Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych Politechnika Warszawska

Projektowanie układów sterowania (projekt grupowy)

Sprawozdanie z projektu nr 5, zadanie nr 5

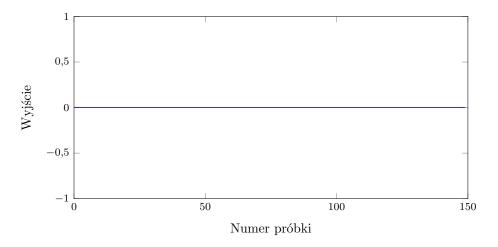
Kamil Gabryjelski, Paweł Rybak, Paweł Walczak

Spis treści

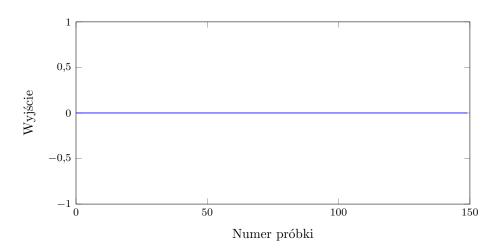
1.	Punkt pracy	2
2.	Odpowiedzi skokowe	4
3.	PID	6
4.	DMC	12
	4.1. Dobór horyzontów predykcji i sterowania	12
5 .	Parametry λ i ψ	23
	5.1. Parametr λ	23
	5.2. Parametr ψ	30

1. Punkt pracy

Celem zadania pierwszego było zweryfikowanie poprawności punktu pracy procesu. Podany punkt pracy to u1=u2=u3=u4=y1=y2=y3=0. Poprawność sprawdzimy, poprzez podanie na wejście obiektu u1=u2=u3=u4=0 i sprawdzenie czy wyjścia obiektu stabilizują się na wartości 0. Eksperyment wykazał, że rzeczywiście obiekt stabilizuje się na wartościach wyjść y1=y2=y3=0, a pokazują to wykresy 1.1, 1.2 oraz 1.3.

