GESERAN atau TRANSLASI

Makalah ini disusun untuk memenuhi Tugas Geometri Transformasi
Dosen Pembimbing : Havid Risyanto, S.Si., M.Sc.

D
I
S
U
S
U
N

O L E H

1.	**AMILIA**	**1111050031**
2.	**HAIRUDIN**	**1111050153**
3.	**NETTI VERAYANTI**	**1111050025**
4.	**TRI LESTARI CAHYA N.**	**1111050065**
5.	**YEARA WIDITA HEPRINA**	**1111050024**

KELAS C

PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS TARBIYAH dan KEGURUAN
INSTITUT AGAMA ISLAM NEGERI (IAIN) RADEN INTAN LAMPUNG

2014

KATA PENGANTAR

Dengan menyebut nama Allah Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, syukur Alhamdulillah kami ucapkan kehadirat Allah SWT. yang telah memberikan taufiq, hidayah, dan ma'una Nya kepada kami sehingga dengan bekal kemampuan yang ada pada kami, kami dapat menyelesaikan makalah *Geometri Transformasi* ini.

Makalah ini kami suguhkan kepada semua pembaca yang ingin mengetahui sekitar *Translasi* (Geseran). Paling tidak makalah ini akan menjadi ilmu baru bagi para pembaca. Walaupun makalah ini belum sempurna tapi kami akan berusaha memperbaikinya pada makalah yang akan datang. Semoga saja makalah ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Amiin

Kepada Allah kami bermohon semoga tetaplah tercurahkan 'inayat-Nya dan memberikan taufiq-Nya kepada kami dan para pembaca.

Bandar Lampung, April 2014

Penulis

DAFTAR ISI

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Banyak besaran fisika, seperti luas, panjang, massa dan suhu, teruraikan secara lengkap ketika besar besaran tersebut diberikan. Besaran-besaran seperti itu disebut skalar. Besaran-besaran fisika lainnya, yang disebut vektor, tidak secara lengkap terdefinisikan sampai besar dan arahnya ditentukan (Suryanto, 2015). Vektor dapat disajikan secara geometris sebagai ruas garis berarah atau panah dalam ruang dimensi 2 dan ruang dimensi 3. Berkenaan dengan definisi vektor sebagai ruas garis berarah maka vektor menjadi pengantar untuk memperkenalkan definisi translasi (pergeseran).

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam makalah ini adalah:

1. Definisi ruas garis berarah
2. Operasi terhadap vektor
3. Pengertian geseran atau *translasi*
4. Rumus geseran dalam bidang koordinat

1.3 Tujuan

Tujuan dari makalah ini adalah:

a. Siswa mampu memahami pengertian geseran atau *translasi* beserta teorema-teorema pada geseran.

b. Siswa mampu membuktikan teorema pada geseran atau *translasi*

c. Siswa mampu mengerjakan soal mengenai geseran atau *translasi*

BAB II

PEMBAHASAN

2.1 Ruas Garis Berarah

1. Pengertian ruas garis berarah

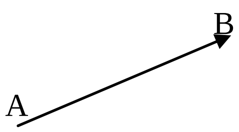
Berkenaan dengan definisi geseran yang menggunakan istilah ruas garis berarah, maka perlu didefinisikan dan dijelaskan lebih dulu tentang ruas garis berarah.

Definisi :

Ruas garis berarah (vektor) adalah suatu besaran yang mempunyai besar dan arah.

Disini dapat kita lihat bahwa suatu vektor hanya ditentukan oleh besar dan arahnya saja. Dengan demikian dua vektor dikatakan sama jika besar dan arahnya sama itdak peduli letaknya dimana(Suryanto, n.d.).

Suatu vektor secara geometri digambarkan sebagai suatu anak panah, diaman panjang anak panah menyatakan besarnya vektor sedang arah anak panah menunjukan arah vektor.



Titik A disebut titik pangkal vektor atau titik tangkap vektor.

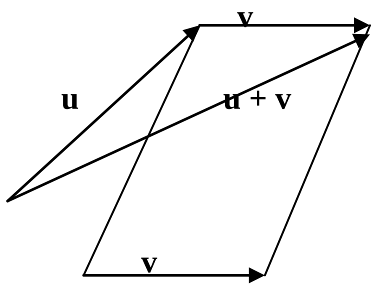
Titik B disebut ujung vektor.

