Комбинаторика кр

№68

№ 68.

7 мест. и 7 человек.

3. трое только водители.

~~$C(7,3)$ – место вод.~~

$C(3,1)$ – место вод.

$P(6)$ – остальные места.

$C(3,1) \cdot P(6) = 3 \cdot 6! = 3 \cdot \underbrace{2 \cdot 3}_{6} \cdot \underbrace{4 \cdot 3}_{12} \cdot \underbrace{5 \cdot 6}_{30} = 180 \cdot 12 = 360 \cdot 6 = 2160$

$\cancel{180 \times 12 = 3600}$ $\quad 360 \times 6 = 2160$

Ответ: 2160 +

№69 Сколько способов расставить 7 книг, если 2 определённые всегда должны стоять рядом?

Если никто не должны быть рядом?

2 вопрос: 1. $7 - 2 = 5$ книг можно расставить как угодно.

$P(5) = 5! = 120$ – перестановка для 5 книг.

~~2) $A(6,2) = \frac{6!}{(6-2)!\,2!} =$~~

~~$= 2)\ A(6,2) = \frac{6!}{4!} = 30$~~

~~3) $Res = 30 \cdot 120 = 3600$.~~

2) $A(6,2) = \frac{6!}{4!} = 30$

3) $Res = 30 \cdot 120 = 3600$. +

1 вопрос: Пусть две книги, стоящие рядом, будут как одна, т.е. 1.

1) $A(6,1) = \frac{6!}{(6-1)!} = \frac{6!}{5!} = 6$

2) $Res = 6 \cdot 120 = 720$ (−)

$\cdot P(2)$

Порядок этих двух книг нужно учесть.

№70

различных

~ Сколькими способами можно расставить 20 книг в книж. шкафу с 5ю полками, при этом кажд. полка может вместить все 20 книг.

I способ

I II III IV V

$A(100,20) = \frac{100!}{80!} = 100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot ... \cdot 81$

II способ (Лучше) 20 книг

A B | C D E F | I G J K Q R S | T Y V W | X U Z

I II III IV V

$V(21,4) = C(24,4) = \frac{24!}{20! \, 4!}$

или

$P(24,4,20) = \frac{24!}{20! \, 4!}$

Res: $P(24,4,20)$

№71

78 ① Сколько нечётных 5-значных чисел можно составить из 2, 3, 4, 6, 9, если каждую цифру можно использовать не более одного раза? ② Сколько чётных?

②

любые из 4. на этом месте только 2, 4, 6

переставляем 4 цифры местами

$P(4) \cdot C(3,1)$ выбираем из 2, 4 и 6

выбираем первые 4 цифры И последнюю

$P(4) \cdot C(3,1) = 4! \cdot \frac{3!}{(3-1)! \cdot 1!} = 4! \cdot 3 = 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 36$ +

① $P(4) \cdot C(2,1) = 4! \cdot \frac{2!}{(2-1)! \cdot 1!} = 4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 48$ + 72

только сейчас выбираем из 3 и 9

№72

Четверо студентов сдают экзамен. Сколькими
способами могут быть поставлены им оценки, если известно, что никто из них
не получил оценку
"неудовлетворительно"? Если «неудовлетворительно"
получили только двое из них?

№75

Из бука слова ОПОССУМ составить все возможные слова такие, что буква «П» идёт непосредственно после буквы «О». Сколько существует таких слов?

(75) „ОПОССУМ" переставить так, чтобы буква „П" шла непосредственно после буквы „О"

Для беспрепятвсенного выполнения условия представим наш алфавит таким образом:

ОП × 1
О × 1
С × 2
У × 1
М × 1

будем расставлять буквы нашего алфавита по 6 местам (чтобы в конечном итоге получилось 7 букв)

———

Для начала выберем 2 места для букв С, так как у них порядок не существенен „СС" = „СС":

$$C_c(6,2) = \frac{6!}{2!\,4!} = \frac{{}^{3}\cancel{6}\cdot 5}{\cancel{2}_{1}} = 15$$

На остальные 4 места расставим буквы нашего алфавита:

$$P(4) = 4! = 24$$

Rez: $C_c \cdot P = 15\cdot 24 = 360$ +

Ответ: 360 перестановок вместе со словом „ОПОССУМ"

№76 Параллелизм

(76) „ПАРАЛЛЕЛИЗМ" переставить, чтобы не менялся порядок гласных букв.