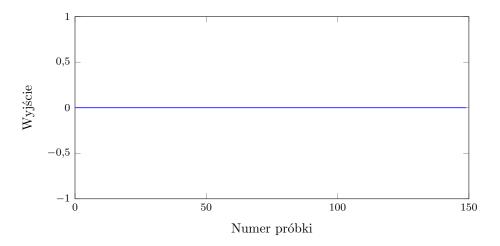


Rys. 1.1. Wyjście y_1



Rys. 1.2. Wyjście y_2

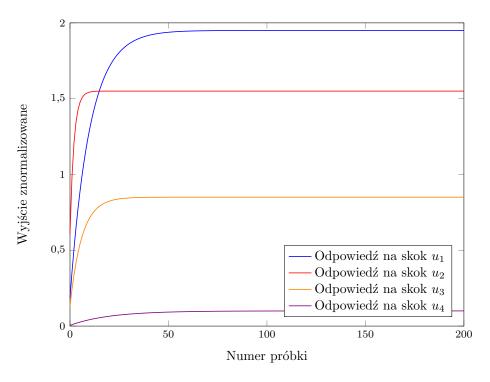
1. Punkt pracy 3



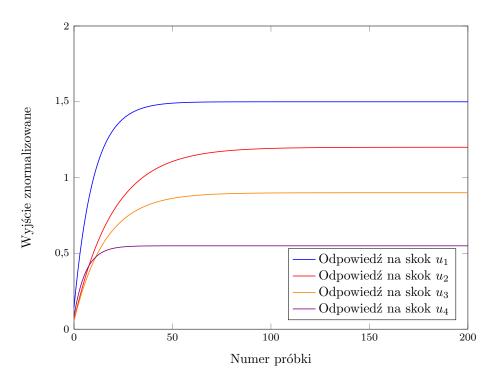
Rys. 1.3. Wyjście y_3

2. Odpowiedzi skokowe

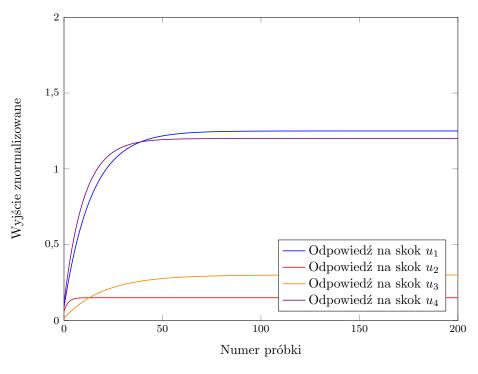
Celem zadania drugiego było symulacyjne wyznaczenie wszystkich odpowiedzi skokowych (każdego toru). Założyliśmy, że obiekt będzie znajdował się przed wykonaniem skoku w wyznaczonym w zadaniu 1. punkcie pracy, a skok będzie jednostkowy. Na podanych niżej wykresach znajdują się wykresy odpowiedzi skokowych dla każdego toru.



Rys. 2.1. Odpowiedzi skokowe wyjścia y_1



Rys. 2.2. Odpowiedzi skokowe wyjścia y_2



Rys. 2.3. Odpowiedzi skokowe wyjścia y_3

Na początku strojenia wyznaczona została macierz wzmocnień, zawierająca wzmocnienie każdego z wyjść w zależności od wejścia. Macierz ta jest następująca:

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} 1,9500 & 1,5000 & 1,2500 \\ 1,5500 & 1,2000 & 0,1500 \\ 0,8500 & 0,9000 & 0,3000 \\ 1,0000 & 0,5500 & 1,2000 \end{bmatrix}$$
(3.1)

Następnie otrzymujemy z tego cztery macierze K_i . Każda z nich powstaje poprzez usunięcie i-tego wiersza z macierzy K. Macierze te są następujące:

$$\boldsymbol{K}_{1} = \begin{bmatrix} 1,5500 & 1,2000 & 0,1500 \\ 0,8500 & 0,9000 & 0,3000 \\ 1,0000 & 0,5500 & 1,2000 \end{bmatrix}$$
(3.2)

$$\mathbf{K}_{2} = \begin{bmatrix}
1,9500 & 1,5000 & 1,500 \\
0,8500 & 0,9000 & 0,3000 \\
1,0000 & 0,5500 & 1,2000
\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{3} = \begin{bmatrix}
1,9500 & 1,5000 & 1,2500 \\
1,5500 & 1,2000 & 0,1500 \\
1,0000 & 0,5500 & 1,2000
\end{bmatrix}$$
(3.4)

$$\boldsymbol{K}_{3} = \begin{vmatrix} 1,9500 & 1,5000 & 1,2500 \\ 1,5500 & 1,2000 & 0,1500 \\ 1,0000 & 0,5500 & 1,2000 \end{vmatrix}$$
 (3.4)

$$\boldsymbol{K}_{4} = \begin{bmatrix} 1,5500 & 1,2000 & 0,1500 \\ 0,8500 & 0,9000 & 0,3000 \\ 1,0000 & 0,5500 & 1,2000 \end{bmatrix}$$

$$(3.5)$$

Następnie obliczane są wskaźniki uwarunkowania każdej z czterech macierzy:

$$cond(\mathbf{K}_1) = 14,0133 \tag{3.6}$$

$$\operatorname{cond}(\mathbf{K}_2) = 46,4314 \tag{3.7}$$

$$\operatorname{cond}(\mathbf{K}_3) = 35,4269 \tag{3.8}$$

$$\operatorname{cond}(\mathbf{K}_4) = 20,1116 \tag{3.9}$$

Nastęnie wylicza się macierz $KK_i = K_i * K_i^{-1}$. Z tej macierzy wybiera się tory sterowania, poprzez wybranie najmniejszych wartości dodatnich z macierzy KK_i , tak aby wybrana była tylko jedna wartość w danym wierszu i kolumnie. Wartości ujemne są wykluczone. Tory sterowania są wyznaczane poprzez numer kolumny i wiersza wybranych wartości. Numer kolumny odpowiada wyjściu, a numer wiersza sterowaniu. Teoretycznie najlepszy wynik bedzie osiagniety dla macierzy KK_i , dla której wskaźnik uwarunkowania K_i był najmniejszy, czyli w naszym wypadku K_1 , ale mimo to sprawdzimy wszystkie cztery opcje. Macierze wychodzą następujące:

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{K}_{1} = \begin{bmatrix} 2,8981 & -1,7655 & -0,1326 \\ -2,3579 & 3,1448 & 0,2130 \\ 0,4598 & -0,3793 & 0,9195 \end{bmatrix}$$
(3.10)

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{K}_{2} = \begin{bmatrix} 10,9045 & -6,6005 & -3,3040 \\ -5,7792 & 5,9954 & 0,7838 \\ -4,1253 & 1,6050 & 3,5202 \end{bmatrix}$$
(3.11)

$$\mathbf{K}\mathbf{K}_{3} = \begin{bmatrix}
-7,5149 & 7,2818 & 1,2331 \\
4,8953 & -3,7133 & -0,1820 \\
3,6196 & -2,5685 & -0,0511
\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}\mathbf{K}_{2} = \begin{bmatrix}
1,0935 & -1,2617 & 1,1682 \\
2,6075 & -1,4280 & -0,1794 \\
-2,7009 & 3,6897 & 0,0112
\end{bmatrix}$$
(3.12)

$$\mathbf{K}\mathbf{K}_{2} = \begin{bmatrix} 1,0935 & -1,2617 & 1,1682 \\ 2,6075 & -1,4280 & -0,1794 \\ -2,7009 & 3,6897 & 0,0112 \end{bmatrix}$$
(3.13)

Stąd wybieramy cztery opcje torów sterowania. Dla KK_1 :

- $y_1 u_2$
- $y_2 u_3$
- $--y_3-u_4$

Zgodnie z wyznaczonymi wskaźnikami uwarunkowania te tory powinny być najlepsze. Dla KK_2 :

- $y_1 u_1$
- $-y_2-u_3$
- $-y_3 u_4$

Dla KK_3 nie udało się wyznaczyć torów. Dla KK_4 :

- $y_1 u_2$
- $y_2 u_3$
- $y_3 u_1$

Mając teoretycznie najlepsze tory sterowania przystąpiliśmy do dobierania nastaw dla regulatorów. Nasza taktyka polegała na wyłączeniu wszelkich regulatorów, a następnie znalezieniu wartości wzmocnienia pierwszego regulatora, dla którego oscylacje są niegasnące. Mając tą wartość wzmocnienia dzielona była ona przez dwa i dołaczany był regulator drugi. Znów szukaliśmy wartości oscylacji niegasnących i po znalezieniu dzieliliśmy wzmocnienie drugiego regulatora na dwa. Następnie dołączaliśmy trzeci regulator i postępowaliśmy tak samo. Następnie dobieraliśmy wartości całkowania, metodą prób i błędów, a na końcu tak samo dobieraliśmy wartości członów różniczkujących dla regulatorów. Zaskakująco metoda ta okazała się przynosić zadowalające rezultaty. Dla toru otrzymanego na podstawie macierzy KK_1 ta metoda dała nastawy:

$$K_1 = 1,3170$$
 $T_{i1} = 5,$ $T_{d1} = 0$
 $K_2 = 14,8350$ $T_{i2} = 10,$ $T_{d2} = 0$ (3.14)
 $K_3 = 6,2700$ $T_{i3} = 8,$ $T_{d3} = 0$

Wskaźnik jakości regulacji dla takich nastaw wynosił $E_1 = 301,8303$. Co ciekawe włączenie różniczki nie dawało poprawy wskaźnika jakości, wiec z niej zrezygnowaliśmy. Wyniki działania takiego regulatora dla tych nastaw przedstawiają wykresy 3.1, 3.2 oraz 3.3.

