

實驗二：PID 控制器設計

姓名：

學號：

Due date: 2024/3/20

1. 模擬實驗：PID 控制器模擬與分析

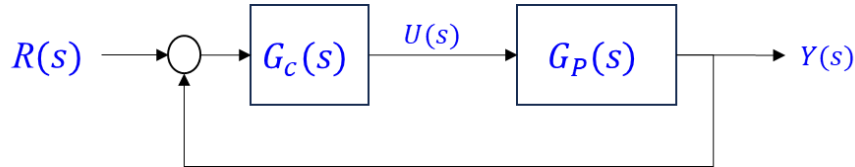
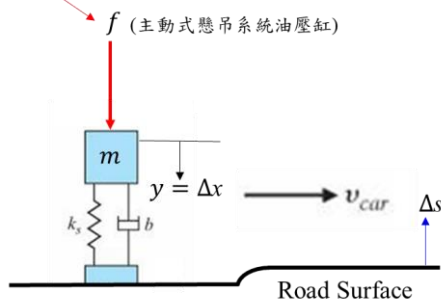
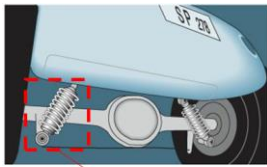


圖 1 閉迴路控制系統。

以下為圖 2 為一汽車主動式油壓懸吊系統，其中車體淨重 $m=1580\text{ Kg}$ ；避震器活塞內壁摩擦力為 $b=2.8\text{ N}\cdot\frac{\text{sec.}}{\text{mm}}$ ；油壓缸之避震器剛性 $k_s = 30\text{ N/mm}$ 。作為克服顛簸路面造成的乘坐不舒適感，此懸吊系統可視為一可控制的避震器，針對路面的高度變化，控制油壓缸對避震器向下施以一作用力 f ，使得車體可根據路面高度的變化調整避震器下壓的程度 Δx 以達到舒適的行車感受。

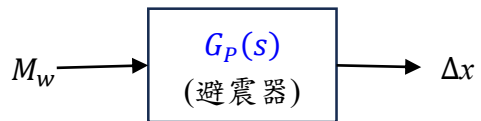
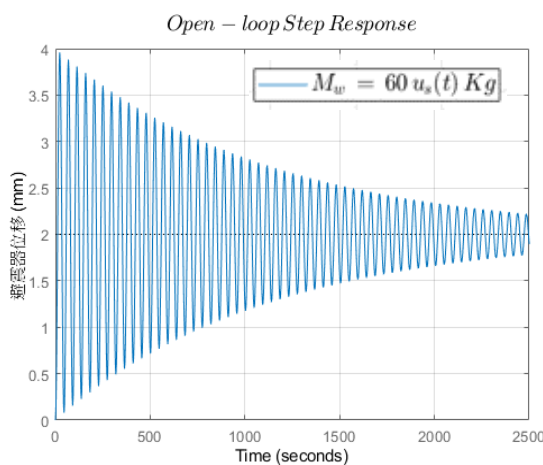


$$f = m\ddot{y} + b\dot{y} + k_s y$$

- m : 車體等效重量 1580 Kg
- b : 避震器活塞內壁摩擦力 $2.8\text{ N}\cdot\frac{\text{sec.}}{\text{mm}}$
- k_s : 避震器剛性 30 N/mm

圖 2 汽車主動式懸吊系統。

今日假設路面的高度變化已知為 $\Delta s = 10\text{ mm}$ ，請嘗試設計一組主動式的懸吊控制器，將已知的高度變化視為要追蹤的控制目標 $r = \Delta s$ ，使得車體下壓的位移 $\Delta x \cong r$ ，控制器輸出為油缸輸出的下壓力 f ，系統的參數與動態方程式如圖 2 所示。



✓ 避震器系統特性：

- 阻尼比 $\xi \cong 0.0064$
- 自然共振頻率 $\omega_n \cong 0.138 \text{ Hz}$

圖 3 測試避震器的動態特性：60 公斤人員乘坐至車上。

假設車子避震器的剛性與阻尼特性保持均勻，首先觀察避震器的系統特性，一 60 公斤的乘客坐上車 ($M_w = 60 \text{ Kg}$) 視為對車子系統 $G_p(s)$ 輸入一步階訊號，此時車子的避震器會如同圖 3 所示產生一上下的震盪響應 Δx ，此做為系統開迴路的步階響應 (step response)，而從系統的開迴路轉移函數 $G_p(s)$ 可計算出此車體避震系統有著極低的阻尼比 ξ 與一很低的自然共振頻率 ω_n ，使得乘坐的舒適度不佳。以下題目為期望設計一閉迴路控制系統，藉由控制油壓缸的出力來改善車子避震系統的動態特性。

