# 计算方法实验报告

姓名:王良希

学号: 210110205

院系: 计算机科学与技术学院

专业: 计算机科学与技术

班级: 2班

## 实验报告一

第一部分:问题分析 (描述并总结出实验题目)

编写程序,利用拉格朗日插值多项式 $P_n(x)$ 求f(x)的近似值。

同时,还要回答以下三个问题:

问题 1 拉格朗日插值多项式的次数 n 越大越好吗?

问题 2 插值区间越小越好吗?

问题 4 考虑拉格朗日插值问题,内插比外推更可靠吗?

第二部分: 数学原理

给定平面上 n+1 个不同的数据点 $(x_k, f(x_k))$ ,  $k=0,1,\dots,n$ ,  $x_i \neq x_j$ ,  $i \neq j$ ; 则满足条件

$$P_n(x_k) = f(x_k), \quad k = 0, 1, \dots, n$$

的n次拉格朗日插值多项式

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n f(x_k) l_k(x)$$

是存在唯一的。若 $x_k \in [a,b], k = 0,1,\cdots,n$ ,且函数f(x)充分光滑,则当 $x \in [a,b]$ 时,有误差估计式

$$f(x) - P_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x - x_0) (x - x_1) \cdots (x - x_n), \quad \xi \in [a, b]$$

```
第三部分:程序设计流程
根据给出的程序流程可设计出:
n = 5:
x = linspace(-5, 5, n+1);
f = 1./(1+x.^2);
Pn1 = my lagrange interp(x, f, 0.75);
fprintf('x=0.75, Pn(x)= \%.8f\n',Pn1)
Pn2 = my lagrange interp(x, f, 1.75);
fprintf('x=1.75, Pn(x) = \%.8f(n', Pn2)
Pn3 = my lagrange interp(x, f, 2.75);
fprintf('x=2.75, Pn(x)= \%.8f\n',Pn3)
Pn4 = my lagrange interp(x, f, 3.75);
fprintf('x=3.75, Pn(x)= \%.8f\n', Pn4)
Pn5 = my lagrange interp(x, f, 4.75);
fprintf('x=4.75, Pn(x)=\%.8f\n',Pn5)
function Pn = my lagrange interp(x, f, xi)
n = length(x) - 1; Pn = 0;
for k = 1:n+1
   I = 1;
   for j = [1:k-1, k+1:n+1]
       I = I*(xi - x(j))/(x(k) - x(j));
    end
   Pn = Pn + f(k)*I;
end
end
% 注: 以上代码对应第(1)问的情形, 其他情况需要修改代码.
第四部分:实验结果、结论与讨论
                   问题一(n 是否越大越好)
第(1)小问
n=5
```

```
>> lagrange interp
x=0.75, Pn(x)=0.52897386
x=1.75, Pn(x) = 0.37332482
x=2.75, Pn(x)=0.15373347
x=3.75, Pn(x)=-0.02595403
x=4.75, Pn(x)=-0.01573768
n=10
>> lagrange interp
x=0.75, Pn(x)=0.67898958
x=1.75, Pn(x) = 0.19058047
x=2.75, Pn(x)=0.21559188
x=3.75, Pn(x)=-0.23146175
x=4.75, Pn(x)=1.92363115
n = 20
>> lagrange_interp
x=0.75, Pn(x)=0.63675534
x=1.75, Pn(x)=0.23844593
x=2.75, Pn(x)=0.08065999
x=3.75, Pn(x)=-0.44705196
x=4.75, Pn(x)=-39.95244903
实际值:
Pn(0.75)=0.64
Pn(1.75)=0.24615384
Pn(2.75)=0.11678832
Pn(3.75)=0.06639004
Pn(4.75)=0.04244031
第(2)小问
n=5
>> lagrange interp
x=-0.95, Pn(x)=0.38679816
x=-0.05, Pn(x)=0.95124833
x=0.05, Pn(x)=1.05129028
x=0.95, Pn(x)=2.58578455
```

