

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN



Khôi Phục Nguồn Điện Trong Mạng
Lưới Phân Phối Bằng Thuật Toán
Cây Bao Trùm Nhỏ Nhất

NGÀNH TOÁN HỌC

MÔN HỌC: CÁC MÔ HÌNH TOÁN ỨNG DỤNG 2

Học viên:

Bùi Tiến Thành – 20000509

Nguyễn Thị Khánh Linh – 20000488

Bùi Thu Hiền – 20000476

Giảng viên:

TS. Nguyễn Trọng Hiếu

Mục Lục

Giới thiệu

1	Bài Toán Lý Thuyết	1
1.1	Hệ thống phân phối điện	1
1.2	Khôi phục nguồn điện	2
1.3	Hoạt động chuyển mạch	3
2	Lời Giải Lý Thuyết	6
2.1	Lý Thuyết Đồ Thị	6
2.1.1	Đồ thị	6
2.1.2	Cây	7
2.1.3	Cây Bao Trùm	8
2.1.4	Cây Bao Trùm Nhỏ Nhất	8
2.2	Các Thuật Toán MST	9
2.2.1	Thuật Toán Kruskal	9
2.2.1.1	Pseudocode	10
2.2.1.2	Chứng minh	10
2.2.1.3	Áp dụng	12
2.2.2	Thuật Toán Xóa Ngược	12
2.2.2.1	Pseudocode	13
2.2.2.2	Chứng minh	13
2.2.2.3	Áp dụng	14

2.2.3	Thuật Toán Prim	14
2.2.3.1	Pseudocode	15
2.2.3.2	Chứng minh	15
2.2.3.3	Áp dụng	16
2.2.4	Thuật Toán Dijkstra	17
2.2.4.1	Pseudocode	17
2.2.4.2	Giải thích	18
2.2.4.3	Áp dụng	18
2.2.5	Bảng kết quả	18
2.3	Mô hình tối ưu hồi phục mạng lưới	19
2.3.1	Tìm mô hình tối ưu hóa	19
2.3.2	Mô hình tối ưu	20
2.4	Áp dụng thuật toán MST	20
3	Tính Toán Thực Tế	22
3.1	Mô hình IEEE 33-Bus Single Feeder	22
4	Tổng Kết	24

Tài Liệu Tham Khảo

Giới thiệu

Trong kỷ nguyên mới này, điện đã trở thành một phần cơ bản của cơ sở hạ tầng của xã hội hiện đại, với hầu hết các hoạt động hàng ngày đều giả định rằng nguồn điện mong muốn luôn có sẵn để sử dụng. Trong tương lai gần, việc cung cấp điện cho gia đình, văn phòng, trường học, nhà máy được xem là điều tất yếu.

Mạng lưới phân phối cung cấp năng lượng điện cho nhiều loại phụ tải khác nhau bằng cách xem xét các vấn đề về công suất¹ và dung sai điện áp² để đảm bảo dòng điện không bị gián đoạn. Việc mất điện do các sự cố không thể tránh khỏi sẽ làm suy giảm chức năng của hệ thống phân phối điện, do đó làm gián đoạn tính liên tục của nguồn điện cung cấp cho người tiêu dùng điện. Các sự cố mất điện, dù do thiên tai, hỏng hóc thiết bị hay lỗi do con người, đều có thể gây ra hậu quả tàn khốc cho các hộ gia đình, doanh nghiệp và cơ sở hạ tầng quan trọng:

Hộ gia đình: Mất điện có thể gây ra khó khăn cho các hộ gia đình trong việc thực hiện các hoạt động hàng ngày, chẳng hạn như nấu ăn, tắm rửa và xem TV. Trong trường hợp mất điện kéo dài, các hộ gia đình có thể bị mất nước, sưởi ấm và các dịch vụ thiết yếu khác.

Doanh nghiệp: Mất điện có thể gây ra tổn thất doanh thu và lợi nhuận cho các doanh nghiệp. Trong trường hợp mất điện kéo dài, các doanh nghiệp có thể phải đóng cửa tạm thời hoặc thậm chí là vĩnh viễn.

Cơ sở hạ tầng quan trọng: Mất điện có thể gây ra gián đoạn hoạt động của các cơ sở hạ tầng quan trọng, chẳng hạn như bệnh viện, trường học và hệ thống giao thông. Trong trường hợp mất điện kéo dài, các cơ sở hạ

¹**Công suất** là thông số biểu thị lượng điện năng tiêu thụ hay tiêu tốn trong một đơn vị thời gian.

²**Dung sai điện áp** là phạm vi điện áp cho phép mà các thiết bị điện có thể hoạt động bình thường.

tầng này có thể không thể hoạt động bình thường, gây ra nguy hiểm cho người dân.

Để giảm thiểu những tác động này, các mạng phân phối điện phải được trang bị các phương pháp phục hồi hiệu quả, nhằm giảm thiểu thời gian mất điện và tối đa hóa số lượng khách hàng và khách hàng thiết yếu được phục vụ.

Hiện tại, thuật toán **Cây Bao Trùm Nhỏ Nhất (MST)** đã nổi lên như một công cụ mạnh mẽ để tối ưu hóa việc phục hồi nguồn điện trong mạng lưới phân phối. Những thuật toán này cố gắng xác định con đường ngắn nhất để tối ưu kinh tế và hiệu quả nhất để khôi phục điện, đảm bảo việc trở lại trạng thái bình thường nhanh chóng và tiết kiệm chi phí sau khi mất điện.

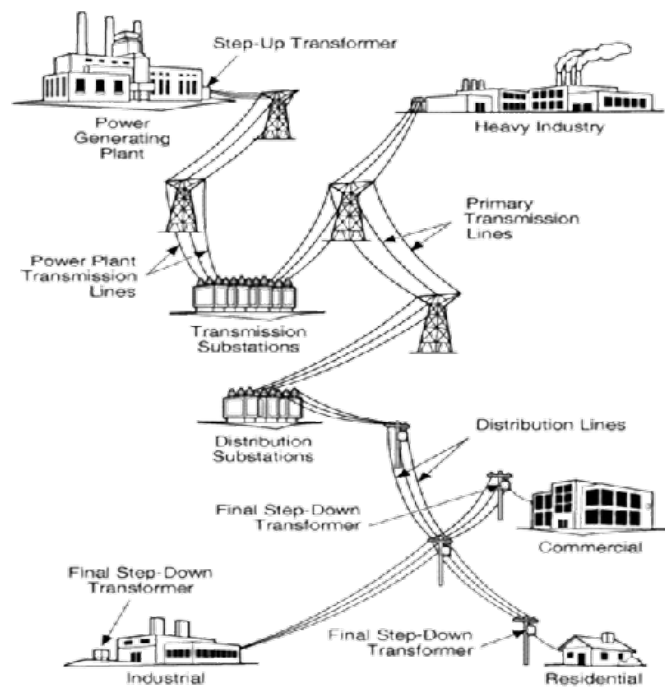
Bài Toán Lý Thuyết

Trước khi tìm cách để phục hồi điện trong mạng lưới phân phối điện. Ta cần khám phá, hiểu biết thêm về các khía cạnh quan trọng sau:

- *Hệ thống phân phối điện.*
- *Khôi phục nguồn điện.*
- *Các hoạt động chuyển mạch.*

Hệ thống phân phối điện

Việc truyền tải điện từ nhà máy điện đến hộ tiêu dùng gọi là hệ thống phân phối điện.