Suatu vektor yang titik pangkalnya A dan titik ujungnya B ditulis $\overrightarrow{AB}$ atau ditulis dengan huruf kecil bergaris $\vec{a}$ atau huruf kecil tebal **a.** Besar atau panjangnya vektor a ditulis $|a|$

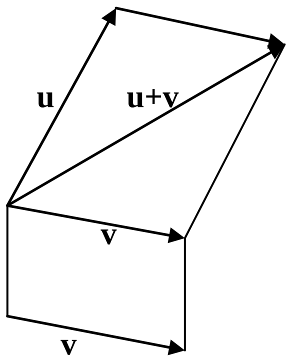
2. Operasi Terhadap Vektor \

Untuk memperoleh jumlah, atau resultante dua vektor **u** dan **v,** gerakanlah **v** tanpa mengubah besar dan arahnya hingga pangkalnya berimpit dengan ujung **u** maka **u + v** adalah vektor yang menghubungkan pangkal **u** dan ujung **v**(YAZID & SURYANTO, 2017)**.**

Cara ini disebut hukum segitiga. (lihat gambar dibawah)



Cara lain melukis **u+v** adalah menggerakan **v** sehingga pangkalnya berimpit dengan pangkal **u**. Kemudian vektor **u+v** adalah vektor sepangkal dengan **u** dan yang berimpit dengan diagonal jajaran genjang yang sisinya adalah **u** dan **v**. Cara ini disebut hukum jajaran genjang. Seperti gambar dibawah ini.



Dengan menggunakan gambar seperti diatas dapat dibuktikan bahwa penjumlahan vektor bersifat komutatif dan assosiatif, yaitu:

u + v = v + u dan

(u+v)+w = u+(v+w)

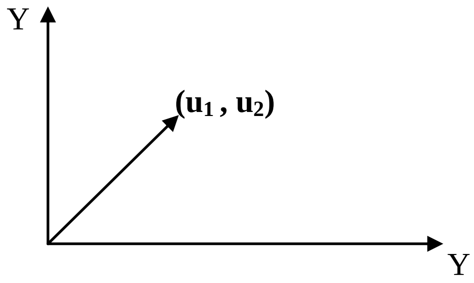
Selanjutnya jika **u** suatu vektor, maka **3u** adalah vektor yang searah dengan **u** tetapi panjangnya tiga kali panjangnya **u**; vektor **-2u** adalah vektor yang arahnya berlawanan dengan arah **u** dan panjangnya dua kali panjang **u**. Secara umum, **cu** adalah kelipatan skalar vektor **u**, yang panjangnya adalah $|c|$ kali panjang **u**, searah dengan **u** jika **c** positif, dan berlawanan arah apabila **c** negatif.

Khususnya **(-1)u** (juga ditulis **–u** sama panjangnya dengan **u** arahnya berlawanan dengan **u**). Vektor ini disebut vektor negatif **u** sebab jika dijumlahkan dengan **u** hasilnya adalah vektor nol (yaitu suatu titik).

Vektor nol adalah satu-satunya vektor yang tanpa arah tertentu, dinamakan vektor nol dinotasikan dengan 0. Vektor ini merupakan unsur satuan penjumlahan yaitu **u + 0 = 0 + u = u**. Sehingga kita dapat mendefinisikan pengurangan sebagai : **u - v = u + (-v).**

3. Pembahasan Vektor dengan Pendekatan Aljabar

Dari uraian terdahulu dengan pendekatan geometri dapat disimpulkan bahwa sebuah vektor adalah keluarga anak panah yang panjangnya dan arahnya sama. Sekarang kita akan membahas vektor secara aljabar. (lihat gambar dibawah)



Kita mulai dengan mengambil sebuah sistem koordinat cartesius pada bidang, sebagai wakil dari vektor **u**, kita pilih sebuah anak panah yang berpangkal dititik asal. Anak panah ini ditentukan secara tunggal oleh koordinat u_1 dan u_2 pada titik ujungnya; ini berarti bahwa vektor **u** ditentukan oleh pasangan terurut $<u_1, u_2>$.

Jadi selanjutnya kita anggap $<u_1, u_2>$ adalah vektor **u**. Pasangan terurut $<u_1, u_2>$ ini merupakan vektor secara aljabar. Kita gunakan simbol pasangan terurut $<u_1, u_2>$ karena (u_1, u_2) sudah mempunyai pengertian tersendiri yaitu koordinat titik pada bidang.

