

3~6 岁儿童数感发展的研究

赵振国

(华东师范大学学前教育系, 上海 200062)

摘 要:从上海两所中等水平幼儿园以年龄班分层随机抽取 180 名 3~6 岁儿童为被试, 采用个别测查法考察其数感发展状况。结果表明: (1) 3~6 岁儿童的数感发展存在显著年龄差异, 无性别差异; (2) 顺数、实物比较和数符号辨认是其表现较好的三项技能, 而倒数和序数却表现较差; (3) 数感各组成部分发展不同步, 倒数, 序数和数符号在中班到大班期间发展迅速, 而顺数, 基数概念, 加减理解却在小班到中班期间发展较快。

关键词:学前儿童; 数感; 倒数; 基数; 序数

1 问题提出

许多研究表明, 儿童在学前期获取的数学经验和技能, 促进了他们对数含义及其关系的理解^[1]。以理解方式学习数学的儿童会在数学学习和运用中更趋于灵活和自信。对数概念和数关系理解的重要性早已为人所认识, 一个重要方面就是强调数感的发展^[2]。数感是指对数字和运算的一般性理解, 并能灵活据此进行数学判断, 采取有效策略处理数情境的能力和倾向^[3]。对数感的概念界定有多种提法, 但基本认为, 它是一种从所使用的各种数字意思中提取出数特征及数关系的直觉能力^[4]。

数感包含了数学概念、事实和技能之间多重关系的发展, 它为数学问题解决提供了多种通道。现有研究主要集中于以下方面的讨论: 数感的组成成分; 数感的结构和特征; 儿童的数感表现; 数感的评价工具; 数感理论的心理学分析; 促进数感发展的教育策略等^[3]。数感是一个关于数量及其相互关系的概念集合体, 它可以由多种任务加以反映, 不同的数字任务可以反映数感不同方面的特征。由于各年龄段上对数和数关系的理解的侧重点不同, 因而数感测评的难度和特征也会随被试的年龄和经验而有所变化^[1]。

数感的特征包括: 数的多重表征的使用, 对数的相对量和绝对量的认知, 基准的选择和应用, 数的分解和重组, 数的运算的理解; 灵活地进行心算和估算, 判断计算结果的合理性, 能创造各种解决数字问题的策略。但其最明显的特征是它的直觉性质, 逐

渐进化的发展和多重的表征方式^[5]。

心理学研究和数学教育方面的研究, 都把建立一套有效的评量方法以了解儿童的数感发展作为研究的一个重要方面。

Clements 基于儿童数发展理论, 设计了包含 10 个部分, 59 个项目的多任务量表, 测量 3 岁 11 个月到 4 岁 11 个月儿童的数感发展状况。分量表包括: 数数; 选择大数; 数量比较; 顺数和倒数; 建立相等关系; 一一对应; 辨识数量守恒; 数量守恒观念; 实物操作文字题; 口头文字题^[7]。

Griffin 等人基于 Case 的“中心概念结构”理论^[8], 针对 4、6、8、10 岁儿童的数感发展状况, 建立了一套含有 4 个分量表的数感评估量表。分别包含: 颜色归类与点数; 加减运算; 数量比较; 形状归类与点数。该量表在美国中等收入家庭的儿童中建立了常模^[9]。但这套量表仅考察了儿童数数、基数概念和加减运算能力, 对该年龄段儿童数感发展的考察似乎不够全面。

Malofeeva 等人在 Clements 量表和 Griffin 等量表的基礎上, 进一步分析数感的结构组分和儿童的相关数能力, 编制了一份针对开端计划中 3~5 岁幼儿的数感发展评价量表。该量表包含 6 个分量表, 21 个任务项目。对 40 名 3 岁 10 个月至 5 岁 8 个月的幼儿进行测试, 结果没有显示出显著的年龄差异。幼儿不能把数数和数字鉴定的教学效应迁移到数感的其他项目上, 但数感项目的教学让幼儿对数学的自信与其数感的实际表现之间产生了显著的正相关^[1]。

