligatoire

Points administratifs

- **Travaux dirigés**

- 12h TD réparties en séances de 2h
- Travail individuel
- Réalisés sous Matlab
  - Code à compléter et commentaires à ajouter
  - Il est conseillé de générer un CR à l'aide de l'option *Publish* de Matlab

Sommaire

- Points administratifs
- Sujet : morphologie mathématique ?
- Exemples d'applications
- Organisation du cours
- Concepts de base & Principe
- M.M. binaire
- M.M. niveaux de gris

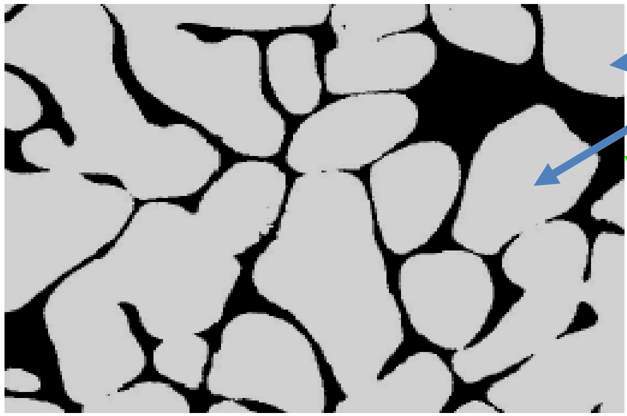
Sujet?

- **Morphologie mathématique..**

... les origines

- Discipline créée vers la fin des années 60 à l'École des Mines de Paris par Georges Matheron et Jean Serra
- Développée à l'origine pour l'étude des matériaux poreux

$\rightarrow$ images binaires



Matrice
= ensemble des points objets (à 1)

Pores
= compléments de l'ensemble
(points à 0)

1967 : G. Matheron, « *Eléments des milieux poreux* », Masson
1969 : J. Serra, « Introduction à la morphologie mathématique », Cahiers CMM Fontainebleau.

Sujet?

- **Morphologie mathématique..**

... son développement

Du binaire vers le niveau de gris

1978 : Premiers travaux d’extension aux images à niveaux de gris

1982 : J. Serra, « *Image analysis and mathematical morphology* », Academic Press.

1984 : J. Serra, « Image analysis ans mathematical morphology, theoretical advances », Academic Press.

Extension à la couleur

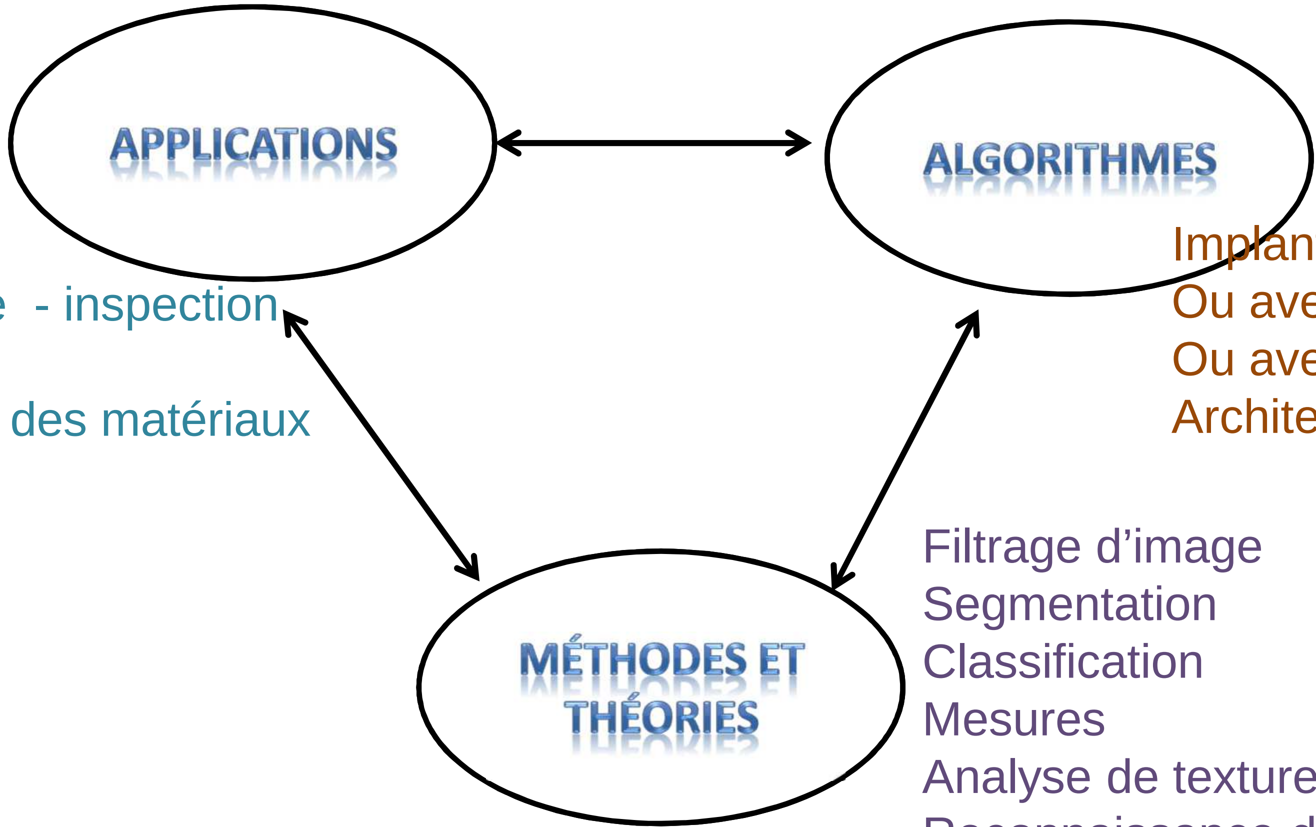
2001 : V. Risson, Application de la Morphologie Mathématique à l’analyse des conditions d’éclairage des images couleur.

2003 : A. Lopez Jesus, Morphologie mathématique et indexation d’images couleur. Application à la microscopie en biomédecine, Thèse de Doctorat de Morphologie Mathématique, ENSMP.

Sujet?

- **Morphologie mathématique..**

... son développement



Contrôle - inspection
OCR
Science des matériaux
..

Implantations récursives,
Ou avec files- listes
Ou avec graphes
Architectures parallèles

Filtrage d'image
Segmentation
Classification
Mesures
Analyse de texture
Reconnaissance de formes

Sujet?

- **Morphologie mathématique..**

... Aujourd'hui

Discipline riche pour le traitement et l'analyse d'images,
de renommée internationale (thème de recherche de nombreuses équipes et plusieurs congrès internationaux)

Applications dans de nombreux domaines du traitement d'images, aussi bien en 2D que 3D :

biologie, cytologie quantitative,
imagerie médicale,
imagerie aérienne et satellitaire,
robotique,
vision par ordinateur,
contrôle industriel, …

Sujet?

- **Morphologie mathématique..**

... Et la chaîne de T.I.

Etape 1 : Acquisition & numérisation
Image enregistrée sur un capteur (appareil photo, caméra)

Etape 2 : Pré-traitements
Suppression de bruits, Filtrage, Lissage, ..
Amélioration du contraste (égalisation d'histogrammes)
Seuillage..

Etape 3 : Traitements
Segmentation, Détection de contours, Reconnaissance de formes,..

Etape 4 : Analyse et affichage des résultats
Analyse statistique, modélisation, etc..