4. Panjang dan Hasil Kali Titik

Definisi :

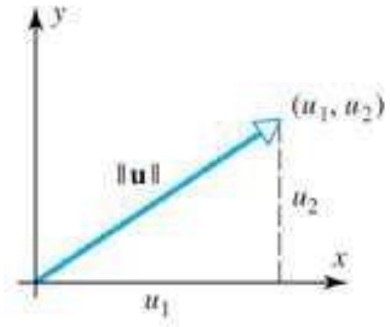
Jika u dan v adalah vektor – vektor di ruang 2 dan ruang 3 dan θ *adalah sudut di antara u dan v, maka hasil kali titik (dot product) atau hasil kali dalam euclidis (Euclidean inner product) u.v diddefinisikan oleh*

u.v = $|u||v|\cos\theta$, jika $u \neq 0$ dan $v \neq 0$

0, jika u = 0 dan v = 0

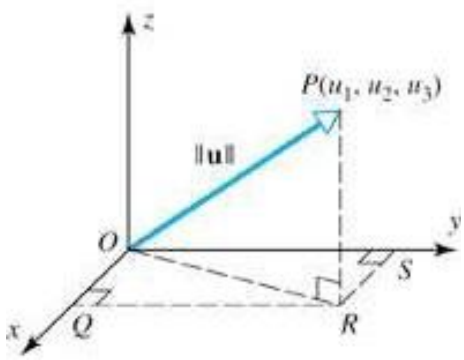
$|u|$ artinya panjang suatu vektor u dan didefinisikan sebagai $|u| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$ (jika di ruang2) dan $|v| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$ (jika di ruang3). Panjang suatu vektor juga dikenal dengan norma. Secara geometris dapat digambarkan sebagai berikut ini.

Gambar Vektor di Ruang 2



Jika kita perhatikan, vektor u yang melalui titik asal tersebut membentuk sudut siku – siku terhadap sumbu x. Sisi miring atau $|u|$ dapat dicari dengan menggunakan Rumus Phytagoras, yaitu $|u| = u_1^2 + u_2^2 = |u|^2 = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$.

Gambar Vektor di Ruang 3



Dengan Rumus Phytagoras juga diperoleh :

$|u|^2 = (OR)^2 + (RP)^2$

$= (RS)^2 + (OS)^2 + (RP)^2$

$= (OQ)^2 + (OS)^2 + (RP)^2$

$= u_1^2 + u_2^2 + u_3^2$

$|u|^2 = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$

Contoh :

Andaikan u = (4, -3). Tentukan $|u|$ dan $|-2u|$. Tentukan pula vektor yang searah dengan u tetapi dengan panjang 1.

Jawab:

$|u| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$ dan $|-2u| = |-2||u| = 2.5 = 10$

Vektor v yang searah dengan u dan panjangnya 1 yaitu vektor $\frac{u}{|\mathbf{u}|}$, karena panjang vektor $\frac{u}{|\mathbf{u}|}$ adalah $\frac{|\mathbf{u}|}{||\mathbf{u}||} = \frac{|\mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} = 1$

Sehingga v = $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}$ = (4, -3) / 5 = (4/5, -3/5).

Sifat – sifat pada perkalian titik vektor adalah sebagai berikut.

Misalkan u, v dan w adalah vektor di ruang2 atau ruang3 dan k adalah skalar maka:

1. $v.v = |\mathbf{u}|^2 = |\mathbf{u}| = (v.v)^{1/2}$

   Bukti:

   Karena vektor v berhimpit dengan vektor v itu sendiri maka θ adalah sudut di antara v dan v adalah $0°$ diperoleh

   $\mathbf{v.v} = |u|\,|u| \cos\theta$

   $= |u|^2 \cos 0$

   $= |u|^2$

2. u. (**v** + **w**) = u.v + u.w**u.**(**v** + **w**) = $(u_1, u_2, u_3).((v_1, v_2, v_3) + (w_1, w_2, w_3))$

   $= (u_1, u_2, u_3).(v_1 + w_1, v_2 + w_2, v_3 + w_3)$

   $= (u_1(v_1 + w_1) + u_2(v_2 + w_2) + u_3(v_3 + w_3))$

   $= ((u_1v_1 + u_1w_1) + (u_2v_2 + u_2w_2) + (u_3v_3 + u_3w_3))$

   $= ((u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3) + (u_1w_1 + u_2w_2 + u_3w_3))$