#### n = 10

>> lagrange\_interp

x=-0.95, Pn(x)=0.38674102

x=-0.05, Pn(x)=0.95122942

x=0.05, Pn(x)=1.05127110

x=0.95, Pn(x)=2.58570966

#### n=20

>> lagrange\_interp

x=-0.95, Pn(x)=0.38674102

x=-0.05, Pn(x)=0.95122942

x=0.05, Pn(x)=1.05127110

x=0.95, Pn(x)=2.58570966

#### 实际值为:

Pn(-0.95)=0.38674102

Pn(-0.05)=0.95122942

Pn(0.05)=1.05127110

Pn(0.95)=2.58570966

## <mark>由实验结果可得:并不是插值次数越多越好,比如在函数</mark>

f(x)=1/(1+x^2)中, n 取 20 会发生严重的振荡现象,导致误差极大.

而在 f(x)=e^x 中, 插值次数越多, 精确度越高.

## 问题二(插值区间越小越好吗?)

(1)

n=5

>> lagrange\_interp

x=-0.95, Pn(x)=0.51714729

x=-0.05, Pn(x)=0.99279067

x=0.05, Pn(x)=0.99279067

x=0.95, Pn(x)=0.51714729

n=10

```
>> lagrange interp
x=-0.95, Pn(x)=0.52640798
x=-0.05, Pn(x)=0.99750686
x=0.05, Pn(x)=0.99750686
x=0.95, Pn(x)=0.52640798
n = 20
>> lagrange interp
x=-0.95, Pn(x)=0.52562037
x=-0.05, Pn(x)=0.99750623
x=0.05, Pn(x)=0.99750623
x=0.95, Pn(x)=0.52562037
实际值为:
Pn(-0.95)=0.52562418
Pn(-0.05)=0.99750623
Pn(0.05)=0.99750623
Pn(0.95)=0.52562418
                          (2)
n=5
>> lagrange interp
x=-4.75, Pn(x)=1.14703473
x=-0.25, Pn(x)=1.30215246
x=0.25, Pn(x)=1.84121041
x=4.75, Pn(x)=119.62100706
n = 10
>> lagrange interp
x=-4.75, Pn(x)=-0.00195655
x=-0.25, Pn(x)=0.77868634
x=0.25, Pn(x)=1.28414449
x=4.75, Pn(x)=115.60736006
n=20
>> lagrange_interp
x=-4.75, Pn(x)=0.00865169
x=-0.25, Pn(x)=0.77880078
```

x=0.25, Pn(x)= 1.28402542 x=4.75, Pn(x)= 115.58428453

#### 实际值为:

Pn(-4.75)=0.00865169

Pn(-0.25)=0.77880078

Pn(0.25)=1.28402542

Pn(4.75)=115.58428453

由实验结果和问题一中的数据对比可知:在合适的插值区间内,插值区间越小,插值多项式精度越高.但是,如果插值区间过小,可能会导致插值多项式存在 Runge 现象,在插值点附近的误差会比较大,因此,插值区间大小的选择应该根据被插值函数的特点进行选择。对于变化剧烈的函数,可以采用分段插值的方式来提高插值的精度;如果被插值函数的变化比较平缓,则可以适当扩大插值区间。

## 问题 4 内插比外推更可靠吗?

(1)

#### 得到的答案为:

>> lagrange\_interp

x=5, Pn(x) = 2.26666667

x=50, Pn(x) = -20.233333333

x=115, Pn(x) = -171.90000000

x=185, Pn(x) = -492.733333333

(2)

## 得到的答案为:

>> lagrange\_interp

x=5, Pn(x)=3.11575092

x=50, Pn(x)= 7.07179487 x=115, Pn(x)= 10.16703297 x=185, Pn(x)= 10.03882784

(3)

#### 得到的答案为:

>> lagrange\_interp x=5, Pn(x)= 4.43911161 x=50, Pn(x)= 7.28496142 x=115, Pn(x)= 10.72275551 x=185, Pn(x)= 13.53566723

(4)

#### 得到的答案为:

>> lagrange\_interp x=5, Pn(x)= 5.49717205 x=50, Pn(x)= 7.80012771 x=115, Pn(x)= 10.80049261 x=185, Pn(x)= 13.60062032

由实验结果可知:通常情况下,内推(将插值点配置在有限范围内)的精度比外推的精度更高

## 思考题

1. 对实验 1 存在的问题,如何解决?

