

# 1ª Lista de exercícios: Recursividade

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Campo Mourão (UTFPR-CM)  
BCC33A - Algoritmos e Estrutura de Dados 2

Prof. Rodrigo Hübner

26 de setembro de 2014

1. Tendo  $a$  como um vetor de inteiros, apresente algoritmos recursivos para calcular:

- o elemento máximo do vetor;
- o elemento mínimo do vetor;
- a soma dos elementos do vetor;
- o produto dos elementos do vetor;
- a média dos elementos do vetor.

2. A função de Ackerman é definida recursivamente sobre os inteiros não-negativos, como segue:

```
a(m, n) = n + 1 se m == 0
a(m, n) = a(m-1, 1) se m!= 0 e n == 0
a(m, n) = a(m-1, a(m, n-1)) se m!= 0 e n != 0
```

- Usando a definição anterior, faça o algoritmo recursivo completo;
- Demonstre através da definição que  $a(2, 2)$  é igual a 7;
- Prove que  $a(m, n)$  está definido para todos os inteiros não-negativos  $m$  e  $n$ ;
- Faça o método iterativo para calcular  $a(m, n)$ .

3. Usando apenas subtração, crie uma função recursiva para calcular o resto da divisão de um número  $n$  natural.

4. Usando apenas subtração, crie uma função recursiva para determinar se um número  $n$  natural é par ou ímpar.

5. Imagine que  $comum(n, k)$  representa o número de diferentes comitês de  $k$  pessoas, que podem ser formados, dadas  $n$  pessoas a partir das quais escolher. Por exemplo,  $comum(4, 3) = 4$ , porque dadas 4 pessoas,  $A, B, C$  e  $D$  existem 4 possíveis comitês de pessoas:  $ABC, ABD, ACD$  e  $BCD$ . Demonstre a identidade:

- Demonstre a identidade:  $comum(n, k) = comum(n-1, k) + comum(n-1, k-1)$ .
- Escreva e teste um programa recursivo em C para calcular  $comum(n, k)$  para  $n, k \geq 1$ .

6. Demonstre como transformar o seguinte procedimento iterativo em um procedimento recursivo,  $f(i)$  é uma função retornando um valor lógico baseado no valor de  $i$ , e  $g(i)$  é uma função que retorna um valor com os mesmos atributos de  $i$ .

```
1 iter(int n) {
2     int i;
3     i = n;
4     while (f(i)) {
5         // ... (sem mudar o valor de i)
6         i = g(i);
7     }
8 }
9
```

7. Crie uma função recursiva para calcular a soma dos  $n$  primeiros termos da série harmônica, ou seja,  $1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n$ , para um  $n$  natural.

8. Escreva uma função recursiva para calcular o coeficiente binomial de acordo com a definição:

$$\binom{n}{k} = \begin{cases} 1 & \text{if } k = 0 \text{ ou } k = n \\ \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} & \text{caso contrário} \end{cases}$$

9. Mostrar passo-a-passo o algoritmo recursivo da **Torres de Hanoi** utilizando 4 discos. A simulação deve ser representada através de pilhas de recursão e explicado a transição de cada passo.
10. Prove que o número de movimentos executados pelo algoritmo recursivo da Torres de Hanoi ao deslocar  $n$  discos é igual a  $2^n - 1$ . Você consegue descobrir um método para solucionar o problema das Torres de Hanoi com menos movimentos? Descubra um método para tal  $n$  ou prove a inexistência de tal método.
11. Dada a simulação do algoritmo recursivo fatorial apresentado na Aula 04, desenvolva as seguintes tarefas:
- Organize a simulação da rotina recursiva como um programa completo, desenvolvendo a função **main** para inicializar a simulação, e comentar o máximo possível as linhas do programa para facilitar o entendimento;
  - Faça as funções **empilha** e **desempilha** de modo que precisam respectivamente esvaziar e encher estruturas inteiras do tipo **DADO**;
  - Comparar a função de simulação com o algoritmo iterativo do fatorial e comentar as linhas da simulação em relação ao algoritmo iterativo.
12. Desenvolva uma simulação recursiva completa para o algoritmo de **multiplicação de dois números naturais**, da mesma forma que foi apresentada para o algoritmo do fatorial recursivo de um número. Depois de completar a simulação, discuta e compare a função simulada com a função iterativa.
13. Verifique recursivamente se os seguintes objetos são palíndromos:
- uma palavra
  - uma sentença (ignorando brancos, diferenças em minúsculas e maiúsculas e marcas de pontuação como “Madam, I’m Adam”, é aceitável como palíndromo).