Método da Secante

Método de Newton

$$g(p_{n-1}) = p_{n-1} - \frac{f(p_{n-1})}{f'(p_{n-1})}$$

Precisamos saber calcular derivada.

Método da secante

$$g(p_{n-1}) = p_{n-1} - \frac{f(p_{n-1})}{f'(p_{n-1})}$$

$$f'(p_{n-1}) = \lim_{x \to p_{n-1}} \frac{f(x) - f(p_{n-1})}{x - p_{n-1}}$$

Método da secante

$$g(p_{n-1}) = p_{n-1} - \frac{f(p_{n-1})}{f'(p_{n-1})}$$

$$f'(p_{n-1}) = \lim_{x \to p_{n-1}} \frac{f(x) - f(p_{n-1})}{x - p_{n-1}}$$

Se p_{n-2} está próximo de p_{n-1}:

$$f'(p_{n-1}) \approx \frac{f(p_{n-2}) - f(p_{n-1})}{p_{n-2} - p_{n-1}} = \frac{f(p_{n-1}) - f(p_{n-2})}{p_{n-1} - p_{n-2}}$$

Método da secante

$$g(p_{n-1}) = p_{n-1} - \frac{f(p_{n-1})}{f'(p_{n-1})}$$

$$f'(p_{n-1}) = \lim_{x \to p_{n-1}} \frac{f(x) - f(p_{n-1})}{x - p_{n-1}}$$

Se p_{n-2} está próximo de p_{n-1}:

$$f'(p_{n-1}) \approx \frac{f(p_{n-2}) - f(p_{n-1})}{p_{n-2} - p_{n-1}} = \frac{f(p_{n-1}) - f(p_{n-2})}{p_{n-1} - p_{n-2}}$$

Substituindo:

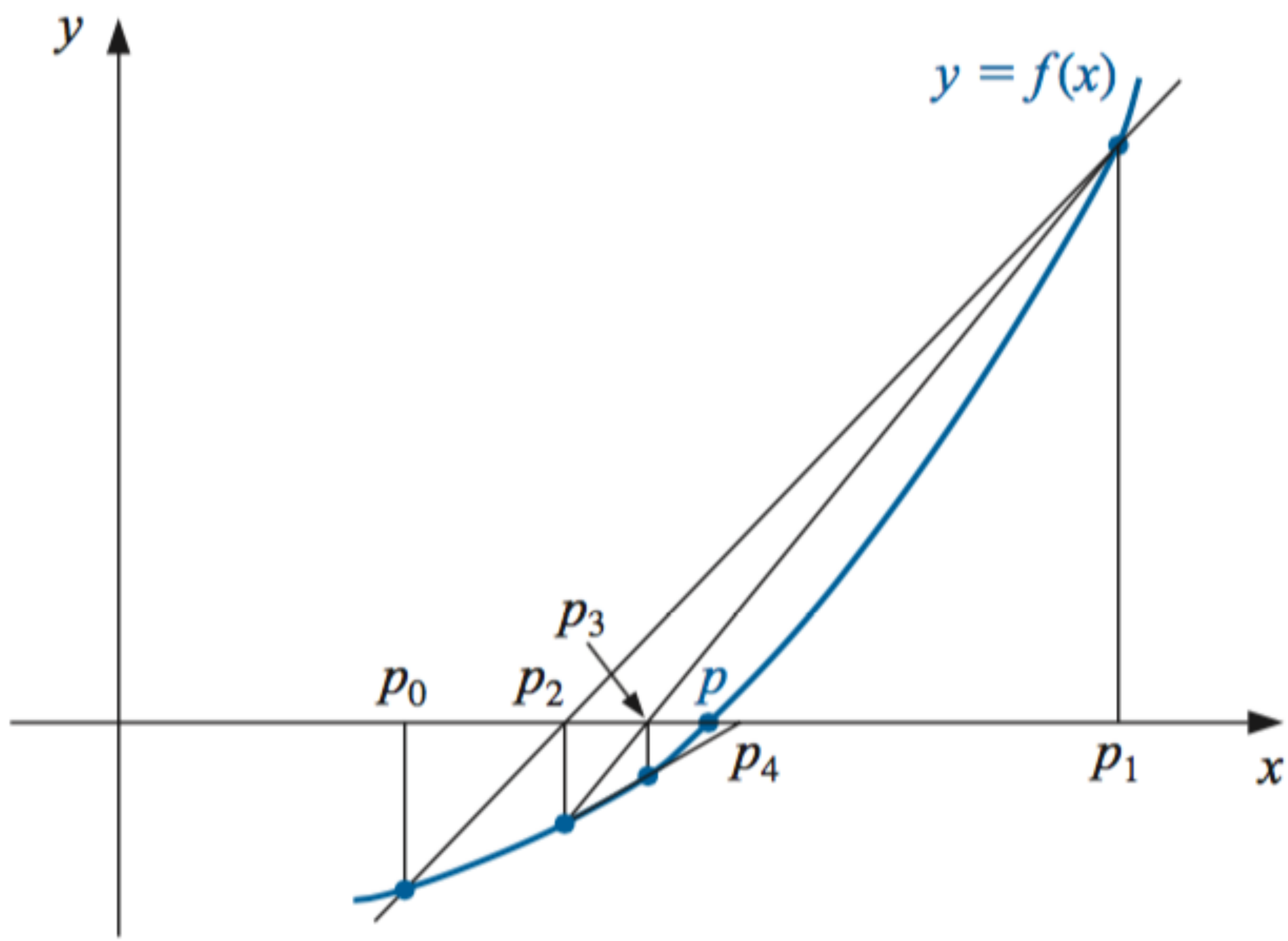
$$p_n = p_{n-1} - \frac{f(p_{n-1})(p_{n-1} - p_{n-2})}{f(p_{n-1}) - f(p_{n-2})}$$