П×1 Р×1 З×1 М×1

А×2 Л×3

Е×1

И×1

_ А А _ Е И _ _ _ _ _

А×2 → Е×1 → И×1

Для начала расставим гласные, выберем 4 места для гласных. Выберем только места, а на них расположим в нужном порядке гласные.

$C_г(11,4) = \frac{11!}{4!\,7!} = \frac{11\cdot10\cdot9\cdot8}{4\cdot3\cdot2} = 330$ способов расставить гласные

Осталось 7 мест для согласных. Из них 3 буквы Л выберем места сначала для них

$C_л(7,3) = \frac{7!}{3!\,4!} = \frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2} = 35$

Осталось 4 места для букв П, Р, З, М. Расставим их, порядок теперь важен.

$P(4) = 4! = 4\cdot3\cdot2 = 24$

Rez: $C_г \cdot C_л \cdot P = 330\cdot35\cdot24 = 277200$ способов +

Ответ: 277200 способов вместе со словом „Параллелизм".

№78

Сколько нечетных 5-ти значных чисел можно составить из 2,3,4,6,9, если каждую цифру используют 1 раз? Сколько четных чисел?

(78) Нечётных 5-значных чисел составить из 2, 3, 4, 6, 9 можно использовать цифру по одному разу. Чётных?

2, 4, 6 3, 9

_ _ _ _ _ 1) Чтобы число было нечётным, на конце числа должна стоять нечётная цифра: сначала выбираем цифру на последнее место:

$C_н(2,1) = 2$

А затем расставляем 4 цифры на 4 оставшихся места без повторений: $P(4) = 4! = 24$

Всего нечётных чисел можно составить:

$Rez\ 1 = C_n \cdot P = 2 \cdot 24 = 48$ +

2) _ _ _ _ _ число чётное, если на конце его чётная цифра. Выбираем последнюю чётную цифру:

$C_n(3,1) = 3$

Затем расставляем 4 цифры на 4 оставшиеся места без повторений:

$P(4) = 24$

Всего чётных чисел можно составить:

$Rez\ 2 = C_n \cdot P = 3 \cdot 24 = 72$ +

Ответ: нечётных – 48
чётных – 72

№79

№79 Автобус. билеты содержат 6знач. номер.
Первые 3 цифры 567, оставшиеся от 000 до 999
Сколько счастлив. билетов?
Сумма первых 3х равна сумме последних 3х

Автобус
567...

$=18$ $=18$

567, 567
.099
.666
.765

$\varphi(x) = (x^0 + x^1 + x^2 + \ldots + x^9)^3 = \ldots 0x^{18} \ldots = \ldots 0x^9 \ldots$

$2 + 6 + 1 = 9$

$4 + 2 + 3 = 9$

$P(11, 2, 9) = \frac{11!}{2!\,9!}$

№80

№80

9 различных луз.
7 белых шара
2 чёрных шара
Сколькими способами можно разложить шары?

$= \frac{6!}{1!\,1!\,2!\,1!\,1!} = 3$

№81

81. В компании 5 сотрудников. Среди них нужно распределить 3 путёвки с условием, что одна путёвка - в одни руки. Сколько существует способов это сделать, если а) все путёвки различны; б) все путёвки одинаковы?

5 сотрудников, 3 путёвки

Если все одинаковы:

$C(5,3) = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{5\cdot 4}{2} = 10$ +

Если все путёвки различны:

$B(5,3) = 5^3 = 125$ - все возможно

$C(5,3)\cdot P(3) = \frac{5!\cdot 3!}{3!\,2!} = 5\cdot 4\cdot 3 = 60$ +

$= A(5,3)$

№70

расставить книги

№82

№82.