插值次数与插值精度之间存在一种权衡关系,插值次数越高,插值精度越高,但在过高的插值次数下,插值多项式会发生病态现象,导致插值结果不准确。因此,有以下几种解决方案:

a. 采用其他高效准确的方法进行插值,如样条插值方法。样

条插值法能够通过一定的参数选择达到很高的插值精度。

- b.在函数变化剧烈的区域内,增加插值节点的密度。
- c.将多项式表达式进行分段拟合, 使得每段的斜率变化范围较小。
- 2. 对实验 2 存在的问题的回答, 试加以说明

插值区间的大小并不是越小越好,而是要根据实际问题的需要进行灵活选择。当插值区间变小时,插值多项式的阶数会变高,从而导致插值多项式的病态程度更严重,进而导致插值误差的增大。但如果插值区间过大,则无法准确地捕捉函数的局部变化规律,也会导致插值误差的增大。

3. 如何理解插值问题中的内插和外推?

内插: 当目标点在插值点之间时,我们可以通过插值公式得到目标点的值。这种情况称为内插,插值点范围包含目标点。

外推: 当目标点超出插值点的范围时,我们可以通过插值公式对目标点进行预测。这种情况称为外推,插值点范围不包括目标点。

在内插和外推中,**内插通常比外推更加可靠**,因为在内插中目标点与插值点之间的距离更近,可以更好地反映原函数的变化趋势。而在外推中,目标点可能超出了原始数据范围,从而导致插值误差的增加。

## 实验报告二

第一部分:问题分析 (描述并总结出实验题目)

方法概要:利用复化梯形求积公式、复化辛普生求积公式、复化柯特斯求积公式的误差估计式计算积分 $\int_a^b f(x)dx$ 。记

 $h = \frac{b-a}{n}$ ,  $x_k = a+k \cdot h$ ,  $k = 0,1,\dots,n$ , 其计算公式:

$$T_{n} = \frac{1}{2}h\sum_{k=1}^{n} \left[ f(x_{k-1}) + f(x_{k}) \right]$$

$$T_{2n} = \frac{1}{2}T_{n} + \frac{1}{2}h\sum_{k=1}^{n} f\left(x_{k} - \frac{1}{2}h\right)$$

$$S_{n} = \frac{1}{3}(4T_{2n} - T_{n})$$

$$C_{n} = \frac{1}{15}(16S_{2n} - S_{n})$$

$$R_{n} = \frac{1}{63}(64C_{2n} - C_{n})$$

一般地, 利用龙贝格算法计算积分, 要输出所谓的 T-数表:

$$\begin{array}{cccc} T_1 & & & & \\ T_2 & S_1 & & & \\ T_4 & S_2 & C_1 & & \\ T_8 & S_4 & C_2 & R_1 & & \end{array}$$

第二部分: 数学原理

假设要计算区间[a,b]上的某个函数 f(x)的定积分,我们将区间[a,b]进行等分,将区间步长 h 逐步减半,并用梯形公式求得每个步长下积分的估计值,即:

$$T_{0,0} = \frac{1}{2}h(f(a) + f(b))$$

$$T_{1,0} = \frac{1}{2}T_{0,0} + h\sum_{i=1}^{n} f(a+i\frac{b-a}{n})$$

$$T_{2,0} = \frac{1}{2}T_{1,0} + \frac{h}{2}\sum_{i=1}^{n}f(a+i\frac{b-a}{n})$$

. . .