Hình 1.1: Hệ thống phân phối điện cơ bản.

Nó bao gồm ba thành phần chính:

- Nhà máy điện. (*Nhà máy điện là nhà máy sản xuất điện năng ở quy mô công nghiệp. Bộ phận chính yếu của hầu hết các nhà máy điện là máy phát điện.*)
- Đường dây truyền tải. (*Đường dây truyền tải là các dây dẫn điện được sử dụng để truyền tải điện năng từ các nhà máy điện đến các khu vực tiêu thụ. Vì để truyền tải điện năng đến các trạm phát nhanh nhất nên mức điện áp của các dây truyền tải là cao*)
- Mạng lưới phân phối. (*Mạng lưới phân phối là một hệ thống dây dẫn điện được sử dụng để phân phối điện năng từ các trạm biến áp trung gian đến các khách hàng tiêu thụ. Vì nhằm Phân phối điện năng để tiêu thụ nên mức điện áp của mạng lưới phân phối là thấp*)

Nguồn điện thường được tạo ra ở những vị trí thuận tiện, khá xa khách hàng để đảm bảo an toàn (*Hình 1.1*).

Các thành phần của mạng phân phối:

- Máy biến áp phân phối (*Máy biến áp phân phối là một loại máy biến áp được sử dụng để biến đổi điện áp từ trung áp xuống hạ áp để cung cấp cho các khách hàng tiêu thụ. Máy biến áp phân phối thường được đặt ở các khu vực trung tâm dân cư hoặc khu công nghiệp.*)
- Đường dây sơ cấp (*Các dây dẫn điện trong mạng lưới phân phối*)

Khôi phục nguồn điện

Nguyên nhân khách quan:

- Thiên tai, bão lũ, động đất, sạt lở, ... gây hư hỏng, đứt gãy đường dây, trạm biến áp, ...
- Hoạt động của thiên thạch, sao chổi, ... có thể gây nhiễu từ trường, ảnh hưởng đến hoạt động của hệ thống điện.
- Các sự cố bất ngờ khác như cháy nổ, hỏa hoạn, ... gây mất điện.

Nguyên nhân chủ quan:

- Sự cố kỹ thuật do thiết bị, đường dây, trạm biến áp, ... bị hư hỏng, xuống cấp.
- Sự cố do con người gây ra như thiếu kinh nghiệm, sai sót trong vận hành, bảo dưỡng, sửa chữa, ...
- Hoạt động của các đối tượng phá hoại, trộm cắp, ...

Các sự cố ngừng hoạt động khác nhau xảy ra trong mạng lưới phân phối là:

- Mất nguồn cấp chính
- Mất máy biến áp phân phối
- Mất đường dây phân phối.

Trong thời gian mất điện, nguồn điện bị cô lập một phần hoặc hoàn toàn từ bộ cấp nguồn đến các trung tâm phụ tải. Sự thiếu hụt nguồn cung cấp điện này phải cần được giảm thiểu để tránh tình trạng mất điện kéo dài. Để đạt được mục tiêu đó cần chuyển mạch hợp lý đến các đường dây điện trong mạng lưới phân phối điện. Tùy thuộc vào mức độ ưu tiên khách hàng (*ưu tiên những khách hàng quan trọng, công nghiệp, thương mại và tiêu dùng trong nước*). Và trong thực tế, việc phân phối lại tải¹ dựa trên việc cấu hình lại các bộ cấp nguồn bằng cách chuyển mạch giúp phân bổ đều các tải trong bộ cấp nguồn.

Hoạt động chuyển mạch

Các nhánh trong mạng phân phối điện thường được cấu hình theo hướng tỏa tâm² nhằm phối hợp hiệu quả các hệ thống bảo vệ như:

- Tăng độ tin cậy: Khi một nhánh bị sự cố, các nhánh khác vẫn có thể cung cấp điện cho các khách hàng.

¹ **Tải** (điện) là bất kỳ thành phần nào của mạch điện tiêu thụ năng lượng điện và chuyển đổi năng lượng này thành một dạng khác

² **Hướng tỏa tâm** trong mạng phân phối điện được hiểu là các nhánh của mạng tỏa ra từ một điểm trung tâm. Điểm trung tâm này trạm phân phối điện, nơi điện được chuyển đổi từ điện trung thế hoặc cao thế xuống điện hạ thế để cung cấp cho các khách hàng.

- Tăng khả năng điều khiển: Các nhánh có thể được điều khiển độc lập, giúp điều chỉnh điện áp và dòng điện trong mạng lưới.
- Tiết kiệm chi phí: Cấu hình này có thể sử dụng ít thiết bị hơn so với các cấu hình khác.

Trong cấu hình tỏa tâm, các nhánh có thể có độ dài khác nhau, tùy thuộc vào khoảng cách từ điểm trung tâm đến các khách hàng. Các nhánh ngắn hơn sẽ có điện áp cao hơn nhằm truyền tải nhanh hơn, trong khi các nhánh dài hơn sẽ có điện áp thấp hơn. Do:

Điện áp giảm theo chiều dài của đường dây dẫn do điện trở của đường dây dẫn phụ thuộc vào vật liệu dẫn điện, chiều dài và tiết diện dây dẫn.

Công thức tính điện áp giảm trên đường dây dẫn là:

$$\begin{aligned}\Delta U &= I \cdot R \\ &= I \cdot \frac{\rho \cdot l}{S}\end{aligned}$$

Trong đó:

ΔU là điện áp giảm trên đường dây dẫn

I là dòng điện trên đường dây dẫn

R là điện trở của đường dây dẫn

ρ là điện trở suất của đường dây (vật liệu dây dẫn)

l là chiều dài của đường dây dẫn.

S là tiết diện của dây dẫn

Nhận xét: Điện áp giảm trên đường dây dẫn tỷ lệ thuận với dòng điện, điện trở của đường dây, chiều dài dây dẫn và tỷ lệ nghịch với tiết diện dây dẫn.

Mục đích của hoạt động chuyển mạch là sắp xếp lại các tải hiệu quả hơn và cải thiện độ tin cậy của mạng phân phối. Bằng cách thay đổi trạng thái của các công tắc và cấu trúc liên kết của mạng phân phối điện. và các tham số này của mạng được lấy bằng thuật toán **Luồng công suất quét ngược**.

Luồng công suất quét ngược là một thuật toán được sử dụng để tính toán luồng công suất trong mạng điện. Thuật toán này bắt đầu từ các điểm cuối của

mạng và quét ngược về phía điểm nguồn. Tại mỗi nút, thuật toán tính toán dựa trên các điều kiện biên tại nút đó.