Некоторый алфавит X состоит из 2-х символов. Ск. сущ. слов алфавита X, длины которых не превышают 4-х знаков?

Решение: ~~AB - символы алфавита~~

$\underbrace{\_}_{C(2,1)}$ $\underbrace{\_\,\_}_{B(2,2)}$ $\underbrace{\_\,\_\,\_}_{B(2,3)}$ $\underbrace{\_\,\_\,\_\,\_}_{B(2,4)}$

$Rez = C(2,1) + B(2,2) + B(2,3) + B(2,4) =$

$= 2 + 4 + 8 + 16 = 30$ // +

1) □ □ □ □ □ □ □ □ □

1 2 3 4 5 6 7 8 9

У нас есть 9 мест, для 7 шаров.

[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] места

повторяются (шарики могут переходить) могут менять состав порядок не важен

$V(\overset{9}{\cancel{7}}, \overset{7}{\cancel{2}}) = C(15,6)$

2) У нас есть 9 мест для 2 шаров.

□ □ □ □ □ □ □ □ □

1 2 3 4 5 6 7 8 9

[2, 8] места

$V(\overset{9}{\cancel{7}}, \overset{2}{\cancel{2}}) = C(10,1) = 10$

3) $Res = C(15,6)\cdot 10$.

(−)

№83

№83

В подразделении 60 ~~сол~~ солдат и 5 офицеров. Сколькими спос. можно назначить караул, состоящий из 3 солдат и 1 офицера.

Так как порядок неважен, то можно применить формулу сочетание без повторений.

$Res = C(60,3)\cdot C(5,1)$ +

$$Res = \frac{60!}{57!\cdot 3!}\cdot\frac{5!}{4!} = \frac{58\cdot 59\cdot 60}{2\cdot 3}\cdot 5 =$$

171100

Ответ: 171 100

№84)

№84

9 мест - четыре для женщин и пять для мужчин. 5 человек, 2е женщины, 3и мужчины

имеется ввиду, что мы считаем людей различными

$$\overset{ж}{4}\cdot\overset{ж}{3}\cdot\overset{м}{5}\cdot\overset{м}{4}\cdot\overset{м}{3}\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1$$ – 9 мест,

среди которых на 2 могут работать только женщины, а на 3 только мужчины.

Сначала распределим рабочие места только для женщин или только для мужчин, а потом оставшихся людей на остальные рабочие места.

$$Res = 4\cdot 3\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 4^3\cdot 3^3\cdot 10$$

или же

$$\underbrace{C(4,1)\cdot C(3,1)}_{A(4,2)}\cdot\underbrace{C(5,1)\cdot C(4,1)\cdot C(3,1)}_{A(5,3)}\cdot P(4)$$

№85

Школьник покупает тетради синего, зеленого и желтого цвета. Всего было куплено 10 тетрадей. Сколько способов покупки, если каждого цвета минимум 1 тетрадь?

85. В магазине продаются тетради с обложками синего, зелёного и жёлтого цветов. Ученик купил 10 тетрадей. Сколькими способами он мог совершить покупку, если известно, что он купил не менее 1 тетради каждого цвета?

Реш.

Порядок нам не важен, т.к. без разницы, например, какая тетрадь будет второй, состав будет один и тот же.

Выберем 7 тетрадей с без разницы каким составом.

$$V(3,7) = \frac{(3+7-1)!}{7!\cdot(3-1)!} = \frac{9!}{7!\cdot 2!} = \frac{9\cdot 8}{2} = 36$$

Оставшиеся 3 места займут тетради трёх цветов. Порядок не важен.

1 вариант.

Итого 36 вариантов

№86

В скольких случаях трехзначный код сейфа содержит ровно две одинаковые цифры? Хотя бы две?

№86. В скольких случаях трёхзначный код сейфа содержит ровно две одинаковые цифры? Хотя бы две?