$$T_{m,0} = \frac{1}{2}T_{m-1,0} + \frac{h}{2^m}\sum_{i=1}^n f(a+i\frac{b-a}{n})$$

其中,m表示递归次数,n表示子区间数,h表示每个子区间的长度, $T_{m,0}$ 表示递归 m 次后的积分估计值。

接下来,我们使用龙贝格公式计算更精确的估计值,公式如下:

$$T_{m,n} = \frac{4^n T_{m,n-1} - T_{m-1,n-1}}{4^n - 1}$$

其中, $T_{m,n}$ 表示递归 m 次、精度为 n 的积分估计值。

通过递归计算,可以不断提高积分的精度,直到达到预设的误差要求。

```
第三部分:程序设计流程
根据给出的程序流程可得:
f = @(x) x.^2 .* exp(x);
%f = @(x) \exp(x).*\sin(x);
%f = @(x) 4./(1+x.^2);
%f = @(x) 1./(x+1);
a = 0;
b = 1;
eps = 1e-6;
R = my\_romberg(a, b, f, eps);
format long;
display(R)
fprintf("最终近似结果:%.15f\n", R(end, end))
fprintf("实际精确值是:%.15f\n", integral(f,a,b))
function R = my romberg(a, b, f, eps)
h = b - a;
R = zeros(20);
R(1, 1) = h / 2 * (f(a) + f(b));
for j = 2:10
    h = h / 2;
    sum = 0;
    for k = 1: 2^{(j-2)}
        sum = sum + f(a + (2*k-1)*h);
    end
    R(j, 1) = 1 / 2 * R(j-1, 1) + h * sum;
    for i = 2:j
        R(j, i) = (4^{(i-1)} * R(j, i-1) - R(j-1, i-1)) / (4^{(i-1)} - 1);
    end
    if abs(R(j, j) - R(j-1, j-1)) < eps
        break;
    end
end
R = R(1:j, 1:j);
end
```

第四部分:实验结果、结论与讨论

(1): 
$$\int_0^1 x^2 e^x dx$$
,  $\varepsilon = 10^{-6}$ :

R =

0	0	0	0	1. 359140914229523
0	0	0	0. 727833849859862	0.885660615952277
0	0	0.718313197152415	0.718908237946630	0.760596332448042
0	0.718281850112090	0.718282339909595	0.718321458536910	0.728890177014693
0. 718281828462374	0.718281828546943	0.718281836536984	0. 718284312911980	0.720935778937658

最终近似结果: 0.718281828462374 实际精确值是: 0.718281828459045

(2): 
$$\int_{1}^{3} e^{x} \sin x dx$$
,  $\varepsilon = 10^{-6}$ 

R =

最终近似结果:10.950170314683838 实际精确值是:10.950170314685517

(3): 
$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$$
,  $\varepsilon = 10^{-6}$ 

R =

0	0	0	0	0	3.0000000000000000
0	0	0	0	3. 1333333333333333	3. 10000000000000000
0	0	0	3. 142117647058823	3. 141568627450980	3. 131176470588235
0	0	3. 141585783761874	3. 141594094125888	3. 141592502458707	3. 138988494491089
0	3. 141592665277717	3. 141592638396796	3. 141592661142563	3. 141592651224822	3. 140941612041389
3. 141592653638244	3. 141592653649611	3. 141592653590029	3. 141592653708038	3. 141592653552836	3. 141429893174974

最终近似结果: 3.141592653638244

实际精确值是:3.141592653589793

(4): 
$$\int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$$
,  $\varepsilon = 10^{-6}$ 

