

**Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych  
Politechnika Warszawska**

**Projektowanie układów sterowania  
(projekt grupowy)**

**Sprawozdanie z projektu nr 2, zadanie nr 11**

**Kamil Gabryjelski, Paweł Rybak, Paweł Walczak**

**Warszawa, 2017**

# Spis treści

<b>1. Opis obiektu</b>	2
<b>2. Punkt pracy</b>	3
<b>3. Odpowiedzi skokowe</b>	4
3.1. Tor sterowania	4
3.2. Charakterystyka statyczna toru sterowania	5
3.3. Tor zakłócenia	5
3.4. Charakterystyka statyczna toru zakłócenia	6
<b>4. Odpowiedzi skokowe dla algorytmu DMC</b>	8
<b>5. Algorytm DMC</b>	10
5.1. Wersja analityczna	10
5.2. Dobieranie nastaw	10
5.2.1. Horyzont predykcji	11
5.2.2. Horyzont sterowania	13
5.2.3. Parametr lambda	15
<b>6. Uwzględnianie zakłóceń</b>	17
<b>7. Zakłócenie sinusoidalne</b>	19

# 1. Opis obiektu

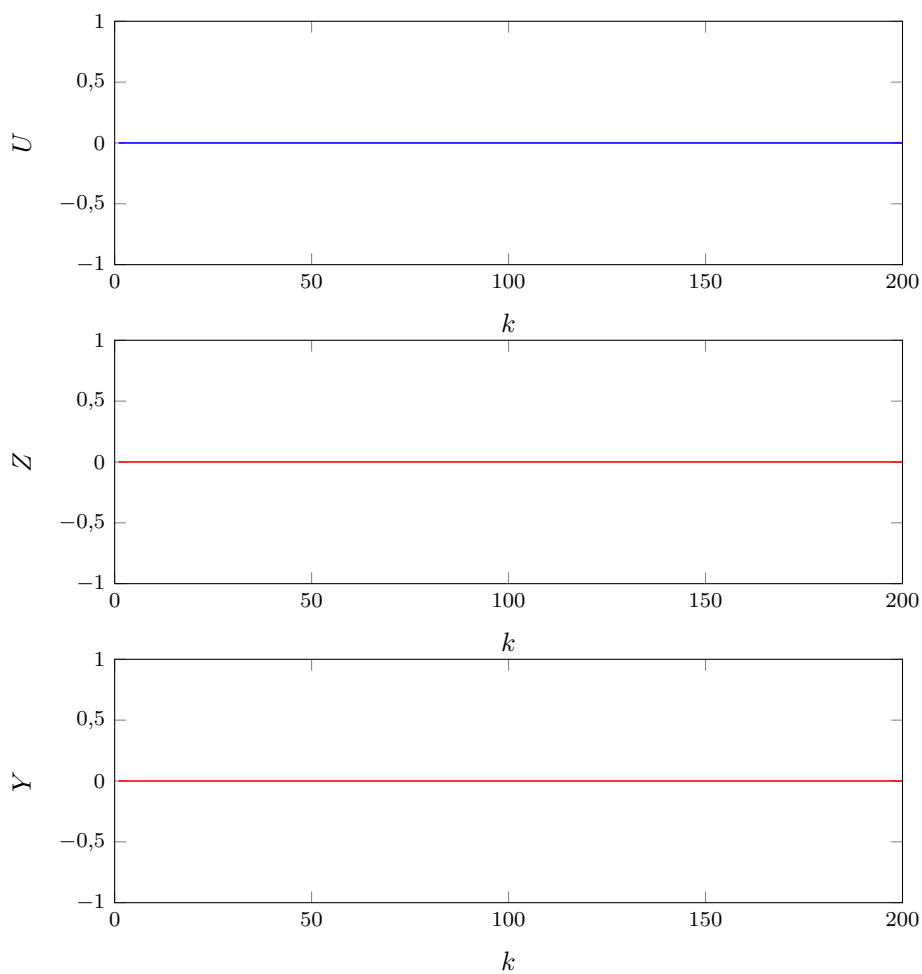
Obiekt używany w projekcie jest symulacją obiektu, napisaną w języku MATLAB. Opisywany jest on wzorem

$$Y(k) = f(U(k-7), U(k-8), Z(k-3), Z(k-4), Y(k-1), Y(k-2)) \quad (1.1)$$

gdzie  $k$  jest aktualną chwilą symulacji. Wartości sygnałów w punkcie pracy mają wartość  $u = y = z = 0$ . Okres próbkowania wynosi  $T_p = 0,5s$ .

## 2. Punkt pracy

Celem zadania było sprawdzenie poprawności punktu pracy opisanego w sekcji 1. W celu weryfikacji zbadano odpowiedź obiektu na sygnał sterowania równy  $U = 0$  oraz sygnał zakłócenia równy  $Z = 0$ . Zgodnie z oczekiwaniem, wyjście obiektu miało wartość  $Y = 0$ . Stąd podany punkt pracy  $u = y = z = 0$  jest poprawny. Przebieg symulacji przedstawiony jest na wykresie 2.1.

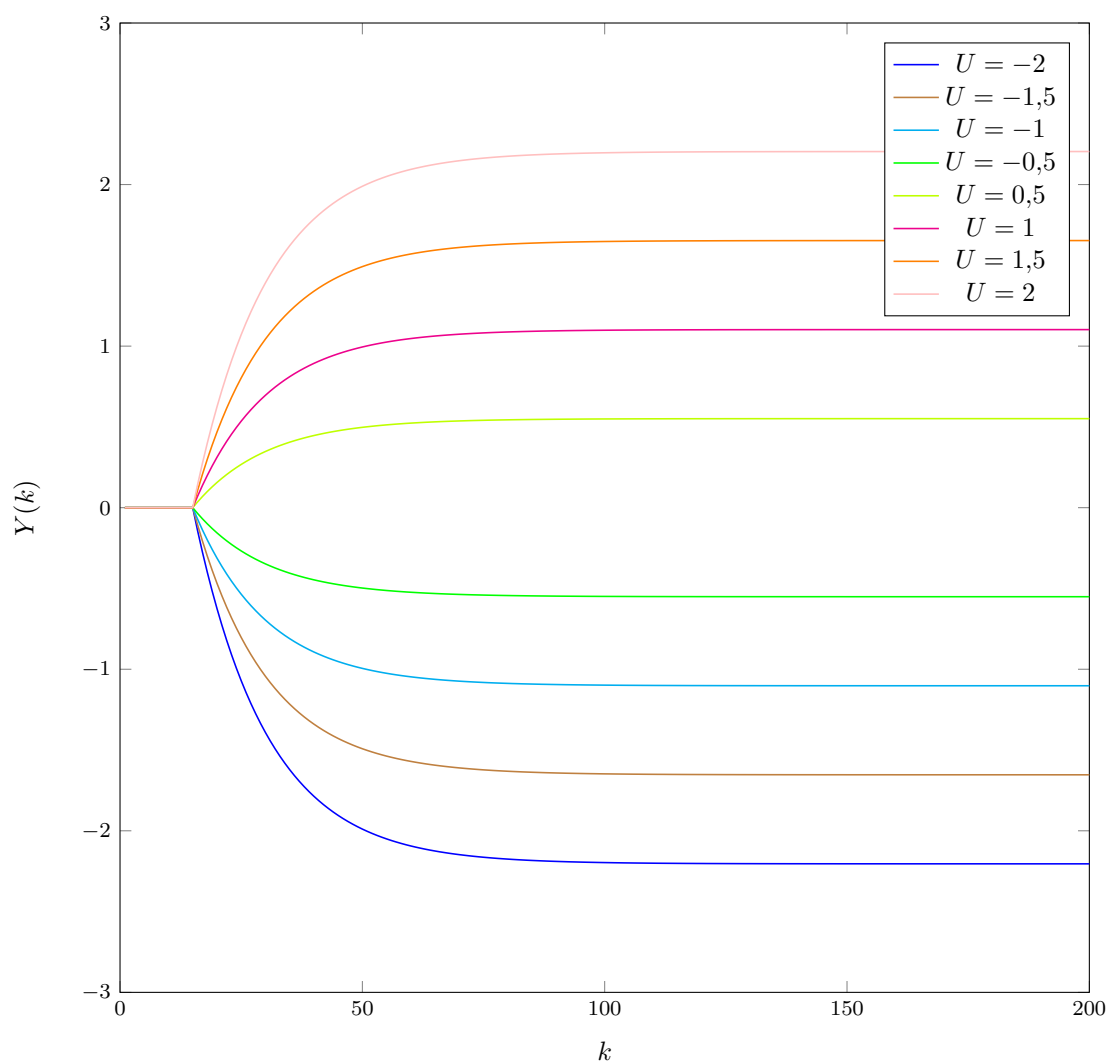


Rys. 2.1. Przebiegi sygnałów  $U(k)$ ,  $Z(k)$ ,  $Y(k)$  w punkcie pracy.