Trong trường hợp mất điện ở bất kỳ bộ phận nào của hệ thống, bắt buộc phải khôi phục hệ thống điện về mục tiêu tối ưu của cấu hình mạng. Phục hồi điện thường đáp ứng các yêu cầu sau:

- Khôi phục càng nhiều tải càng tốt (xem xét mức độ các khách hàng ưu tiên)
- Không vi phạm các ràng buộc về kỹ thuật hoặc vận hành
- Vạch ra một chuỗi hoạt động khả thi để đạt được cấu hình cuối cùng
- Đạt được trong thời gian ngắn (tối ưu trong thời gian ngắn)
- Không có thành phần nào bị quá tải
- Cấu trúc mạng xuyên tâm³ (dựa trên thiết kế của bộ cấp liệu để dễ dàng vị trí sự cố, cách ly và phối hợp thiết bị bảo vệ).

Mục tiêu các nhà nghiên cứu đều tập trung hướng đến là giới hạn điện áp và công suất nguồn cấp điện vì thời gian cần thiết để có kế hoạch khôi phục là tốt hơn. Để duy trì những điều này, thì việc loại bỏ các tải phải thực hiện ngay lập tức (tùy thuộc các loại tải). Đồng nghĩa với việc mất nguồn cung cấp cho các phụ tải thiết yếu. Để có được giải pháp cho vấn đề khôi phục mà không cần bất kỳ quy trình lập nào, phương pháp Cây bao trùm nhỏ nhất (MST) dựa trên lý thuyết đồ thị đã được đề xuất.

³**Cấu trúc mạng xuyên tâm** là một cấu trúc mạng trong đó tất cả các thiết bị cuối đều được kết nối với một thiết bị trung tâm. Thiết bị trung tâm này thường là một router hoặc switch.


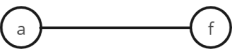
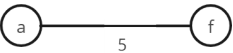
Lời Giải Lý Thuyết

Để hiểu rõ hơn về mô hình tối ưu cho vấn đề hồi phục và việc áp dụng thuật toán MST¹ nhằm giải quyết vấn đề, chúng ta cần tìm hiểu một số khái niệm và kiến thức cơ bản liên quan trong *Lý thuyết đồ thị* và *Thuật toán MST*.

Lý Thuyết Đồ Thị

Đồ thị

Đồ thị là một chủ đề cơ bản được lý thuyết đồ thị nghiên cứu gồm các biểu diễn trừu tượng của một tập hợp các đối tượng, trong đó một số cặp đối tượng được kết nối với nhau bằng các liên kết. Các đối tượng được kết nối với nhau được biểu diễn dưới dạng toán học dưới dạng các đỉnh và các liên kết kết nối một số cặp đỉnh được gọi là các cạnh. Biểu diễn trong *bảng 2.1*.

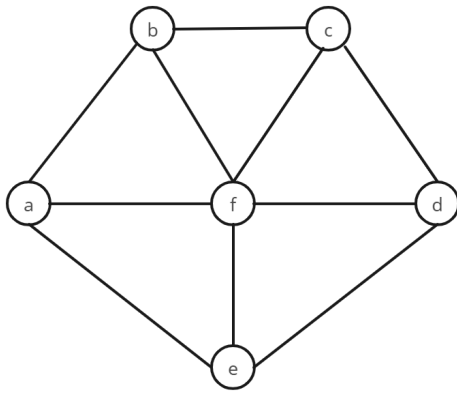
Ký Hiệu	Định nghĩa
	Đỉnh hoặc nút.
	Đường nối hai đỉnh được gọi là cạnh
	Số hiển thị giữa hai đỉnh là trọng số của cạnh của hai đỉnh đó

Bảng 2.1: Các ký hiệu cơ bản trong lý thuyết đồ thị.

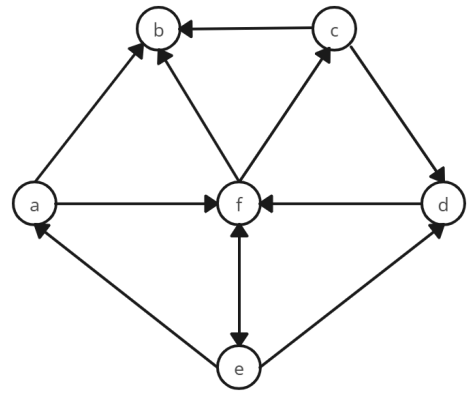
Thông thường, một đồ thị được mô tả dưới dạng sơ đồ dưới dạng một tập hợp các điểm biểu thị các đỉnh, được nối với nhau bằng các đường hoặc đường cong gọi là các cạnh. Các đỉnh còn được gọi là nút hoặc điểm và các cạnh được gọi là đường. Đồ thị có thể được phân thành hai loại là đồ thị vô hướng và đồ thị

¹Minimum Spanning Tree - Cây bao trùm nhỏ nhất

có hướng. Một đồ thị có thể vô hướng, nghĩa là không có sự phân biệt giữa hai đỉnh liên kết với mỗi đường hoặc các đường của nó; hoặc được định hướng, nghĩa là có sự phân biệt giữa nút này và nút khác.



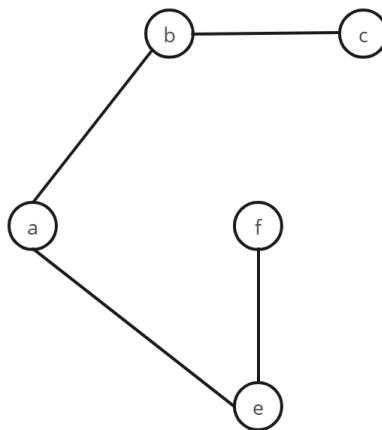
Hình 2.2: Đồ thị vô hướng



Hình 2.3: Đồ thị có hướng

Cây

Cây là khái niệm quan trọng trong lý thuyết đồ thị, cấu trúc dữ liệu và giải thuật. Cây là một đồ thị mà trong đó hai đỉnh bất kì đều được nối với nhau bằng đúng một đường đi. Nói cách khác, đồ thị liên thông² bất kỳ không có chu trình³ là một cây.



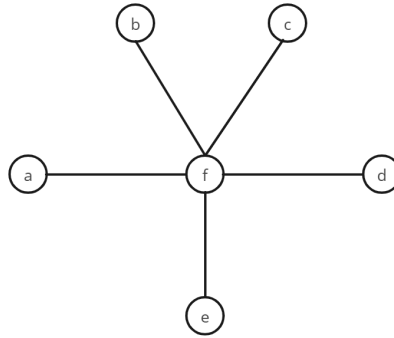
Hình 2.3: Cây

²Đồ thị liên thông nếu có đường đi giữa mọi cặp đỉnh phân biệt của đồ thị.

³Chu trình là một đường đi đóng.