$$R =$$

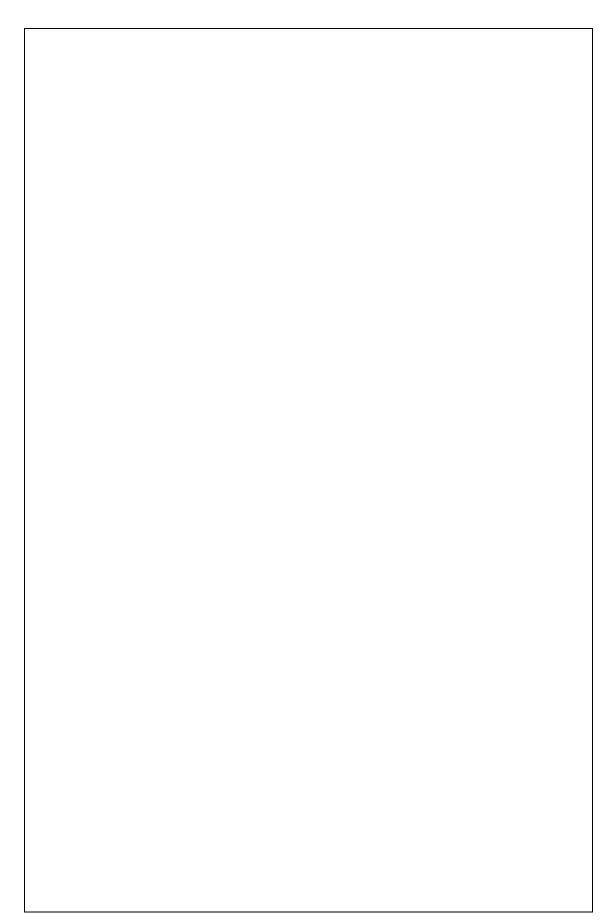
0	0	0	0	0.7500000000000000
0	0	0	0. 69444444444444	0.7083333333333333
0	0	0.693174603174603	0.693253968253968	0.697023809523809
0	0.693147477644832	0. 693147901481235	0. 693154530654531	0.694121850371850
0 693147181916745	0 693147183071933	0 693147194297078	0 693147652819419	0 693391202207527

最终近似结果: 0.693147181916745 实际精确值是: 0.693147180559946

## 思考题:

龙贝格积分法中二分次数和精度有直接关系,二分次数越多,精度越高。具体地,龙贝格积分法的精度可以通过迭代公式中的误差估计来衡量,每迭代一次就会把区间分成两半,即增加一次二分次数。因此,二分次数和精度之间是近似成线性关系的,即当二分次数翻倍时,精度也翻倍。

但是,也有可能先达到了设定的精度 eps,这种情况次数和精度的关系有限,只要二分次数大于在达到设定的精度 eps 所需的二分次数。



第一部分:问题分析 (描述并总结出实验题目)

利用牛顿迭代法,在给定精度、最大迭代次数、初值的条件下求近似零点。需要根据给定的程序设计流程,设计 matlab 代码。

第二部分: 数学原理

求非线性方程 f(x) = 0 的根  $x^*$ , 有牛顿迭代法计算公式

$$x_{0} = \alpha$$

$$x_{n+1} = x_{n} - \frac{f(x_{n})}{f'(x_{n})}$$

$$n = 0, 1, \dots$$

一般地,,牛顿迭代法具有局部收敛性,为保证迭代收敛,要求,对充分小的  $\delta > 0$ ,  $\alpha \in O(x^*,\delta)$ 。 如果  $f(x) \in C^2[a,b]$ ,  $f(x^*) = 0$ ,  $f'(x^*) \neq 0$ ,那么,对 充分小的  $\delta > 0$  , 当  $\alpha \in O(x^*,\delta)$  时,由牛顿迭代法计算出的  $\{x_n\}$  收敛于  $x^*$  ,且 收敛速度是 2 阶的;如果  $f(x) \in C^m[a,b]$  , $f(x^*) = f'(x^*) = \cdots = f^{(m-1)}(x^*) = 0$ ,  $f^{(m)}(x^*) \neq 0$ (m > 1),那么,对充分小的  $\delta > 0$ ,当  $\alpha \in O(x^*,\delta)$  时,由牛顿迭代 法计算出的  $\{x_n\}$  收敛于  $x^*$  ,且收敛速度是 1 阶的。

```
第三部分:程序设计流程
根据给出的程序设计流程可得:
syms x;
f = cos(x)-x; %这些参数(包括下面的eps等等)根据题目修改
fh = matlabFunction(f);
df = matlabFunction(diff(f));
eps1 = 1e-6;
eps2 = 1e-4;
N = 10;
x0 = pi/4;
[x star, n] = newton(fh, df, eps1, eps2, x0, N);
display(x_star)
function [x_star, n] = newton(f, df, eps1, eps2, x0, N)
    n=1;
   while n<= N
       %2.1
       F = f(x0);
       DF = df(x0);
       if abs(F) < eps1
           x_star = x0;
           return
```

```
end
        if abs(DF) < eps2
            display("Failed")
            return
        end
        %2.2
        x1=x0-F/DF;
        %2.3
        Tol = abs(x1-x0);
        if abs(Tol) < eps1</pre>
            x_star=x1;
            return
        end
        %2.4
        n=n+1;
        x0=x1;
    end
    display("Failed")
    return
end
```