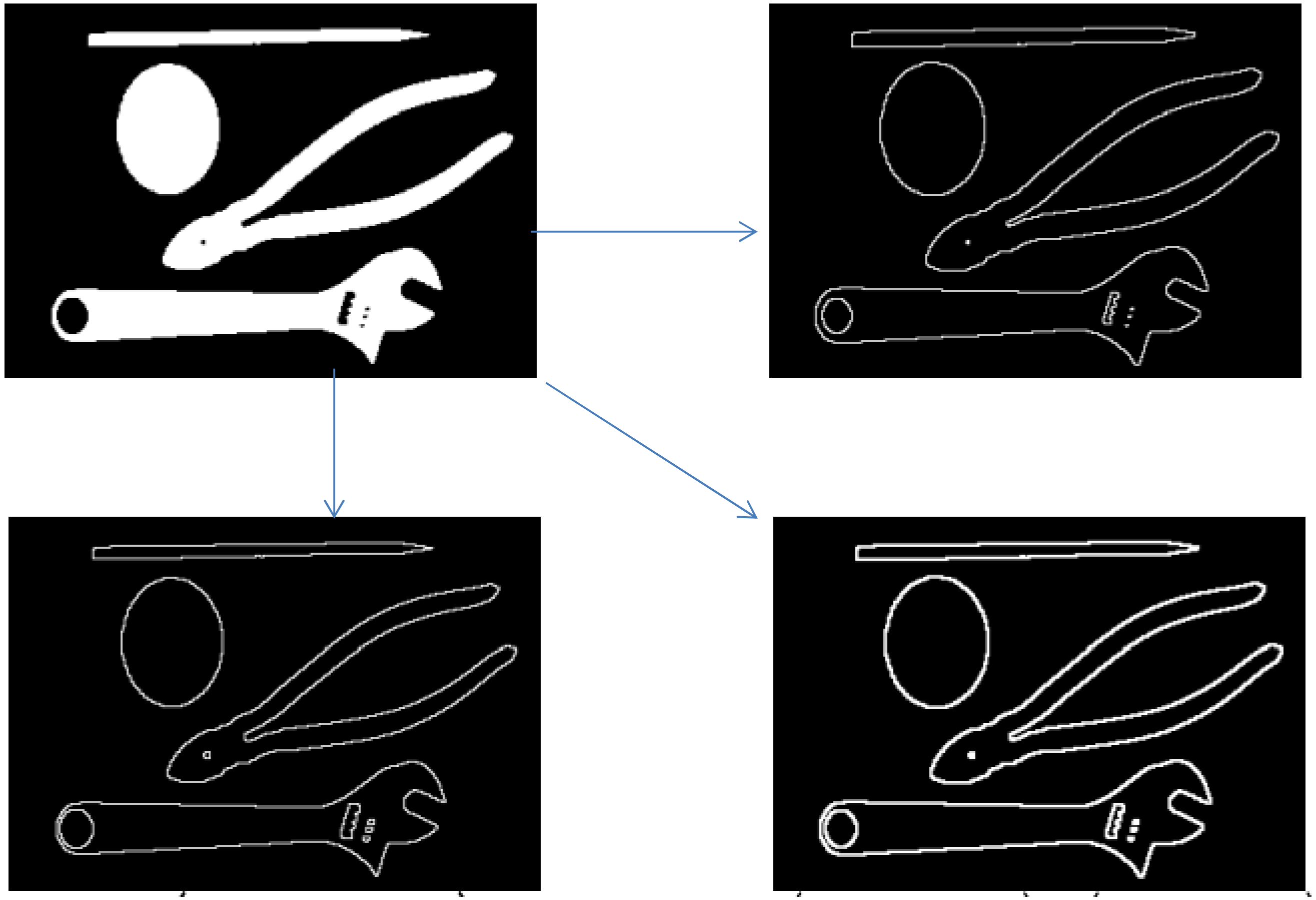
Morphologie mathématique

Sommaire

- Points administratifs
- Sujet : morphologie mathématique ?
- Exemples d'applications
- Organisation du cours
- Concepts de base & Principe
- M.M. binaire
- M.M. niveaux de gris

Exemples d'applications

Filtrage : **Détection de contours ⇨ plusieurs opérateurs possibles**

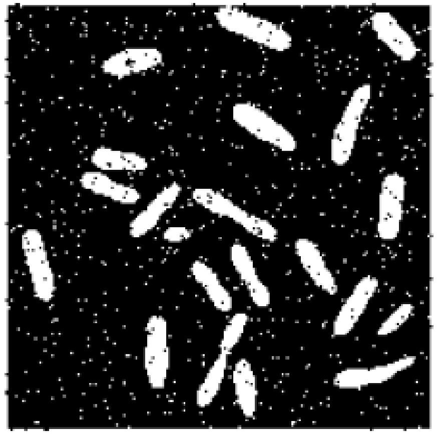


Exemples d’applications

Filtrage

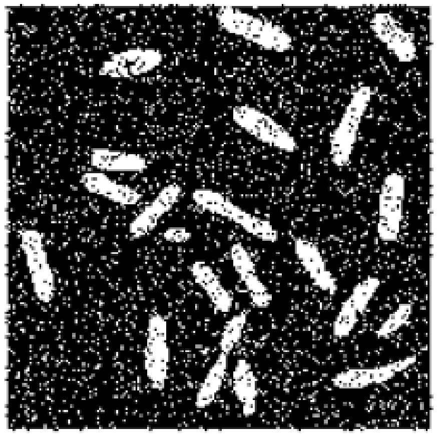
Filtrage de bruit ⇨ plusieurs opérateurs possibles