作者简介: 赵振国, 男, 华东师范大学学前教育系 06 级博士研究生, E-mail: zhgzman69@yahoo.com.cn

国外对于幼儿数感发展的研究,由于依据的理论不同,数感的结构组分存在差异,所以结果不太一致。Malofeeva 等人的研究中被试量较少,且针对的是处于社会不利地位的儿童,所选年龄段较窄,所以未能反映出年龄差异。已有研究表明,儿童的数学发展受到文化因素和生物因素的混合影响,且不同的文化和成熟因素影响着儿童数学能力发展的不同方面。亚洲语言和英语语言数词的不同,影响了儿童早期数能力和算术能力的发展^[10]。而对处在中国文化和语境之下的中国学前儿童的数感发展状况和发展规律还缺乏实证研究。那么我国3~6岁阶段的儿童在数感发展上是否具有年龄差异?各年龄段的数感发展具有什么样的特征呢?本研究拟针对中国3~6岁幼儿本身的特点,考察该年龄段幼儿数感发展的规律,为学前儿童数学认知发展的理论研究提供资料,为学前数学教育活动提供理论上的依据和实践上的建议。

2 研究方法

2.1 被试

从上海两所中等水平幼儿园的325名幼儿中以年龄班分层随机抽取180名3~6岁幼儿。大班61名(男30, $M=68.1$ 月, $SD=3.8$;女31, $M=69.2$ 月, $SD=3.8$),中班60名(男30, $M=56.8$ 月, $SD=3.0$;女30, $M=58.0$ 月, $SD=3.5$),小班59名(男29, $M=45.2$ 月, $SD=3.6$;女30, $M=46.2$ 月, $SD=2.7$)。

2.2 工具与材料

测题根据 Malofeeva 等人的测量工具^[1]改编而成。Malofeeva 等人对 Griffin 等人 and Clements 的测题进行综合,开发出针对开端计划中3~5岁幼儿的数感测量工具。原测题的6个部分中包含21项任务。经过预测验后,为缩简题量,本研究把幼儿操作相同的任务去掉三种,调整后的工具分6个部分共18项任务:唱数(包含4个任务:顺数,唱数鉴定,相邻数,倒数,共22个题目),该部分主要测量儿童说出数词或根据顺数、倒数的顺序一个一个说出数词的能力;数符号辨认(包含一个任务,共9个题目),主要测量儿童认识书面数符号的能力;数与物体对应(包含3个任务:数物对应,基数概念,数物匹配,共27个题目),主要测量儿童把一个具体的数词分配给所数集合的能力;序数(包含2个任务:序数指认,序数放置,共18个题目),测量儿童选择一个序数词用以描述集合中某个物体的数位的能力;比较(包含4个任务:实物比较,相近比较,数字比较,数距比较,共30

个题目),测量儿童比较实物集合大小和数字大小的能力;加减运算(包含4个任务:加1,加3,减1,减3,共36个题目),测量儿童进行简单加减运算的能力和加减的思想。测题中18项任务均采用30以下的数,以保证难度的一致。Malofeeva 等人认为选择这6个部分的原因是,这些技能匹配了数感定义的不同方面,且儿童的表现是可变的,没有表现出一个限制性的范围^[1]。

材料包括:直径2.2 cm 纽扣60颗;12.5 cm×7.5 cm 打印数字卡片15张(数字大小2 cm×2 cm,间距2.3 cm);12.5 cm×7.5 cm 手写数字卡片29张,数字大小为3 cm×3 cm。分别印有1~10,11~20,21~30数字序列的A4纸3张。布质玩具小熊1只。

2.3 测量程序

调查在第一学期中后期进行,采用个别形式,由一位男性研究人员做主试。每次面试时间为15~30分钟。在正式测量时,为缩短测量时间,对唱数和数符号辨认两部分的测题,以及数与物体对应部分中数物对应测题和比较部分的相近比较测题均进行全测,对其他部分的测题采取间隔一题施测的办法。被试在某个题目上失败后,向上追溯测量相邻前一题目,如该题目失败,则转向下一任务;如该题目完成,则再测相邻下一题目。出现连续两个题目失败,则结束任务而转向下一项目。