   $= (u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3) + (u_1w_1 + u_2w_2 + u_3w_3)$

   = u.v + u.w

3. k(u.v) = (k.u).**v** = u(k**v**)

   Bukti:

   k(u.v) $= k((u_1, u_2, u_3).(v_1, v_2, v_3))$

   $= k(u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3)$

   $= (k(u_1 v_1) + k(u_2 v_2) + k(u_3 v_3))$

$= ((ku_1)v_1 + (ku_2)v_2 + (ku_3)v_3)$ Asosiatif

$= (ku).v$

$= (u_1(kv_1) + u_2(kv_2) + u_3(kv_3))$ Komutatif

$= u.(k\mathbf{v})$

4. 0 . u = 0

Jika u dan **v** adalah vektor – vektor taknol dan θadalah sudut di antara kedua vektor tersebut, maka

θ lancip jika dan hanya jika u.v > 0

θ tumpul jika dan hanya jika u.v < 0

$\theta = \frac{\pi}{2}$jika dan hanya jika u.v = 0

Perlu diingat bahwa θ akan lancip jika dan hanya jika cos $\theta > 0$, θ akan tumpul jika dan hanya jika cos $\theta < 0$ dan θ akan $= \frac{\pi}{2}$ (siku-siku) jika dan hanya jika cos $\theta = 0$. Karena $|u| > 0$ dan $|u| > 0$ serta berdasarkan Definisi Dot Product bahwa $u.v = |u||u|\cos\theta$, maka u.v memiliki tanda sama dengan cos θ. Karena $0 \leq \theta \leq \pi$, maka sudut θ lancip jika dan hanya jika cos $\theta > 0$, θ tumpul jika dan hanya jika cos $\theta < 0$, dan $\theta = \frac{\pi}{2}$ jika dan hanya jika cos $\theta = 0$

5. u.v = v.u

Bukti :

$u.v = (u_1, u_2, u_3).(v_1, v_2, v_3)$

$= (u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3)$

$= (v_1 u_1 + v_2 u_2 + v_3 u_3)$ Komutatif

$= (v_1, v_2, v_3).(u_1, u_2, u_3)$

$= v.u$

Bentuk hasil kali titik u.v selain dari definisi di atas dapat juga dihitung dengan $u . v = |u||v|\cos\theta$, dimana θ adalah sudut yang dibentuk oleh vektor u dan v. Dari rumus $u.v = |u||v|\cos\theta$ tampak bahwa jika vektor u dan v saling tegak lurus, maka $\Theta = 90^0$ berarti $\cos \Theta = 0$ Sehingga diperoleh bahwa u.v = 0. Dari sini dapat disimpulkan bahwa dua vektor u dan v saling tegak lurus (ortogonal) jika dan hanya jika u.v = 0

2.2 Pengertian Geseran/Translasi

Definisi:

Suatu pemetaan S disebut geseran/translasi, apabila terdapat suatu ruas garis berarah AB sedemikian sehingga untuk setiap titik P dalam bidang V berlaku S(P) = P' dengan PQ = AB. Selanjutnya geseran dengan vektor AB dinyatakan sebagai $S_{AB.}$

A P S(P)=P' B

Karena pengertian geseran didasarkan pada vektor, maka didapat suatu teorema:

a. $S_{AB.} = S_{CD}$ *jika dan hanya jika AB = CD*

Bukti:

1. $S_{AB.} = S_{CD}$ maka AB = CD

   Ambil titik P dan kenakan S dengan vektor geser AB

   Berarti S_{AB}(P) = (P') berarti AB = PP'

   Karena $S_{AB.} = S_{CD}$ maka S_{CD}(P) = (P') berarti CD = PP'

   Karena AB = PP'

   CD = PP'

   Maka akibatnya AB = CD

2. AB = CD maka $S_{AB.} = S_{CD}$

   Ambil P dan kenakan S_{AB} berarti S_{AB}(P) = (P') berarti AB = PP'

   Karena AB = CD maka CD = PP'

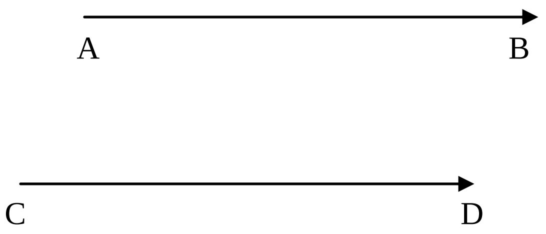
   Sehingga S_{CD}(P) = (P')