- (1) 請嘗試以圖 1 之架構，使用 **P 控制器** 設計懸吊控制器，使汽缸位移能夠追隨路面的高度變化做反向位移的修正。請將模擬的響應圖 $x(t)$ V.S. $r(t)$ 與 K_p 參數附上，並計算此系統的阻尼比 ξ 與自然共振頻 ω_n 。
- (2) 呈上題，使用 **P 控制器** 時， K_p 參數可以先從一個很小的值開始往上做調整值使提升目標值的追蹤性能，試問如果將 K_p 參數一直往上調整會發生什麼狀況呢？可以將輸出的響應圖附上。
- (3) 呈上題，根據上述推導出系統的閉迴路轉移函數 $T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ ，觀察所調整出來的

K_p 對應到系統穩態時的狀況，接著使用終值定理計算其穩態誤差 (steady-state error)，並試問是否可藉由調整 K_p 來最消除穩態誤差。

Hint:

【終值定理】

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

假設一系統的脈衝響應： $H(s) = 1 \cdot \frac{7}{s+2}$

$$H(s) \xrightarrow{L^{-1}} h(t) = 7e^{-(2t)}$$

$$h(\infty) \cong 0$$

【穩態誤差】

$$e_{ss}(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s(R(s) - Y(s))$$

- (4) 根據以上結果，將控制器改成一 **PI 控制器**，並將響應圖 $x(t)$ V.S. $r(t)$ 附上。
- (5) 呈上題，使用終值定理計算其穩態誤差 e_{ss} ，並比較與解釋加入了 I 控制項與單純的 P 控制項所觀察到的差異，接著觀察與解釋如果將 K_I 參數調整很大會發生什麼狀況。
- (6) 上題使用 PI 控制器雖然改善了穩態的響應，但無法對於暫態的特性有顯著的影響，期望加快誤差的收斂速度，此題請將控制器改成一 **PD 控制器**，並將響應圖 $x(t)$ V.S. $r(t)$ 附上，並解釋加入了 D 控制項你所觀察到的差異。
- (7) 請設計一 PID 控制器，並將響應圖 $x(t)$ V.S. $r(t)$ 附上。(Hint: 參數的調整可以先調整 K_P ；接著調整 K_I 消除穩態誤差；最後調整 K_D 提升誤差的收斂速度)
- (8) 在上述子題中可以發現， K_P 、 K_I 與 K_D 三參數之間會互相影響，而在真實系統中我們不見得能夠明確得知系統的轉移函數 $G_p(s)$ ，因此 PID 參數的調整多是根據工程師的經驗，從觀察實際輸出的結果再逐步調整至較佳的參數。Ziegler-Nichols 方法提供了一種通用性的參數調整方法，請使用 Ziegler-Nichols 方法調整的 PID 參數，並且將調整的結果進行簡單的說明。
- (9) (加分題) 分析系統的**穩健性**(Robustness)，前述子題是假設車子系統的特性為固定的，然而真實世界的系統會遭遇硬體老化或一些外在干擾造成系統的參數改變了，而強健性的分析即為測試所設計的控制器與調整後的控制器參數(例： K_P 、 K_I 與 K_D)抵抗這些外在干擾或系統的變化之能力。首先假設有不同重量的乘客坐上車，此時系統中的質量參數 m 即會改變，嘗試觀察有重量 40 Kg ~ 70 Kg 之間的乘坐上車子後，在相同的 PID 參數下對輸出性能的影響 (例如：穩態誤差、最大超越量...等)，也嘗試更改避震器的剛性 k_s 有 10% 的變化模擬其因為避震器老化造成剛性下降的情形。