Następnie sprawdzony został tor otrzymany na podstawie macierzy KK_2 . Po kilku eksperymentach otrzymaliśmy następujące nastawy:

$$K_1 = 5,1325$$
 $T_{i1} = 9,$ $T_{d1} = 0$
 $K_2 = 3,1150$ $T_{i2} = 10,$ $T_{d2} = 0$ (3.15)
 $K_3 = 7,2400$ $T_{i3} = 10,$ $T_{d3} = 0$

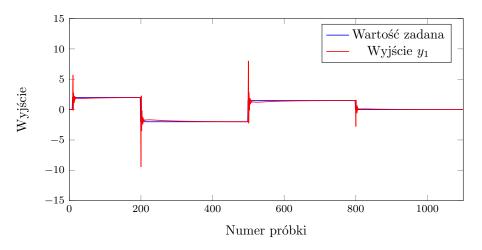
Wskaźnik jakości regulacji dla takich nastaw wynosił $E_2 = 134,8370$, czyli wbrew temu co wyszło z wyliczeń wskaźników jakości — lepszy niż ten dla pierwszego toru sterowania. Podobnie jak wcześniej, dodanie różniczkowania nie poprawiało wyników w sensie wskaźnika jakości, więc z niego zrezygnowaliśmy. Działanie tych regulatoróce przedstawiają wykresy 3.4, 3.5 oraz 3.6.

Dla ułatwienia porównania zastosowano tą samą skalę co w przypadku poprzedniego zestawu regulatorów.

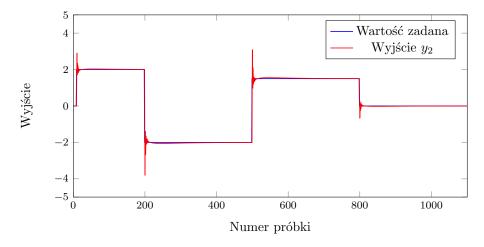
Macierz KK_3 nie dała nam żadnego toru sterowania wyjściami, więc przeszlśmy od razu do zestawu który wynikł z macierzy KK_4 . Otrzymane nastawy były nasępujące:

$$K_1 = 1,3170$$
 $T_{i1} = 4,$ $T_{d1} = 0$
$$K_2 = 14,8350$$
 $T_{i2} = 9,$ $T_{d2} = 0$ (3.16)
$$K_3 = 5,6000$$
 $T_{i3} = 6,$ $T_{d3} = 0$

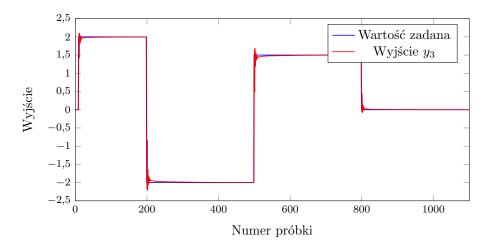
Wskaźnik jakości wynosił 565,3247, czyli był najgorszy ze wszystkich. Znów, dodanie różnicz-kowania jedynie pogarszało wyniki. Działanie tych regulatorów ukazują wykresy 3.7, 3.8 oraz 3.9.



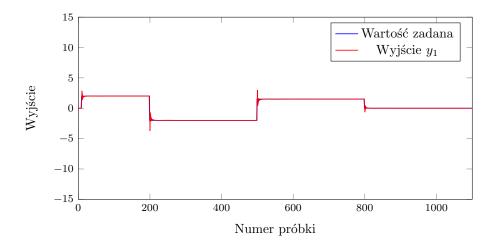
Rys. 3.1. Trajektoria wyjścia y_1 , dla pierwszego zestawu regulatorów PID



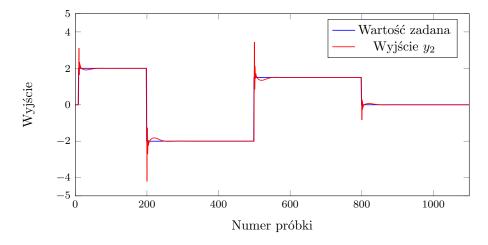
Rys. 3.2. Trajektoria wyjścia y_2 , dla pierwszego zestawu regulatorów PID