Binary image with 5% ‘Salt&Pepper’ noise



3x3 majority filter

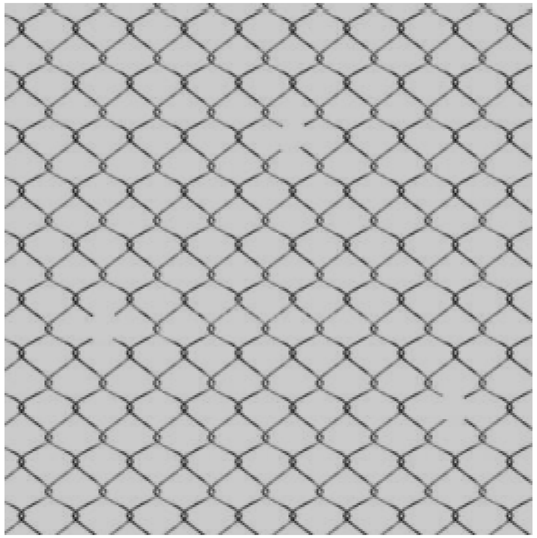
20% ‘Salt&Pepper’ noise



3x3 majority filter

Exemples

Segmentation d'images **Application de détection de défauts dans une grille**



Original grayscale image *Fence*

Exemples

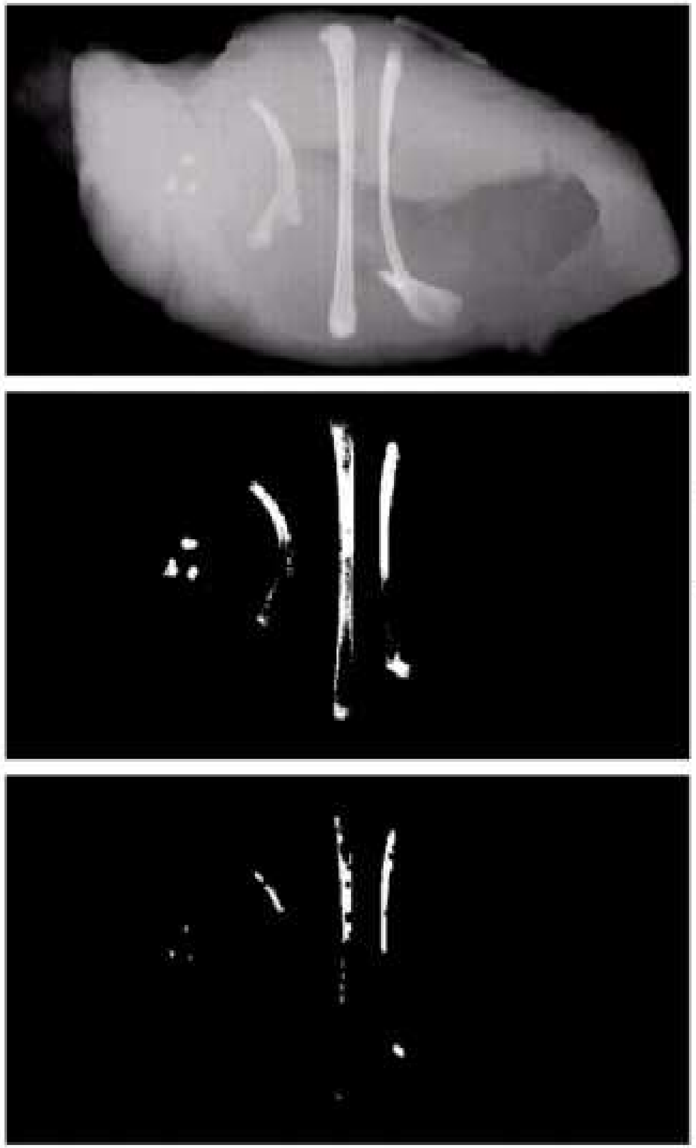
Segmentation d'images

Extraction de composantes connexes

Algorithme itératif à base de dilatations

a
b
c d

FIGURE 9.18 (a) X-ray image of chicken filet with bone fragments. (b) Thresholded image. (c) Image eroded with a 5 × 5 structuring element of 1's. (d) Number of pixels in the connected components of (c). (Image courtesy of NTB Elektronische Geraete GmbH, Diepholz, Germany, www.ntbxray.com.)

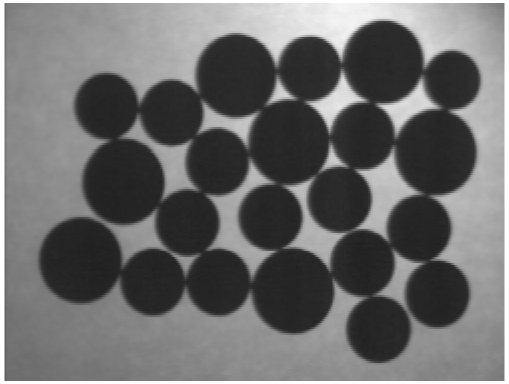


Connected component	No. of pixels in connected comp
01	11
02	9
03	9
04	39
05	133
06	1
07	1
08	743
09	7
10	11
11	11
12	9
13	9
14	674
15	85

Exemples d'applications

Mesures

Application de comptage de pièces



Original

Exemples d'applications

Mesures : **Granulométrie**

a b

FIGURE 9.36
(a) Original image consisting of overlapping particles; (b) size distribution. (Courtesy of Mr. A. Morris, Leica Cambridge, Ltd.)

Sommaire

- Points administratifs
- Sujet : morphologie mathématique ?
- Exemples d'applications
- Organisation du cours
- Concepts de base & Principe
- M.M. binaire
- M.M. niveaux de gris

Organisation du cours

- Introduction & Concepts de base de la MM
- Opérateurs élémentaires : érosion et dilatation
- Filtrage morphologique
- Transformée Hit-Or-Miss et opérateurs dérivés
- Transformations géodésiques
- SKIZ géodésique et Ligne de Partage des Eaux

Avant de continuer ..

- N'hésitez pas à poser des questions !
  - pendant ou après le cours ou les TD
  - par email christophe.ducottet@telecom-st-etienne.fr

Sommaire

- Points administratifs
- Sujet : morphologie mathématique ?
- Exemples d’applications
- Organisation du cours
- Concepts de base & Principe
- M.M. binaire
- M.M. niveaux de gris

Définition

Morphologie mathématique

=

formalisme mathématique permettant de

caractériser les formes géométriques (forme, taille, orientation)

et leurs relations avec le voisinage

Concepts utilisés

- Théorie des ensembles :

  - les opérateurs ensemblistes de base
  - l'algèbre de Minkowski
  - ensembles ordonnés et treillis

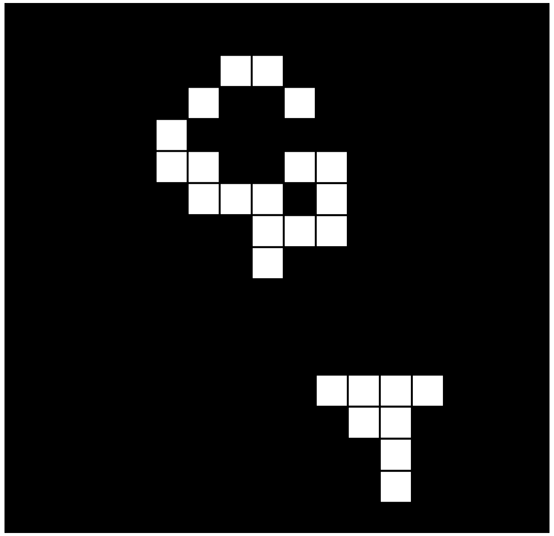
- Topologie :

  - notion de continuité
  - voisinage
  - application aux ensembles
  - autres notions de topologie : ouverts, fermés, frontière, distance, connexité

Lien forme, ensemble, image ?

Concepts utilisés

Hypothèse : image à 2 niveaux de gris (binaire)



Un *ensemble dans une image*
= ensemble de pixels
= sous-ensemble de Z^2 composé de couples d'entiers (x,y)

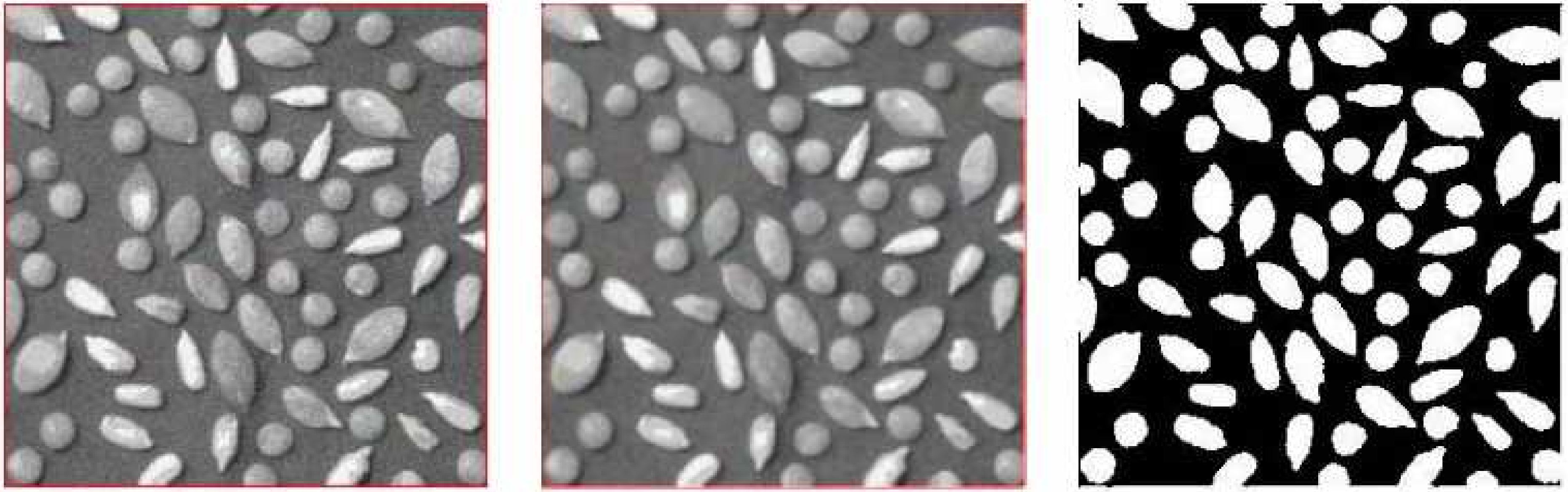
Ensemble 'objet' : souvent blanc, à 1

Ensemble 'fond' : souvent noir, à 0

Sur ces ensembles, on peut effectuer les opérations ensemblistes classiques : Union, Intersection,…
ainsi que des opérations géométriques : translation, rotation, retournement,...