2. 模擬實驗：設計直流馬達伺服控制器

如下表格 2 所示為一直流馬達的規格參數，請嘗試使用 PID 控制器，設計如下圖 4 之直流馬達的伺服控制器。

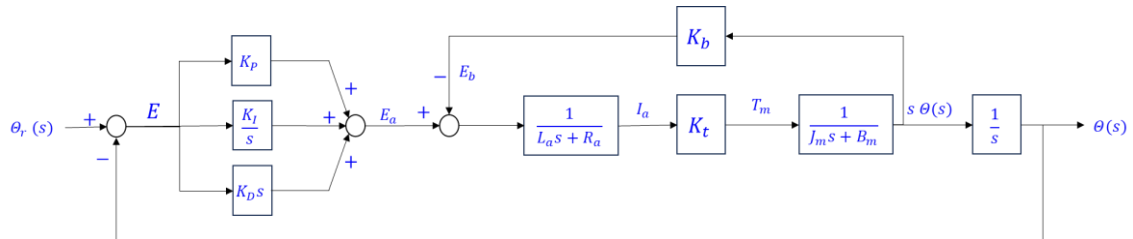


圖 4. 直流馬達伺服控制器：使用 PID 控制器。

表格 1. 直流馬達規格

| | |
|--------------|---|
| 額定電壓 | $V_n = 26 \text{ V}$ |
| 最大輸入電壓 | $V_{max} = 52 \text{ V}$ |
| 額定轉速 | $\omega_n = 3000 \text{ rpm}$ |
| 額定轉矩 | $\tau_n = 0.318 \text{ N}\cdot\text{m}$ |
| 轉動慣量 J_m | $0.03760 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ |
| 轉子摩擦力 B_m | $0.001 \text{ N}\cdot\text{m} \text{ rad/sec.}$ |
| 電樞電感 L_a | 0.006 H |
| 電樞內阻 R_a | 0.3Ω |
| 轉矩常數 K_t | $0.246 \text{ N}\cdot\text{m A}$ |
| 反電動勢常數 K_b | $0.0821 \text{ V}\cdot\text{second/rad}$ |

(1) 請使用 P 控制器設計馬達的**角度控制器**，並且將響應的結果印下來 $\theta(t)$ V.S. $\theta_r(t)$ 。

(2) 呈上題，請嘗試推導系統的閉迴路轉移函數 $\frac{\Theta(s)}{\Theta_r(s)}$ ，並且比較與模擬實驗一

的車體懸吊系統的穩態響應差異。(Hint: 分析兩者模型的穩態誤差)

(3) 呈上題，請依序設計使用 PI、PD 與 PID 控制器，並且將你調整後較佳的參數解果與響應圖附上。

(4) 嘗試使用 Ziegler-Nichols 方法調整 PID 參數，並且嘗試說明使用此方法所觀察到的現象。

(5) 呈上題，嘗試思考 Ziegler-Nichols 方法如果應用在真實的馬達達控制系統中的可行性或是有什麼不足的地方。

(6) (加分題) 觀察系統的頻率響應，呈上子題可以任意選擇 PI、PD 或 PID 控制器，並且設計一組單頻率 $f = 0.1 \text{ Hz}$ 振幅為 $\pm 5^\circ$ 的弦坡軌跡 $\theta_r(t) = 5^\circ \sin(2\pi ft)$ ，並且嘗試調整 PID 參數使得此閉迴路系統的增益 在頻率 $f = 0.1 \text{ Hz}$ 有趨近於 0 dB 的性能 $\left\| \frac{\Theta(j\omega)}{\Theta_r(j\omega)} \right\|_{\omega=0.2\pi} \cong 1$ ，接著改變命令軌跡的頻率為 0.5 Hz、1 Hz 與 5 Hz，使用相同的 PID 參數觀察輸出的響應結果與計算閉迴路系統的增益 $\left\| \frac{\Theta(j\omega)}{\Theta_r(j\omega)} \right\|$ 。以下為解題步驟說明：

1. 使用 MATLAB 輔助推導與建立閉迴路系統的轉移函數 $\frac{\Theta(s)}{\Theta_r(s)}$
2. 建立弦坡軌跡的序列 $\theta_r(t) = 5^\circ \sin(2\pi ft)$ ，與使用 Laplace Transform 計算 $\Theta_r(s)$
3. 使用 lsim 指令模擬**時域響應**。
4. 使用 bode 指令模擬**頻域響應**。
5. 嘗試調整 PID 參數使得 bode plot 的增益在頻率 $f = 0.1 \text{ Hz}$ 為趨近 0 dB。
6. 嘗試更改命令軌跡的頻率至 0.5 Hz、1 Hz 與 5 Hz，使用相同的 PID 參數模擬其輸出結果，同樣如上步驟計算在不同頻率下的增益。
7. 嘗試思考與說明在此題中當命令軌跡有不同的頻率下的輸出結果。