Método da secante

$$p_n = p_{n-1} - \frac{f(p_{n-1})(p_{n-1} - p_{n-2})}{f(p_{n-1}) - f(p_{n-2})}$$

p_2 é intersecção de $(p_0, f(p_0))$ e $(p_1, f(p_1))$ com eixo x.

Demonstre!



Algoritmo

INPUT initial approximations p_0, p_1; tolerance TOL; maximum number of iterations N_0.

OUTPUT approximate solution p or message of failure.

Step 1 Set $i = 2$;
$q_0 = f(p_0)$;
$q_1 = f(p_1)$.

Step 2 While $i \le N_0$ do Steps 3–6.

Step 3 Set $p = p_1 - q_1(p_1 - p_0)/(q_1 - q_0)$. (*Compute p_i.*)

Step 4 If $|p - p_1| < TOL$ then
OUTPUT (p); (*The procedure was successful.*)
STOP.

Step 5 Set $i = i + 1$.

Step 6 Set $p_0 = p_1$; (*Update* p_0, q_0, p_1, q_1.)
$q_0 = q_1$;
$p_1 = p$;
$q_1 = f(p)$.

Step 7 OUTPUT ('The method failed after N_0 iterations, $N_0 =$', N_0);
(*The procedure was unsuccessful.*)
STOP.

Exemplo

Seja $f(x) = cos\ x$ - x. Aproxime a raiz de f usando o método da secante.

Exemplo

Seja $f(x)=cos\ x$ - x. Aproxime a raiz de f usando o método da secante.

Precisamos de duas aproximações iniciais. Faça

$$p_0 = 0.5 \text{ e } p_1 = \pi/4.$$

Exemplo

Seja *f(x)=cos x - x.* Aproxime a raiz de *f* usando o método da secante.

Precisamos de duas aproximações iniciais. Faça

$$p_0 = 0.5 \text{ e } p_1 = \pi/4.$$

Vamos fazer

$$p_n = p_{n-1} - \frac{(p_{n-1} - p_{n-2})(\cos p_{n-1} - p_{n-1})}{(\cos p_{n-1} - p_{n-1}) - (\cos p_{n-2} - p_{n-2})}, \quad \text{para } n \geq 2.$$

Exemplo

Seja *f(x)=cos x - x.* Aproxime a raiz de *f* usando o método da secante.