第四部分:实验结果、结论与讨论

### 问题 1:

(1): 
$$\cos x - x = 0$$
,  $\varepsilon_1 = 10^{-6}$ ,  $\varepsilon_2 = 10^{-4}$ ,  $N = 10$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{4} \approx 0.785398163$ 

>> Newton

x\_star =

0.739085178106010

(2): 
$$e^{-x} - \sin x = 0$$
,  $\varepsilon_1 = 10^{-6}$ ,  $\varepsilon_2 = 10^{-4}$ ,  $N = 10$ ,  $x_0 = 0.6$ 

>> Newton

x\_star =

0.588532742847979

#### 问题 2:

(1): 
$$x - e^{-x} = 0$$
,  $\varepsilon_1 = 10^{-6}$ ,  $\varepsilon_2 = 10^{-4}$ ,  $N = 10$ ,  $x_0 = 0.5$ 

>> Newton

x\_star =

0.567143165034862

(2): 
$$x^2 - 2xe^{-x} + e^{-2x} = 0$$
,  $\varepsilon_1 = 10^{-6}$ ,  $\varepsilon_2 = 10^{-4}$ ,  $N = 20$ ,  $x_0 = 0.5$ 

>> Newton

 $x_star =$ 

0.566605704128158

#### 思考题:

1. 确定初值的原则是什么? 实际计算中如何解决?

#### 可以遵循以下原则:

- a. 理解问题并利用图形辅助选择初始点。将函数绘制成图像,大致确定根的位置,并选择与其尽可能接近的初始点。
- b. 选择已知根的领域内的点。如果已知根的大致范围,则可以选择 该范围内的点作为初始点。
- c. 利用其他数值方法得到初始点。例如,使用二分法或割线法等方法,得到一个粗略的近似解,然后使用牛顿迭代法进一步提高精度。

**在实际计算中**,通常需要结合以上原则进行选择。对于复杂的问题,可以采用试错的方法,针对不同的初始点进行计算,并检查结果是否满足要求。此外,还可以使用自适应算法,根据迭代过程中的误差调整初始点,以提高收敛速度和精度。

2. 对实验二出现的现象怎么解释?

对于求出的零点不精确的情况, 有以下解释:

1. 函数可能存在多个零点,零点间的距离较远,而初值 x0 将决定最终收敛的情况,如果 x0 离所需的零点较远,则可能收敛到其他的点,使得结果偏离真实值.