### 3. Odpowiedzi skokowe

#### 3.1. Tor sterowania

W tym punkcie badane są odpowiedzi skokowe obiektu na różne wartości skoku sygnału sterowania. Założono, że w chwili początkowej obiekt znajduje się w punkcie pracy. W chwili  $k = 9$  wykonywany jest sterowania do zadanej wartości. Sygnał zakłócenia ma wartość  $Z = 0$ . Wyniki badań przedstawia wykres 3.1.

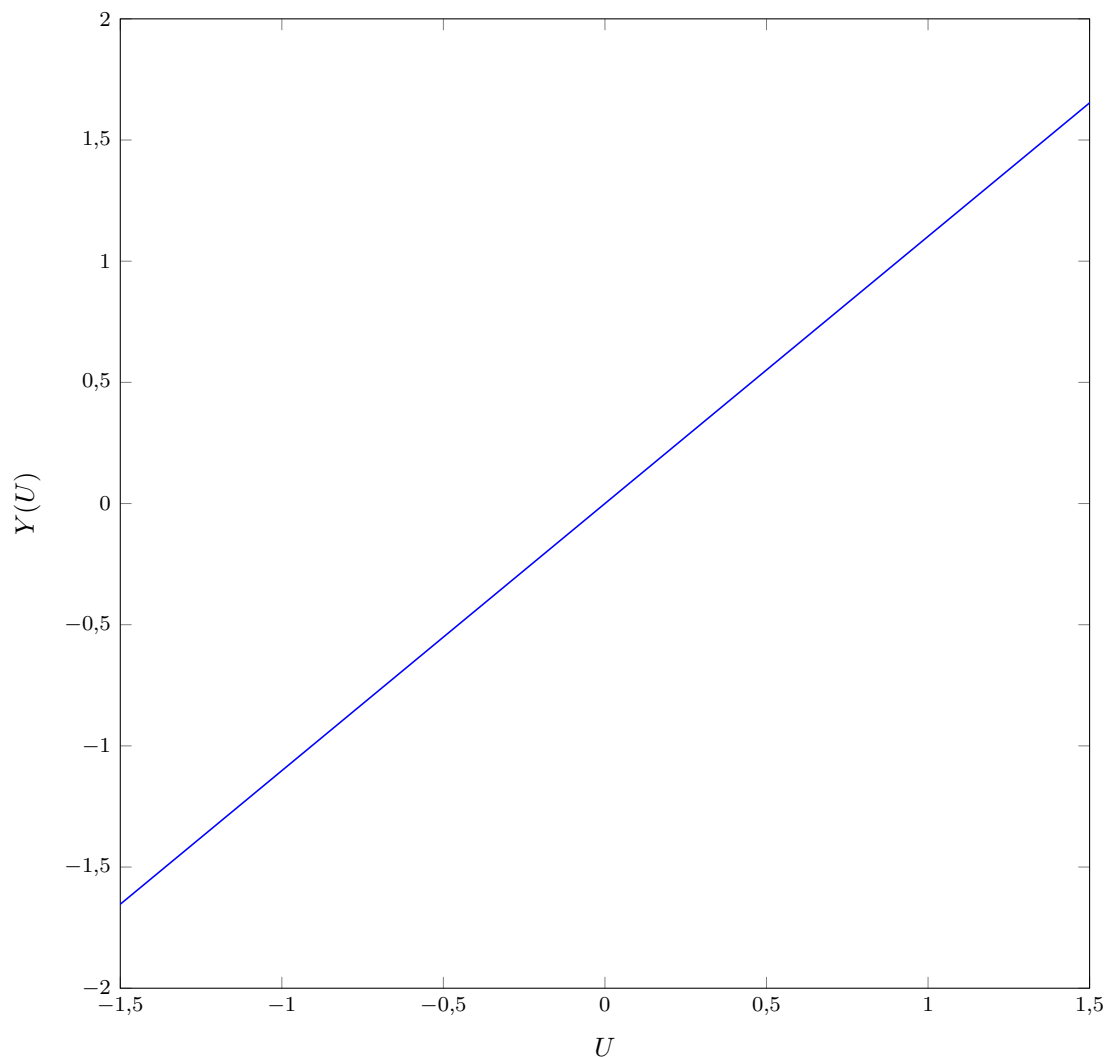


Rys. 3.1. Odpowiedź  $Y(k)$  dla skoków sterowania  $U$

### 3.2. Charakterystyka statyczna toru sterowania

Charakterystyka statyczna toru sterowania wyznaczona została poprzez sprawdzenie, na jakich wartościach stabilizuje się wyjście obiektu dla różnych wartości sygnału  $U$ . Liniowości charakterystyki statycznej dowodzi wykres 3.2, który (w przybliżeniu) jest liniowy.

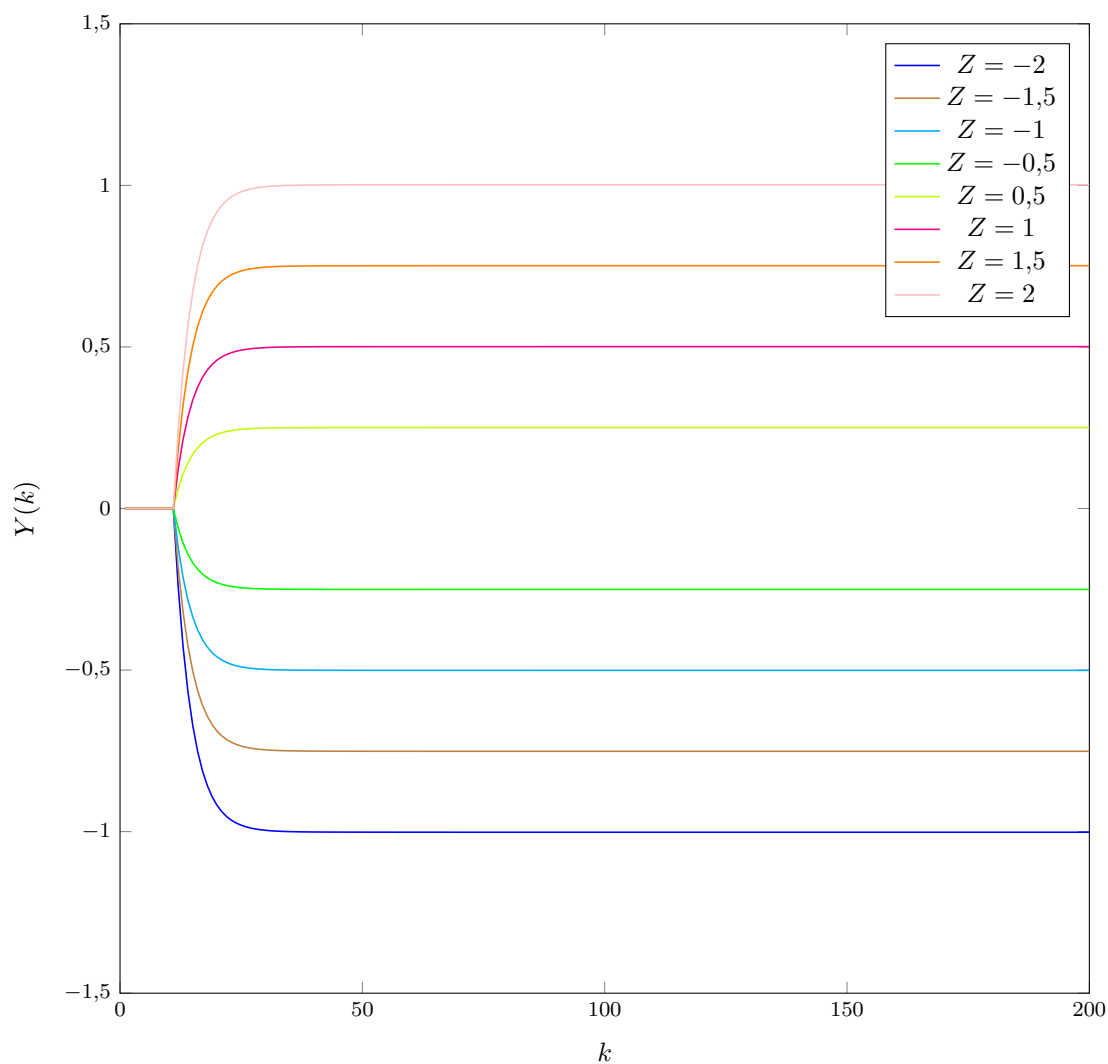
Wartość wzmocnienia statycznego można wyznaczyć normalizując odpowiedź skokową. Wynosi ona  $s_u = 1,1022$ .



