Fundamentos de Algoritmos e Estrutura de Dados – Aula 05 – Árvores Balanceadas (AVL)

Prof. André Gustavo Hochuli

gustavo.hochuli@pucpr.br
aghochuli@ppgia.pucpr.br

Plano de Aula

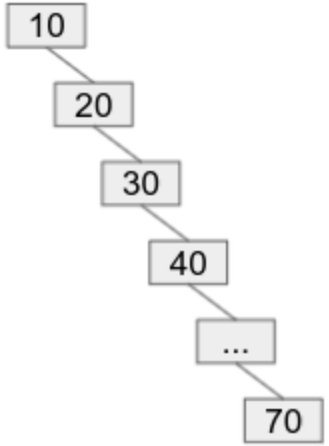
- **Discussão Árvores Binárias / Código Morse**
- **Árvores Balanceadas (AVL)**

Árvores Binárias Balanceadas (AVL)

- **Adelson Velsy e Landis (AVL)**

Adelson-Velsky, Georgy; Landis, Evgenii (1962). "An algorithm for the organization of information". Proceedings of the USSR Academy of Sciences (in Russian). 146: 263–266

- **Inclusão sequêncial em Binary Search Tree (BST)**
  - **10,20,30,40,50,60,70**



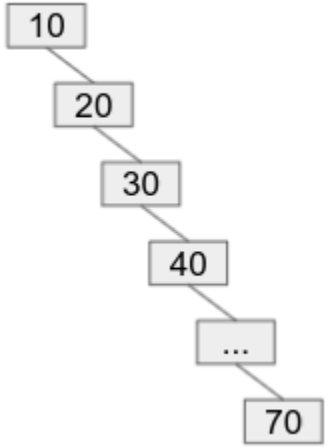
Desbalanceada

Árvores Binárias Balanceadas (AVL)

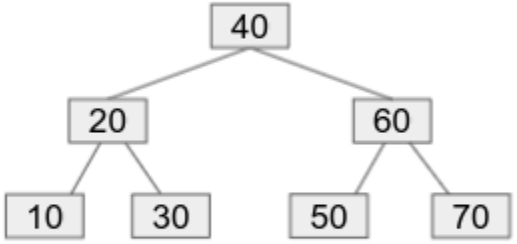
- **Adelson Velsy e Landis (AVL)**

Adelson-Velsky, Georgy; Landis, Evgenii (1962). "An algorithm for the organization of information". Proceedings of the USSR Academy of Sciences (in Russian). 146: 263–266

- **Inclusão sequêncial em Binary Search Tree (BST)**
  - **10,20,30,40,50,60,70**



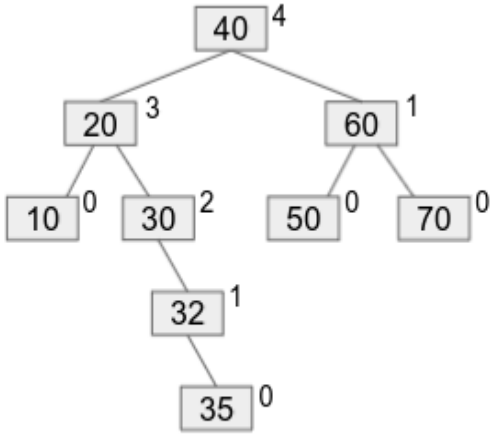
Desbalanceada



Balanceada

Árvores Binárias Balanceadas (AVL)