Cây Bao Trùm

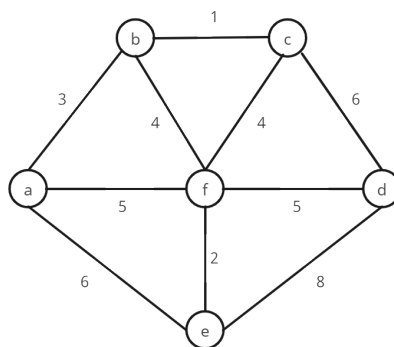
Cây bao trùm, còn được gọi là cây khung, của đồ thị G là cây con của đồ thị G , chứa tất cả các đỉnh của G . Nói cách khác, cây bao trùm của một đồ thị G là một đồ thị con của G , chứa tất cả các đỉnh của G , liên thông và không có chu trình.



Hình 2.4: Cây bao trùm của hình 2.2

Cây Bao Trùm Nhỏ Nhất

Với một đồ thị liên thông, vô hướng cho trước, cây bao trùm của nó là một đồ thị con có dạng cây và có tất cả các đỉnh liên thông với nhau. Một đồ thị có thể có nhiều cây bao phủ khác nhau. Chúng ta cũng có thể gán một trọng số cho mỗi cạnh, là con số biểu thị tầm quan trọng của mỗi giá trị trong tập dữ liệu được sử dụng và dùng nó để tính toán trọng số của một cây bao trùm bằng cách cộng tất cả trọng số của cạnh trong cây bao trùm đó.



Hình 2.5: Đồ thị có trọng số

Khi đó, một cây bao trùm nhỏ nhất là một cây bao trùm có trọng số bé hơn

bằng trọng số của tất cả các cây bao trùm khác.

Khái niệm cây bao trùm nhỏ nhất thường được sử dụng trong định tuyến. Các thuật toán để tìm MST thường là các thuật toán tìm kiếm đồ thị giải quyết bài toán đường đi ngắn nhất một nguồn cho đồ thị có trọng số đường dẫn không âm. Đối với một nút nguồn nhất định trong biểu đồ, thuật toán tìm đường dẫn có trọng số thấp nhất (tức là đường dẫn ngắn nhất) giữa nút đó và mọi nút khác.

Các Thuật Toán MST

Một đồ thị có thể có nhiều cây bao trùm khác nhau. Nếu thử một cách tiếp cận tìm kiếm toàn diện để xây dựng các cây trùm nhỏ nhất thì sẽ xuất hiện hai nhược điểm nghiêm trọng.

1. Số lượng cây bao trùm tăng theo cấp số nhân theo kích thước đồ thị
2. Việc tạo ra tất cả các cây bao trùm cho một biểu đồ đã cho không phải là điều dễ dàng

Để khắc phục những nhược điểm này, thuật toán MST được đề xuất. Bao gồm 4 thuật toán và các thuật toán MST được phân loại dựa trên cạnh và thuật toán MST dựa trên nút.

- *Thuật toán Kruskal.*
- *Thuật toán xóa ngược.*
- *Thuật toán Prim.*
- *Thuật toán Dijkstra.*

Với hai thuật toán đầu dựa trên cạnh và hai thuật toán sau dựa trên nút.

Thuật Toán Kruskal

Thuật toán Kruskal là một thuật toán trong lý thuyết đồ thị được trình bày vào năm 1956 (*Anany Levitin (2009)*) nhằm tìm ra cây bao trùm tối thiểu cho

một đồ thị có trọng số được kết nối. Điều này có nghĩa là nó tìm thấy một sơ đồ con của các đường tạo thành, với các bước:

Bước 1: Sắp xếp các cạnh của đồ thị theo thứ tự trọng số tăng dần.

Bước 2: Khởi tạo $T := \emptyset$.

Bước 3: Lần lượt lấy từng cạnh thuộc danh sách đã sắp xếp. Nếu $T + \{e\}$ không chứa chu trình thì gán $T := T + \{e\}$.

Bước 4: Nếu T đủ $n - 1$ phần tử thì dừng, ngược lại làm tiếp bước 3.

Pseudocode

```
algorithm Kruskal(G) is
  T := empty
  for each v in G.V do
    MAKE-SET(v)
  for each (u, v) in G.E ordered by weight(u, v),
    increasing do
    if FIND-SET(u) != FIND-SET(v) then
      T := T union {(u, v)} union {(v, u)}
      UNION(FIND-SET(u), FIND-SET(v))
  return T
```

Chứng minh

"Thuật toán Kruskal luôn tạo ra một cây bao trùm nhỏ nhất (MST)."

Xét với đồ thị $G(V, E)$:

- V là tập các đỉnh của đồ thị G .
- E là tập các cạnh của đồ thị G .

Cho T là một cây được tạo ra bởi thuật toán Kruskal và T^* là một cây bao trùm nhỏ nhất của đồ thị G . Ta đi chứng minh

$$c(T) = c(T^*) \quad (2.1)$$

với $c(A)$ là tổng trọng số của A .

Nếu $T = T^*$ thì điều (2.1) đã đúng. Do đó ta xét với trường hợp $T \neq T^* \rightarrow T - T^* \neq \emptyset$. Cho:

$$(u, v) \in E(T - T^*)$$

S là tập các thành phần liên thông⁴ chứa u tại thời điểm u được thêm vào T . Khi đó ta có thể khẳng định được rằng (u, v) là cạnh có trọng số nhỏ nhất trong lát cắt⁵ $(S, V - S)$, vì :

1. (u, v) là cạnh có trọng số nhỏ nhất cắt qua lát cắt $(S, V - S)$ (u và v không liên thông khi thuật toán Kruskal chọn u .)
2. Nếu tồn tại một cạnh e có trọng số nhỏ hơn (u, v) cắt qua $(S, V - S)$. Khi đó thì e được chọn thay cho (u, v) (mâu thuẫn).

Có T^* là một cây bao trùm nhỏ nhất, khi đó tồn tại một đường đi từ u đến v trong T^* , bắt đầu từ S và kết thúc tại $V - S$. Vậy khi đó tồn tại một cạnh $(x, y) \in E$ cắt lát cắt. vậy khi đó:

$$T^{*'} = T^* \cup \{(u, v)\} - \{(x, y)\}$$

là một cây bao trùm của G . Và:

$$c(T^{*'}) = c(T^*) + c(u, v) - c(x, y).$$

Mà:

$$c(x, y) \geq c(u, v)$$

nên ta có:

$$c(T^{*'}) \leq c(T^*)$$

Nhưng T^* là cây bao trùm nhỏ nhất nên $c(T^*)$ là nhỏ nhất:

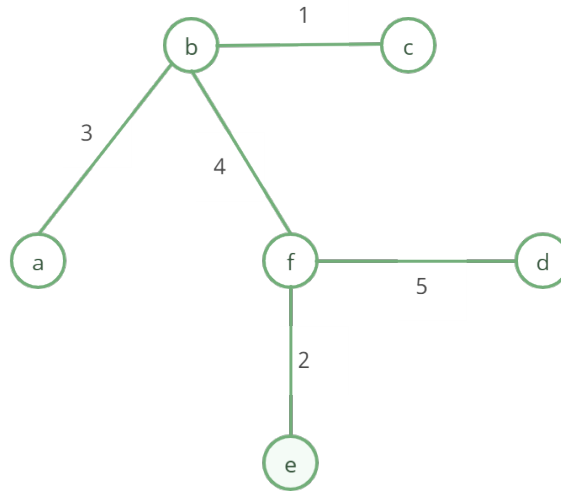
$$c(T^{*'}) = c(T^*)$$

Khi đó ta có điều cần chứng minh.