   S_{AB}(P) = (P')

   Maka akibatnya $S_{AB.} = S_{CD}$

   Dari (1) dan (2) terbukti $S_{AB.} = S_{CD}$ maka AB = CD

Ilustrasi:



b. *Misalkan tiga titik A, B, dan C tidak segaris.*

$S_{AB.} = S_{CD}$ *jika dan hanya jika CABD berupa jajaran genjang.*

Bukti:

1. $S_{AB.} = S_{CD}$ maka *CABD berupa jajaran genjang.*

   Dengan dalil 2.1 diperoleh bahwa jika $S_{AB.} = S_{CD}$ maka AB = CD

   Karena $S_{AB.} = S_{CD}$ maka AB = CD berakibat AC = BD

   Jadi CABD berupa jajaran genjang

2. CABD jajaran genjang maka $S_{AB.} = S_{CD}$

   CABD jajaran genjang berarti terdapat 2 pasang sisi yang sejajar dan sama panjang, yaitu AB = CD dan AC = BD

   Karena AB = CD dengan dalil 2.1 (jika AB = CD maka $S_{AB.} = S_{CD}$) jadi $S_{AB.} = S_{CD}$

   Dari (1) dan (2) terbukti bahwa $S_{AB.} = S_{CD}$ *jika dan hanya jika CABD berupa jajaran genjang.*

Catatan:

Geseran S_{AB} akan merupakan Identitas jika A = B. Jelas, bahwa oleh suatu geseran S_{AB} bukan merupakan identitas, maka setiap titik pasti bukan titik tetap. Jadi tidak ada titik tetap dalam geseran yang bukan identitas. Tetapi geseran punya garis tetap, yaitu semua garis yang sejajar dengan vektor geserannya.

Selanjutnya dengan mudah dapat dibuktikan bahwa geseran merupakan transformasi dan inversnya juga merupakan geseran, yaitu: $(S_{AB})^{-1} = S_{BA.}$

c. *Geseran adalah suatu isometri.*

1. S_{AB}(P) = P' =>AB = PP'

   S_{AB}(Q) = Q' =>AB = QQ'

   Akibatnya PP' = QQ'

   Akan dibuktikan P'Q' = PQ

PP’ dan Q tidak segaris dengan dalil 2.2 PQQ’P’ jajar genjang berakibat P’Q’ = PQ = P’Q’ = PQ

2. PP’ dan Q segaris

   P’Q’ = PQ’ – PP’

   = PQ + QQ’ – PP’ karena PP’ = QQ’