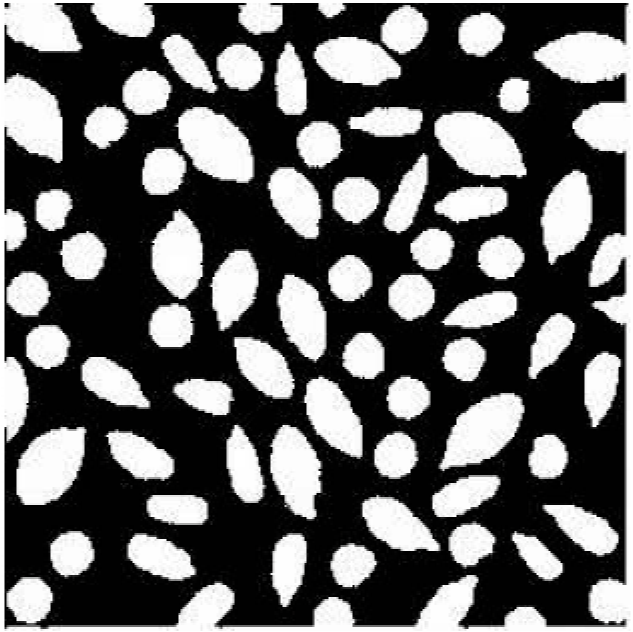
Principe par l'exemple

- Un exemple simple



Acquisition Filtrage Segmentation

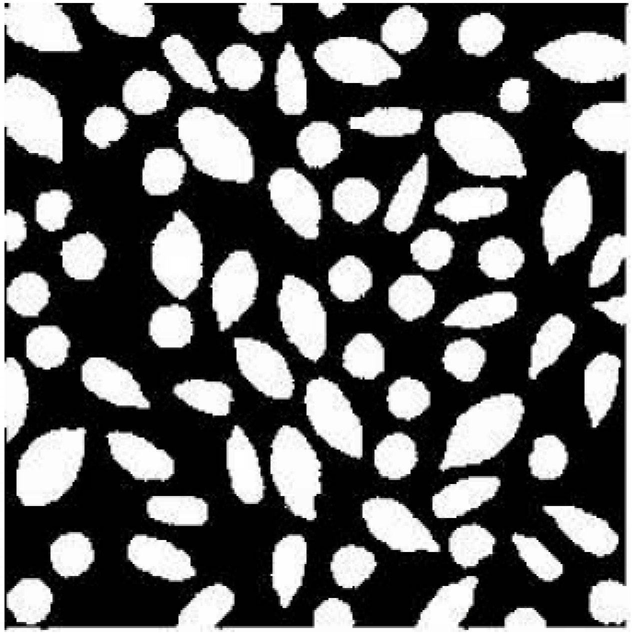
Principe par l'exemple



Que peut-on mesurer sur l'image ?

- Analyse par champs
  - Nombre
  - Aire totale
  - Périmètre total
- Analyse individuelle
  - Géométrie : taille, aire, périmètre, diamètre, forme, axes d'inertie..
  - Photométrie : couleur / niveau de gris moyen, variance, etc..
  - Topologie : nombre de voisins, nombre de frontières, objet inclus / englobant, ..
- Analyse de groupe
  - Etude statistique des mesures individuelles

Principe par l'exemple

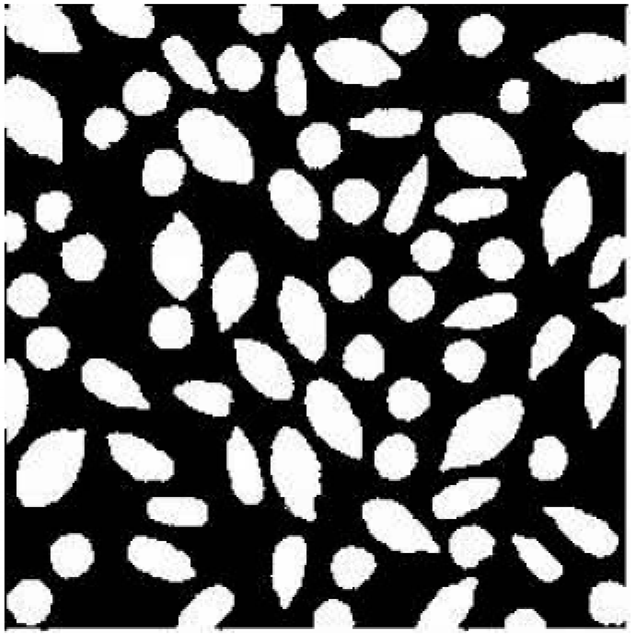


Que peut-on mesurer sur l'image ?

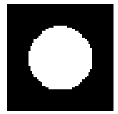
Idée de la morphologie mathématique :

- choisir des formes modèles, avec des caractéristiques connues
- comparer ces formes modèles avec les objets de l'image, en effectuant des tests, pour obtenir de l'information sur l'image.

Principe par l’exemple

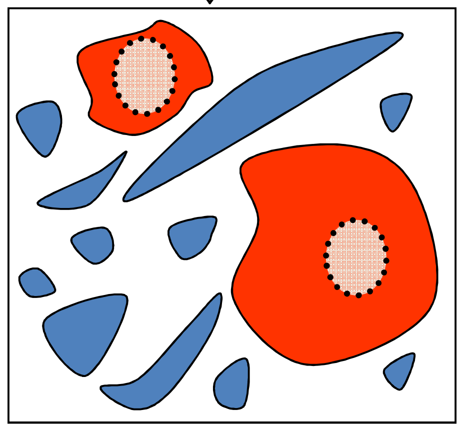


Elément
structurant 1

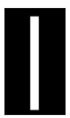


+ test d’inclusion

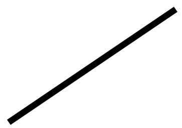
⇓

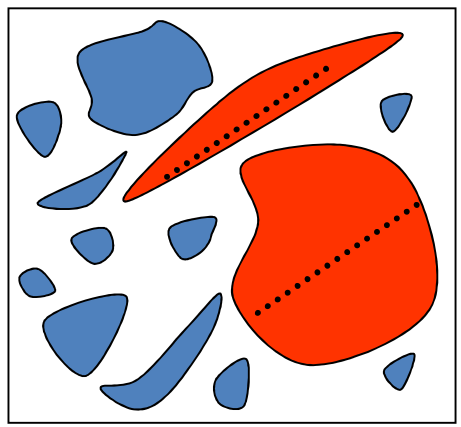


Elément
structurant 2



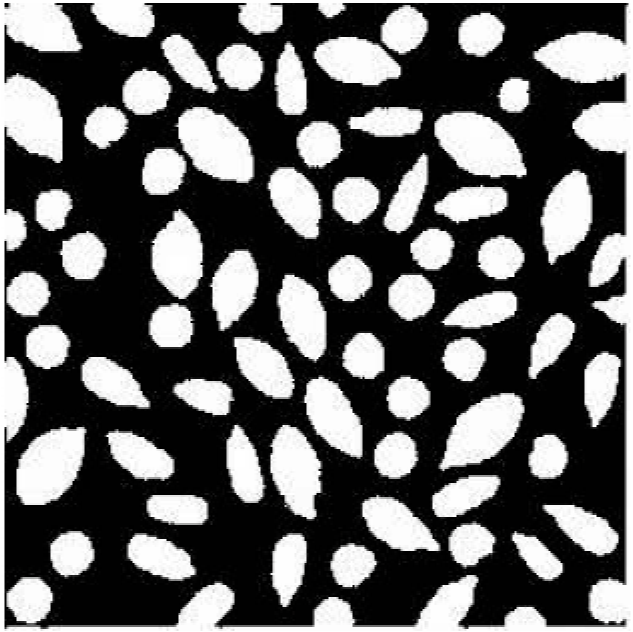
+ test d’inclusion pour
chaque orientation possible ⇒





Principe par l’exemple

Mais, quels problèmes d’analyse peut-on rencontrer ?