3. STM32 實機實驗：直流馬達 PID 控制器設計

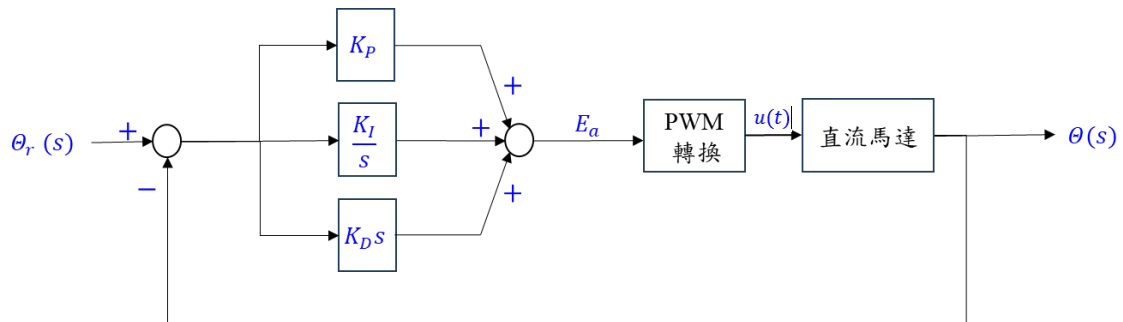


圖 5. 直流馬達 PID 控制。

表格 2. 直流馬達實驗模組之規格。

| | |
|-------------------|--|
| 型號 | ASLONG JGA25-371 |
| 額定電壓 | $V_n = 12 \text{ V}$ |
| 空載額定轉速 | $\omega_n = 201 \text{ rpm}$ |
| 減速比 | 21.3 |
| 編碼器 A, B 單相解析度 | 23 p/rev. 減速後解析度： $23 \times 21.3 = 489.9 \approx 489 \text{ p/rev}$ |

此題之實驗為實機實驗，在 STM32 單晶片中以 C 語言實現 PID 控制器，使同學們將 MATLAB 的模擬在實際的系統中實現，當中可以觀察到從課本理論、模擬到實際系統之間的差異，如上圖 5 之角度的伺服控制，題目詳細需求如下：

- (1) 可自定設計使用 P、PI、PD 或 PID 控制器
- (2) 需注意此馬達額定電壓為 12 V，因此 PID 控制器的輸出 E_a 需小於等於 12 V。(設計控制器輸出限制)
- (3) PWM 轉換模組輸出 $u(t)$ 為 0~100% 之 duty cycle，PWM 轉換器的程式設計如下：

```
// STM32 C 語言 function :
double convert_PWM_DutyCycle (double Vn, double Ea){
    return (double)(Ea/Vn);
}
```

(4) 嘗試在 STM32 的程式中設計一組馬達 $\pm 90^\circ$ 來回轉動的命令軌跡：

$$\theta_r(t) = 90^\circ \sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$$

命令軌跡生成的程式範例如下：

```
// STM32 C 語言命令軌跡生成 function :  
#include<math.h>  
#define PI 3.141592653589793  
double SineTrajectoryGenerator(double t){  
    return (double)(90.0*sin(2.0*PI/3.0*t));  
}
```

- (5) 使用所設計的控制器進行角度的控制實驗，並且將馬達的角度回授 θ 與命令角度 θ_r 的訊號使用 STM32 的 DAC 通道輸出，並且使用示波器監控馬達的控制狀態，並利用上課時間將示波器輸出的圖儲存下來放至此報告內。
- (6) 嘗試將設計的 PID 控制器進行參數的調整，找到較佳的參數組合。
- (7) 請附上完整的 C 語言 main.c 程式檔案。

解題步驟 Hint:

以下步驟皆在 main.c 主程式中：

- 先建立 10 ms 的 Timer 中斷，作為 real-time 環境的建立。
- 建立編碼器位置回授。
- 配置 STM32 中的 DAC 通道，作為監控單晶片中儲存馬達的位置回授與命令軌跡此兩組變數。
- 參考上述步驟 (4) 建立命令軌跡的 function，並在 MCU 通電後等待 2 秒開始運作。
- 建立 PID 控制器的 function，其中會需要實作數值微分、數值積分、反積分終結與上述步驟(2)中的電壓輸出限制。
- 參考上述步驟 (3) 建立 PWM 轉換模組的 function，產生最終輸出至電流放大器 IC L298N 的 PWM 數位訊號。
- 多次的嘗試調整 PID 參數，將調整出最佳的一組參數組合，其軌跡輸出結果之示波器圖附上。