① Две одинаковые цифры:

1. 1 1 9 $C(9,1) = \frac{9!}{8! \cdot 1!} = 9$

выбираем цифры; тут может быть (0, ~~1~~, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) (т.к. цифра „1" уже исп. 2 раза)

2. 1 9 1 аналогично и 9 1 1 (9 вар.)

Значит всего $9+9+9 = 27$ способов

Это мы рассматривали, если выбрали цифру „1", а всего 10 цифр; значит $27 \cdot 10 = 270$ способов +

② Хотя бы две:

Значит может быть 2 и 3 одинаковые цифры.

1 1 10 Решаем аналогично с 1 усл., только теперь, так как все цифры могут повторяться, у нас $C(10,1) = 10$ вариантов.

1 9 1 $C(9,1) = 9$ вар. (9 вариантов, потому что код „111" уже есть.

9 1 1 $C(9,1) = 9$

$C(10,1) + C(9,1) + C(9,1) = 28$ вар.

$28 \cdot 10$ (т.к. 10 цифр.) $= 280$ вар. +

№87

№87

Сколько способов разместить 11 одинаковых шаров по 4 различным урнам, при условии:

1) во 2 урне ровно 2 шара.

[ ] [2] [ ] [ ]
1 2 3 4

мы разместили во 2 урне 2 шара, и составили формулу на основе 3 урн и 9 оставшихся шаров

$11 - 2 = 9$

$$V(3,9) = \frac{(3+9-1)!}{9!(2!)} = \frac{11!}{9! \cdot 2!} = 55$$

Ответ: 55 способов. +

2) ~~ровно~~ 2 шара. хотя бы — или положили во 2 урну 2 шара и составили формулу на основе 4 урн и 9 шаров.

1, 2 ($2 \le$), 3, 4

$$V(4,9) = \frac{(4+9-1)!}{9! \cdot 3!} = \frac{\cancel{12!}\,10 \cdot 11 \cdot 12}{\cancel{9!} \cdot 3!} = \frac{10 \cdot 11 \cdot \cancel{12}^{2}}{\cancel{2 \cdot 3}} = 220$$

Ответ: 220 способов +

#88 Сколькими способами можно составить восьмизначное число в состав которого входит две двойки и три шестёрки

№89

89. Разложить 3 синих, 2 красных, 2 зелёных шара так, чтобы 2 синих шара не находились рядом. Сколько существует таких способов?

№89 Кол-во способов выложить в ряд 3 син, 2 крас, 2 зелен, так чтобы 2 син не рядом (одного цвета одинаковые)

$$P(4,2,2) = \frac{4!}{2!\,2!} = 6$$

I способ

$$V(4,2) = C(5,2) = \frac{5!}{2!\,3!} = 10$$

Res = 60.

II способ

$$P(4,2,2) = 6.$$

$$C(5,3) = \frac{5!}{3!\,2!} = 10$$

Res = 60

№93

№93 8 знач. код содерж ровно 4 совпад. цифры, остальные различны

C(8,4) - кол. мест для повтора

A(9,4) - кол. мест для неповтор. цифр

C(10,1)

Res: C(10,1) C(8,4) A(9,4)

№96

№96 жд вагон. 2 противополож дивана по 5 мест. Из 10 пассажиров, 4 хотят лицом к электровозу, 3 спиной, остальным всё равно. Скол способов располож.

1) Перестановки для 4х, на местах лицом

$P(4)=4!$ ← это на каких из 5 мест лицом?

2) Перестановки для 3х, на местах спиной

$P(3)=3!$ ← это на каких из 5 мест спиной?

3) Осталось место лицом и 2 места спиной. Выберем перестановки, т.к. эл-ы в выборе не повтор-я, состав неизменен,

$P(3)=3!$

C(5,4) C(5,3)

Res $= 4! \cdot 3! \cdot 3! = 24 \cdot 36 = 864$

произведение

т.к. для каждого человека из 4х (те, кто лицом) есть множество вар-в располож-я др-х людей.

(−)