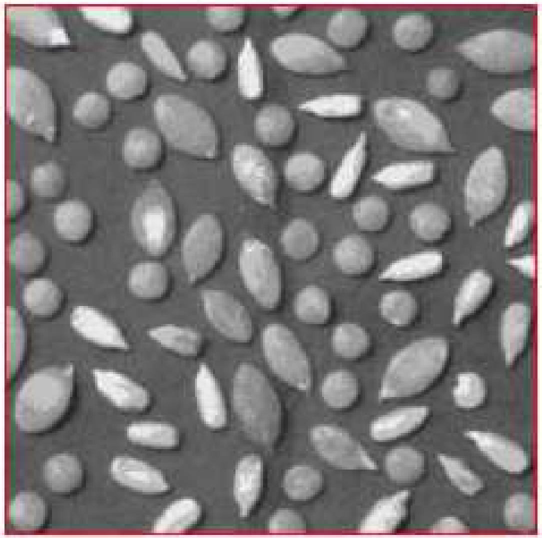
- Artefacts introduits pendant le traitement d’images
  - Effets de filtrage
- Effets de la segmentation
  - Biais introduit par le traitement
- Problèmes lors de la mesure
  - Effets du bruit et des artefacts
  - Biais introduit par le masque de mesures (zone visible sur l’image → bords)

etc

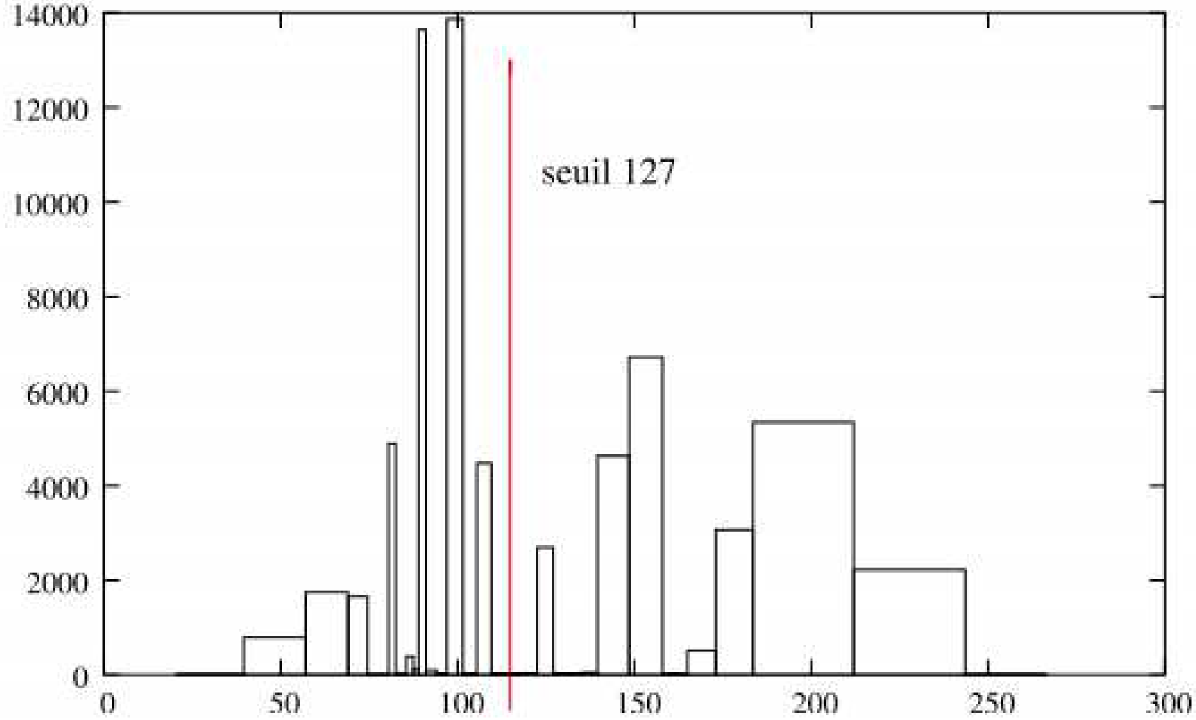
Principe par l’exemple

- **Segmentation : exemple de biais introduit par le traitement**

Image filtée

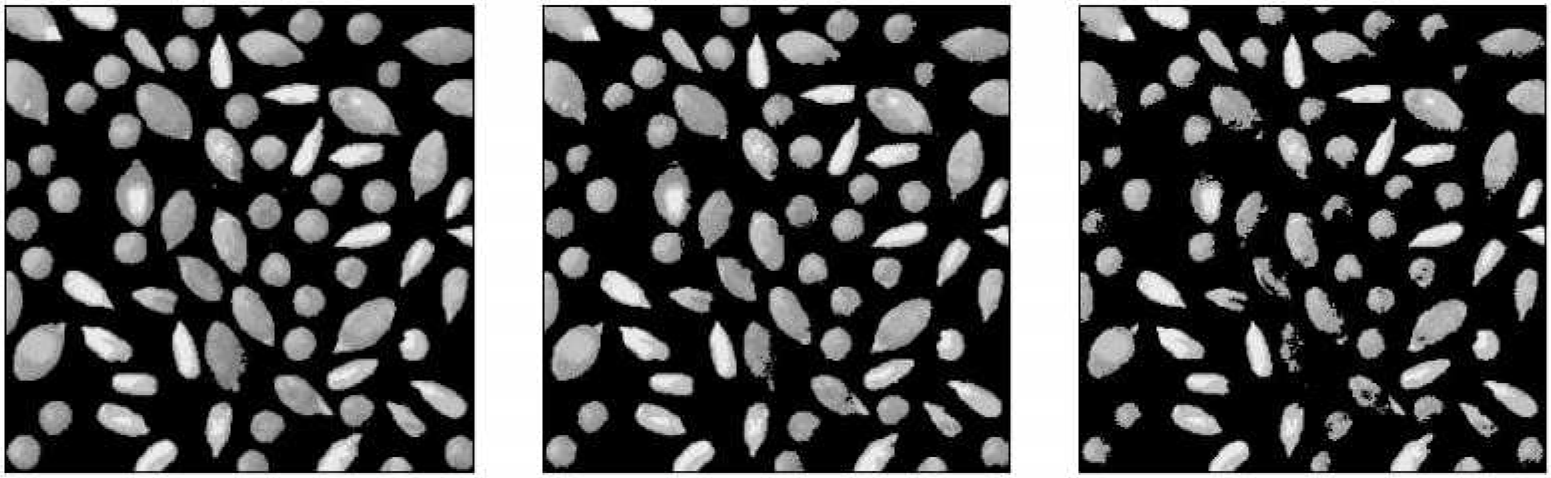


Histogramme



Principe par l'exemple

- **Segmentation : exemple de biais introduit par le traitement**

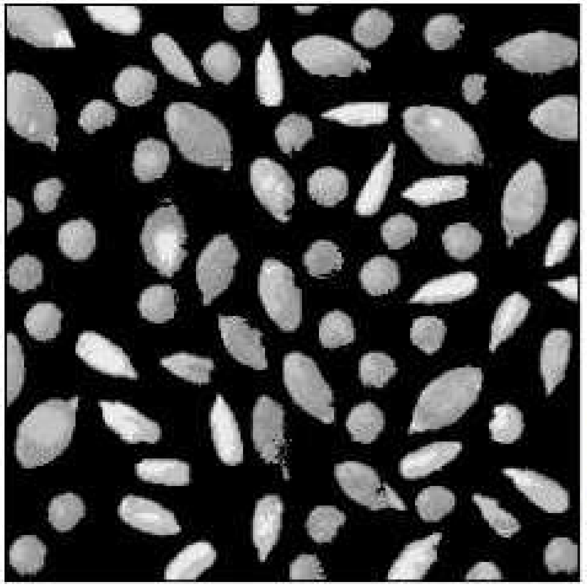


Seuil	117	127	147
Périmètre	19 211	16 684	12 783

Principe par l’exemple

- **Exemple de biais introduit par le masque de mesures**

Combien d’objets présents dans l’image ?