Rys. 3.2. Charakterystyka statyczna  $Y(U)$

### 3.3. Tor zakłócenia

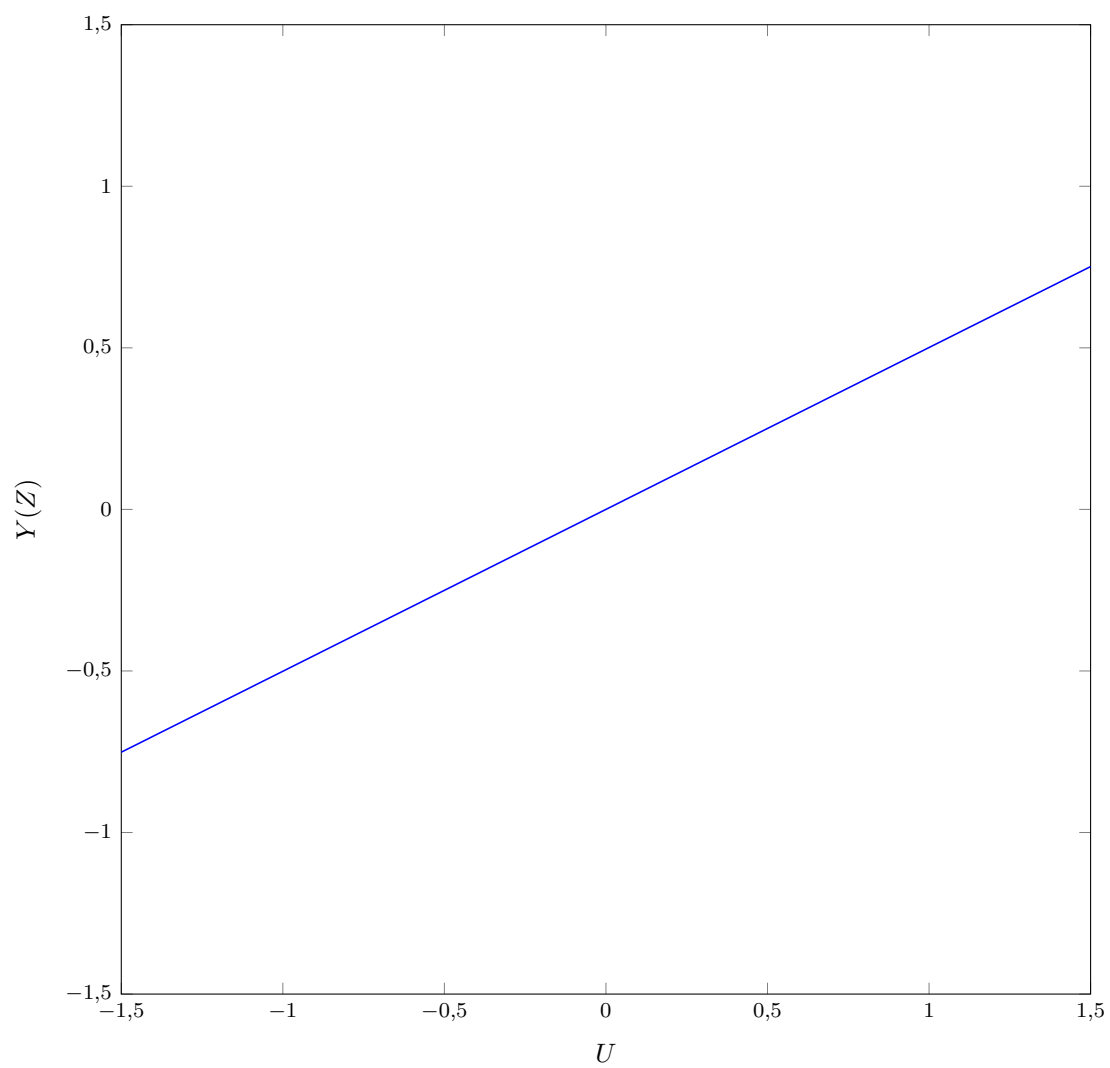
W tym punkcie badane są odpowiedzi skokowe obiektu na różne wartości skoku sygnału zakłócenia. Założono, że w chwili początkowej obiekt znajduje się w punkcie pracy. W chwili  $k = 9$  wykonywany jest sterowania do zadanej wartości. Sygnał sterowania ma wartość  $U = 0$ . Wyniki badań przedstawia wykres 3.3.

Rys. 3.3. Odpowiedź  $Y(k)$  dla skoków zakłócenia  $Z$ 

### 3.4. Charakterystyka statyczna toru zakłócenia

Charakterystyka statyczna toru zakłócenia wyznaczona została poprzez sprawdzenie, na jakich wartościach stabilizuje się wyjście obiektu dla różnych wartości sygnału  $Z$ . Liniowości charakterystyki statycznej dowodzi wykres 3.4, który (w przybliżeniu) jest liniowy.

Wartość wzmocnienia statycznego można wyznaczyć normalizując odpowiedź skokową. Wynosi ona  $s_z = 0,501$ .