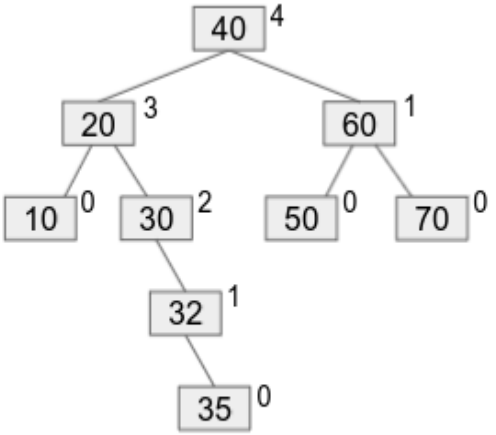
- **Árvore balanceada: altura do lado esquerdo da árvore não difere mais de +-1 do lado direito.**
- **Ou seja, Fator de Balanceamento é dado por:**
  - **FB( ) = he - hd → |FB| <= 1 == Nodo balanceado**
    - **FB( ) == 0 → he == hd**
    - **FB( ) > 0 → he > hd**
    - **FB( ) < = → he < hd**



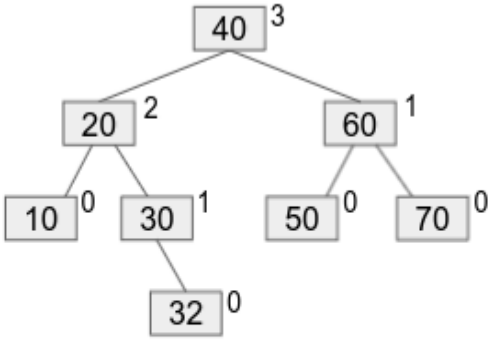
Desbalanceada

Árvores Binárias Balanceadas (AVL)

- **Árvore balanceada: altura do lado esquerdo da árvore não difere mais de +-1 do lado direito.**
- **Ou seja, Fator de Balanceamento é dado por:**
  - **FB( ) = he - hd → |FB| <= 1 == Nodo balanceado**
    - **FB( ) == 0 → he == hd**
    - **FB( ) > 0 → he > hd**
    - **FB( ) < = → he < hd**

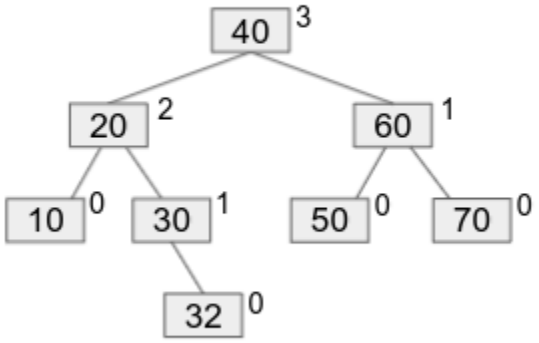


Desbalanceada



Balanceada

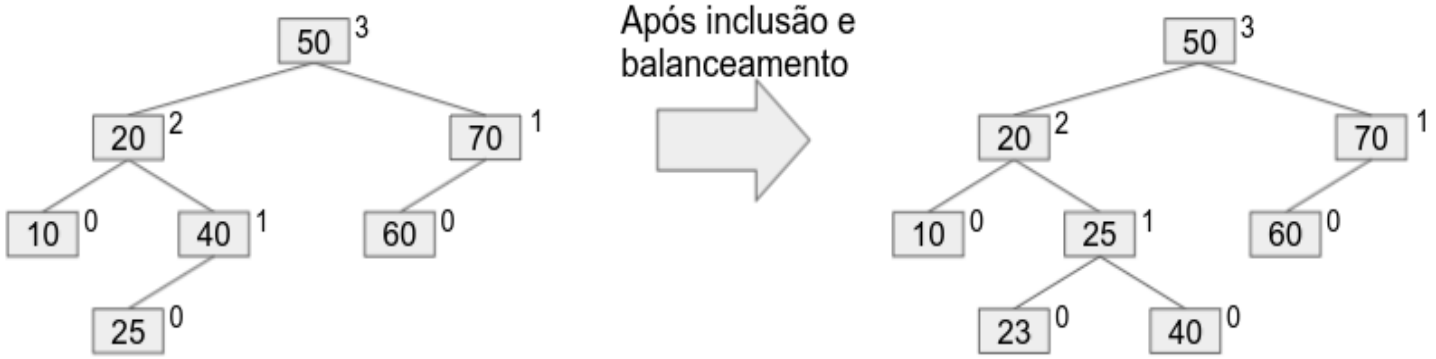
Árvores Binárias Balanceadas (AVL)




```
class Node:
    def __init__(self,data):
        self.data = data  # Assign data
        self.left = None  # Initialize as None
        self.right = None  # Initialize as None
        self.height  = 1
```