Precisamos de duas aproximações iniciais. Faça

$$p_0 = 0.5 \text{ e } p_1 = \pi/4.$$

Vamos fazer

$$p_n = p_{n-1} - \frac{(p_{n-1} - p_{n-2})(\cos p_{n-1} - p_{n-1})}{(\cos p_{n-1} - p_{n-1}) - (\cos p_{n-2} - p_{n-2})}, \quad \text{para } n \geq 2.$$

	Newton's Method
n	p_n
0	0.7853981635
1	0.7395361337
2	0.7390851781
3	0.7390851332
4	0.7390851332

Exemplo

Seja *f(x)=cos x - x.* Aproxime a raiz de *f* usando o método da secante.

Precisamos de duas aproximações iniciais. Faça

$$p_0 = 0.5 \text{ e } p_1 = \pi/4.$$

Vamos fazer

$$p_n = p_{n-1} - \frac{(p_{n-1} - p_{n-2})(\cos p_{n-1} - p_{n-1})}{(\cos p_{n-1} - p_{n-1}) - (\cos p_{n-2} - p_{n-2})}, \quad \text{para } n \geq 2.$$

Newton's Method	
n	p_n
0	0.7853981635
1	0.7395361337
2	0.7390851781
3	0.7390851332
4	0.7390851332

Secant	
n	p_n
0	0.5
1	0.7853981635
2	0.7363841388
3	0.7390581392
4	0.7390851493
5	0.7390851332

Método da Falsa Posição

Método da bisseção garante que a raiz está contida em cada intervalo $[a_n, b_n]$.

Método da Falsa Posição

Método da bisseção garante que a raiz está contida em cada intervalo $[a_n, b_n]$.

	Newton's Method
n	p_n
0	0.7853981635
1	0.7395361337
2	0.7390851781
3	0.7390851332
4	0.7390851332

Método da Falsa Posição

Método da bisseção garante que a raiz está contida em cada intervalo $[a_n, b_n]$.

Método de Newton e da secante não tem essa propriedade.

Newton's Method	
n	p_n
0	0.7853981635
1	0.7395361337
2	0.7390851781
3	0.7390851332
4	0.7390851332

Secant	
n	p_n
0	0.5
1	0.7853981635
2	0.7363841388
3	0.7390581392
4	0.7390851493
5	0.7390851332

Método da Falsa Posição

Escolha aproximações iniciais p_0 e p_1 de modo que $f(p_0) \cdot f(p_1) < 0$.

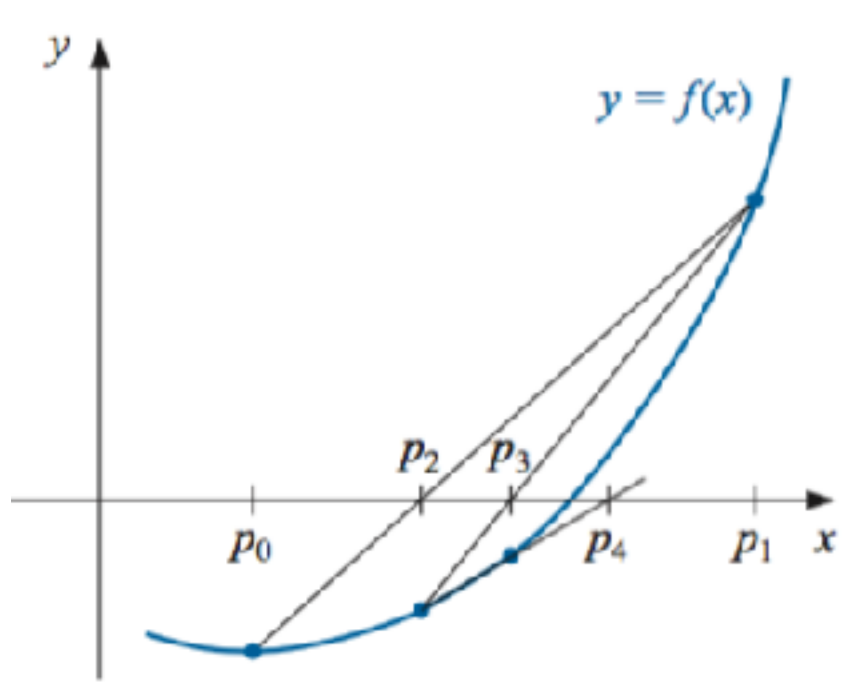
Escolha p_2 como no método da secante.

