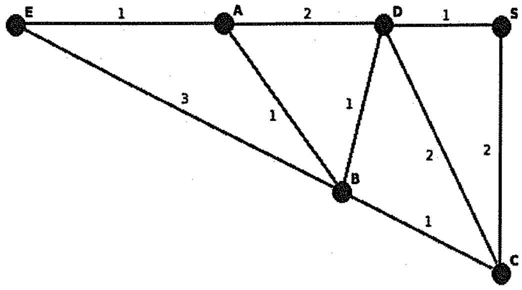
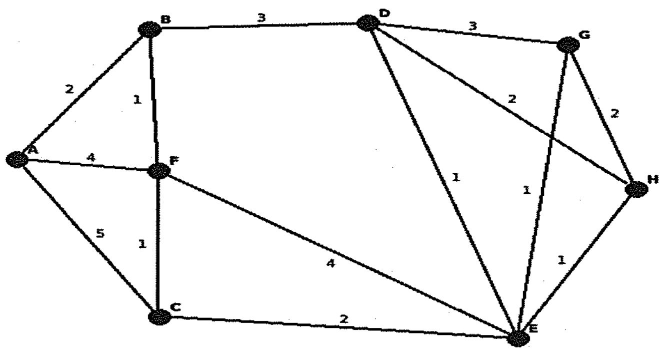
Problèmes de "plus court chemin" dans un graphe et algorithme de Dijkstra

exercice 1 :
Pour le graphe valué ci dessous, déterminer la distance du sommet E au sommet S ainsi que tous les parcours réalisant cette distance.



Exercice 2 :

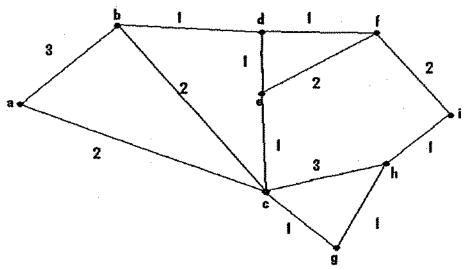
On considère le graphe G , valué aux arêtes, dont une représentation est donnée ci dessous :



Déterminez $d_G(A, H)$ ainsi que toutes les chaînes réalisant cette distance en utilisant l'algorithme de Dijkstra.

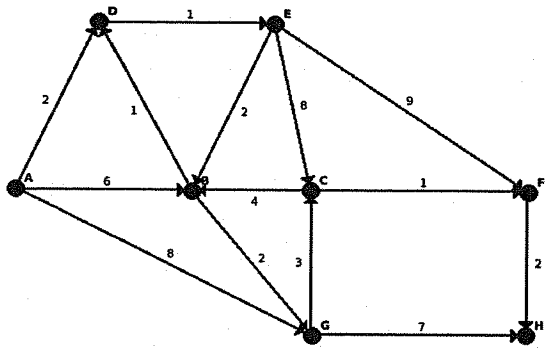
Exercice 3 :

Pour le graphe valué ci dessous, déterminer la distance du sommet a au sommet i ainsi que tous les parcours réalisant cette distance.



Exercice 4 :

L'algorithme de Dijkstra s'utilise aussi avec des graphes orientés.
Déterminez, pour le graphe orienté ci dessous, le plus court chemin du sommet a au sommet h, puis donnez la distance de a à h :



Exercice 5 :

Routage par information d'état des liens.

Dans un réseau le "sommet " A (i.e. le routeur A) reçoit les paquets d'information d'état des liens de chaque sommet. Il connait donc les voisins de chaque sommet du graphe ainsi que les coûts associés :

A	coût
B	4
E	5

B	coût
A	4
C	2
F	6

C	coût
B	2
D	7
E	1

D	coût
C	7
F	3

E	coût
A	5
C	1
F	3

F	coût
B	6
D	3
E	3

1. Aider A à reconstruire le réseau.
2. Calculer les tables de routages de A puis celles de D (Pour un sommet donné x, la table de routage contient, pour chaque destination y, son coût total et le premier sommet de la plus courte chaîne en allant de x vers y).

Exercice 6 :

Programmation dynamique (cf. michel.minguenaud@insa rouen.fr)

La demande d'un équipement en janvier, février et mars est de deux unités. Les deux unités sont livrées à la fin de chaque mois. Le fabricant souhaite établir le plan de production de cet équipement. Le stock ne peut pas dépasser 2 unités en février et mars et est nul en janvier et en avril. La production maximale pour un mois donné est de 4 unités. Le premier mois, seuls les coûts de productions sont imputables ; les mois suivants le stock entre en ligne de compte.

Pour un stock de i équipements et une production y , le coût mensuel vaut : $C(y,i) = f(y) + 6i$ avec $f(0) = 0$; $f(1) = 15$; $f(2) = 17$; $f(3) = 19$; $f(4) = 21$.

Résoudre ce problème en utilisant la théorie des graphes.