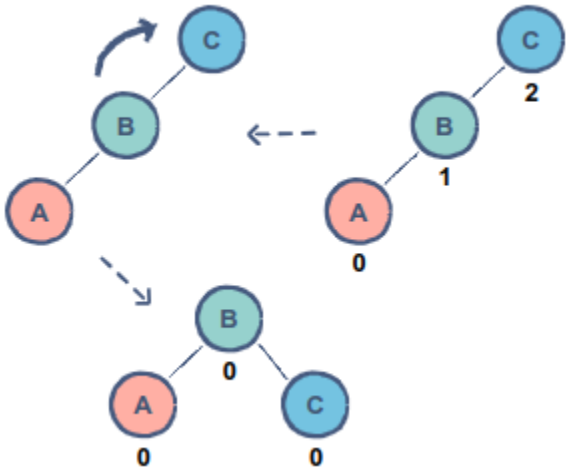
Árvores Binárias Balanceadas (AVL)

- **Inclusões:**
  - **Inserir 23 e 65**
  - **Balancear se |FB| > 1**

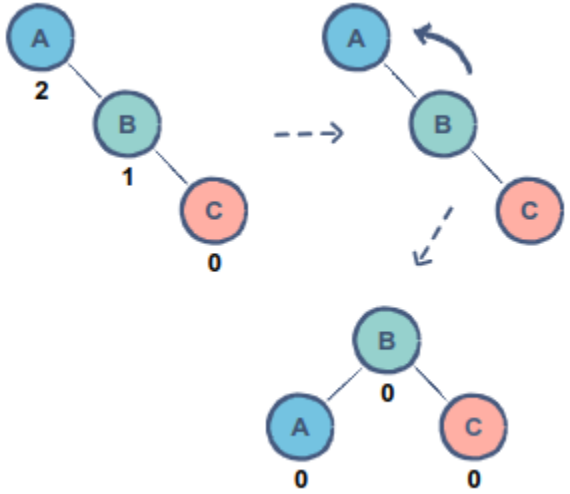


Árvores Binárias Balanceadas (AVL)

