

IUT de Montpellier - Base de Données - TD2

L'algèbre relationnelle

24 septembre 2021

1 L'algèbre relationnelle

Deux gros mots, mais ne prenez pas peur :

Relationnel on manipule des ensemble de tuples :

- Pas d'ordres entre 2 tuples.
- Pas de doublons (rappeler les clés primaires de la séance précédente).

Algèbre : c'est un langage fermé :

- L'opérateur + sur deux entiers produit un entier.
- Les opérateurs présentés ici prendront des relations en entrée et produiront des relations en sortie.

1.1 La projection

Exemple 1 Voiture(imm,marq,mod,coul,cv)

Attributs :

- imm : immatriculation
- marq : marque de la voiture
- coul : couleur de la voiture
- mod : modèle de la voiture
- cv : puissance fiscale de la voiture

<u>imm</u>	marq	mod	coul	cv
AA123GH	Renault	Clio	Rouge	4
BB234CC	Peugeot	106	Bleu	4
CC234CC	Renault	Kangoo	Orange	10
TT234CC	Tesla	S	Noir	8
DD234CC	Peugeot	208	Rouge	6

Possede(imm, num_peris, date_achat)

Attributs :

- num_peris : numéro de permis
- imm : immatriculation
- date_achat : date de l'achat de cette voiture par cette personne

<u>num_peris</u>	<u>imm</u>	date_achat
1111	AA123GH	2005
2222	BB234CC	2012
2222	CC234CC	2018
1111	CC234CC	2018
3333	TT234CC	2021

La projection permet de sélectionner un sous-ensemble des attributs d'une relation :

Exemple 2 Quelles sont les modèles, marques de voitures présents dans la base ?

$Proj_{[mod,marq]}(Voiture)$

mod	marq
208	Peugeot
106	Peugeot
Kangoo	Renault
S	Tesla
Clio	Renault

$\Leftrightarrow \{(Clio, Renault), (208, Peugeot), (106, Peugeot), (S, Tesla), (Kangoo, Renault)\}$

$\Leftrightarrow \{(208, Peugeot), (Clio, Renault), (Kangoo, Renault), (106, Peugeot), (S, Tesla)\}$

Remarque : on note que l'ordre des tuples dans la relation résultat n'est pas nécessairement celui de la table originale : il n'y a **pas d'ordre** dans une relation.

Exemple 3 Quelles sont les marques de voitures présentes dans la base ?

$Proj_{[marq]}(Voiture)$

marq
Renault
Peugeot
Tesla

$\Leftrightarrow \{(Peugeot), (Tesla), (Renault)\}$

Remarque : on note qu'il n'y a que 3 tuples dans la relation résultat (contre 5 dans la table de départ). Il n'y a **pas de doublons** dans une relation. La projection "supprime" les doublons.

1.2 La sélection

La sélection permet de garder un sous-ensemble des lignes qui respectent des conditions/tests.

Exemple 4 Quelles sont les voitures de couleur Rouge (présentes dans la base) ?

$Selection_{(coul='Rouge')}(Voiture)$

imm	marq	mod	coul	cv
AA123GH	Renault	Clio	Rouge	4
DD234CC	Peugeot	208	Rouge	6

$\Leftrightarrow \{(DD234CC, Peugeot, 208, Rouge, 6),$
 $(AA123GH, Renault, Clio, Rouge, 4)\}$

On peut exprimer plusieurs conditions combinées par des \wedge (ET).

Exemple 5 Quelles sont les voitures de couleur Rouge et dont la puissance fiscale est strictement supérieure à 5 ?

$Selection_{(coul='Rouge' \wedge cv > 5)}(Voiture)$

imm	marq	mod	coul	cv
DD234CC	Peugeot	208	Rouge	6

$\Leftrightarrow \{(DD234CC, Peugeot, 208, Rouge, 6)\}$

On peut exprimer plusieurs conditions combinées par des \wedge (ET).

Exemple 6 Quelles sont les voitures de couleur Rouge **ou** dont la puissance fiscale est strictement supérieure à 5 ?

$Selection_{(coul='Rouge' \vee cv > 5)}(Voiture)$

imm	marq	mod	coul	cv
CC234CC	Renault	Kangoo	Orange	10
TT234CC	Tesla	S	Noir	8
DD234CC	Peugeot	208	Rouge	6

$\Leftrightarrow \{(DD234CC, Peugeot, 208, Rouge, 6),$
 $(TT234CC, Tesla, S, Noir, 8)\}$
 $(CC234CC, Renault, Kangoo, Orange, 10)\}$

Remarque : on note que le **ou** logique signifie l'un ou l'autre ou les deux.

