TUGAS 6

"ALJABAR LINEAR"

OLEH :

NAMA : WAHID SAFRI JAYANTO

NIM : F1G1 17 059

PROGRAM STUDI ILMU KOMPUTER

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HALU OLEO

KENDARI

2020

1. Diketahui $\bar{u}$ adalah vektor yang merupakan ruas garis dari titik A $(2,3,4)$ ke titik B $(5,5,5)$

a. Tentukan vektor $\bar{u}$ tersebut dan hitung berapa norm dari $\bar{u}$!

b. Hitung jarak antara $\bar{u}$ dengan $\bar{v} = (1,1,3)$

Jawab :

a. $\bar{u} = \overrightarrow{AB} = \bar{B} - \bar{A} = (5,5,5) - (2,3,4) = (3,2,1)$

Jadi, vektor $\bar{u} = (3,2,1)$

$\|u\| = \sqrt{(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)} = \sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14}$

Jadi, norm dari $\bar{u} = \sqrt{14}$

b. Jarak antara $\bar{u}$ dengan $\bar{v} = (1,1,3)$

$$d(\bar{u}, \bar{v}) = (\bar{u} - \bar{v} . \bar{u} - \bar{v})^{1/2}$$
$$= \sqrt{(u_1^2 - v_1^2) + (u_2^2 - v_2^2) + (u_3^2 - v_3^2)}$$
$$= \sqrt{(3^2 - 1^2) + (2^2 - 1^2) + (1^2 - 3^2)}$$
$$= \sqrt{(9-1) + (4-1) + (1-9)}$$
$$= \sqrt{8 + 3 + (-8)}$$
$$= \sqrt{3}$$

2. Diketahui $\bar{u} = (2, k, 3)$ dan $\bar{v} = (4, 2, 7)$ Sedangkan jarak antara $\bar{u}$ dan $\bar{v}$ = 6 satuan Tentukan nilai k

Jawab :

Dik: Jarak u dan v

$6^2 = (4-2)^2 + (2-k)^2 + (7-3)^2$

$36 = 4 + (2-k)^2 + 16$

$36 - 4 - 16 = (2-k)^2$

$16 = (2-k)^2$

$2 - k = 4$ atau $2 - k = -4$

$k = 2 - 4$ atau $k = 2 + 4$

$k = -2$ atau $k = 6$

Jadi $k = -2$ atau $k = 6$

3. tentukan nilai k agar vektor $\bar{u} = (2k, k, 3)$ dan $\bar{v} = (k, 5, -1)$ Saling tegak lurus

Jawab :

$u \cdot v = 0$

$2k \cdot k + k \cdot 5 + 3 \cdot 1 = 0$

$2k^2 + 5k + 3 = 0$

$(2k + 3)(k + 1) = 0$

$k = -3/2$ $k = -1$

Jadi, nilai k, $-3/2$ atau -1

4). Tentukan nilai k agar sudut antara $\bar{u}$ dan $\bar{v}$ $= 180^\circ$ dengan $\bar{u} = (k+1, k+1, 1)$ dan $\bar{v}$ $(-k-1, -k-1, k)$

Jawab :

$u \cdot v = |u|\,|v| \cos\alpha$

dibuat misal $a = k+1$, $k = a-1$

maka $-a = -k-1$

$|u| = \sqrt{a^2 + a^2 + 1^2} = \sqrt{2a^2+1}$

$|v| = \sqrt{(-a)^2 + (-a^2) + k^2} = \sqrt{2a^2 + (a-1)^2}$

$\cos 180 = -1$

$$\begin{bmatrix} a \\ a \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -a \\ -a \\ k \end{bmatrix} = \sqrt{2a^2+1}$$

$\sqrt{2a^2 + (a-1)^2} \cdot (-1)$

$a(-a) + a(-a) + 1 \cdot k = \sqrt{2a^2+1}$

$\sqrt{2a^2 + (a-1)^2} \cdot (-1)$

$-2a^2 + a - 1 = \sqrt{2a^2+1} \cdot \sqrt{a^2+1} \cdot (-1)$

$2a^2 - a + 1 = \sqrt{2a^2+1} \cdot \sqrt{a^2+1}$

mengkuadratkan ruas kiri dan ruas kanan

$(2a^2 - a + 1)^2 = (2a^2+1)(a^2+1)$

$4a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 2a + 1 = 2a^4 + 3a^2 + 1$

$2a^4 - 4a^3 + a^2 - 2a = 0$

$a = (2a^3 - 4a^2 + a - 2 = 0$

Sehingga $a = 0$ atau $(2a^3 - 4a^2 + a - 2 = 0$

ambil $a = 0$

sedangkan $k = a - 1$

$= 0 - 1$

$= -1$

(5) Diketahui $\bar{u} = (-1, 3)$ dan $\bar{v} = (4, 1)$

a. tentukan vektor proyeksi tegak lurus $\bar{u}$ terhadap $\bar{v}$!

b. tentukan komponen $\bar{u}$ yang tegak lurus terhadap $\bar{v}$!