- **Rotação a Direita**
  - **FB > 1 e valor inserido a esquerda**

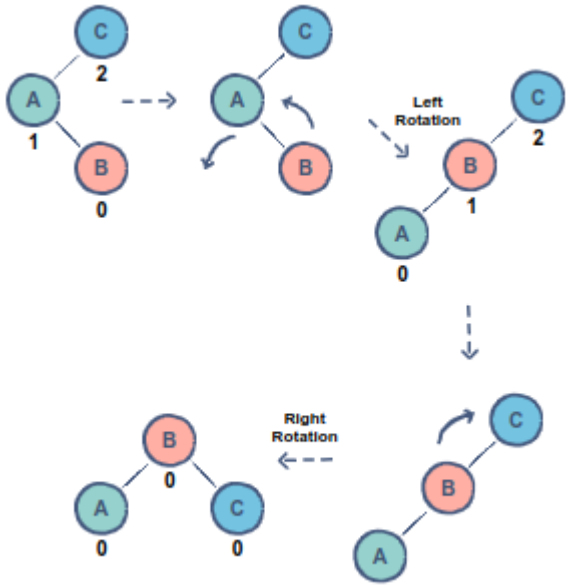


- **Rotação a Esquerda**
  - **FB < -1 e valor inserido a direita**

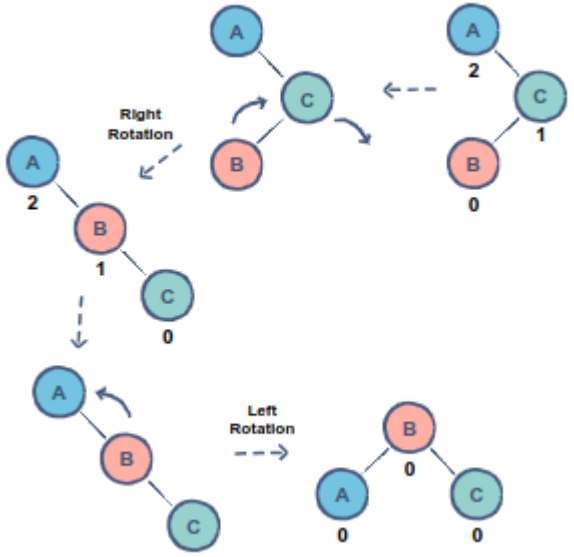


Árvores Binárias Balanceadas (AVL)

- **Rotação Dupla Esq-Dir**
  - **FB > 1 e valor inserido a direita**



- **Rotação Dupla Dir-Esq**
  - **FB < -1 e valor inserido a esquerda**



Árvores Binárias Balanceadas (AVL)

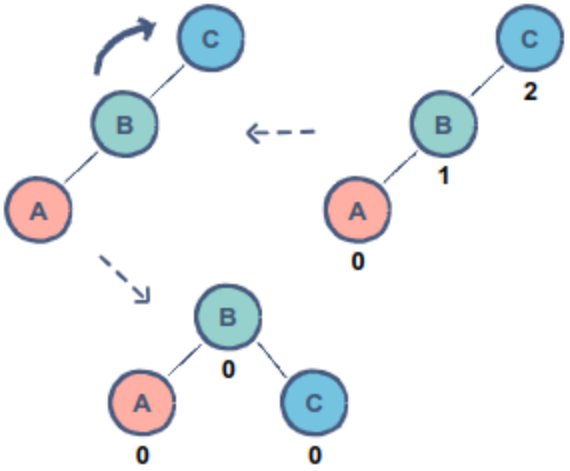
- **Exercício prático**

  - **Inserir as sequências abaixo, utilizando arvores AVL e não-AVL**
    - **10, 3, 2, 5, 7 e 6**
    - **A,B,C ….. J**
  - **Apresente os caminhos em in-ordem em ambas as arvores**
  - **Apresente o número de buscas necessárias para encontrar o elemento 7 e H em ambas as árvores**

  - **Simulador AVL:**
    - https://cmps-people.ok.ubc.ca/ylucet/DS/AVLtree.html
    - https://visualgo.net/en

Árvores Binárias Balanceadas (AVL)

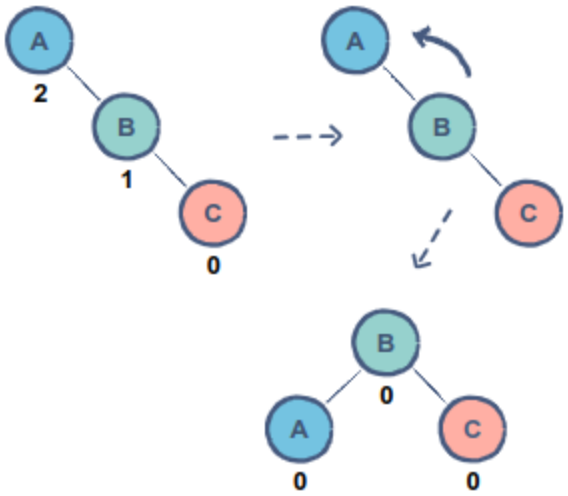
- **Pseudocódigos**
- **Rotação a Direita**
  - **FB > 1 e valor inserido a esquerda**




```
if (balance > 1 && key < node->left->key)
    node = rightRotate(node);


Node *rightRotate(Node *y)
{
    Node *x = y->left;
    Node *T2 = x->right;

    // Perform rotation
    x->right = y;
    y->left = T2;

    // Update heights
    y->height = max(height(y->left),
                    height(y->right)) + 1;
    x->height = max(height(x->left),
                    height(x->right)) + 1;

    // Return new root
    return x;
}
```