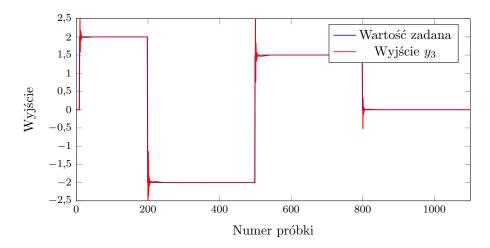
Rys. 3.3. Trajektoria wyjścia y_3 , dla pierwszego zestawu regulatorów PID



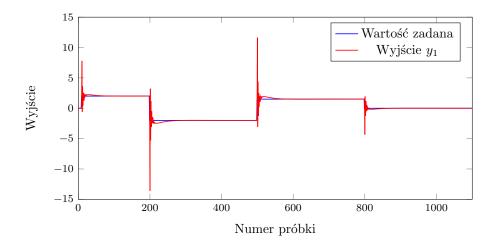
Rys. 3.4. Trajektoria wyjścia y_1 , dla drugiego zestawu regulatorów PID



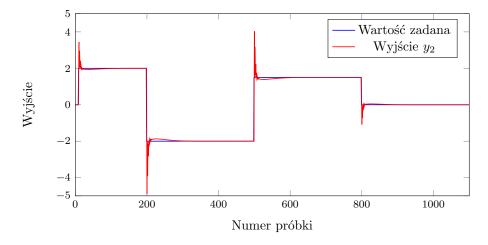
Rys. 3.5. Trajektoria wyjścia y_2 , dla drugiego zestawu regulatorów PID



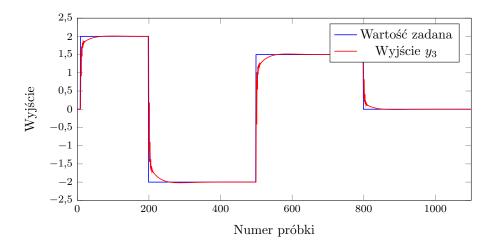
Rys. 3.6. Trajektoria wyjścia y_3 , dla drugiego zestawu regulatorów PID



Rys. 3.7. Trajektoria wyjścia y_1 , dla trzeciego zestawu regulatorów PID



Rys. 3.8. Trajektoria wyjścia $y_2,\,\mathrm{dla}$ trzeciego zestawu regulatorów PID



Rys. 3.9. Trajektoria wyjścia y_3 , dla trzeciego zestawu regulatorów PID

Na podstawie analizy odpowiedzi skokowych przyjęliśmy horyzont dynamiki D=80. Przez E_i oznaczyliśmy wartość wskaźnika błędu dla wyjścia i, natomiast E jest sumą błędów dla wszystkich wyjść obiektu.

4.1. Dobór horyzontów predykcji i sterowania

Dobór horyzontów przeprowadzaliśmy korzystając z parametrów ψ i λ równymi 1. Rozpoczeliśmy od nastaw $N=N_u=D=80$. Dla tych parametrów błędy wynosiły:

```
-E_1 = 45,0725
```

- $-E_2 = 45,9624$
- $-E_3 = 24,6561$
- -E = 115,6910

Przebieg wyjść obiektu przedstawia wykres 4.1, a sterowań wykres 4.2.

Postanowiliśmy skrócić horyzonty do wartości $N = N_u = 50$. Otrzymane błędy wyniosły:

- $-E_1 = 45,0726$
- $-E_2 = 45,962$
- $-E_3 = 24,6562$
- -E = 115,6908

Błędy regulacji były więc praktycznie jednakowe jak dla dłuższych horyzontów. Przebiegi wyjść i sterowań przedstawiają wykresy 4.3 i 4.4.

W kolejnym kroku skróciliśmy horyzont predykcji do wartości N=40, a sterowania $N_u=10$. Taka zmiana przyniosła niewielką poprawę wskaźników błędu:

```
-E_1 = 45,0801
```

- $-E_2 = 45,933$
- $-E_3 = 24,6021$
- -E = 115,6152

Przebieg wyjść obiektu przedstawiają wykresy 4.5 i 4.6.