Rys. 3.4. Charakterystyka statyczna  $Y(Z)$

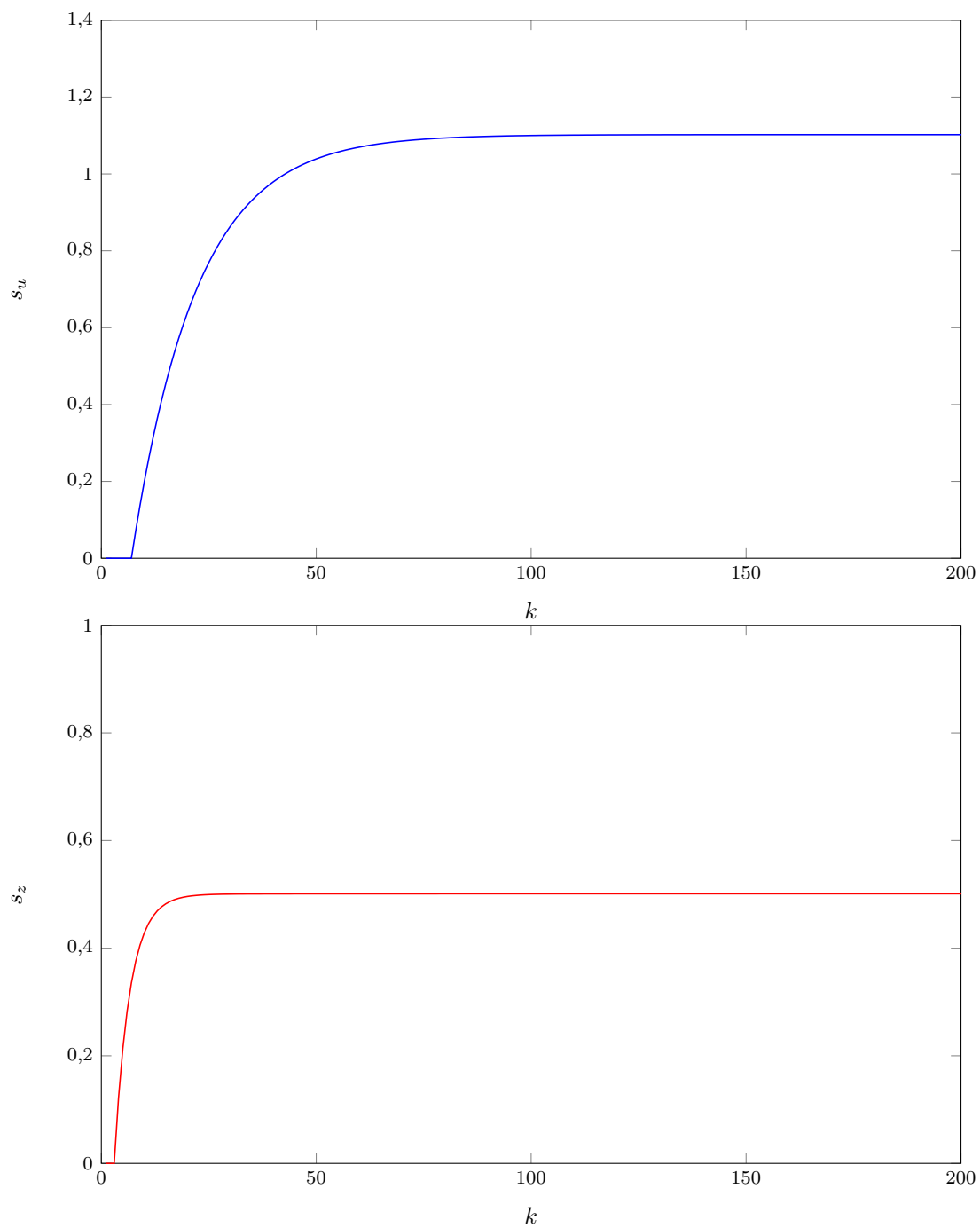


## 4. Odpowiedzi skokowe dla algorytmu DMC

Do poprawnego działania algorytmu DMC wymagana jest znajomość odpowiedzi obiektu na skok jednostkowy. Często jednak dla niskich wartości sterowania odpowiedź jest zbyt zaszumiona, by można ją uznać za poprawną. W takich wypadkach stosuje się wyższą wartość sygnału sterowania, a otrzymaną odpowiedź normalizuje. Aby znormalizować odpowiedź skokową, należy od jej wartości odjąć punkt pracy obiektu, a otrzymany wynik podzielić przez wartość skoku sterowania (dla  $s_u$ ) lub zakłócenia (dla  $s_z$ ). Zależność tę określają wzory 4.1 i 4.2. Przebiegi znormalizowanych odpowiedzi skokowych przedstawia wykres 4.1.

$$s_u = \frac{Y - Y_{pp}}{dU} \quad (4.1)$$

$$s_z = \frac{Y - Y_{pp}}{dZ} \quad (4.2)$$



Rys. 4.1. Znormalizowane odpowiedzi skokowe na skoki sygnałów sterowania i zakłócenia

## 5. Algorytm DMC

### 5.1. Wersja analityczna

Do realizacji analitycznej wersji algorytmu DMC wykorzystano następujące wzory:

$$\mathbf{Y}(k) = \begin{bmatrix} y(k) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (5.1)$$

$$\mathbf{Y}^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} Y^{\text{zad}}(k) \\ \vdots \\ Y^{\text{zad}}(k) \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (5.2)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k + N_u - 1|k) \end{bmatrix}_{N_u \times 1} \quad (5.3)$$

$$\Delta \mathbf{U}^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \vdots \\ \Delta u(k - (D-1)) \end{bmatrix}_{(D-1) \times 1} \quad (5.4)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_N & s_{N-1} & \dots & s_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{N \times N_u} \quad (5.5)$$

$$\mathbf{M}^P = \begin{bmatrix} s_2 - s_1 & s_3 - s_2 & \dots & s_D - s_{D-1} \\ s_3 - s_1 & s_4 - s_2 & \dots & s_{D+1} - s_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N+1} - s_1 & s_{N+2} - s_2 & \dots & s_{N+D-1} - s_{D-1} \end{bmatrix}_{N \times D-1} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{Y}^0(k) = \mathbf{Y}(k) + \mathbf{M}^P \Delta \mathbf{U}^P(k) \quad (5.7)$$

$$\mathbf{K} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M} + \lambda * \mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}^T \quad (5.8)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \mathbf{K}(\mathbf{Y}^{\text{zad}}(k) - \mathbf{Y}^0(k)) \quad (5.9)$$

### 5.2. Dobieranie nastaw

Długość horyzontu dynamiki została wyznaczona na podstawie obserwacji odpowiedzi skokowej wyznaczonej w poprzednim zadaniu. Na wykresie 4.1 można zaobserwować, że jej wartość ustala się w okolicach chwili  $k = 100$ . Dlatego też przyjęto, że wykorzystywaną dalej wartością horyzontu dynamiki jest  $D = 100$ . Parametr ten nie podlega optymalizacji.

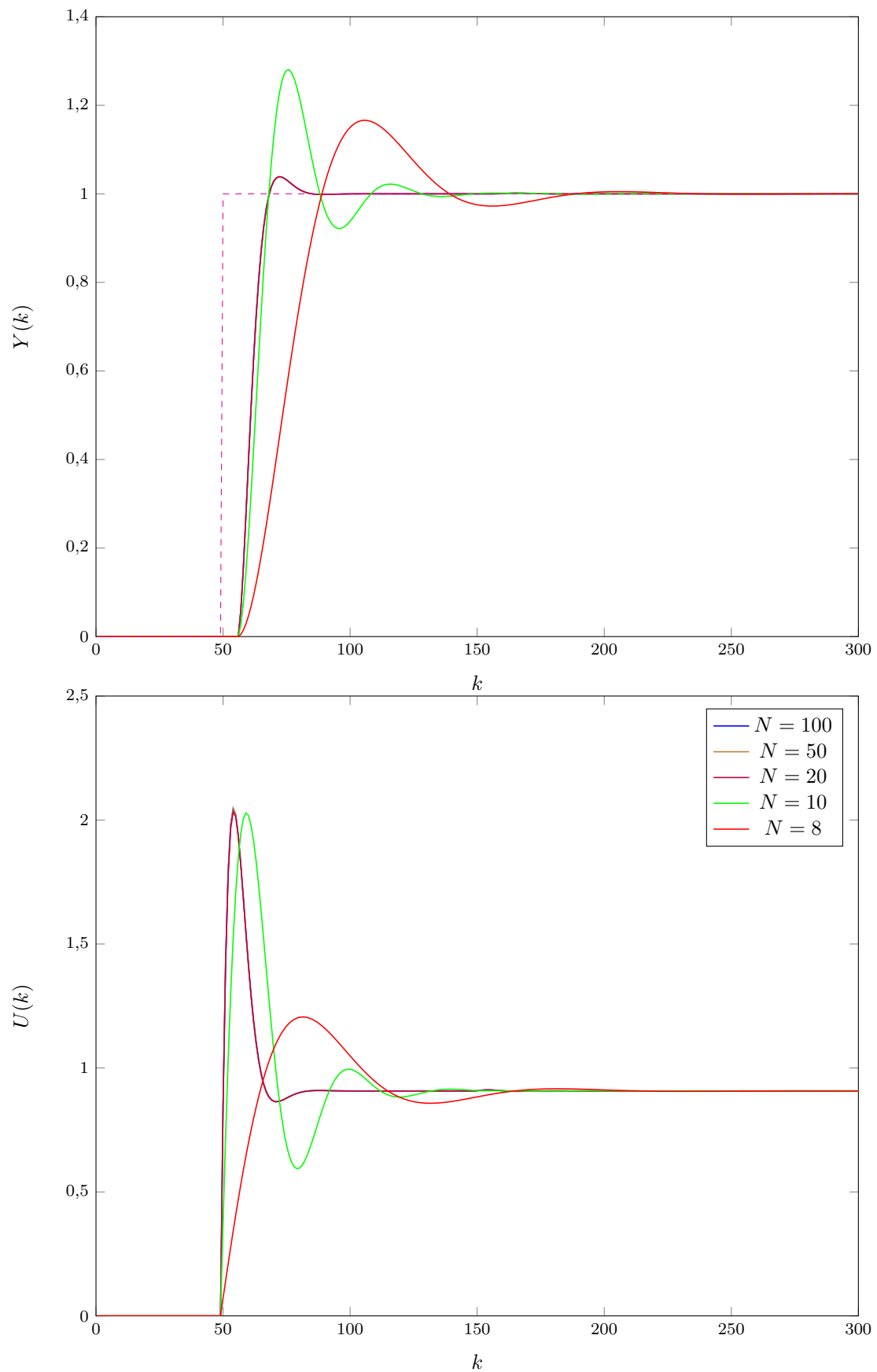
Jako początkowe nastawy regulatora przyjęto parametry  $D = N = N_u = 100$  oraz  $\lambda = 1$ .