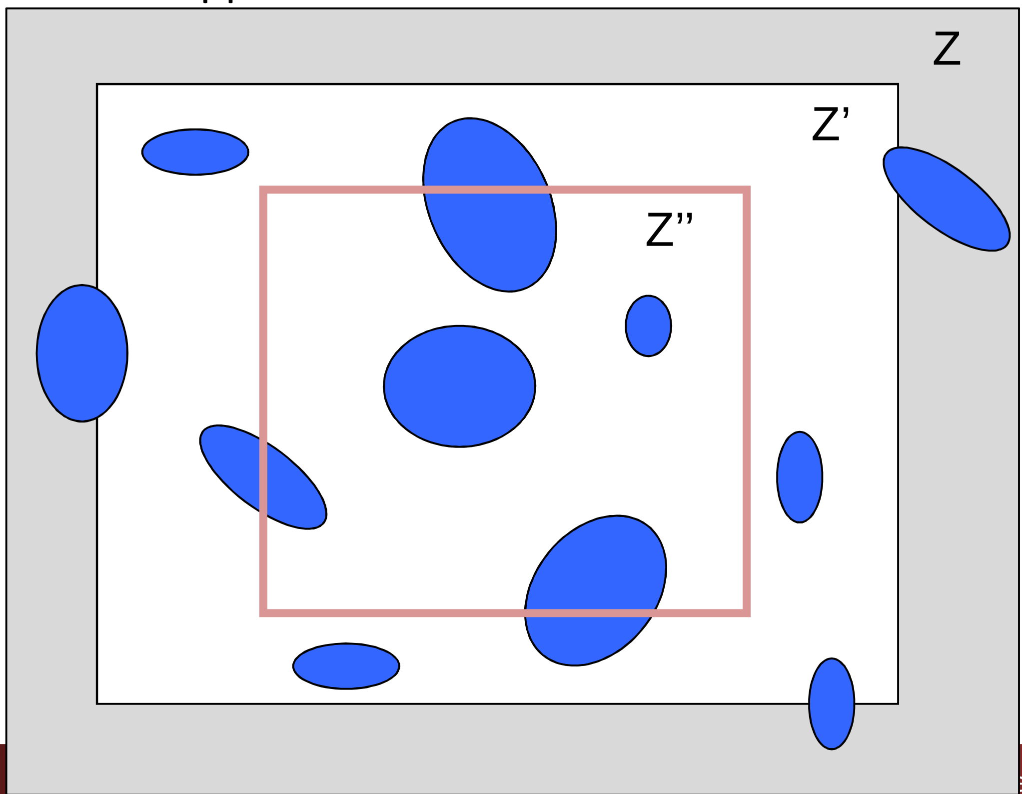


Principe par l'exemple

- **Exemple de biais introduit par le masque de mesures**

Propriété de connaissance locale

→le résultat en un point ne dépend que du voisinage local de ce point, défini par le support de l'élément structurant

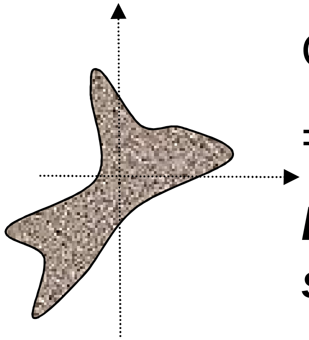


Z?
Scène

Z' ?
Image

La propriété de connaissance locale vise à définir un sous-ensemble Z'' où il n'y a pas d'effets de bord.

Enoncé du principe



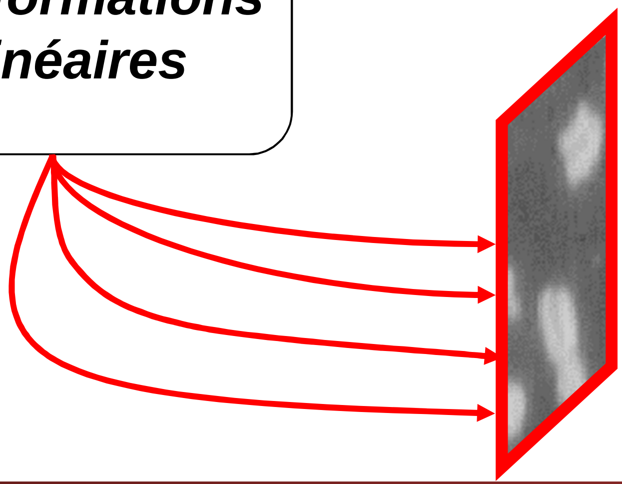
Objet de référence

=

Elément structurant

Le principe de base de l'analyse morphologique est d'extraire de la connaissance de l'image à partir des réponses fournies à différents tests (transformations).

Transformations non linéaires



Critères de :

- ***taille***
- ***forme***
- ***orientation***
- ***connexité***
- ***.../...***

Enoncé du principe

Obtenir de l'information d'une image
en la comparant, au moyen d'opérateurs non-linéaires,
à un objet de référence de forme connue,
appelé élément structurant (ES).

Enoncé du principe

Obtenir de l'information d'une image
en la comparant, au moyen d'opérateurs non-linéaires,
à un objet de référence de forme connue,
appelé élément structurant (ES).

Opérateurs non-linéaires ?

$\rightarrow$ consistent à effectuer des tests sur l'image avec le modèle (ES),
= tests entre deux ensembles = opérations ensemblistes

$\rightarrow$ Exemple : inclusion de l'élément structurant dans les objets de l'image à analyser

Enoncé du principe

Obtenir de l'information d'une image
en la comparant, au moyen d'opérateurs non-linéaires,
à un objet de référence de forme connue,
appelé élément structurant (ES).

Elément structurant ?

→ image, de support plus petit que l'image à analyser,
possédant une origine (un pixel de l'image),
représentant une forme choisie, binaire ou à niveaux de gris, 2D ou 3D, suivant le contexte

→ 1 élément structurant ⇒ information locale
(taille, forme, orientation, etc.)

Principe

Image à analyser

Elément structurant

Transformations morphologiques

Une information

Taille
Forme
Orientation
Connexité
…

Cadre binaire ?

Cadre niveaux de gris ?

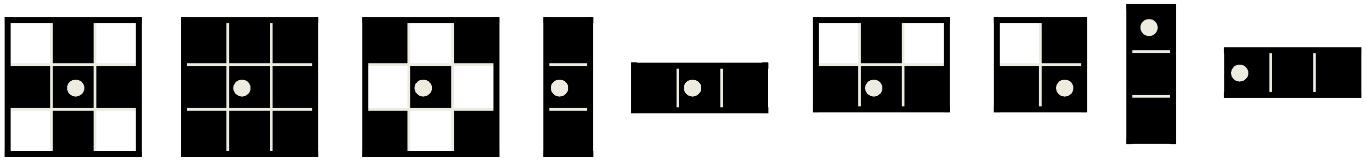
Sommaire

- Points administratifs
- Sujet : morphologie mathématique ?
- Exemples d'applications
- Organisation du cours
- Concepts de base & Principe
- M.M. binaire
- M.M. niveaux de gris

Eléments structurants binaires

- Soit B l'élément structurant binaire.
- B choisi en fonction des objets à analyser.
- B possède une origine

- Exemples classiques :



- Autres exemples :
  Toute forme binaire !