⁴**Tập các thành phần liên thông** là tập gồm các đỉnh mà trong đó mỗi đỉnh đều tồn tại đường đi đến đỉnh còn lại.

⁵**Lát cắt** là một cách phân chia tập hợp các đỉnh của một đồ thị thành hai tập hợp con không giao nhau.

Áp dụng



Hình 2.6: Thuật Toán Kruskal Tại Hình 2.5.

Thuật Toán Xóa Ngược

Thuật toán xóa ngược xuất hiện lần đầu tiên trong Kruskal (1956), nhưng không nên nhầm lẫn nó với thuật toán Kruskal xuất hiện trong cùng một bài báo. Nếu đồ thị bị ngắt kết nối, thuật toán này sẽ tìm cây bao trùm tối thiểu cho mỗi phần bị ngắt kết nối của đồ thị. Tập hợp các cây bao trùm tối thiểu này được gọi là rừng bao trùm nhỏ nhất⁶, chứa mọi đỉnh trong biểu đồ.

Bước 1: Sắp xếp tất cả các cạnh của đồ thị theo thứ tự trọng số cạnh không tăng.

Bước 2: Khởi tạo MST làm đồ thị gốc và loại bỏ các cạnh thừa bằng bước 3.

Bước 3: Chọn cạnh có trọng số cao nhất từ các cạnh còn lại và kiểm tra xem việc xóa cạnh có làm đồ thị không còn liên thông nữa hay không.

Bước 4: Nếu đồ thị không liên thông nữa thì sẽ không xóa cạnh.

Bước 5: Nếu không, xóa cạnh và tiếp tục.

⁶Rừng bao trùm nhỏ nhất, là tập của các cây bao trùm nhỏ nhất của các thành phần liên thông của nó.

Pseudocode

```
function ReverseDelete(edges[] E) is
    sort E in decreasing order
    Define an index i <- 0

    while i < size(E) do
        Define edge <- E[i]
        delete E[i]
        if graph is not connected then
            E[i] <- edge
            i <- i + 1

    return edges[] E
```

Chứng minh

"Thuật toán xóa ngược luôn tạo ra một cây bao trùm nhỏ nhất."

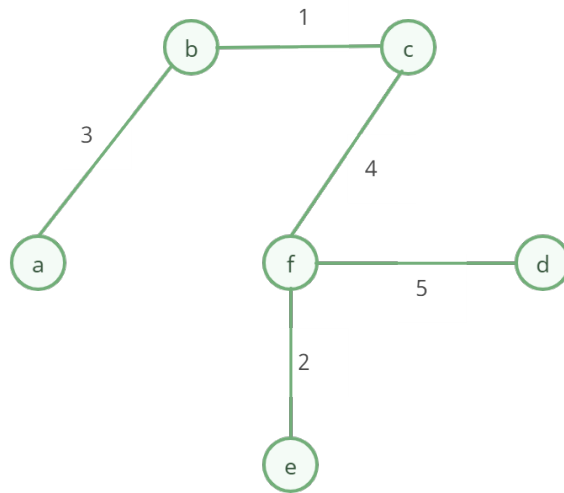
Đầu tiên, chứng minh rằng thuật toán tạo ra cây bao trùm. Điều này là do đồ thị được kết nối ở đầu và khi xóa các cạnh theo thứ tự không tăng, chỉ có cạnh có trọng số lớn nhất trong bất kỳ chu trình nào bị xóa, từ đó loại bỏ các chu trình⁷ nhưng không ngắt kết nối đồ thị, dẫn đến một đồ thị được kết nối không chứa chu trình ở cuối.

Để chỉ ra rằng cây bao trùm thu được là một MST, ta xem xét bất kỳ cạnh nào bị thuật toán loại bỏ. Có thể thấy rằng nó phải nằm trên một chu trình nào đó (nếu không loại bỏ nó sẽ ngắt kết nối đồ thị) và nó phải là cái đắt nhất trên đó (nếu không giữ lại nó sẽ vi phạm tính chất chu trình). Do đó, thuật toán giữ lại được những cạnh nhỏ nhất có thể của cây bao trùm.

Vậy ta có điều cần phải chứng minh.

⁷*Chu trình* là các đường đi đóng.

Áp dụng



Hình 2.7: Thuật Toán Xóa Ngược Tại Hình 2.5.

Thuật Toán Prim

Thuật toán được tìm ra năm 1930 bởi nhà toán học người Czech Vojtech Jarník và sau đó bởi nhà nghiên cứu khoa học máy tính Robert C.Prim năm 1957 và một lần nữa độc lập bởi Edsger Dijkstra năm 1959. Do đó nó còn được gọi là thuật toán DJP, thuật toán Jarník, hay thuật toán Prim–Jarník.

Bước 1: Xác định một đỉnh tùy ý làm đỉnh bắt đầu của MST.

Bước 2: Thực hiện theo các bước từ 3 đến 5 cho đến khi có các đỉnh không nằm trong MST.

Bước 3: Tìm các cạnh nối bất kỳ đỉnh cây nào với các đỉnh rìa.

Bước 4: Tìm giá trị nhỏ nhất giữa các cạnh này.

Bước 5: Thêm cạnh đã chọn vào MST nếu nó không tạo thành bất kỳ chu trình nào.

Pseudocode

```
function Prim(edges[] E, vertices[] V) is
    T = empty;
    U = { 1 };
    while (U != V)
        let (u, v) be the lowest cost edge such that
            u in U and v in V - U;
        T = T union {(u, v)}
        U = U union {v}
```

Chứng minh

"Thuật toán Prim luôn tạo ra một cây bao trùm nhỏ nhất."

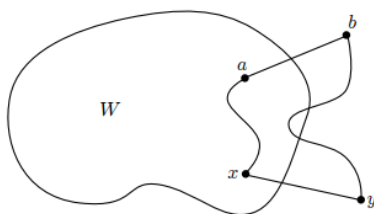
Cho S là một cây bao trùm được chọn bởi thuật toán Prim từ đồ thị $G(V, E)$. Ta chứng minh bằng phản chứng. Giả sử rằng S không phải là cây bao trùm nhỏ nhất, với:

$$E(S) = (e_1, e_2, \dots, e_{n-1}) \quad (|V| = n)$$

là các cạnh được chọn theo thứ tự của thuật toán Prim. Cho U là một cây bao trùm nhỏ nhất chứa một đường đi dài nhất có thể từ tập $E(S)$.