Comment choisir entre sélection et projection

On applique une projection quand on veut sélectionner un sous-ensemble des attributs.

On applique une sélection quand on veut exprimer un test / une condition sur les valeurs des tuples.

1.3 Combiner sélection et projection

Puisque l'algèbre est un langage fermé, on peut combiner une sélection et une projection.

Exemple 7 Quelles sont les marques des voitures de couleur Rouge ?

$Projection_{[marq]}(Selection_{(coul='Rouge')}(Voiture))$

marq
Renault
Peugeot

$\Leftrightarrow \{(Peugeot), (Renault)\}$

Remarque : Attention à l'ordre des opérateurs : $Selection_{(coul='Rouge')}(Projection_{[marq]}(Voiture))$ n'est pas une requête valide, car on appliquerait une condition sur un attribut qui a été supprimé par la projection.

1.4 La soustraction

$Projection_{[imm]}(Voiture) - Projection_{[imm]}(Possede)$ nous retourne les immatriculations des voiture n'ayant aucun conducteur.

imm
AA123GH
BB234CC
CC234CC
TT234CC
DD234CC

-

imm
AA123GH
BB234CC
CC234CC
TT234CC

nous donne comme résultat

imm
DD234CC

1.5 Le produit cartésien

Exemple 8 Quels sont tous les couples possibles (filleul, parain) entre un première année et un seconde année ?

nomA1	prenomA1
A	Alice
B	Bob
C	Charlie

×

nomA2	prenomA2
G	Gertrude
B	Robert

TABLE 1 – $A1 \times A2$

nomA1	prenomA1	nomA2	prenomA2
A	Alice	G	Gertrude
B	Bob	G	Gertrude
C	Charlie	G	Gertrude
A	Alice	B	Robert
B	Bob	B	Robert
C	Charlie	B	Robert

Remarque : Le cardinal d'une relation R (c.a.d. son nombre de tuples se note $|R|$). Ici on observe que $|A1 \times A2| = |A1| \times |A2| = 3 \times 2 = 6$.

1.6 La jointure naturelle

Lors du premier TD, nous avons vu que le fait de découper l'information en plusieurs tables permettait d'éviter la redondance (qui est source de gaspillage d'espace et de problèmes lors des mises à jour).

Pour les requêtes il est souvent utile de rassembler en une seule relation l'information qui a été découpée en 2 relations pour cause de non redondance.

Supposons que pour chaque voiture, on veuille connaître ses possesseurs et leur date d'achat.

1. on va rassembler les tables *Voiture* et *Possede*. avec le produit cartésien : $Voiture \times Possede$.
2. parmi tous les couples possibles, on ne garde que ceux pour lesquels l'immatriculation correspond : $Select_{(Possede.imm=Voiture.imm)}(Voiture \times Possede)$.
3. On utilise la projection pour ne pas avoir l'attribut "imm" en double $Project_{[Voiture.imm,marq,mod,coul,cv,num_permis,date_achat]}(Select_{(Possede.imm=Voiture.imm)}(Voiture \times Possede))$.

Exemple 9

TABLE 2 – $Project_{[Voiture.imm,marq,mod,coul,cv,num_permis,date_achat]}(Select_{(Possede.imm=Voiture.imm)}(Voiture \times Possede))$

imm	marq	mod	coul	cv	num_permis	date_achat
AA123GH	Renault	Clio	Rouge	4	1111	2005
BB234CC	Peugeot	106	Bleu	4	2222	2012
CC234CC	Renault	Kangoo	Orange	10	2222	2018
CC234CC	Renault	Kangoo	Orange	10	1111	2018
TT234CC	Tesla	S	Noir	8	3333	2021

Cette opération de rassembler 2 tables est tellement fréquente qu'on lui a dédié un raccourci, l'opérateur de jointure naturelle :

$$\begin{aligned}
 & Voiture \bowtie_{imm=imm} Possede \\
 &= Project_{[Voiture.imm,marq,mod,coul,cv,num_permis,date_achat]}(Select_{(Possede.imm=Voiture.imm)}(Voiture \times Possede)).
 \end{aligned}$$

Remarque : la voiture *DD234CC* n'apparaît pas dans la table *Possede*, elle a donc disparu dans $Voiture \bowtie_{imm=imm} Possede$. En revanche la voiture *CC234CC* qui a deux co-conducteurs apparaît 2 fois dans $Voiture \bowtie_{imm=imm} Possede$.