2. 因此, 在使用牛顿迭代法时, 要根据实际情况选择合适的初
值,并且对迭代结果进行检查。同时,对于存在多个零点的函
数,可以考虑使用其他的数值求解方法,例如二分法、割线
法,以免收敛到错误的解。

# 实验报告四

第一部分:问题分析 (描述并总结出实验题目)

用 mat1ab 解决以下问题: 给定 n 阶线性方程 Ax = b,首先进行列主元消去过程,然后进行回代,最后得到这个方程的解或者确定该方程组是奇异的。

输入: n;  $a_{ii}$ ,  $b_i$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ 

输出:线性方程组 Ax = b 的近似解  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ 

第二部分: 数学原理

假设有一个线性方程组:  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  , 其中 A 是系数矩阵, $\mathbf{x}$  是未知量向量, $\mathbf{b}$  是常数向量。为了求解 $\mathbf{x}$  ,可以使用高斯列主元消去法。

让我们首先考虑如何将系数矩阵 A 变换为一个上三角矩阵。这可以通过矩阵的行变换和列变换来实现。具体来说,可以通过以下步骤来将A变换为上三角矩阵:

- 1. 找到第j列中绝对值最大的元素  $a_{k,j}$ ,即满足 $|a_{k,j}|=\max_{i=j,\dots,n}|a_{i,j}|$ 的k。将第 k行交换到第 j 行,即  $a_{j,j}\leftrightarrow a_{k,j}$ 。
- 2. 将第 j 行除以 $a_{i,j}$ ,使得 $a_{i,j}=1$ 。
- 3. 对于下面的所有行 i=j+1,...,n ,将  $a_{i,j}$  这个元素所在的列进行列变换,使得  $a_{i,j}=0$  。

重复以上步骤,直到A变换为一个上三角矩阵U。

高斯列主元消去法的核心就是在每一步中选择主元,即选取第j列中绝对值最大的元素作为主元。这样可以保证主元的绝对值最大,从而减小了舍入误差的影响。

现在,将 A 变换为上三角矩阵 U 后,我们可以通过回代求解 $\mathbf{x}$ 。回代的过程与高斯消去法类似,但顺序是相反的。具体来说,我们从最后一行开始,往前逐行求解

```
\mathbf{x}_{i},并将其代入下一行的方程中,直到求出\mathbf{x}_{1}。回代的过程如下:
1. 对于最后一行n,有 x_n = b_n / a_{n,n}。
2. 对于i = n - 1, n - 2, ..., 1, 计算\mathbf{x} * i, 有 x_i = (b_i - \sum^* j = i + 1^n a_{i,j} x_j) / a_{i,i}。
这样,就可以用高斯列主元消去法求解线性方程组了。
第三部分:程序设计流程
x1 = gauss(A1,b1)
x2 = gauss(A2,b2)
x3 = gauss(A3,b3)
x4 = gauss(A4,b4)
x5 = gauss(A5,b5)
x6 = gauss(A6,b6)
x7 = gauss(A7,b7)
x8 = gauss(A8,b8)
function [x] = gauss(A,b)
n = size(A,1);
for k = 1:n-1
    [\sim,p] = \max(abs(A(k:n,k)));
    p = p + k - 1;
    if A(p,k) == 0
        display('奇异')
        return
    end
    if p \sim = k
        A([k,p],:) = A([p,k],:);
        b([k,p]) = b([p,k]);
    end
    for i = k+1:n
        m = A(i,k) / A(k,k);
        A(i,k+1:n) = A(i,k+1:n) - m * A(k,k+1:n);
```

```
b(i) = b(i) - m * b(k);
    end
end
if A(n,n) == 0
    display('奇异')
    return
end
x = zeros(n,1);
x(n) = b(n) / A(n,n);
for k = n-1:-1:1
    x(k) = (b(k) - A(k,k+1:n) * x(k+1:n)) / A(k,k);
end
end
```

```
第四部分:实验结果、结论与讨论
         x5 =
>> Gauss
             0.9537
x1 =
             0.3210
  1.0000
             1.0787
  1.0000
            -0.0901
  1.0000
  1.0000
          x6 =
x2 =
             0.5162
  1.0000
             0.4152
  1.0000
             0.1100
  1.0000
             1.0365
  1.0000
x3 = x7 =
  1.0000
             1.0000
  1.0000
             1.0000
  1.0000
             1.0000
  1.0000
         x8 =
x4 =
   1
              1
   1
              1
   1
              1
   1
```