   Maka P’Q’ = PQ

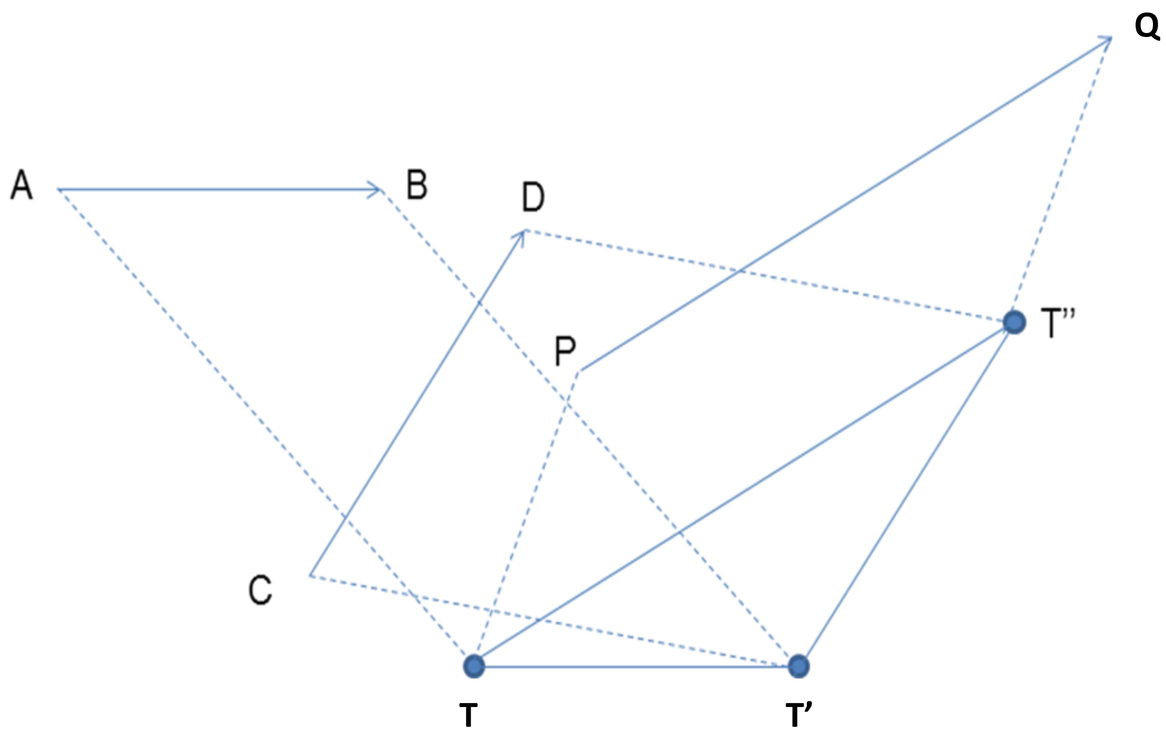
   Akibatnya P’Q’ = PQ

   Jadi Geseran (S) adalah suatu isometri.

d. *Geseran mempertahankan arah garis.*

e. *Hasil kali dua geseran S_{AB} dan S_{CD} akan berupa suatu geseran S_{PQ} dengan PQ = AB + CD.*

Bukti:



Ambil sebarang titik T di bidang V,

Akan dibuktikan bahwa S_{CD} o S_{AB}(T) = S_{PQ}(T)

Misal T’ = S_{AB}(T) dan T’’ = S_{CD}(T’)

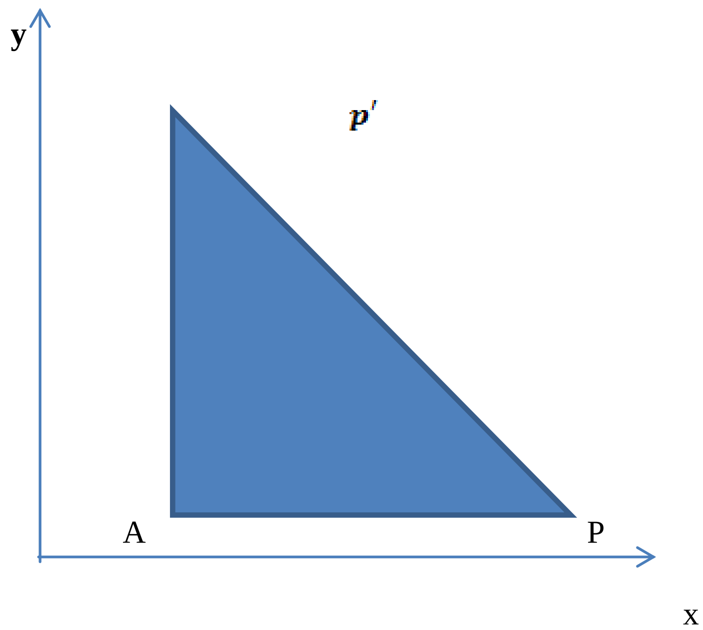
Maka TT’ = AB dan T’T’’ = TT’ + T’T’’

= AB + CD = PQ

Sehingga (T) = T’’ = S_{AB+CD} (T) = S_{CD} o S_{AB}(T)

Terbukti S_{CD} o S_{AB}(T) = S_{PQ}(T)

2.3 Rumus Geseran Dalam bidang koordinat



Dari gambar dia atas menunjukan bahwa titik P di petakan *p’* oleh suatu translasi. Misal diberikan translasi dengan bentuk vektor yaitu $\genfrac{}{}{0pt}{}{4}{5}$ yang menunjukan bahwa translasi P*p’* di hasilkan oleh 4 satuan secara horisontal ke kanan dan 5 satuan secara vertikal keatas. Dan dapat dimisalkan 4 satuan dengan h dan 5 satuan dengan k. Dari pernytaan tersebut dapat di simpulkan h searah dengan x dan k searah dengan y.

Catatan :Pergeseran ke arah kanan dan atas bertanda positif dan sedangkan pergeseran ke arah kiri dan bawah bertanda negatif.