Jak się okazało, dalsze skracanie horyzontu sterowania przyniosło znacznie bardziej wymierne rezultaty - dla $N_u=5$ wskaźniki błędów zmalały do wartości:

```
-E_1 = 44,4289
```

- $-E_2 = 44,1988$
- $-E_3 = 23,0761$
- -E = 111,7038

Przebieg wyjść obiektu przedstawiają wykresy 4.7 i 4.8.

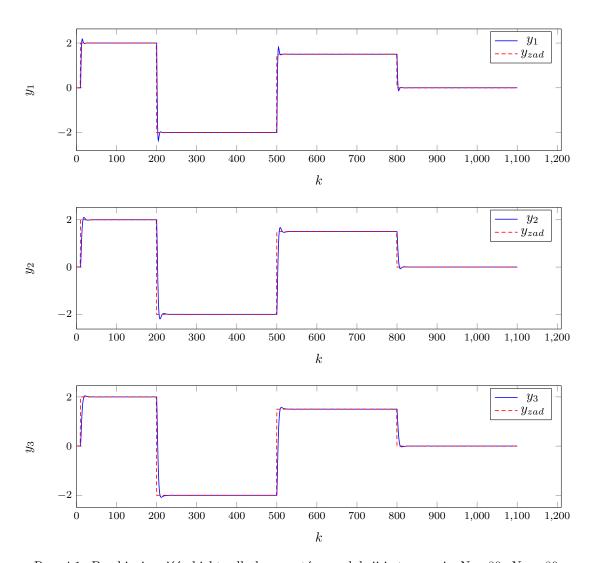
Dalsze skracanie horyzontu predykcji nie przyniosło pozytywnych rezultatów. Dla $N_u=2$ wskaźniki błędów wyniosły:

```
-E_1 = 46,6684
```

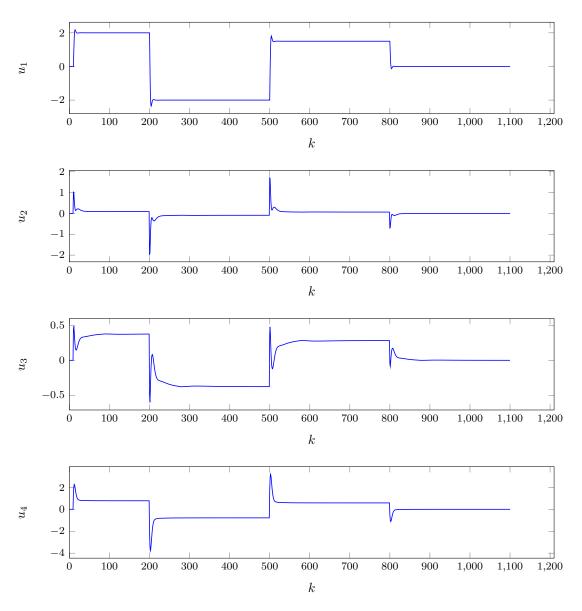
- $-E_2 = 50,4711$
- $-E_3 = 27,023$
- -E = 124,1625

Można więc przypuszczać, że jeszcze mniejsze wartości horyzontu sterowania przyniosłyby pogorszenie jakości regulacji. Przebieg wyjść obiektu przedstawiają wykresy 4.9 i 4.10.

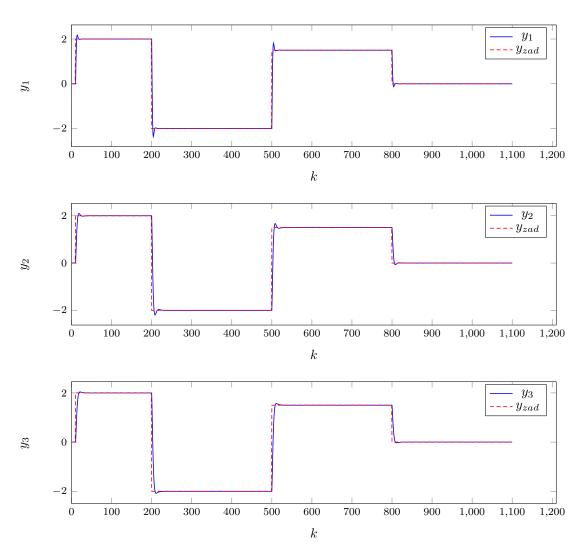
W kolejnych zadaniach używane będą horyzonty N=40 i $N_u=5$.