4. 模擬實驗：多迴路伺服控制器設計 (加分題)

如下圖 6 所示為市售伺服驅動器常採用的多迴路 PID 控制架構，由於電流迴路的控制對馬達的輸出響應最為直接敏感，因此多數廠商因為安全考量而不開放電流迴路的參數調整。請嘗試在 MATLAB 或 Simulink 參考此控制架構設計一組角度的伺服控制器，請使用表格 1 的馬達參數。

※ 以下題目中請使用統一的單位：

【角度】rad、【角速度】rad/sec.、【轉矩】N·m

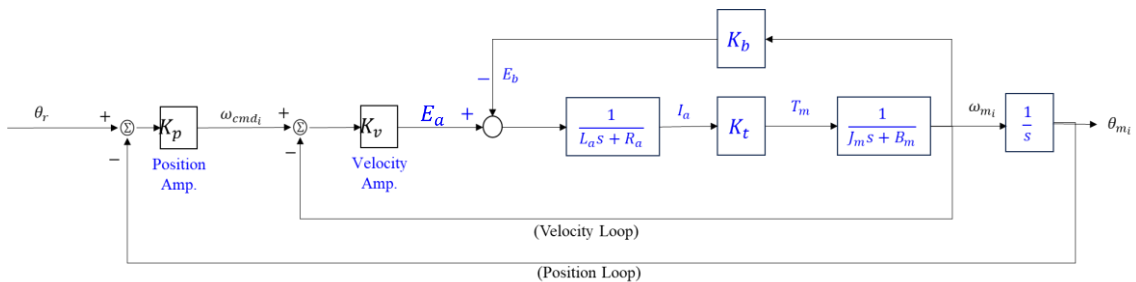


圖 6. Multi-loop PID 控制器架構。

■ 題目說明：

- 嘗試設計含有位置迴路與速度迴路的伺服驅動器，其中上圖 6 中的 K_p 與 K_v 分別為位置控制器與速度控制器，可以是 P 控制器、PI 控制器或 PID 控制器，可自行設計。
- 角度的命令 θ_r 設計為 30° 的步階響應與 $\theta_r(t) = 30^\circ \sin(\frac{2\pi}{1.25}t)$ 之正負來回轉動的弦波軌跡，如圖 7 示範：

```
% MATLAB code:
ts = 0.001;
time = 0.0:ts:5.0;
theta_r1 = deg2rad(30)*ones(1, length(time));
theta_r2 = deg2rad(30)*sin(2*pi/1.25*time);
```

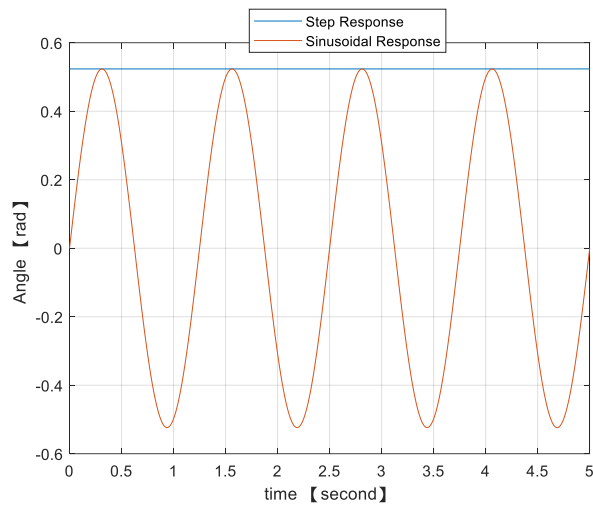



圖 7. 角度控制命令。

- 設計控制器系統時需考量系統制動器最大容許的輸入 (馬達最大輸入電壓)，可以嘗試設計簡單的控制命令限制器，如下圖 8 示意。
- 嘗試進行 PID 參數的調整，找到誤差追蹤性能較佳的參數組合。
- 將最終的結果之圖與 MATLAB 程式附上，其中圖需明確標示圖例與單位。

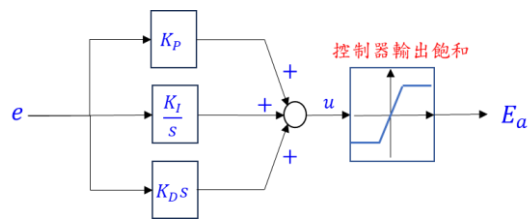


圖 8. 控制器輸出限制。