Cho $e_i = \{x, y\}$ là các cạnh đầu tiên được thêm vào S mà không thuộc vào U , và cho W là các đỉnh sau khi $\{x, y\}$ được chọn. (U chứa các cạnh e_1, e_2, \dots, e_{i-1} nhưng không chứa cạnh e_i). Khi đó tồn tại một x đến y trong U .

Cho $\{a, b\}$ là cạnh đầu tiên trên đường đi trên với điểm a trong W và b bên ngoài W : Xác định được tập:



Hình 2.8: Ảnh minh họa

$$T = U + \{x, y\} - \{a, b\}$$

mà T là một cây bao trùm của đồ thị G . ta xét ba trường hợp có thể cho trọng số các cạnh $\{x, y\}$ và $\{a, b\}$:

1. $c(a, b) > c(x, y)$:

khi tạo T chúng ta đã thêm một cạnh có trọng số nhỏ hơn trọng số chúng ta đã loại bỏ, và do đó $c(T) < c(U)$. Tuy nhiên, điều này là không thể, vì U là cây bao trùm có trọng số tối thiểu. (mâu thuẫn)

2. $c(a, b) = c(x, y)$

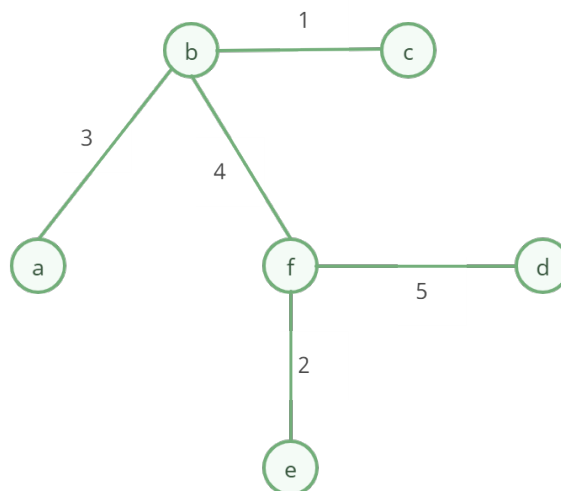
Trong trường hợp này $c(T) = c(U)$, do đó T cũng là cây bao trùm nhỏ nhất. Hơn nữa, do thuật toán Prim chưa chọn cạnh $\{a, b\}$ nên cạnh đó không thể là một trong e_1, e_2, \dots, e_{i-1} . Điều này mâu thuẫn với định nghĩa của cây U .

3. $c(a, b) < c(x, y)$

Trong trường hợp này, do trọng số của cạnh $\{a, b\}$ nhỏ hơn nên Prim thuật toán sẽ chọn $\{a, b\}$ ở bước này. Điều này mâu thuẫn với định nghĩa của cạnh $\{x, y\}$.

Vì tất cả các trường hợp có thể dẫn đến mâu thuẫn nên giả định ban đầu của chúng ta (rằng S không phải là cây bao trùm nhỏ nhất) phải không hợp lệ. Từ đó ta có điều phải chứng minh.

Áp dụng



Hình 2.9: Thuật Toán Prim Tại Hình 2.5.

Thuật Toán Dijkstra

Thuật toán Dijkstra, mang tên của nhà khoa học máy tính người Hà Lan Edsger Dijkstra vào năm 1956 và ấn bản năm 1959,

Bước 1: Đánh dấu các đỉnh chưa thăm.

Bước 2: Gán trị cho mỗi nút về khoảng cách. (Tại đỉnh nguồn giá trị bằng 0, các đỉnh còn lại bằng vô cùng)

Bước 3: Đối với đỉnh hiện tại, xem xét tất cả các nút lân cận chưa được thăm của nó và tính khoảng cách dự kiến của chúng qua nút hiện tại. So sánh khoảng cách dự kiến mới được tính toán với khoảng cách hiện được gán cho hàng xóm và gán khoảng cách nhỏ hơn.

Bước 4: Khi các đỉnh lân cận của một đỉnh được đi qua hết thì đỉnh đó được đánh dấu là đã thăm.

Bước 5: Khi tất cả các các cạnh đỉnh đã được thăm. Trả về kết quả.

Pseudocode

```
function Dijkstra(Graph, source):
    for each vertex v in Graph.Vertices:
        dist[v] <- INFINITY
        prev[v] <- UNDEFINED
        add v to Q
    dist[source] <- 0
    while Q is not empty:
        u <- vertex in Q with min dist[u]
        remove u from Q
        for each neighbor v of u still in Q:
            alt <- dist[u] + Graph.Edges(u, v)
            if alt < dist[v]:
                dist[v] <- alt
                prev[v] <- u
    return dist[], prev[]
```

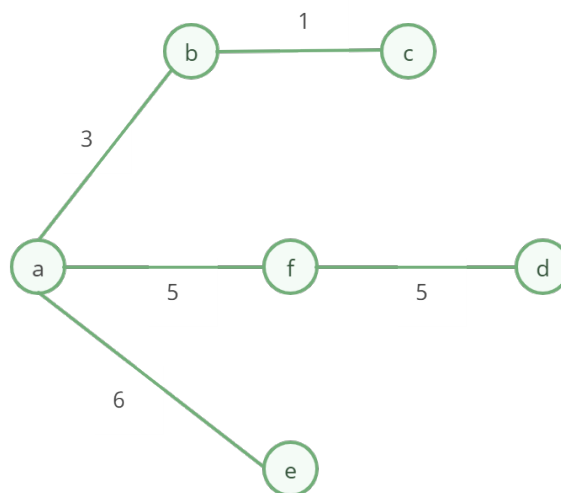
Giải thích

Thuật toán Dijkstra là một thuật toán tìm đường đi ngắn nhất từ một đỉnh đến mọi đỉnh còn lại. Thuật toán có thể áp dụng được để tìm ra một cây bao trùm cho mạng lưới phân bố nhưng lại không thể chắc chắn tìm ra mạng lưới phân bố nhỏ nhất (*Cây bao trùm nhỏ nhất*). Nhưng thuật toán này vẫn được đưa vào do tác dụng rất lớn nhờ việc:

"tìm đường đi ngắn nhất từ một đỉnh đến mọi đỉnh còn lại"

do đó mà một mạng lưới với một số nơi có độ ưu tiên cao có thể đường đề nghị sử dụng thuật toán này.

Áp dụng



Hình 2.10: Thuật Toán Dijkstra Tại Hình 2.5.

