

代数

基础的数学

孙晟瑜

2023

目录

I	初等代数及函数	7
0.1	介绍	9
0.2	乘法公式	10
0.3	运算和方程	11
0.4	函数	11
1	集合	13
1.1	线性代数	13
1.1.1	向量空间	13
1.1.2	行列式	13
1.1.3	矩阵	13
1.1.4	群论	13
1.1.5	基础范畴论	13
A	附录	15
A.1	学习目标意义	15
	参考文献	17

致谢

特邀感谢学校老师和好朋友、同学们支持和网友的支持，感谢 qed 和环在笔记内容上的帮助，感谢 round 和环在，感谢群友们的精神上的支持

第 I 部分 初等代数及函数

第 0.1 节 介绍

本部分内容我们来复习或学习中学部分知识

首先我们先做个介绍：

第一：中学数学：重要的学习目标，在中学数学我们围绕代数，几何和函数来展开

第二：高中数学：仍十分重要，我们要学习更难的几何和函数，接触重要的集合，数列，方法，更多的公式……（本笔记将涉及集合和数列，几何很少涉及到）

而接下来我们开始学习线性代数和高等微积分（数学分析）

在线性代数中我们加入范畴论和抽象代数的内容，请读者酌情观看

而数学分析内容相对温和，采用的是国内国外的一流教材汇编，加入自己的内容和定义理解

提示：本笔记为自用笔记，暂时不对外推广；可在我个人网盘阅览，本笔记大部分内容是基础内容；针对机构教育的讲义使用，本笔记会给初中同学使用，中学生可以放心观看

第 0.2 节 乘法公式

开始学习了，我们在学习乘法公式之前来先学习一个很重要的概念，数轴！

定义 1. 一条规定了原点、正方向和单位长度的直线，原点即为 0

例题 0.1

一个数轴需要确定原点和正方向以及单位长度，单位长度取决两数之间的距离

现在我们针对数轴来进行讨论，首先是用数轴进行比大小，让我们看一道例题

问题 0.1. 比较 -5 和 4 的大小

解. 很显然， $4 > -5$ ，而我们在数轴上便可以清晰的看出来两值的大小关系，这就是数轴的第一个用处

现在我们引入一个数轴图片，来观察一下数轴

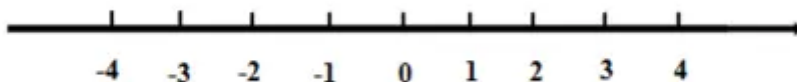


图 1: 数轴

我们可以看到原点，正方向和一些数，现在我们针对这些数进行定义

定义 2. 当 $a > 0$ 且为整数时，我们称 a 为正整数 a ，当 $a = 0$ 时我们称 a 为 0，当 $a < 0$ 时，且 a 为整数，我们称 a 为负整数

定义 3. 0 很特殊，0 没有正负，也就是说不存在 -0 和 $+0$

现在我们已经明白什么是数轴了，接下来我们引入概念

定义 4 (数的分类). 数分为有理数，无理数以后会学到超越数，有理数和无理数统称为实数，有理数包括分数，整数，整数包括正整数，负整数，0；小数也是分数，是分数的一种。

无理数为无限不循环小数，如 π ， $\sqrt{2}$ 等等

针对数我们进行了分类接下来我们来学习数的运算，先来看例题

例题 0.2

计算 $3+5$ ， $4-6$ ， $98/2$ ， $99*88$ ， 12^2

显然的, 答案分别是 8, -2, 49, 8712, 144

我们分别把这五种基础运算称之为, 加减乘除, 乘方。在小学的时候我们就已经学习了前四种合称四则运算, 在本课程我们重点学习乘方的运算

定义 5. 所谓乘方是多个相同因数相乘的简便运算, 即 a^n 可写成为 $a * a * a * \dots * a$ (n 个) * a、

例题 0.3

3^3 等于几?

显然, 等于 $3 * 3 * 3 = 27$, 这便是我们要学的乘方运算, 接下来我们引入二项式定理

定理 1 (二项式定理).

$$(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^r a^{n-r} b^r + \dots + C_n^n b^n \quad (n \in N^*)$$

第 0.3 节 运算和方程

第 0.4 节 函数

第 1 章 集合

第 1.1 节 线性代数

第 1.1.1 小节 向量空间

第 1.1.2 小节 行列式

第 1.1.3 小节 矩阵

第 1.1.4 小节 群论

第 1.1.5 小节 基础范畴论

第 A 章 附录

第 A.1 节 学习目标意义

参考文献