Se $f(p_2) \cdot f(p_1) < 0$, a raiz está entre p_1 e p_2.

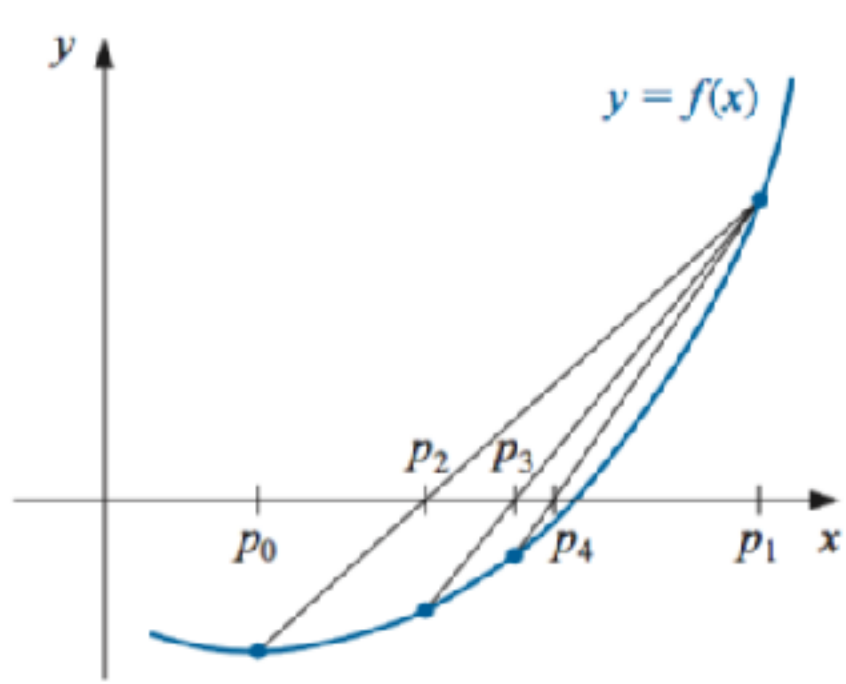
Então escolha p_3 como a intersecção do eixo x com a reta por$(p_1, f(p_1))$ e $(p_2, f(p_2))$.

Caso contrário, escolha p_3 como a intersecção do eixo x com a reta por $(p_0, f(p_0))$ e $(p_2, f(p_2))$ e troque os índices de p_0 e p_1.