Jawab :

a. Misalkan $\overline{w_1}$ adalah vektor proyeksi tegak lurus dan $\bar{u}$ terhadap $\bar{v}$, maka $\overline{w_1} = k\bar{v}$ sedangkan

$$k = \frac{\bar{u} \cdot \bar{v}}{\|v\|^2} = \frac{((-1 \cdot 4) + (3 \cdot 1))}{4^2 + 1^2} = \frac{-4 + 3}{16 + 1} = -\frac{1}{17}$$

Jadi, $\overline{w_1} = \frac{1}{2}(4,1) = \left(2, \frac{1}{2}\right)$

b. Misalkan $\overline{w_2}$ merupakan komponen dari $\bar{u}$ yang tegak lurus terhadap $\bar{v}$, maka $\overline{w_2} = \bar{u} - \overline{w_1} = (-1, 3) - \left(2, \frac{1}{2}\right) = \left(-3, \frac{5}{2}\right)$

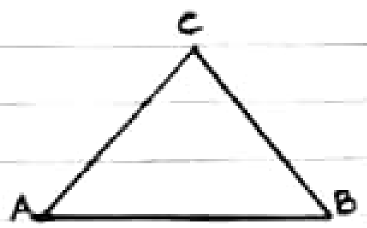
Dipindai dengan CamScanner

(6) Diketahui segitiga ABC dengan titik - titik sudut A (1,2,3), B (-2,2,1) dan C (3,1,3)

a. Hitung luas segitiga ABC dengan menggunakan A sebagai titik sudut !

b. Hitung luas segitiga ABC dengan menggunakan B sebagai titik sudut !

Jawab :



Segitiga ABC tersebut dapat dipandang sebagai bangun yang dibentuk oleh dua vektor $\vec{AC}$ dan $\vec{AB}$, [redacted], [redacted] $\vec{BA}$ dan $\vec{BC}$ atau oleh $\vec{CA}$ dan $\vec{CB}$

a. Menghitung luas segitiga ABC dengan menggunakan A sebagai titik sudut

Penyelesaian :

$\vec{AB} = B - A = (-2,2,1) - (1,2,3) = (-3,0,-2)$

$\vec{AC} = C - A = (3,1,3) - (1,2,3) = (2,-1,0)$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ v_2 & v_3 \end{vmatrix} \hat{i} - \begin{vmatrix} u_1 & v_3 \\ v_1 & v_3 \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{vmatrix} \hat{k}$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -3 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \hat{i} - \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= (0\,0 - (-2 \cdot -1))\hat{i} - ((-3\,0) - (-2 \cdot 2))\hat{j} + ((-3\,-1) - (0\,2))$$

$$= -2\hat{i} - 4\hat{j} + 6\hat{k}$$

Luas segitiga ABC $= \frac{1}{2} \|\bar{a} \times \bar{b}\|$

$\|\bar{a} \times \bar{b}\| = \frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2 + (-4)^2 + 6^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 16 + 36}$ = [redacted] $\frac{1}{2}\sqrt{56}$

b. Menghitung luas segitiga ABC dengan menggunakan b sebagai titik sudut

$\overrightarrow{BA} = \bar{a} - \bar{b} = (1,2,3) - (-2,2,1) = (3,0,2)$

$\overrightarrow{BC} = \bar{c} - \bar{b} = (3,1,3) - (-2,2,1) = (5,-1,2)$

$$\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 0 & 2 \\ 5 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \hat{i} - \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} \hat{k}$$

$$= (0-(-2))\hat{i} - (6-10)\hat{j} + (-3-0)\hat{k}$$

$$= 2\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$$

Sehingga luas segitiga ABC pada titik sudut b adalah

Luas segitiga ABC $= \frac{1}{2} \|\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}\|$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + 4^2 + (-3)^2}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{4 + 16 + 9}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{29}$$

7). Diketahui $\bar{a} = (1,2,1)$, $\bar{b} = (1,-1,1)$ dan $\bar{c} = (1,3,2)$

a) Tentukan vektor" yang ~~tersebut~~ tegak lurus terhadap $\bar{a}$ dan $\bar{c}$ berikan contoh (3 vektor)

b). Hitunglah luas segitiga yang titik sudutnya merupakan ujung ujung dari vektor posisi $\bar{a}$ $\bar{b}$ dan $\bar{c}$

Jawab :

a). misalkan vektor yang tegak lurus tersebut adalah

$u = (x, y, z)$

vektor a dan u tegak lurus artinya

$(1)(x) + (2)(y) + (1)(z) = 0$

$x + 2y + z = 0$

Vektor c dan u tegak lurus artinya

$(1)(x) + (3)(y) + (2)(z) = 0$

$x + 3y + 2z = 0$

Diperoleh sistem persamaan linear.

$x + 2y + z = 0$

$x + 3y + 2z = 0$

Eliminasi kedua persamaan

$$\begin{array}{l} x + 2y + z = 0 \\ \underline{x + 3y + 2z = 0} \; - \\ -y - z = 0 \\ -y = z \\ y = -z \end{array}$$

$x = -2y - z$

$x = -2(-z) - z$

$x = 2z - z$

$x = z$

$z = t$

$y = -t$

$x = t$

$\bar{U} = (t, -t, t)$

Contoh : $t = 1$

$U = (1, -1, 1)$ (1)

C_2 $U = (2, -2, 2)$ (2)

C_3 $U = (3, -3, 3)$ (3)

b).

$U = a \times c$

$u = (1, 2, 1) \times (1, 3, 2)$

$u = (1, -1, 1)$

$u = a - b$

$u = (1, 2, 1) - (1, -1, 1)$

$u = (0, 3, 0)$

$V = a - c$

$V = (1, 2, 1) - (1, 3, 2)$

$V = (0, -1, -1)$