### 5.2.1. Horyzont predykcji

Pierwszym optymalizacji nastaw jest badanie zachowania regulatora przy zmniejszaniu horyzontu predykcji  $N$ . Jak się okazało, wysoka wartość  $N$  nie jest konieczna dla prawidłowego działania algorytmu. Dla  $N = 20$  spadek jakości regulacji jest niewielki i to właśnie ta wartość będzie używana w kolejnych etapach doboru nastaw. Przebiegi sterowania i odpowiedzi obiektu podczas regulacji do wartości zadanej  $Y_{zad} = 1$  dla różnych horyzontów predykcji przedstawia wykres 5.1.

Wskaźniki jakości regulacji dla różnych horyzontów predykcji:

- $N = 100$ ,  $E = 9,9973$
- $N = 50$ ,  $E = 9,9973$
- $N = 20$ ,  $E = 10,0289$
- $N = 10$ ,  $E = 12,2101$
- $N = 8$ ,  $E = 19,8924$



Rys. 5.1. Działanie regulatora DMC dla różnych horyzontów dynamiki

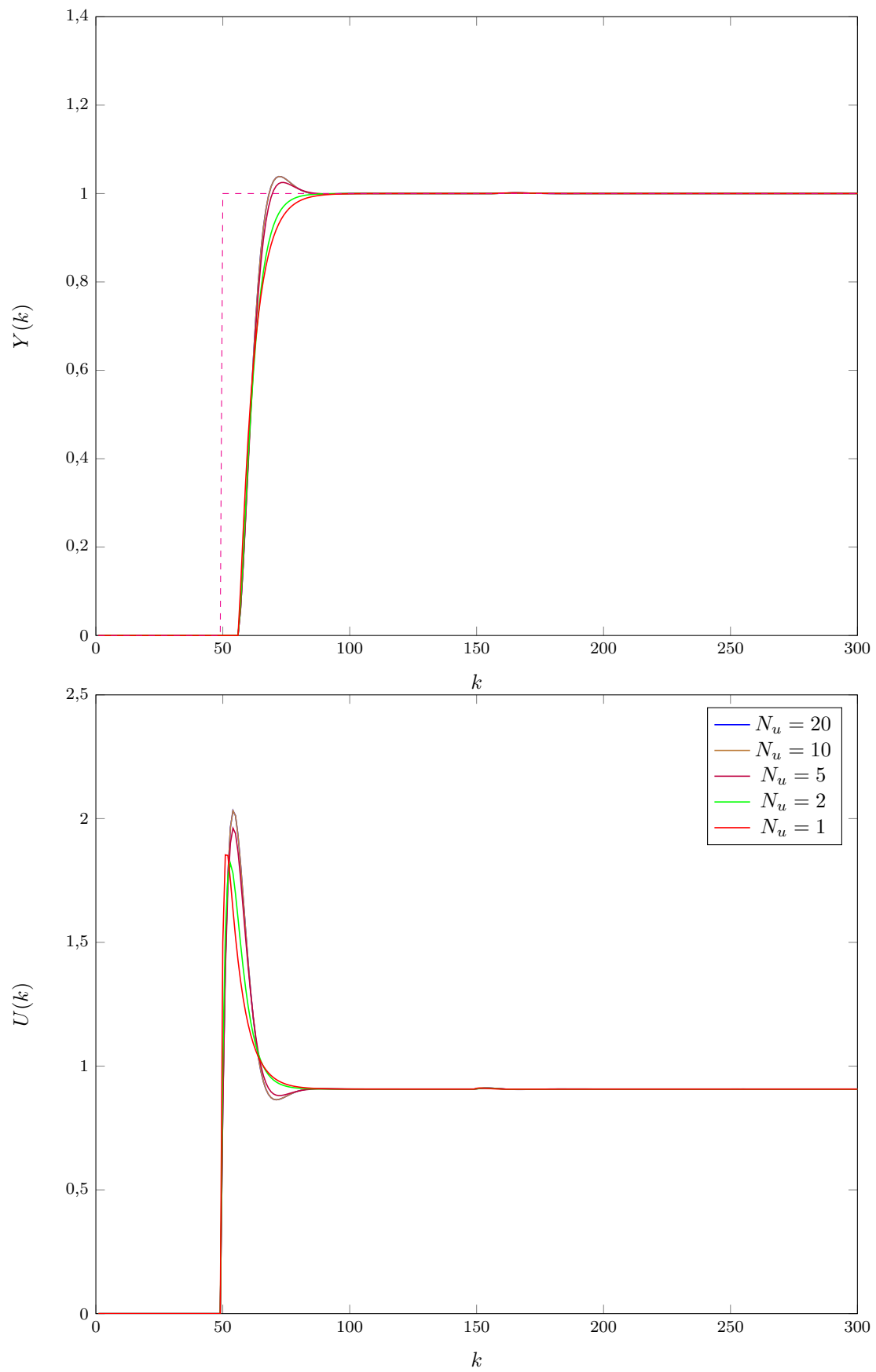
### 5.2.2. Horyzont sterowania

Kolejnym krokiem po doborze parametru  $N$  jest wybór horyzontu sterowania  $N_u$ . Wskaźniki jakości regulacji dla różnych horyzontów sterowania:

- $N_u = 20$ ,  $E = 10,0289$
- $N_u = 10$ ,  $E = 10,03$
- $N_u = 5$ ,  $E = 10,1213$
- $N_u = 2$ ,  $E = 12,1356$
- $N_u = 1$ ,  $E = 9,8556$

Dla  $N_u = 5$  zmiana w jakości regulacji i sterowania jest nieznaczna. Dla niższych wartości horyzontu sterowania pogorszenie jakości jest już zauważalne, dlatego w kolejnych etapach projektu będzie wykorzystywany parametr  $N_u = 5$ .

Przebiegi sterowania i odpowiedzi obiektu podczas regulacji do wartości zadanej  $Y_{zad} = 1$  dla różnych horyzontów sterowania przedstawia wykres 5.2.



Rys. 5.2. Działanie regulatora DMC dla różnych horyzontów sterowania

### 5.2.3. Parametr lambda

Ostatnim krokiem optymalizacji nastaw regulatora DMC jest dobranie parametru  $\lambda$ . Od parametru tego zależy wartość kary za przyrost sterowania, a zatem im większa  $\lambda$ , tym łagodniejsze sterowanie, ale i wolniejsza regulacja.