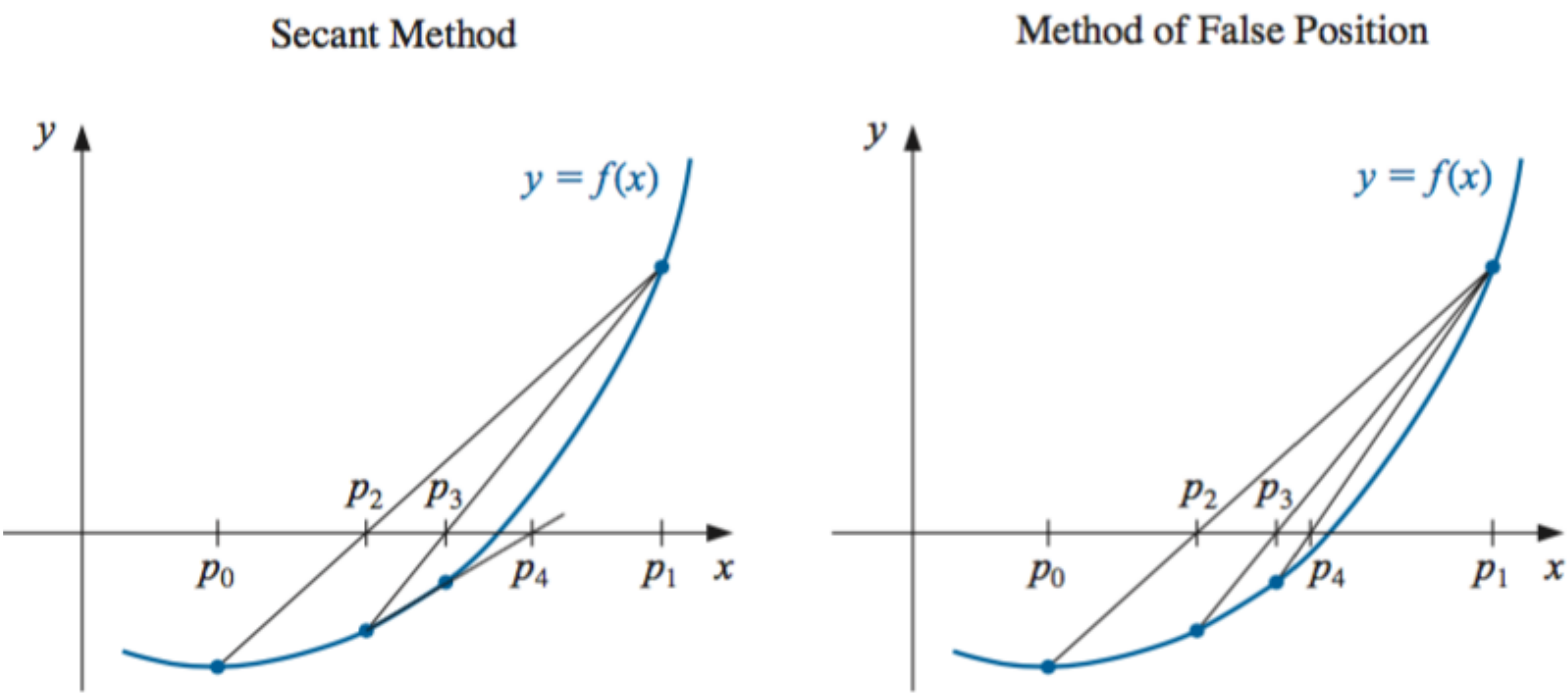
Secant Method



Method of False Position



Método da Falsa Posição



Algoritmo

INPUT initial approximations p_0, p_1; tolerance TOL; maximum number of iterations N_0.

OUTPUT approximate solution p or message of failure.

Step 1 Set $i = 2$;
$q_0 = f(p_0)$;
$q_1 = f(p_1)$.

Step 2 While $i \leq N_0$ do Steps 3–7.

Step 3 Set $p = p_1 - q_1(p_1 - p_0)/(q_1 - q_0)$. (*Compute p_i.*)

Step 4 If $|p - p_1| < TOL$ then
OUTPUT (p); (*The procedure was successful.*)
STOP.

Step 5 Set $i = i + 1$;
$q = f(p)$.

Step 6 If $q \cdot q_1 < 0$ then set $p_0 = p_1$;
$q_0 = q_1$.

Step 7 Set $p_1 = p$;
$q_1 = q$.

Step 8 OUTPUT ('Method failed after N_0 iterations, $N_0 =$', N_0);
(*The procedure unsuccessful.*)
STOP.

Exemplo

Seja $f(x){=}cos\ x$ - x. Aproxime a raiz de f usando o método da falsa posição.

Exemplo

Seja $f(x) = \cos x - x$. Aproxime a raiz de f usando o método da falsa posição.

Faça novamente $p_0 = 0.5$ e $p_1 = \pi/4$.

Exemplo

Seja *f(x)=cos x - x.* Aproxime a raiz de *f* usando o método da falsa posição.

Faça novamente $p_0 = 0.5$ e $p_1 = \pi/4$.

	False Position	Secant	Newton
n	p_n	p_n	p_n
0	0.5	0.5	0.7853981635
1	0.7853981635	0.7853981635	0.7395361337
2	0.7363841388	0.7363841388	0.7390851781
3	0.7390581392	0.7390581392	0.7390851332
4	0.7390848638	0.7390851493	0.7390851332
5	0.7390851305	0.7390851332	
6	0.7390851332		