Transformées binaires

- Transformées basées sur la théorie des ensembles

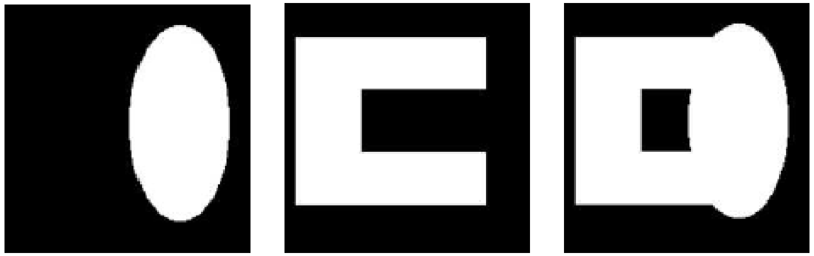
- Classées en 2 catégories :

  - les transformations ensemblistes classiques

  - les transformations en tout-ou-rien.

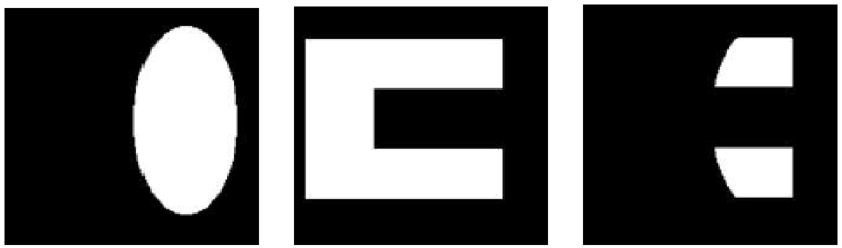
Transformées ensemblistes

- Soient deux ensembles A et B (ens. de pixels)
- Quelles opérations classiques sur ces ensembles ?
  - L'inclusion
  - L'égalité
  - L'union



Ensemble A Ensemble B $A \cup B$

  - L'intersection

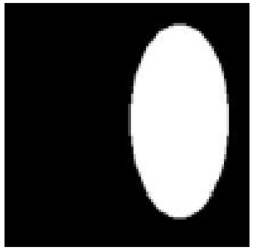


Ensemble A Ensemble B $A \cap B$

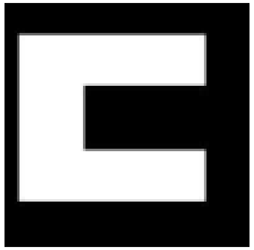
Transformées ensemblistes

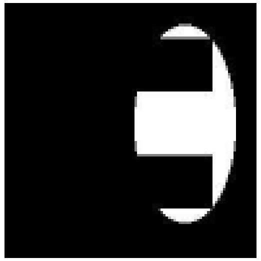
- Soient deux ensembles A et B (ens. de pixels)
- Quelles opérations classiques sur ces ensembles ?
  - La différence

Ensemble A

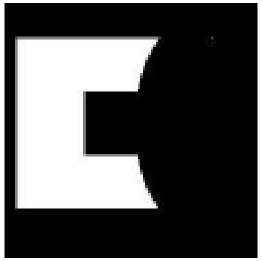


Ensemble B





A - B



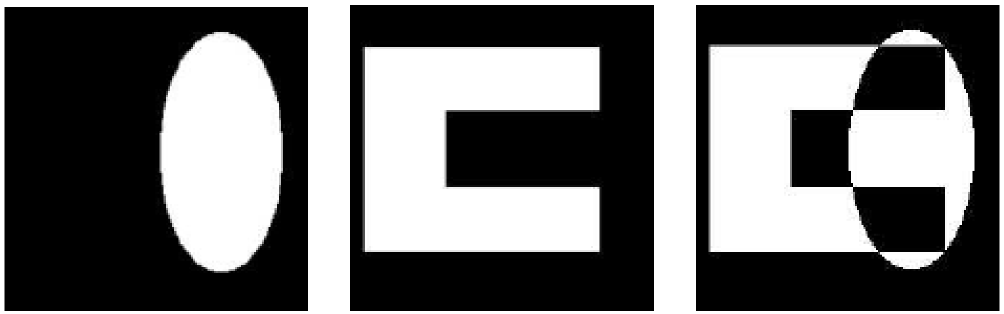
B - A

La différence entre deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments de A qui n'appartiennent pas à B.

$$A / B = A \Delta B = \left(A \cup B\right) - \left(A \cap B\right)$$

Transformées ensemblistes

- Soient deux ensembles A et B (ens. de pixels)
- Quelles opérations classiques sur ces ensembles ?
  - La différence symétrique



Ensemble A   Ensemble B   A Δ B

La différence symétrique entre deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui n'appartiennent qu'à A ou à B.

$$A / B = A \Delta B = \left(A \cup B\right) - \left(A \cap B\right)$$

Transformées ensemblistes

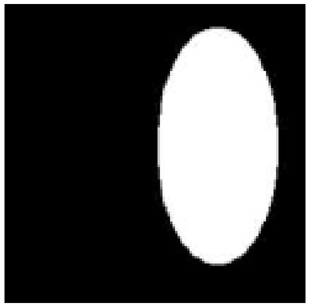
- Soient deux ensembles A et B (ens. de pixels)
- Quelles opérations classiques sur ces ensembles ?
  - La complémentation

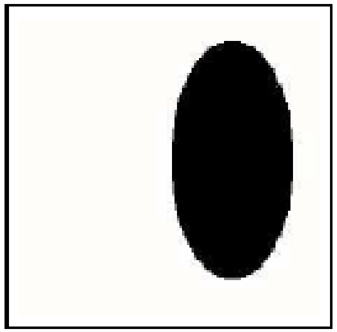
Il faut définir un autre ensemble de référence E contenant A. A est un sous-ensemble de E.

Le complémentaire d'un ensemble A par rapport à E est l'ensemble des éléments appartenant à E mais n'appartenant pas à A.

$$\left(A^c\right)_E = \overline{A} = \left\{ x \middle| x \in E \text{ et } x \notin A \right\}$$

Ensemble A



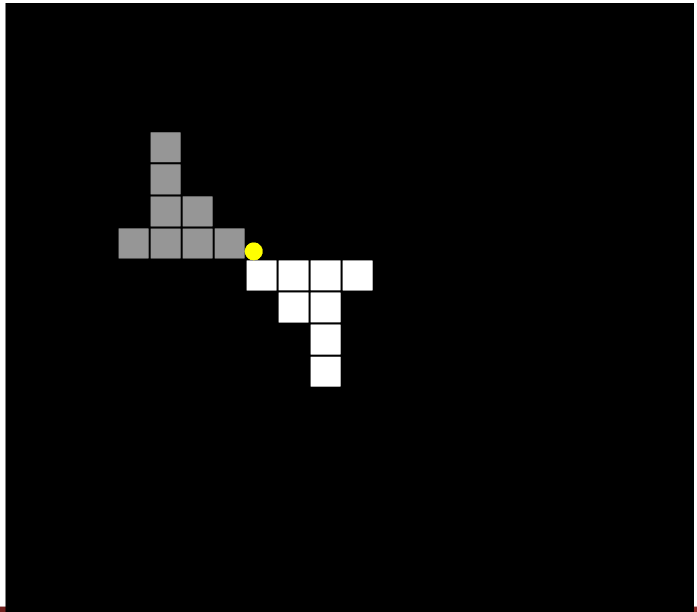


A complémentaire
(E : l'image)

Transformées ensemblistes

- Soient deux ensembles A et B (ens. de pixels)
- Quelles opérations classiques sur ces ensembles ?
  - La réflexion ou retournement (rotation de 180° dans le plan)

$$\breve{A} = \{-x \mid x \in A\}$$



Transformées en tout-ou-rien

Fonctionnement :

- Soit B l'élément structurant de géométrie connue
- B est déplacé de manière à ce que son origine parcourt tous les pixels de l'image.