Bảng kết quả

Thuật Toán	Tổng Trọng Số
Thuật toán Kruskal	15
Thuật toán Xóa Ngược	15
Thuật toán Prim	15
Thuật toán Dijkstra	20

Mô hình tối ưu hồi phục mạng lưới

Sự cố mất điện làm suy giảm chức năng quan trọng nhất của hệ thống điện, đó là cung cấp cho khách hàng và do đó có ảnh hưởng căn bản đến các mục tiêu vận hành. Bất cứ khi nào xảy ra gián đoạn nguồn điện trong hệ thống phân phối do mất điện, bắt buộc phải nhanh chóng đưa hệ thống về trạng thái ban đầu hoặc về mạng mục tiêu tối ưu bằng cách chuyển mạch hoạt động. Bài toán giành được mạng mục tiêu được gọi là khôi phục hệ thống điện, có hai mục tiêu chính đó là:

1. Số lượng khách hàng có nguồn cung cấp được khôi phục phải là lớn nhất có thể và
2. Việc khôi phục phải được hoàn thành càng nhanh càng tốt.

Trong phần này, vấn đề xây dựng bài toán về cấu hình lại mạng để khôi phục dịch vụ sẽ được đưa ra chi tiết.

Tìm mô hình tối ưu hóa

- i) Bài toán cần tìm lượng điện tối đa cho khu vực bị mất điện:

$$\max f = \sum_{K \in B} L_K X_K$$

với:

- B là số lượng bus⁸.
- L_K là tải của bus.
- X_K là biến quyết định, sao cho:

$$X_K = \begin{cases} 1 & \text{nếu công thức thứ } K \text{ là mở} \\ 0 & \text{nếu công thức thứ } K \text{ là đóng} \end{cases}$$

⁸**bus** là điểm kết nối nơi nhiều thiết bị điện hoặc linh kiện được kết nối. Nó đóng vai trò như một điểm nối điện chung để truyền tải điện và tín hiệu trong hệ thống.

- ii) Giới hạn điện áp đối với mỗi bus, giới hạn điện áp có giới hạn trên và giới hạn dưới:

$$|V_{min_j}| \leq |V_j| \leq |V_{max_j}|$$

$|V_{min_j}|$ là điện áp tối thiểu cho phép tại nút j , $|V_{max_j}|$ là điện áp tối đa cho phép tại nút j .

- iii) Các ràng buộc tải: Một biểu thức chung cho các ràng buộc tải sẽ là:

$$L_i < L_{MP_i}$$

Trong đó L_i là tải của phần tử mạng i , L_{MP_i} là tải tối đa được phép của phần tử mạng i .

- iv) Tổn thất trên đường dây: Tổng tổn thất điện năng của mạng phải ở mức tối thiểu.

$$\min(\sum A_{lost}).$$

Vậy bài toán là một bài toán tối ưu tổ hợp.

Mô hình tối ưu

$$\begin{aligned} \max f &= \sum_{K \in B} L_K X_K \\ \min &(\sum A_{lost}) \\ s.t \quad &|V_{min_j}| \leq |V_j| \leq |V_{max_j}| \\ &L_i < L_{MP_i} \end{aligned}$$

Áp dụng thuật toán MST

Công thức toán học Core Schema Genetic Shortest-path Algorithm (CSGSA) của Yixin Yu đã được áp dụng cho mạng lưới phân phối trong đó việc ngừng hoạt động của chi nhánh phân phối đã được giải quyết đầy đủ. Do đó, để nhanh chóng có được kế hoạch khôi phục mà không cần bất kỳ quy trình lặp lại nào, phương pháp dựa trên lý thuyết đồ thị sử dụng thuật toán MST được đề xuất

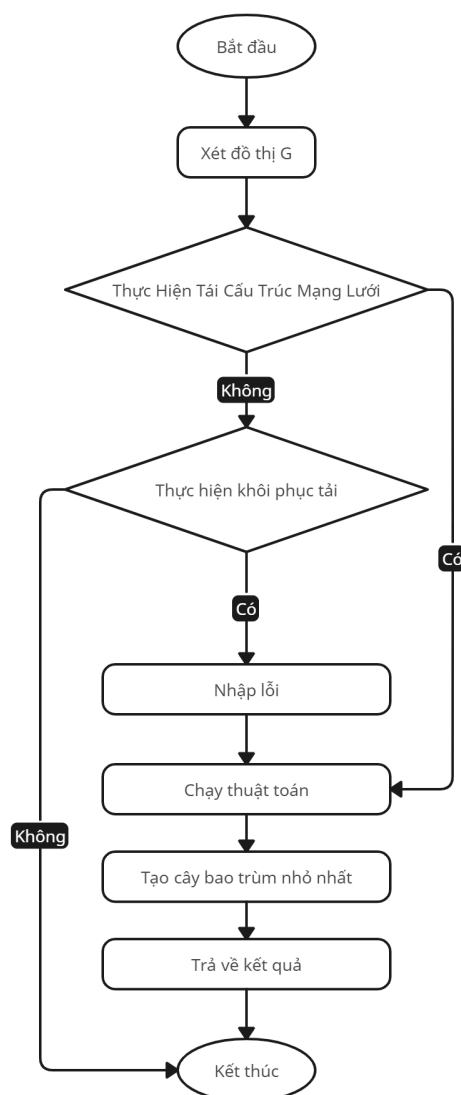
ở đây. Bốn thuật toán dựa trên lý thuyết đồ thị được sử dụng để tái cấu trúc mạng lưới phân phối bằng cách xem xét việc ngừng hoạt động của nhánh phân phối, đây là đóng góp chính của công việc này.

Theo lý thuyết, thuật toán MST có thể xác định tất cả các đường dẫn có thể có của dòng điện và chỉ thu được một giải pháp. Trong một lần lặp lại, thuật toán MST khắc phục được hạn chế về bán kính

Biến đổi mạng lưới thành đồ thị:

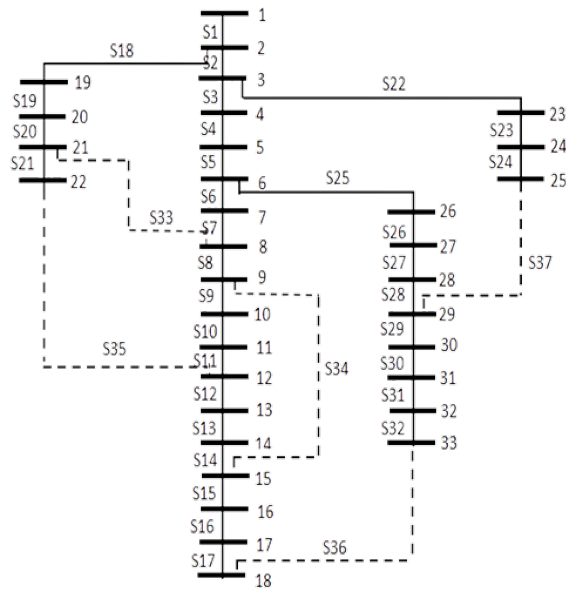
- Đỉnh: các bus.
- Cạnh: đường dây phân phối (điện).
- Trọng số: trở kháng của đường dây phân phối (điện).