2.4 数据的收集与处理

采用 Malofeeva 等人数感测量工具的评分系统。评分标准为:唱数部分的顺数和倒数是数对1位计1分,其他各部分任务是完成一题记1分。量表的18项任务共142个题目,总分为189分。数据采用SPSS11.5软件包形成原始数据库,运用描述性统计、多元方差分析和多重比较分析处理。

2.5 信度和效度

正式测量3个月后对从样本中随机抽取的45名幼儿进行重测。总体重测信度为0.95,6个部分的重测信度也在0.75~0.90。量表6部分间的相关系数处于0.71~0.90之间,各部分与数感总数的相关系数也在0.81~0.97。量表各部分存在中度相关而与数感总分存在很高相关,说明量表的内部一致性效度较高。但量表未进行大样本检验,因此其解释仅适用于上海市中等水平幼儿园中的幼儿。

3 结果与分析

3.1 3~6岁儿童数感发展的年龄特点

由于数感各部分之间以及各项任务之间的总分

不同,为便于分析比较,把各年龄段中数感各部分的总分和各任务总分的百分数。各部分得分的均数和标准差以及均分占各任务总分的百分数见表 1。

变量名称	大班(<i>n</i> =61)		中班(<i>n</i> =60)		小班(<i>n</i> =59)	
	<i>M</i> (%)	<i>SD</i>	<i>M</i> (%)	<i>SD</i>	<i>M</i> (%)	<i>SD</i>
唱数总数	62.70(90.9)	9.14	40.88(59.3)	16.35	20.51(29.3)	14.69
数符号辨认	8.67(96.3)	0.87	6.17(68.6)	2.50	3.76(41.8)	2.67
数与物体对应总数	24.74(91.6)	4.40	18.02(66.7)	7.05	6.78(25.1)	7.43
序数总数	16.08(89.3)	3.11	8.07(44.8)	5.50	2.20(12.1)	4.03
比较总数	28.13(93.8)	3.69	20.75(69.2)	6.96	12.59(42.0)	5.48
加减总数	33.33(92.6)	5.55	22.65(62.9)	11.58	7.49(20.8)	9.71
数感总数	173.64(91.9)	22.65	116.54(61.7)	43.87	53.34(28.2)	38.30

在数感的 6 个组成部分中,大、中、小班幼儿均是数符号辨认和比较部分成绩较好,序数部分较差。大班幼儿数感各部分均分占其任务总分的百分数均在 89.3%以上。在 18 项数感任务上其各均分占其任务总分的百分数也都在 80%以上,倒数和唱数鉴定相对较低(均分分别占任务总分的 84.5%和 83.4%)。中班幼儿数感各部分均分占其任务总分的百分数在 44.8%~69.2%。在数感的 18 项任务中,任务间差距比较大,有 70%的中班幼儿能顺数到 25 以上,但唱数部分的倒数和相邻数却是 18 项任务中水平最低的,均分分别占其任务总分的 33.3%和 40.8%。小班幼儿数感各部分均分仅占其任务总分的 12.1%~42%。在 18 项数感任务中,小班幼儿的顺数能力平均可以达到 15.97,有 43.4%的小班幼儿能唱数到 16 以上。但倒数均分仅占其任务总分的 8%。

3.2 3~6 岁儿童数感发展的年龄差异和性别差异

从 6 个部分 18 项任务的均分来看,数感的 6 个部分均存在班级间差异,而 18 项任务中除“实物比较”外,其他均有明显的班级间差异。运用 SPSS11.5 以年龄和性别为自变量,以数感六个部分的得分为因变量,进行 3×2 的两因素多元方差分析,数感对年龄和性别的多元方差分析结果见表 2。年龄存在显著的主效应;性别没有主效应;年龄和性别的交互作用也不显著。说明该年龄段儿童的数感发展具有年龄差异,但无性别差异。因此,性别差异就不再进行分析讨论。