1.7 Combiner jointure naturelle avec slection et projection

Exemple 10 Quels sont les noms et prenom des heureux possesseurs de Kangoo orange ?

$$Project_{[nom,prenom]}(Select_{mod='Kangoo' \wedge coul='Orange'}(Voiture \bowtie_{imm=imm} Possede))$$

2 Le Schéma Produit-Achat-Client

La base de données considérée est celle du suivi des achats de produits par des clients. Plus précisément, ce suivi se limite à enregistrer les cumuls des quantités des produits achetés sur une période donnée, par exemple, une année civile.

Schéma des relations :

PRODUIT(NP, LIB, COUL, QS)
ACHAT(NCLI, NP, QA)
CLIENT(NCLI, NOM, ADR)

Attributs :

- np : numéro de produit
- lib : libellé de produit
- coul : couleur de produit
- qs : quantité en stock de produit
- ncli : numéro de client
- nom : nom de client
- adr : adresse de client
- qa : cumul des quantités achetées d'un produit par un client

3 Quelques requêtes avec les opérateurs relationnels

Ecrire les requêtes suivantes en algèbre relationnelle, et écrire leur résultat sur l'extension fournie au point 4. Attention, votre requête doit donner un résultat correct, quelque soit l'instance de la base.

- Q1** Editer (c.a.d. donner la liste) les noms des clients.
- Q2** Editer la liste des libellés et des couleurs des produits
- Q3** Editer tous les produits dont la quantité en stock est supérieure ou égale à 50.
- Q4** Editer tous les achats dont la quantité achetée est supérieure ou égale à 10.
- Q5** Editer les quantités en stock et les couleurs des lampes (i.e. des produits dont le libellé est lampe)
- Q6** Editer les numéros des crayons de luxe dont la quantité en stock est supérieure ou égale à 20.
- Q7** Editer les numéros des clients ayant fait au moins un achat de quantité supérieure ou égale à 10.
- Q8** Calculer le nombre de tuples renvoyés par la requête suivante : achat \times client
- Q9** Calculer le résultat de la requête suivante :
- $$Projection[np, qa](Selection_{(ncli=107)}(Achat)) \times Selection_{(ncli=101 \vee ncli=107)}(Client)$$
- Q10** Ajouter le tuple (107,5,11) à la relation Achat et calculer le résultat de la requête suivante :
- $$Projection[qa](Selection_{(ncli=107)}(Achat)) \times (Selection_{(ncli=101 \vee ncli=107)}(Client))$$
- Q11** Dresser la liste des numéros des clients qui ont acheté des lampes.
- Q12** Dresser la liste des numéros des clients ayant acheté des lampes rouges
- Q13** Dresser la liste des produits (libellé) dont au moins un achat est de quantité supérieure ou égale à 10.
- Q14** Dresser la liste des noms des clients qui ont acheté des crayons de luxe en quantité supérieure ou égale à 2.

4 Extension de la base de données

Les 3 tables suivantes présente le contenu (i.e. **l'ensemble des tuples**) des 3 relations client, achat et produit construites sur le schéma de relation présenté précédemment et avec lesquelles on va travailler au cours du TD :

CLIENT			ACHAT			PRODUIT			
NCLI	NOM	ADR	NCLI	NP	QA	NP	LIB	COUL	QS
60	Marchand		101	1	13	1	Agrafeuse	Rouge	180
101	Defrere		101	2	2	2	Calculatrice	Noir	200
102	Rifflet		101	4	15	3	Encre	Bleu	21
103	Ullman		101	5	12	4	Lampe	Rouge	99
104	Garey		101	6	12	5	Lampe	Blanc	100
105	Johnson		101	7	12	6	Lampe	Bleu	105
106	Vilarem		101	8	12	7	Lampe	Vert	105
107	Jacob		101	10	12	8	Pèse-Lettre	Noir	120
108	Jamar		101	11	12	9	Crayon	Rouge	10
109	Smith		101	12	12	10	Crayon	Bleu	30
			101	13	12	11	Crayon Luxe	Rouge	30
			101	14	12	12	Crayon Luxe	Vert	15
			103	1	4	13	Crayon Luxe	Bleu	40
			103	4	3	14	Crayon Luxe	Noir	50
			103	7	6				
			104	11	1				
			104	14	10				
			105	4	4				
			106	10	3				
			106	12	15				
			107	3	10				
			107	6	11				
			107	8	14				
			108	11	2				
			108	14	10				

5
Quelques requêtes avec les opérateurs relationnels et ensemblistes

Ecrire les requêtes suivantes en algèbre relationnelle

Q15 Numéro des clients n’ayant pas acheté de lampe.

Q16 Nom des clients ayant toujours fait des achats dont la quantité est supérieure (strict) à 5.

Q17 Numéro des produits qu’aucun client n’a acheté.

Q18 Nom des clients ayant acheté tous les produits.