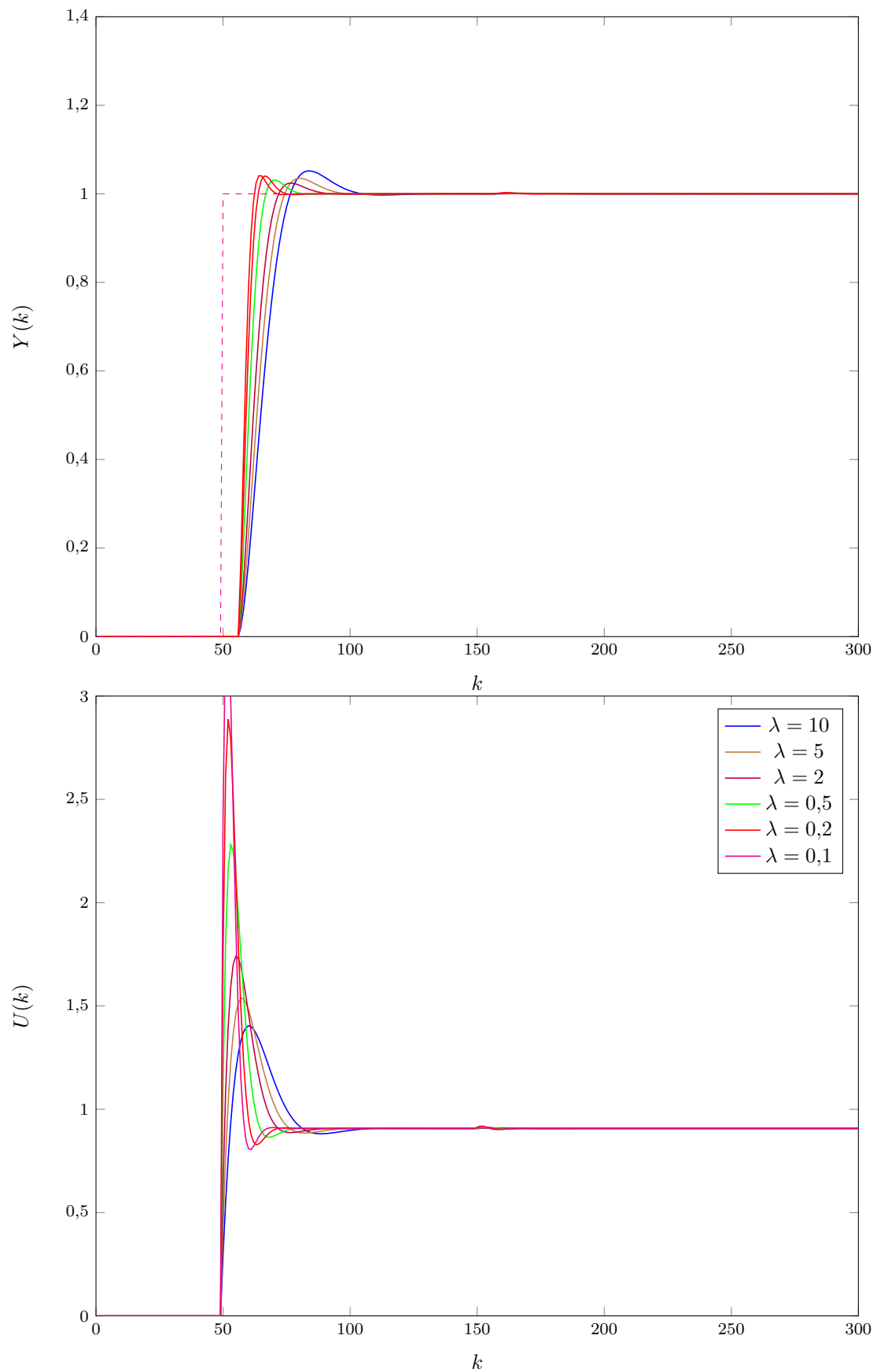
Wskaźniki jakości regulacji dla różnych wartości  $\lambda$ :

- $\lambda = 10$ ,  $E = 12,9323$
- $\lambda = 5$ ,  $E = 11,7987$
- $\lambda = 2$ ,  $E = 10,7840$
- $\lambda = 0,5$ ,  $E = 9,4717$
- $\lambda = 0,2$ ,  $E = 8,7045$
- $\lambda = 0,1$ ,  $E = 8,2595$

Dobrym kompromisem między jakością regulacji jest  $\lambda = 0,5$ . Dla wartości tej sterowanie jest nieznacznie gorsze niż dla początkowej wartości  $\lambda = 1$ , a poprawa wskaźnika jakości i szybkości regulacji jest znaczna.

Przebiegi sterowania i odpowiedzi obiektu podczas regulacji do wartości zadanej  $Y_{zad} = 1$  dla różnych horyzontów predykcji przedstawia wykres 5.3.



Rys. 5.3. Działanie regulatora DMC dla różnych wartości parametru  $\lambda$

## 6. Uwzględnianie zakłóceń

Aby uwzględnić sygnał zakłócenia w algorytmie DMC, konieczne jest obliczenie macierzy  $M^{zP}$ .

$$M^{zP} = \begin{bmatrix} sz_1 & sz_2 - sz_1 & sz_3 - sz_2 & \dots & sz_{D_z} - sz_{D_z-1} \\ sz_2 & sz_3 - sz_1 & sz_4 - sz_2 & \dots & sz_{D_z+1} - sz_{D_z-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ sz_N & sz_{N+1} - sz_1 & sz_{N+2} - sz_2 & \dots & sz_{N+D_z-1} - sz_{D_z-1} \end{bmatrix}_{N \times D_z} \quad (6.1)$$

Posłuży ona do wyznaczenia wektora  $k_z$  danego wzorem:

$$k_z = kM^{zP} \quad (6.2)$$

Długość horyzontu dynamiki zakłócenia została wyznaczona na podstawie obserwacji odpowiedzi skokowej na sygnał zakłócenia wyznaczonej w zadaniu 3. Na wykresie 4.1 można zaobserwować, że jej wartość ustala się w okolicach chwili  $k = 40$ . Dlatego też przyjęto, że wykorzystywaną dalej wartością horyzontu dynamiki jest  $D^z = 40$ .

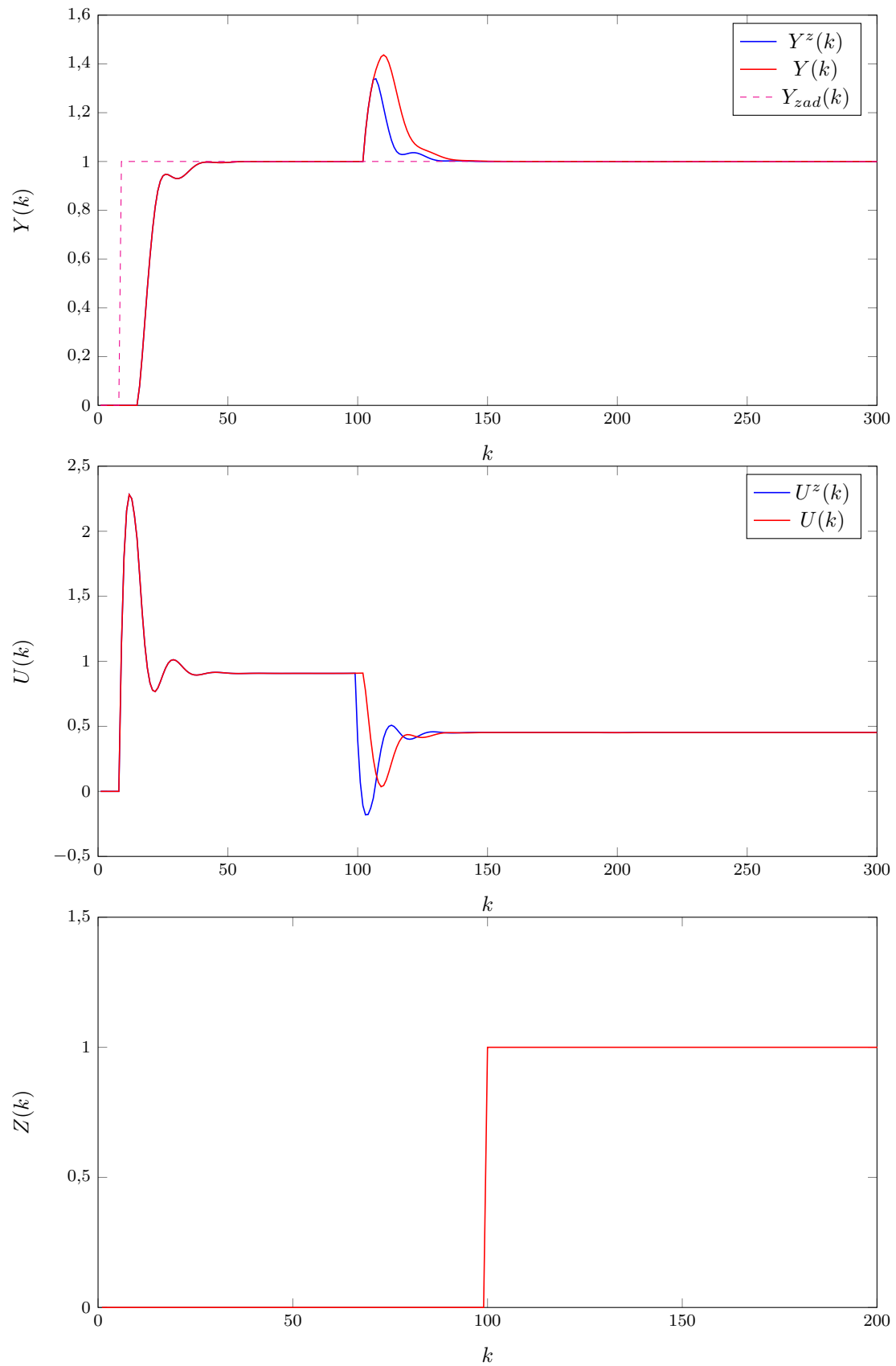
Nastawy regulatora używanego w tej części projektu mają wartości:

- $D = 100$
- $D^z = 40$
- $N = 20$
- $N_u = 5$
- $\lambda = 0,5$

Niebieskie linie na wykresie 6.1 przedstawiają działanie regulatora DMC z uwzględnianiem zakłóceń, czerwone natomiast bez uwzględniania zakłóceń. Wartość zadana wynosi  $Y_{zad} = 1$ . Skok sygnału wartości zakłócenia z  $Z = 0$  do  $Z = 1$  nastąpił w chwili  $k = 100$ .

Jak widać, w obu przypadkach zakłócenie spowodowało chwilową zmianę wartości wyjścia obiektu. W przypadku wersji z uwzględnianiem zakłóceń zmiana ta była znacznie mniejsza i została szybciej zniwelowana. Kosztem poprawy szybkości regulacji jest jednak ostrzejsze sterowanie.

Wskaźnik jakości regulacji w przypadku wersji regulatora z uwzględnianiem zakłóceń ma wartość  $E = 10,1652$ , a więc nieznacznie wyższą niż w przypadku regulacji bez zakłóceń. Dla regulatora bez uwzględniania zakłóceń wskaźnik ten ma wartość  $E = 11,2922$ . Jak widać, poprawa jakości regulacji jest znaczna dla regulatora z uwzględnianiem zakłóceń.



Rys. 6.1. Działanie regulatora DMC z uwzględnianiem zakłóceń

## 7. Zakłócenie sinusoidalne

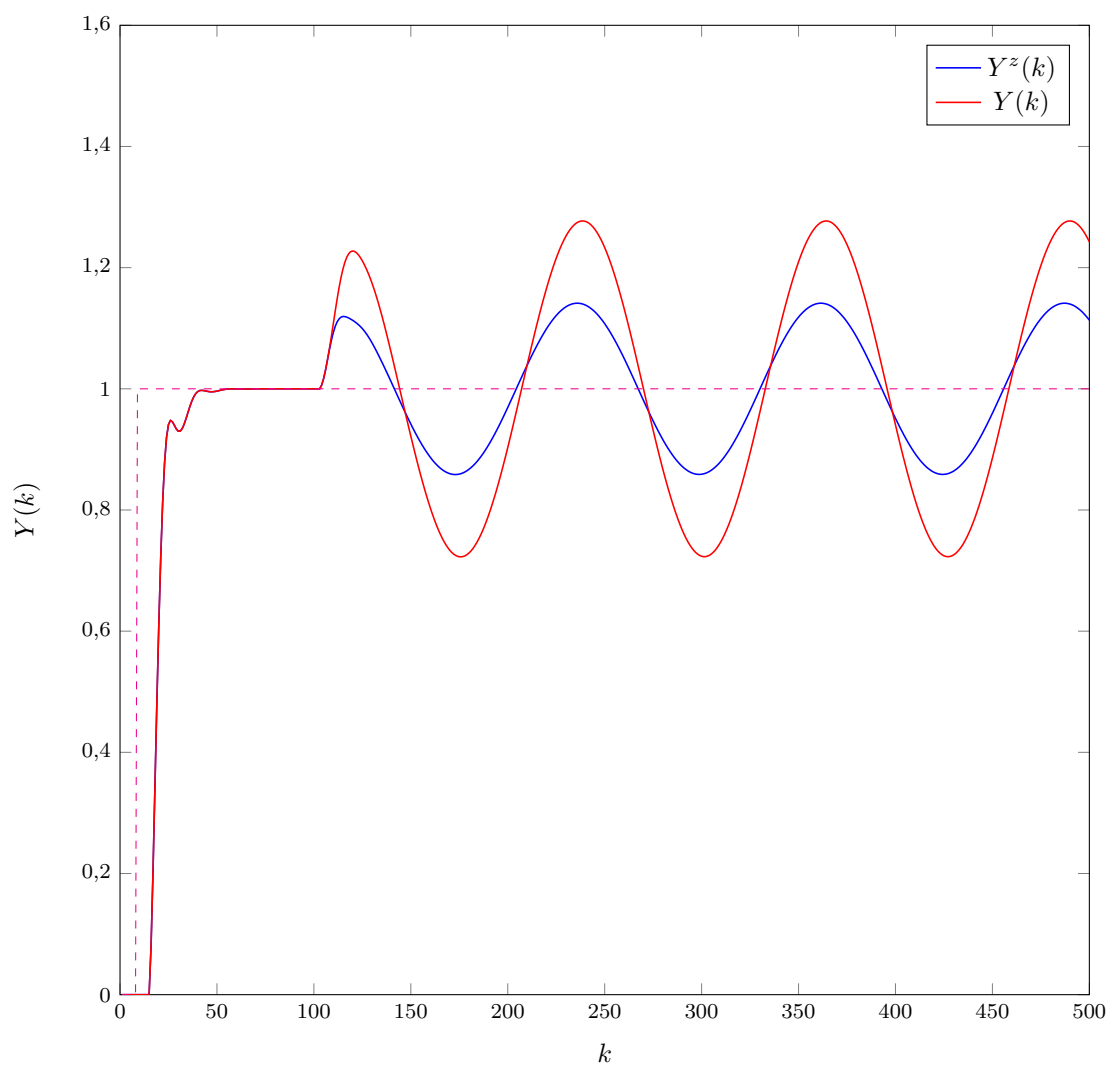
Regulator DMC o parametrach:

- $D = 100$
- $D^z = 40$
- $N = 20$
- $N_u = 5$
- $\lambda = 0,5$

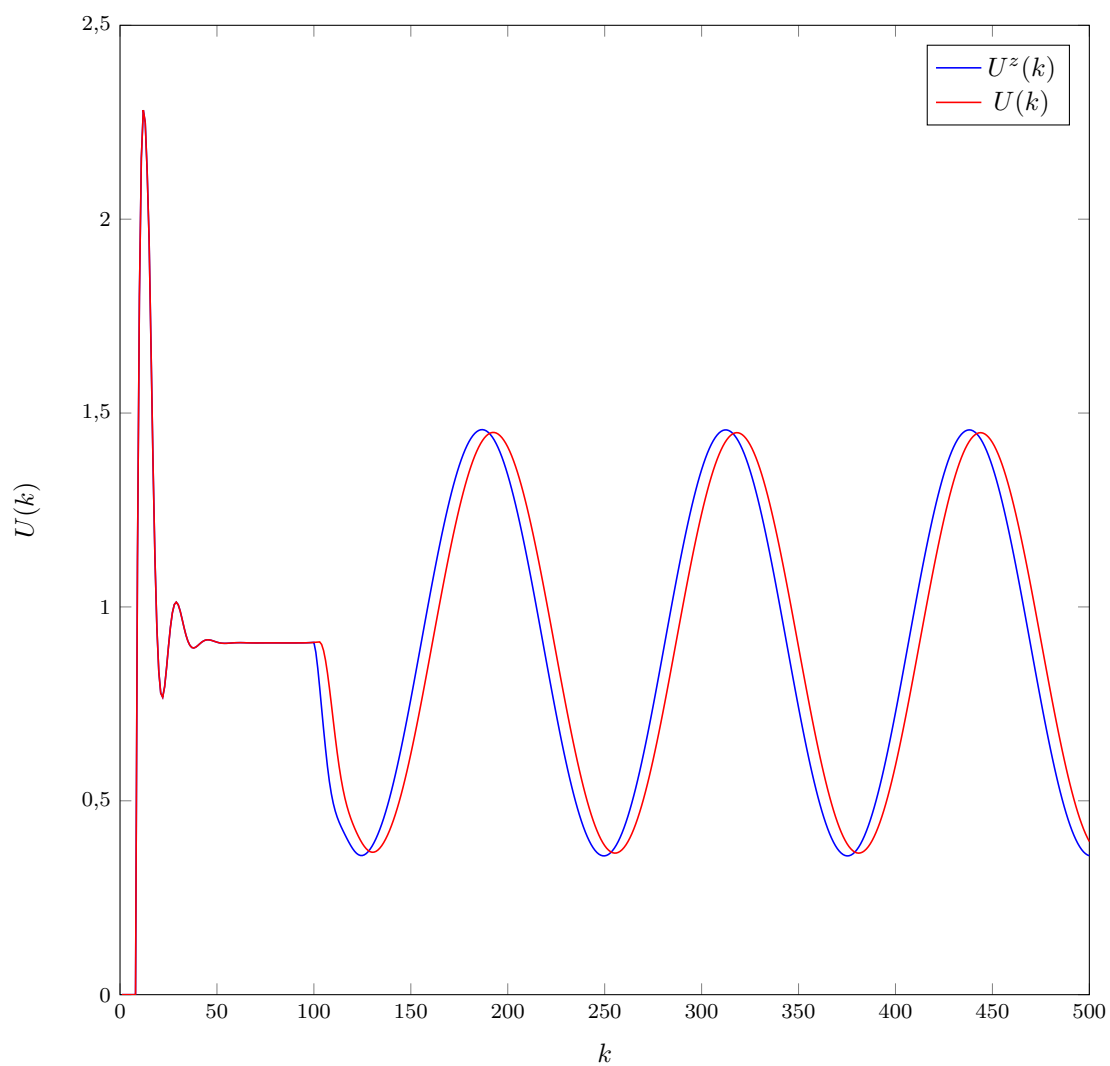
zostanie użyty do regulacji obiektu ze skokiem wartości zadanej  $Y_{zad} = 1$  oraz zakłóceniem sinusoidalnym, którego przebieg przedstawia wykres 7.3. Regulator nie jest w stanie całkowicie zniwelować zakłócenia sinusoidalnego, co widać na wykresie 7.1. Wersja z uwzględnianiem zakłóceń tłumi jednak zakłócenie znacznie lepiej, o czym świadczą mniejsze uchyby niż w wersji regulatora bez uwzględniania zakłóceń.

Obie wersje regulatora mają podobne przebiegi sygnału sterowania (wykres 7.2). Reakcja na sygnał zakłócenia następuje jednak szybciej dla regulatora z uwzględnianiem zakłóceń niż bez.

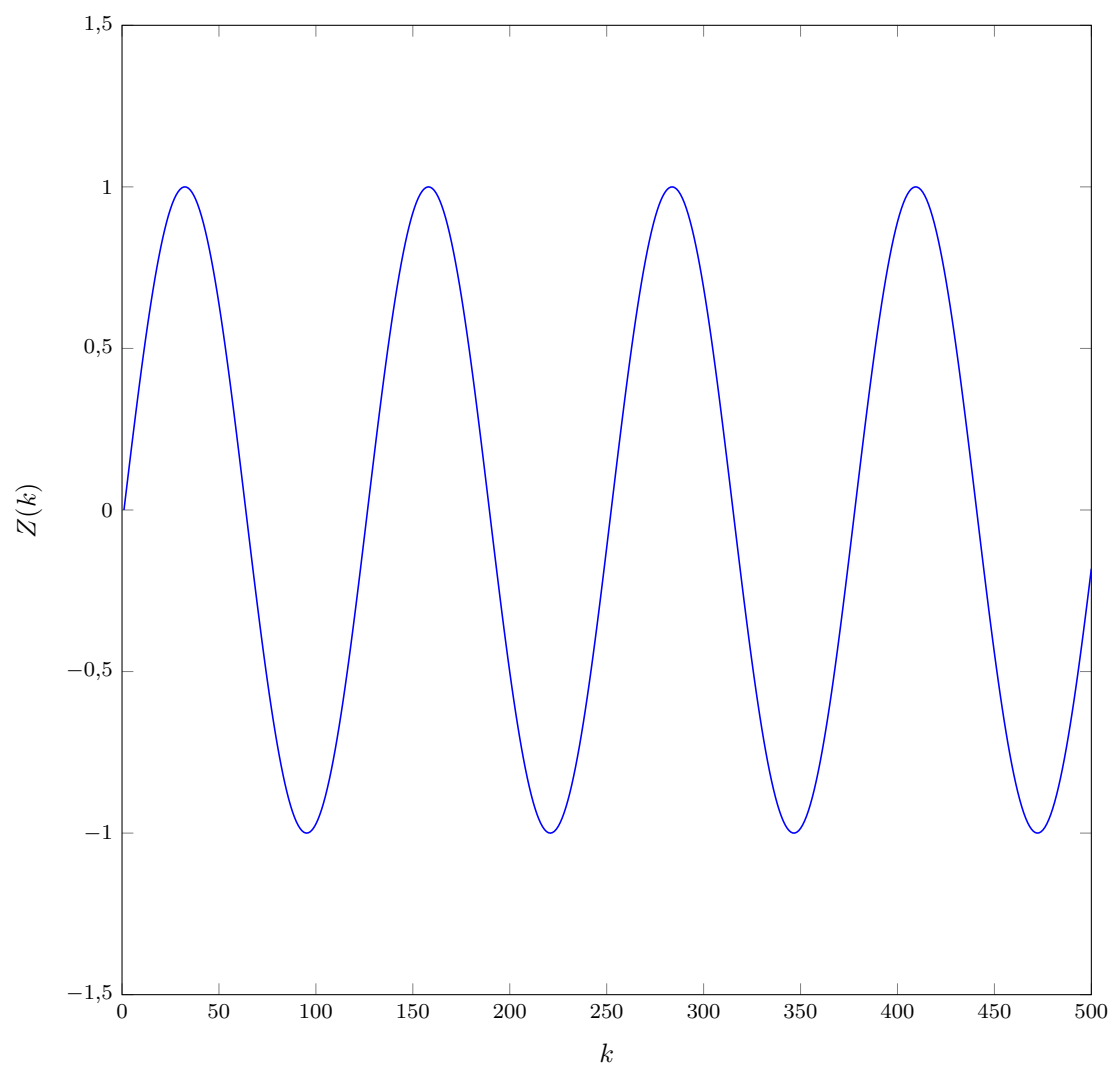
Wskaźnik jakości regulacji dla regulatora DMC z uwzględnianiem zakłóceń ma wartość  $E = 13,4614$ , a dla regulatora bez uwzględniania zakłóceń  $E = 24,5018$ . Jak widać, zastosowanie uwzględniania zakłóceń pozwala znacznie ograniczyć błędy regulacji. Trzeba jednak mieć na uwadze, że nie jest możliwa całkowita niwelacja zakłócenia sinusoidalnego.



Rys. 7.1. Wyjście obiektu przy zakłóceniu sinusoidalnym



Rys. 7.2. Sterowanie obiektu przy zakłóceniu sinusoidalnym



Rys. 7.3. Przebieg sinusoidalnego sygnału zakłóceń