3.3 3~6 岁儿童数感发展年龄差异的多重比较

为进一步揭示主效应的含义,用 LSD 进行了平均差的事后比较检验,结果见表 3。在数感的 6 个部分中,大、中、小班幼儿之间均是在唱数总数上差异最大,而数符号辨认上的差异最小。中、小班间在加减总数、比较总数和数与物体对应总数上的差异

大于大、中班间的差异,而其他 3 个数感部分的表现却正好相反。说明在唱数、序数和数符号 3 个部分上幼儿在中班到大班期间发展较快,而在加减、比较和数与物体对应 3 个部分上小班到中班期间变化较为明显。

表 2 数感对年龄和性别的多元方差分析检验结果						
效应		特征值	假设 <i>df</i>	误差 <i>df</i>	<i>F</i>	<i>P</i>
班级	Wilks' Lambda	0.28	12	338	25.23	0.000
性别	Wilks' Lambda	0.98	6	169	0.57	0.756
班级×性别	Wilks' Lambda	0.97	12	338	0.50	0.913

表 3 3~6 岁学前儿童数感的 6 个部分班级间平均差的多重比较结果

年龄组	平均差					
	唱数	加减	序数	比较	数与物体对应	数符号辨认
大-中班	21.82*	10.66*	8.02*	7.38*	6.72*	2.51*
大-小班	42.20*	25.82*	13.88*	15.54*	17.96*	4.91*
中-小班	20.38*	15.16*	5.86*	8.16*	11.24*	2.40*

注: * *p*<0.01.

3~6 岁儿童 18 个数感项目班级间平均差的多重比较结果表明,大、中班幼儿之间在实物比较(*MD*=0.39, *p*>0.05)和数物对应(*MD*=1.02, *p*>0.05)上未达到统计上的显著性差异,在其他任务上均有极显著的差异。倒数上的差异(*MD*=10.75, *p*<0.001)最大;中、小班之间仅在实物比较(*MD*=0.03, *p*>0.05)上未达到统计上的显著差异。在顺数上的差异(*MD*=9.02, *p*<0.001)最大,其次为倒数(*MD*=5.32, *p*<0.001)。

4 讨论

4.1 关于 3~6 岁学前儿童数感发展的特点

数感是由许多相关技能组成的整体。这些技能可能以不同的速度发展^[1]。幼儿的数学技能最初在

互不相联的各个方面发展,后来这些技能逐步相互联结并形成一个整体^[7]。最初不相联的概念,技能和能力的一体化逐步转化为对数知识的整体把握^[11]。

在数感的6个组成部分中,数符号辨认部分和比较部分是3~6岁儿童成绩最好的部分,序数部分表现最差。数符号辨认成绩可能主要归于中国的家庭教育和学前教育中对数符号认读的强化。但中班和小班幼儿的个体差异均较大。小班幼儿常把有相似特征的数字混为一谈,如6和9,12和21,15和51等。周欣在对4~5岁儿童书面数符号表征和理解能力发展的跟踪研究中发现,样本中大多数中国4岁儿童能自发地运用某种书面数符号来表征数量。数字阅读对儿童来说较容易。但儿童的数符号阅读能力存在两种发展水平。一种是会读而不理解其含义,另一种是既会读也能理解符号的含义^[11]。认知研究表明,儿童学习读写0~9的数字完全是通过机械性记忆获取的,但学前儿童在对数符号的理解和表征过程中确实蕴含了他们对数的理解^[11]。

儿童对序数的理解是在基数能力之后发展起来的^[11]。方格等人的研究表明,幼儿对数序认知的成绩要低于对基数的认知,4岁组和5岁组幼儿对基数的认知成绩明显优于对数序的认知,而6岁时两者的认知成绩趋于一致^[12]。本研究的结果与此一致,大班儿童的序数能力较好,中班儿童的序数能力已很弱,小班儿童基本不能理解序数的意义。