Sehingga geseran *PP’* dapat dinyatakan secara analitis sebagai berikut:

P(X,Y) P’(X’,Y’)

P’(X’,Y’) = P' (x + h , y + k)

Dengan diketahuinya rumus tersebut, dapat di katakan bahwa translasi adalah transformasi *isometri* yakni tidak adanya perubahan dalam bentuk dan ukuran oleh suatu translasi maka bangun dan bayangannya kongruen.

Bukti :

Misalkan translasi suatu transformasi dengan vektor AB, dimana vektor AB (a,b).

Diketahui : P(x,y) dan Q (u,v), P,Q € V. Maka

P' = (x + a , y + b) dan P' = (u + a, v + b), sehingga,

|PQ|= $\sqrt{(u-x)^2+(v-y)^2}$

|$P'Q'$|= $\sqrt{((u+a)-(x+a))^2+((v+b)-(y+b))^2}$

|= $\sqrt{(u-x)^2+(v-y)^2}$

Jadi, terbukti bahwa translasi adalah isometri.

Teorema

Pada saat translasi AB ≠ I, tidak mempunyai titik tetap, semua garis yang sejajar akan menjadi garis tetap.

Bukti :

Akan dibuktikan tidak ada titik tetap secara analitis. Karena pergeseran AB ≠ I berarti AB ≠ 0. Maka : $P'(X',Y')$ = P' (x + a , y + b). Misal P(x, y) adalah titik tetap, maka berlaku x + a = x dan y + b = y. Berarti a = 0 dan b = 0. Ini berarti bertentangan dengan yang diketahui bahwa AB ≠ 0. Jadi tidak mungkin terdapat titik tetap. Bukti bahwa garis yang sejajar AB adalah garis tetap. Misalnya h : px +qy +c merupakan garis tetap maka h = *h'*, padahal berdasarkan definisi geseran, persamaan garis:

h': p (x' - a) + y(y' - b) + c atau px' + qy' + c – ap – bq = 0

Agar h = *h'* maka c – ap – bq = c atau Ap = - bq atau - $\frac{p}{q}=\frac{b}{a}$ = gradien garis h. Ini berarti garis h sejajar dengan AB. Sehingga terbukti bahwa garis yang sejajar dengan AB merupakan garis tetap.

BAB III

KESIMPULAN

Dari pembahasan diatas, maka dapat disimpulkan bahwa

Suatu pemetaan S disebut geseran/translasi, apabila terdapat suatu ruas garis berarah AB sedemikian sehingga untuk setiap titik P dalam bidang V berlaku S(P) = Q dengan PQ = AB. Selanjutnya geseran dengan vektor AB dinyatakan sebagai $S_{AB.}$ Pengertian geseran didasarkan pada vektor sehingga didapat suatu teorema:

a. $S_{AB.} = S_{CD}$ *jika dan hanya jika AB = CD*
b. Misalkan tiga titik A, B, dan C tidak segaris
c. Geseran adalah suatu isometri
d. Geseran mempertahankan arah garis
e. Hasil kali dua geseran S_{AB} dan S_{CD} akan berupa suatu geseran S_{PQ} dengan PQ = AB + CD.

Dengan diketahuinya rumus *P'(X',Y')* =*P'*(x + h , y + k), dapat dikatakan bahwa translasi adalah transformasi *isometri* yakni tidak adanya perubahan dalam bentuk dan ukuran oleh suatu translasi maka bangun dan bayangannya kongruen.

REFERENCES

Iswahyudi, Gatut. 2003. *Geometri Transformasi*. UNS press: Surakarta

Amanto.2013.*Bahan Ajar Struktur Aljabar*. Bandung: IAIN Raden Intan Lampung

Alitiningtyas, Nur. *Diktat Struktur Aljabar*. Bandar Lampung

Noormandiri, B.K. 2005. *Buku Pelajaran Matematika SMA Untuk Kelas XII*. Jakarta: Erlangga

Suryanto, T. (n.d.). Islamic Work Ethics and Audit Opinions: Audit Professionalism and Dysfunctional Behavior as Intervening Variables.

Suryanto, T. (2015). QUALITY AUDIT IN BANKING INDUSTRY. In *Prosiding International conference on Information Technology and Business (ICITB)* (pp. 271–279).

YAZID, H., & SURYANTO, T. (2017). IFRS, PROFESSIONAL AUDITOR SKEPTICISM, CONFLICT AGENCY TO PREVENTION OF FRAUD AND INVESTOR CONFIDENCE LEVEL. *International Journal of Economic Perspectives*, *11*(1).