融合改进的学习辅助的约束多目标进化算法
Incorporating Improved Learning-Aided Constrained Multi-Objective Evolutionary Algorithm

约束多目标优化问题(CMOP)

目标函数：

$$F(X) = [f_1(X), \dots, f_m(X)]$$

决策变量：

$$X = [x_1, \dots, x_n]$$

边界约束：

$$\mathrm{ub} = [\mathrm{ub}_1, \dots, \mathrm{ub}_n]$$
$$lb = [lb_1, \dots, lb_n]$$

复杂约束：

$$g_c(X) \leqslant 0, c = 1, \dots, l$$
$$h_b(X) = 0, b = 1, \dots, k$$

问题定义：

$$Minimize\ F(X) = [f_1(X), \dots, f_m(X)]$$
$$s.t. \begin{cases} g_i(X) \leqslant 0, i = 1, \dots, l \\ h_j(X) = 0, j = 1, \dots, k \end{cases}$$

个体数N

佳点集初始化

满足$p \geq 2n+3$的最小素数　　$r_j = \left(2 \cdot cos\left(\frac{2\pi j}{p}\right)\right),\ j = 1, \dots, n$

$P_{ij} = r_j \cdot i,\ i = 1, \dots, N$　　$X_{ij} = lb_j + P_{ij} \cdot (ub_j - lb_j)$

$t = 1$

种群P

探索种群 P_B

动态透镜反对学习(DLOBL)

$$k = 10^4 \times \left[1 - \left(\frac{t}{t_{\max}}\right)^2\right] + 1$$

$$\tilde{x}_{Bi} = \frac{lb + ub}{2} + \frac{lb + ub}{2k} - \frac{x_{Bi}}{k}, i = 1, \dots, N_B$$

随机分配

探索种群 P_B及其反射种群$\widetilde{P_B}$

种群P_B&$\widetilde{P_B}$的$2N_B$个m维解

开发种群 P_A

种群P_A的N_A个m维解

模型M_3训练
用于忽略约束任务(UPF探索任务)映射

1. 初始化/从模型库中继承MLP模型M_1
2. 随机生成N_B个单纯形上的Das and Dennis参考向量$\mathrm{v}^i, i = 1, \dots, N_B$，为m个目标对应的权重
3. 向量化探索种群P_B及其反射种群$\widetilde{P_B}$的$2N_B$个m维解
4. Train:

for e = 1 to epoch do
　for i = 1 to N_B do
　　分别从种群P_B和$\widetilde{P_B}$找到两个向量化的解最接近v^i的两个个体(x^1, x^2)
　　构建忽略约束任务(v^i加权目标函数低的个体映射到高的个体)的一组数据向量$(x, \tilde{x})$
　　利用$(x, \tilde{x})$的MSE对MLP模型M_1误差反向传播更新M_1参数
　end for
end for
5. Return M_3

探索种群P_B的N_B个向量化的m维解

模型M_2训练
用于约束可行性任务(构建约束边界任务)映射

1. 初始化/从模型库中继承MLP模型M_2
2. 求解种群$P_A, P_B, \widetilde{P_B}$的$N_A + 2N_B$个带权约束惩罚
3. Train:

for e = 1 to epoch do
　for i = 1 to N do
　　找到两个向量化的解最接近v^i的两个个体(x^1, x^2)
　　构建约束可行性任务(从约束惩罚高的个体映射到约束惩罚低的个体)的一组数据向量$(x, \tilde{x})$
　　利用$(x, \tilde{x})$的MSE对MLP模型M_2误差反向传播更新M_2参数
　end for
end for
4. Return M_2

开发种群P_A的N_A个m维解

模型M_1训练
用于忽略约束任务(UPF开发任务)映射

1. 初始化/从模型库中继承MLP模型M_1
2. 随机生成N_A个单纯形上的Das and Dennis参考向量$\mathrm{v}^i, i = 1, \dots, N_A$，为m个目标对应的权重
3. 向量化开发种群P_A的N_A个m维解
4. Train:

for e = 1 to epoch do
　for i = 1 to N_A do
　　找到两个向量化的解最接近v^i的两个个体(x^1, x^2)
　　构建忽略约束任务((v^i加权目标函数低的个体映射到高的个体)的一组数据向量$(x, \tilde{x})$
　　利用$(x, \tilde{x})$的MSE对MLP模型M_1误差反向传播更新M_1参数
　end for
end for
5. Return M_1

可学习的探索繁殖(Learnable Exploration Reproduction)——CPF探索任务

1. 初始化后代种群$Q_B = \emptyset$
2. Reproduce：

for each $x \in P_B$ do
　通过MLP模型M_3对x映射得到y^1
　通过MLP模型M_2对x映射得到y^2
　利用学习辅助探索式$x^c = \alpha y^1 + (0.5 - \alpha) y^2$子代个体$x^c$
　将x^c添加到Q_A中
end for
3. Return Q_B

可学习的开发繁殖(Learnable Exploitation Reproduction)——CPF开发任务

1. 初始化后代种群$Q_A = \emptyset$
2. Reproduce：

for each $x \in P_A$ do
　通过MLP模型M_1对x映射得到y^1
　通过MLP模型M_2对x映射得到y^2
　利用学习辅助开发式$x^c = x + \alpha(y^1 - x) + (0.5 - \alpha)(y^2 - x)$子代个体$x^c$
　对x^c进行多项式变异(polynomial mutation)
　将x^c添加到Q_A中
end for
3. Return Q_A

父代种群P及其N个的m维解

探索子代种群Q_B

种群Q_B的N_B个m维解

开发子代种群Q_A

种群Q_A的N_A个m维解

聚类辅助选择(Clustering-Aided Selection)

1. 子代种群$Q = Q_A + Q_B$，初始化$U = P + Q$，重置$P = \emptyset$
2. 初始化操作簇R = $(r^1, \dots, r^{2N})$，其中$r^{\mathrm{i}} = x^{\mathrm{i}} \in U,\ i = 1, \dots, 2N$
3. 初始化操作簇中心$C = (c^1, \dots, c^{2N})$，其中$c^{\mathrm{i}} = F'(x^{\mathrm{i}}) \in U,\ i = 1, \dots, 2N$，$F'(x^{\mathrm{i}})$为向量化的目标函数
4. Clustering：

for k = 1 to N do:
　利用式子$(r^u, r^h) = (r^i, r^j)$: $\arg\min_{i,j \in \{1,\dots,2N\}, i \neq j} \theta(c^i, c^j)$得到簇对(cluster pair) (r^u, r^h)
　更新操作种群簇$r^u.append(r^h)$，并设置$r^{\mathrm{h}} = \emptyset$
　更新簇中心$c^u = \frac{\sum_{x \in r^u} F'(x)}{|r^u|}$
end for
5. 通过Step 4得到N个非空簇
6. Selection：

计算指标权重：$if\ t < 0.4t_{max}, w = 1; elseif\ t > 0.6t_{max}, w = 0.1; else, w = 2.8 - 4.5\,{}^{t}/_{t_{max}}$

for each $r^i \in$ R & $r^i \neq \emptyset$ do:
　计算反映簇r^i中所有个体x的适应度的综合指标 $CI(x) = w \times rank_{obj}(x) + (1 - w) \times rank_{cv}(x)$
　向P中添加个体 $x^t = x$: $\arg\min_{x \in c^i, c^i \neq \emptyset} CI(x)$
end for
7. Return 种群P
8. $t = t + 1$

$t < t_{max}$

是

否

END