从18项数感任务来看,幼儿的顺数表现最好而倒数表现都很差。中、小班在两项任务上的个体差异都很大。倒数成绩低可能是由于儿童缺少这方面的经验,无论是在家庭日常生活中还是在幼儿园的学习生活中,倒数都是幼儿很少涉及的方面。但倒数却是儿童灵活使用数数技能,准确理解数关系的一个重要基础。研究表明,许多儿童似乎可以从对倒数的注意中获益,特别是跨越10进位时。两位倒数,从奇数开始的两个两个的正数和倒数,从5的倍数开始的5个5个的正数和倒数,这类活动可以帮助儿童建构对数序和数字大小的丰富而灵活的理解,是数感不可缺少的要素^[2]。

4.2 关于3~6岁学前儿童数感发展的年龄差异

方差分析的结果表明,3~6岁儿童在数感的六个部分上均存在显著的年龄差异。这与Malofeeva等人的研究结果不一致,他们的研究中年龄在所有技能上都没有显著性^[1]。原因可能一是他们的被试量较少;二是被试仅有两个年龄段(3~5岁);三是

被试均为来自低社会经济地位家庭的儿童。已有研究表明,来自低社会经济地位家庭的儿童比来自于中产阶级家庭的儿童所经历的数学方面的经验少,数学技能也低。而且中国的学前儿童比美国的学前儿童有较好的数方面的能力^[11]。本研究在各种数感组分上所揭示出的年龄差异,与方格等人对4、5、6岁组儿童的基数,数序,计算和简单应运题的认知研究结果相一致,四项任务均随年龄而发展,4岁到5岁有明显快速发展^[12]。而年龄差异的存在正好说明了数感的发展与儿童的成熟和经验有着密切关系。

此外,多重比较的结果表明,在数感的6个部分中,大、中班幼儿之间,中、小班幼儿之间均是在唱数总数上差异最大,而对数符号辨认的差异最小。这进一步说明3~6岁儿童数符号辨认能力普遍较好,可能反映了家庭教育和学前教育中对数符号认读的强化作用。在数感的18项任务中,大、中班幼儿之间在倒数上差异最大,中、小班幼儿之间在顺数上的差异最大。唱数是3~6岁儿童数感发展的一项主要技能,中班到大班阶段是儿童倒数能力发展较快的时期。而小班到中班阶段是儿童顺数能力发展较快的一个阶段。唱数是一种相当复杂的认知过程,是儿童对数系统掌握的初始部分,儿童只有对数系统的初始部分把握的非常熟练以后才有可能进一步去扩展数系列的后面部分^[11]。而倒数的水平能更好地体现出唱数能力的高低,以及唱数运用的灵活性。但这一能力是幼儿教育中容易被忽视的一个内容。

5 结论与教育启示

从本研究结果来看,3~6岁儿童在数感的各组成成分上,除实物比较外,均显示了显著的年龄差异,且数感总体也表现了显著的年龄差异。在此年龄阶段,数感的各组成部分发展不同步,中班是儿童数感发展的一个转折点。倒数,序数和数符号在中班到大班期间发展迅速,而顺数,基数概念,加减理解却在小班到中班期间发展较快。

数学规则包含了三个部分:存在于时空中的真实数量;口语中的数数词;书面数符号和运算符号等正式符号^[13]。数感作为一个整体,需要在这些部分间建构一套丰富的关系。儿童首先必须在真实数量和数数词之间建立联系,此后才能把这种整合的知识与正式的符号世界建立联结,并获得对数的意义的理解。为了获得数感,儿童需要有机会在越来越高的复杂性水平上发现和建构这三者之间的关系。教数感的三个主要的教育原则是:提供丰富的有联系的活

动,探索和讨论概念,保证一种合适的概念顺序^[14]。

对于促进儿童数感发展的教学,根据本研究的结果,学前儿童数感发展的关键是儿童唱数和数数技能的灵活性。本研究中数感总数与其子项目间的相关性以与唱数总数的相关度为最高,在唱数中又是与“倒数”的相关性最高。说明倒数最能体现唱数的灵活性,也最能促进儿童的数数技能的发展。因此,父母和教师可以通过让儿童先进行逐一顺数,再进行间隔数,然后再进行逐一倒数和间隔倒数来发展儿童早期的数感。