Sau đó thực hiện:



Tính Toán Thực Tế

Mô hình IEEE 33-Bus Single Feeder



Hình 3.1: Mô hình IEEE 33-Bus Single Feeder

Cấu hình ban đầu của mạng lưới phân phối thử nghiệm 33 bus như trên hình 3.1 có tổng công suất phụ tải là 3,525 MW và 2,3 Mvar. Mạng bao gồm 33 xe buýt và 37 nhánh, trong đó các nhánh S1–S32 và S33– S37 lần lượt chỉ ra các đường công tắc. Tổng trở kháng của mạng đối với cấu hình ban đầu có các đường phân đoạn là $21,8744 + j 18,1456$ và tổn thất của mạng là 0,1869MW và 0,1240Mvar.

Thuật Toán	Công Tắc Liên Kết					Tổng Trở Kháng		Công Suất Thực Tế Thất Thoát	Công Suất Phản Kháng Thất Thoát	Hiệu Điện Thế Bus Nhỏ Nhất
						R	X			
						Ω	Ω			
BASE CASE	S33	S34	S35	S36	S37	21.8744	18.1456	0.1869	0.1240	1
KRUSKAL'S	S16	S27	S33	S34	S35	20.52	16.49	0.1780	0.1230	0.9222
REVERSE DELETE	S16	S27	S33	S34	S35	20.52	16.49	0.1780	0.1230	0.9222
PRIM'S	S16	S27	S33	S34	S35	20.52	16.49	0.1780	0.1230	0.9222
DIJKSTRA'S	S9	S14	S16	S28	S33	26.15	22.46	0.1671	0.1192	0.928

Bảng 3.1: Tính Toán Mạng Lưới Theo 4 Thuật Toán đề xuất

Cùng mạng lưới phân phối đó, ta tính toán theo hybrid GA (Jizhong Zhu và Chang (1998)) và heuristic search method (Shirmohammadi và Hong (1989)).

Thuật Toán	Công Tác Liên Kết					Tổng Trở Kháng		Công Suất Thực Tế Thất Thoát	Công Suất Phản Kháng Thất Thoát	Hiệu Điện Thế Bus Nhỏ Nhất
						R	X			
						Ω	Ω	MW	Mvar	p.u
REFINED GA	S7	S10	S14	S36	S37	25.38	22.31	0.2007	0.1776	0.883
HEURISTIC	S7	S9	S14	S32	S37	24.39	21.61	0.1984	0.1760	0.887

Bảng 3.2: Tính Toán Mạng Lưới Theo Cách Khác 4 Thuật Toán

Từ sự so sánh giữa Bảng 3.1 và Bảng 3.2 và Base Case, ta thấy được:

- Công suất có tác dụng tăng khi đó tổn thất điện năng giảm.
- Chênh lệch điện áp được cải thiện.
- Mạng lưới khu vực out-of-service được giảm thiểu tới mức tối đa.

Tổng Kết

Trình bày phương pháp tạo lại lộ tuyến sử dụng MST để khôi phục dịch vụ của hệ thống phân phối. Từ những quan sát trên thông số trên, có thể kết luận rằng:

- Diện tích không cung cấp dịch vụ được giảm đến mức tối đa nhờ phương pháp MST.
- Giảm tổn thất điện năng của hệ thống phân phối bằng cách tạo lại lộ tuyến thích hợp.
- Ngoài việc giảm tổn thất điện năng, đặc tính điện áp¹ được cải thiện bằng phương pháp đề xuất.
- Dựa trên phương pháp này, các tải² và dòng tải được thực hiện mỗi lần, do đó cũng có xem xét đến ảnh hưởng của mạng lưới phân phối điện không cân bằng.
- Nó có thể được áp dụng cho mạng lưới phân phối ở mọi quy mô.

Kết quả thử nghiệm thu được chỉ ra rằng, phương pháp này mang lại kế hoạch phục hồi tốt hơn khi so sánh với các tài liệu tham khảo khác. *(Vì thuật toán MST đưa ra một đường dẫn có trở kháng tối thiểu nên tổn hao trên đường truyền sẽ ở mức tối thiểu và do đó không cần có quy trình giảm thiểu tổn thất riêng biệt ở đây. Giải pháp thuật toán MST giảm thiểu thời gian giải pháp và kết quả là giảm thiểu tổn thất và sa thải tải với các ưu tiên nội bộ được đưa vào công việc đề xuất. Như vậy, trong thời gian tối thiểu sẽ có được giải pháp khôi phục hệ thống điện, không dẫn đến mất điện theo tầng.)*

¹**Điện áp** là chênh lệch giữa hai điện cực nơi có điện áp cao với nơi điện áp thấp

²**Tải (điện)** là đại lượng đo bằng tổng công suất tiêu thụ của các thiết bị điện trong một thời điểm.

Tài liệu tham khảo

- [1] Sudhakar T D. A graph theory - based distribution feeder reconfiguration for service restoration. *International Journal of Power and Energy Systems*, 30:161 – 168, 07 2010.
- [2] Sudhakar T D and Kandadai Srinivas. Power system restoration based on kruskal's algorithm. *2011 1st International Conference on Electrical Energy Systems, ICEES 2011*, 01 2011.
- [3] S. Mohanram and Sudhakar T D. Power system restoration using reverse delete algorithm implemented in fpga. *IET Conference Publications*, 2011:373–378, 01 2011.
- [4] Sudhakar T D, B. Sakthivel, and N.S.N. Hussain. Loss minimization in distribution network using prim's algorithm. *International Journal of Applied Engineering Research*, 9:24033–24046, 01 2014.
- [5] Sudhakar T D. Power restoration in distribution network using mst algorithms. *New Frontiers in Graph Theory*, 2012.
- [6] Wardiah Mohd Dahalan J. J. Jamian, Zi Jie Lim. Reconfiguration distribution network with multiple distributed generation operation types using simplified artificial bees colony. *International Review of Electrical Engineering (IREE)*, 7-2012.
- [7] Circuitglobe. Classification of power system buses. <https://circuitglobe.com/classification-of-power-system-buses.html>. Accessed: 2023-11-30.
- [8] Sunil Kumar Singh. What is the bus in a power system. https://www.researchgate.net/post/What_is_exactly_a_bus_in_a_power_system. Accessed: 2023-11-30.

- [9] Greedy algorithms (part three). <https://web.stanford.edu/class/archive/cs/cs161/cs161.1138/lectures>. [Accessed 2023-11-31].
- [10] Xiaochun Wang, Xiaoli Wang, and Mitch Wilkes. A divide-and-conquer approach for minimum spanning tree-based clustering. *IEEE Trans. Knowl. Data Eng.*, 21:945–958, 07 2009.
- [11] Prof. Stephen R. Tate. Proof of correctness for prim’s algorithm. CSC 330: Advanced Data Structures University of North Carolina at Greensboro.
- [12] Glencora. Dijkstra’s algorithm: Correctness by induction. Oregon State University.
- [13] Triveni M T Pavana D. Power system restoration in distribution network through reconfiguration using mst-kruskal’s algorithm. Department of EEE, Bapuji Institute of Engineering and Technology, Karnataka, India.