Árvores Binárias Balanceadas (AVL)

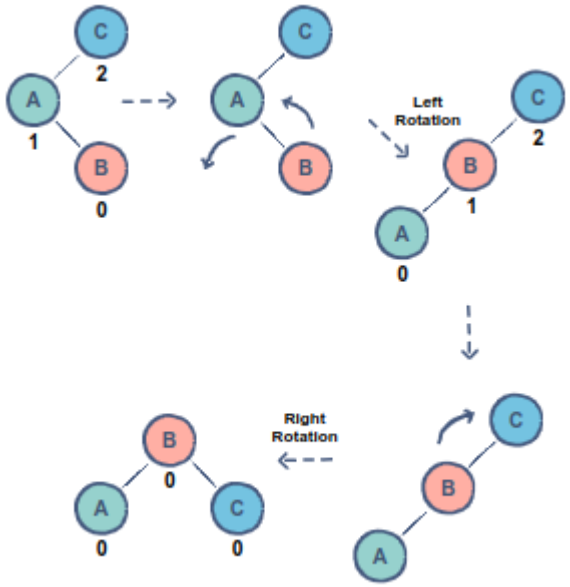
- **Rotação a Esquerda**
  - **FB < -1 e valor inserido a direita**




```
if (balance < -1 && key > node->right->key)
    node =  leftRotate(node);


Node *leftRotate(Node *x)
{
    Node *y = x->right;
    Node *T2 = y->left;

    // Perform rotation
    y->left = x;
    x->right = T2;

    // Update heights
    x->height = max(height(x->left),
                    height(x->right)) + 1;
    y->height = max(height(y->left),
                    height(y->right)) + 1;

    // Return new root
    return y;
}
```

Árvores Binárias Balanceadas (AVL)

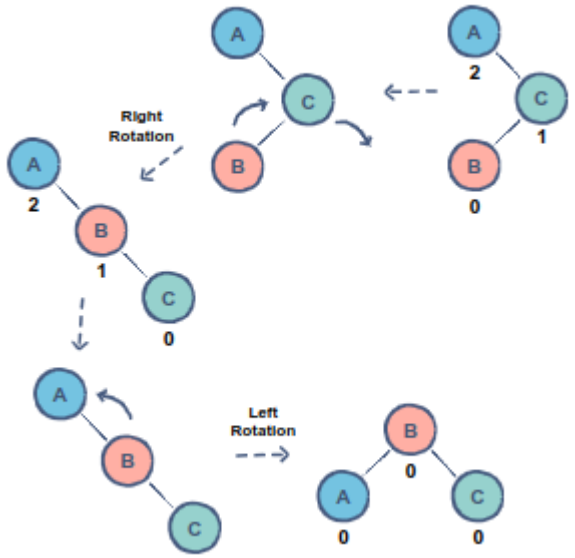
- **Rotação Dupla Esq-Dir**
- **FB > 1 e valor inserido a direita**




```
if (balance > 1 && key > node->left->key)
{
    node->left = leftRotate(node->left);
    node = rightRotate(node);
}
```

Árvores Binárias Balanceadas (AVL)

- **Rotação Dupla Dir-Esq**
  - **FB < -1 e valor inserido a esquerda**




```
if (balance < -1 && key < node->right->key)
{
    node->right = rightRotate(node->right);
    return leftRotate(node);
}
```

Trabalhos

- **Implementação AVL Python com codificação dialogada (10 pt)**
  - **Inserção e Remoção com re-balanceamento**
  - **Vídeo-Apresentação (8 a 10 min)**
  - **02/09/2022 - 17:30**

- **Artigo sobre AVL x Red-Black (10 pts)**
  - **Explicar a diferença entre as abordagens**
  - **Inserção, Remoção, Desempenho e Casos de Uso**
  - **Artigo em formato de artigo SBC**
  - **(08/09 ás 23:59)**