从本研究结果来看,中班到大班阶段是幼儿倒数能力发展较快的时期,小班到中班阶段是儿童顺数能力发展较快的阶段。因此,针对该阶段儿童数感发展的年龄特点,在学前教育中对小班年龄的儿童应该着力于顺数的熟练性和灵活性的提升,而对中班儿童应该着眼于倒数能力的提升。对大班儿童应该发展多种数数策略和序数关系。

总之,幼儿的数能力是一种复杂的结构,包含了许多不同的成分。而数感是一个由多种数技能构造的有机整体,对幼儿的数感教学,是一个系统的逐渐完善的过程。在幼儿发展的不同阶段要相应地增进和发展不同的数感成分,要遵循儿童的年龄特点。

鸣谢 本文是硕士毕业论文的一部分,作者感谢导师周欣教授给予的指导和帮助,感谢杜晓新教授在统计分析中的帮助。对上海虹城幼儿园和曹杨六幼的幼儿和老师致谢!

参考文献:

[1]Malofeeva E, Day J, Saco X, et al. Construction and evaluation of a number sense test with Head Start children. *Journal of Educational Psychology*, 2004, 96(4), 648—659.

[2]Beswick K, Muir T, McIntosh A J. Developing an instrument to assess the number sense of young children. *AARE 2004 International Education Research Conference Paper*, Melbourne, Australia, 2004, 1—12. <http://www.aare.edu.au/04pap/bes04625.pdf>.

[3]Reys R, Reys B, McIntosh A, et al. Assessing number sense of student in Australia, Sweden, Taiwan, and the United States. *School Science and Mathematics*, 1999, 99(2), 61—70.

[4]NCTM. Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 2000.

[5]Reys R E, Yang D C. Relationship between computational performance and number sense among sixth- and eighth-grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1998, 29(2), 225—237.

[6]Pike C D, Forrester M A. The influence of number sense on children's ability to estimate measures. *Educational Psychology*, 1997, 17(4), 483—500.

[7]Clements D H. Training effects on the development and generalization of Piagetian logical operations and knowledge of number. *Journal of Educational Psychology*, 1984, 76(5), 766—777.

[8]Case R. (Ed.). *The mind's staircase: Exploring the conceptual underpinnings of children's thought and knowledge*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1992.

[9]Griffin S A, Case R, Siegler R S. Righting: Providing the central conceptual prerequisites for first formal learning of arithmetic to students at risk for school failure. In McGilly K. (Ed.). *Classroom Lessons: Integrating Cognitive Theory and Classroom Practice* (25—49). Cambridge, MA: MIT Press, 1994.

[10]Geary D C, Bow-Thomas C C, Liu F, et al. Development of arithmetical competencies in Chinese and American children: influence of age, language, and schooling. *Child Development*, 1996, 67, 2022—2044.

[11]周欣. 儿童数概念的早期发展. 上海: 华东师范大学出版社, 2004, 1—306.

[12]方格, 田学红, 毕鸿燕. 幼儿对数的认知及其策略. *心理学报*, 2001, 33(1), 30—36.

[13]Griffin S A. Building number sense with Number Worlds: a mathematics program for young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 2004, 19, 173—180.

[14]Griffin S A. Teaching number sense. *Educational Leadership*, 2004, 61(5), 39—43.

The Study on the Development of Number Sense
in Young Children Aged 3-6

ZHAO Zhen-guo

(Department of Preschool Education, East China Normal University, Shanghai 200062)

Abstract: 180 children aged 3 to 6 years were individually tested to examine the developmental characteristics of their number sense, who were from two ordinary preschools in Shanghai. The results indicated that: (1) The significant age differences were found on the number sense, but without gender discrimination being found; (2) The performances of Counting forward, Numerosity Comparison between two piles of objects, Number Identification were the best, while the performances of Counting backward and Ordinality were the worst; (3) The components of number sense were not synchronous at the age between 3 and 6, that is, the development of cognition on Counting backward, Ordinality, and Number Identification was very fast between the ages of 5 and 6, but that on Counting forward, Cardinal number, and the meaning of Addition-Subtraction was very faster during the ages of 4 to 5.

Key words: young children; number sense; Counting backward; cardinal number; Ordinality