

1. 下列四个函数，在 $x = 0$ 处取得极值的函数是 ()

① $y = x^3$; ② $y = x^2 + 1$; ③ $y = |x|$; ④ $y = 2^x$ 。

- A. ①②
- B. ②③
- C. ③④
- D. ①③

2. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x + m$ 只有一个零点,则实数 m 的取值范围是()

- A. $[-2, 2]$
- B. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
- C. $(-2, 2)$
- D. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

3.

已知直线 $y = a$ 与函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1$ 的
图象相切,则实数 a 的值为

- A. -26 或 $\frac{8}{3}$
- B. -1 或 3
- C. 8 或 $\frac{8}{3}$
- D. -8 或 $\frac{8}{3}$

4. 若 $x = -2$ 是函数 $f(x) = (x^2 + ax - 1)e^{x-1}$ 的极值点, 则 $f(x)$ 的极小值为 ()。

- A: -1
- B: $-2e^{-3}$
- C: $5e^{-3}$
- D: 1

5.

例 1 (2019 · 浙江省五校联考) 若函数 $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{a}{2}x^2 +$

$x+1$ 在区间 $(\frac{1}{3}, 4)$ 上有极值点, 则实数 a 的取值范围
为_____.

6.

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2, a \in$

R. 设函数 $g(x) = f(x) + (x-a)\cos x - \sin x$, 讨论 $g(x)$ 的单调性并判断有无极值, 有极值时求出极值.

7.

【例 1】 设函数 $f(x) = \ln(x+1) + a(x^2 - x)$, 其中 $a \in$

R. 讨论函数 $f(x)$ 极值点的个数, 并说明理由.

8.

7. 设函数 $f(x) = [ax^2 - (4a+1)x + 4a+3]e^x$.

(1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与 x 轴平行, 求 a ;

(2) 若 $f(x)$ 在 $x=2$ 处取得极小值, 求 a 的取值范围.

9.

已知函数 $f(x) = ax^3 + x^2 (a \in R)$ 在 $x = -\frac{4}{3}$ 处取得极值.

(1) 确定 a 的值.

(2) 若 $g(x) = f(x)e^x$, 讨论 $g(x)$ 的单调性.

1. 4. (2016 • 全国卷 I) 已知函数 $f(x) = (x-2)e^x + a(x-1)^2$ 有两个零点.
- (I) 求 a 的取值范围;
- (II) 设 x_1, x_2 是 $f(x)$ 的两个零点, 证明: $x_1 + x_2 < 2$.

2. 【例 27】已知函数 $f(x) = x \ln x$ 与直线 $y = m$ 交于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点.

求证: $0 < x_1 \cdot x_2 < \frac{1}{e^2}$.

10.

6. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} - x + a \ln x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1, x_2 , 证明:

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < a - 2.$$

11. 若函数 $f(x) = x^3 - 3bx + 3b$ 在区间 $(0, 1)$ 内有极小值, 则 ()

- A. $b > 0$
- B. $b < 1$
- C. $b < \frac{1}{2}$
- D. $0 < b < 1$

12. 若函数 $f(x) = x^2 \ln x (x > 0)$ 的极值点为 α , 函数 $g(x) = x \ln x^2 (x > 0)$ 的极值点为 β , 则有 ()

- A. $\alpha > \beta$
- B. $\alpha < \beta$
- C. $\alpha = \beta$
- D. α 与 β 的大小不确定

13. 设函数 $f(x) = 1 - x \sin x$ 在 $x = x_0$ 处取得极值, 则 $(1 + x_0^2)(1 + \cos 2x_0) - 1$ 的值为__.