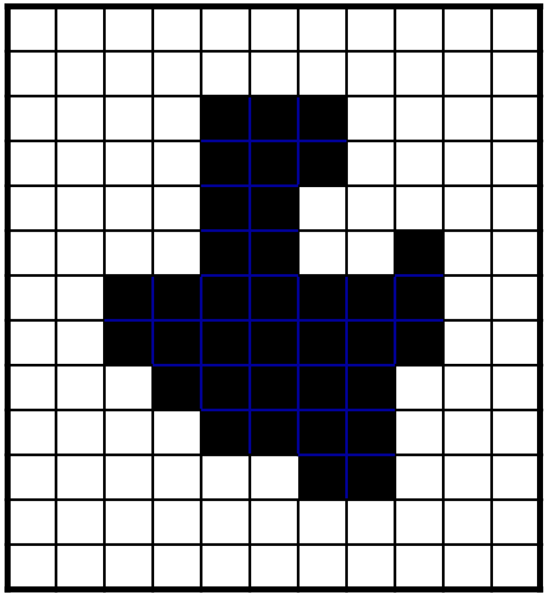
- En chaque pixel, on pose une question relative à l'intersection ou l'inclusion de B dans les objets.
- La réponse est positive ou négative

  On parle de transformées en tout-ou-rien.

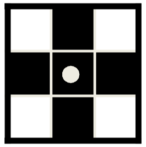
- L'ensemble des points correspondant à des réponses positives forme un nouvel ensemble = image transformée.

Transformées en tout-ou-rien

Exemple 1 :



∩ non nulle ?



=

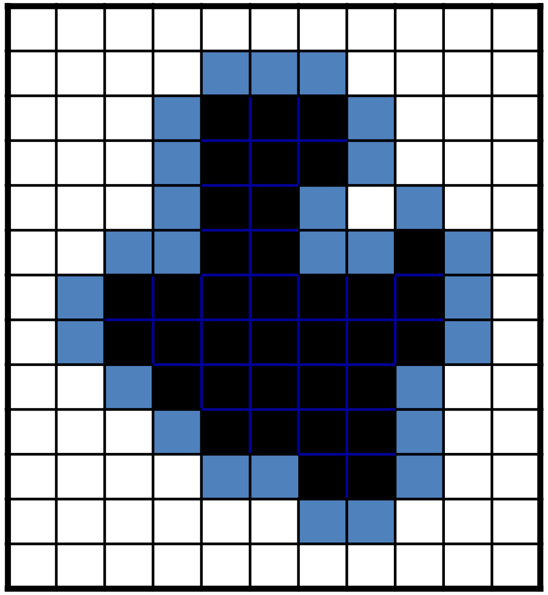
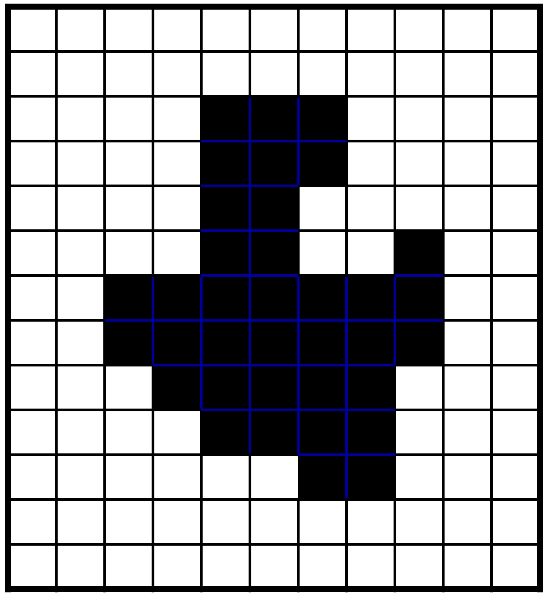


Image
à analyser A

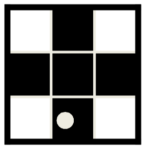
Image transformée

Transformées en tout-ou-rien

Exemple 2 :



∩ **non nulle ?**



=

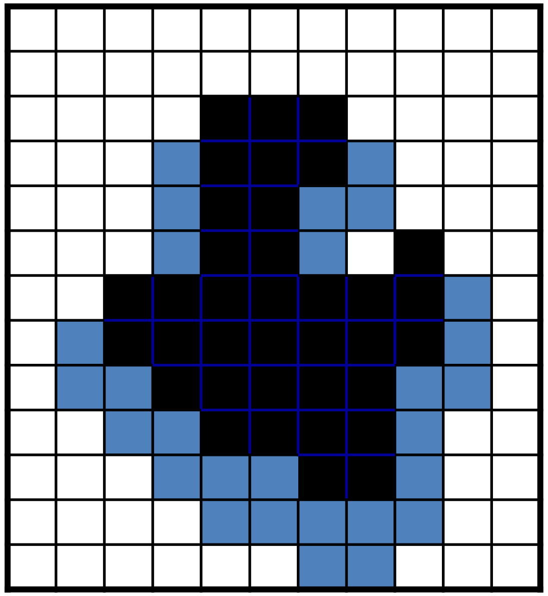


Image
à analyser A

Image transformée

Sommaire

- Points administratifs
- Sujet : morphologie mathématique ?
- Exemples d'applications
- Organisation du cours
- Concepts de base & Principe
- M.M. binaire
- M.M. niveaux de gris

Du binaire vers le niveau de gris

Images binaires	Images niveaux de gris
↓	↓
Modélisées par des ensembles	Modélisées par des fonctions
↓ tests	↓ tests ?
$\cup, \cap, \subset, \supset$	

Du binaire vers le niveau de gris

- 2 manières de généraliser les transformations binaires à des transformations numériques :

1) En prenant les équivalents des opérateurs ensemblistes :

$$\cup \leftrightarrow \quad \sup \qquad\qquad \subset \leftrightarrow \quad \leq$$

$$\cap \leftrightarrow \quad \inf \qquad\qquad \supset \leftrightarrow \quad \geq$$

2) En considérant le sous-graphe d’une fonction image comme un ensemble binaire et en lui appliquant les opérateurs binaires.

Du binaire vers le niveau de gris

- 2 manières de généraliser les transformations binaires à des transformations numériques :

1) En prenant les équivalents des opérateurs ensemblistes :

$\cup \leftrightarrow$ sup $\qquad \subset \leftrightarrow \leq$

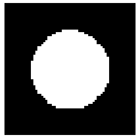
$\cap \leftrightarrow$ inf $\qquad \supset \leftrightarrow \geq$

2) En considérant le sous-graphe d'une fonction image comme un ensemble binaire et en lui appliquant les opérateurs binaires.

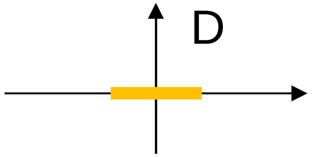
Eléments structurants

- 1 E.S. $\leftrightarrow$ une fonction

- 2 types d'éléments structurants numériques :
  – Éléments structurants plans :

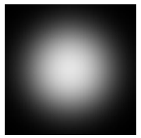


profil

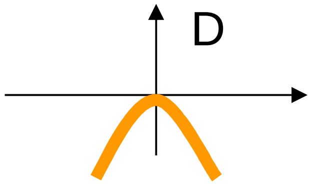


$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{sur D} \\ -\infty & \text{sinon} \end{cases}$$

  – Eléments structurants non-plans, dits volumiques



profil



$$\max_{x \in D} g(x) = 0$$

Même échelle que l'image

A retenir

Principe de la morphologie mathématique

Notion d’élément structurant

Choix de l’ES et importance de l’origine

Principe du Tout-ou-Rien

Équivalences entre opérateurs binaires et fonctionnels