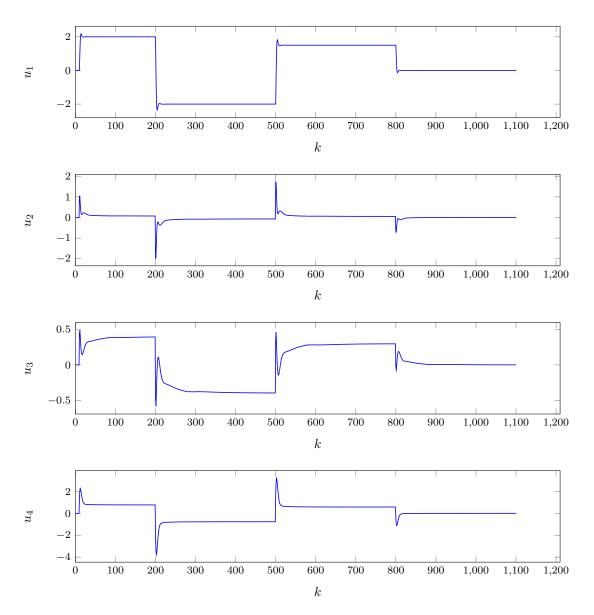
Rys. 4.1. Przebiegi wyjść obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N=80,\,N_u=80.$



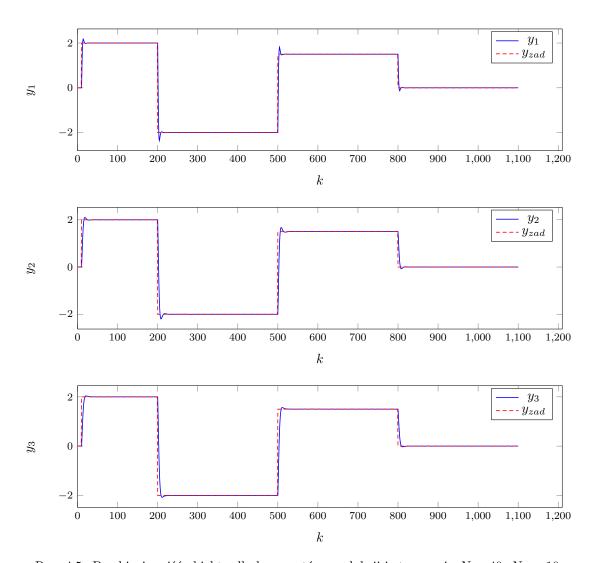
Rys. 4.2. Przebiegi sterowań obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N=80,\,N_u=80.$



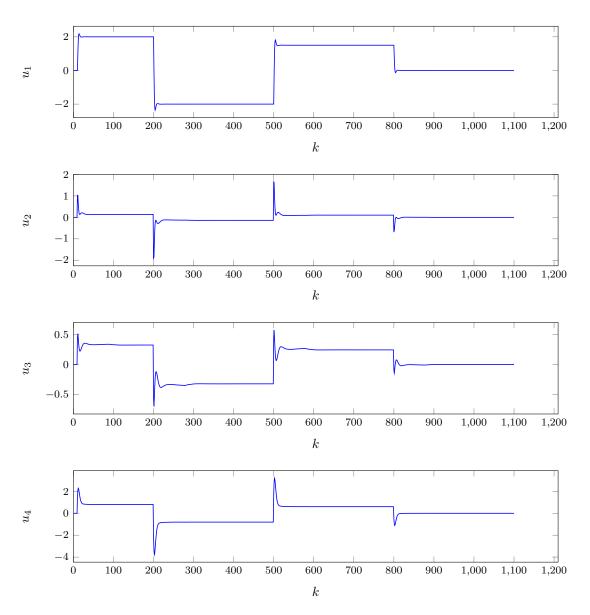
Rys. 4.3. Przebiegi wyjść obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N=50,\,N_u=50.$



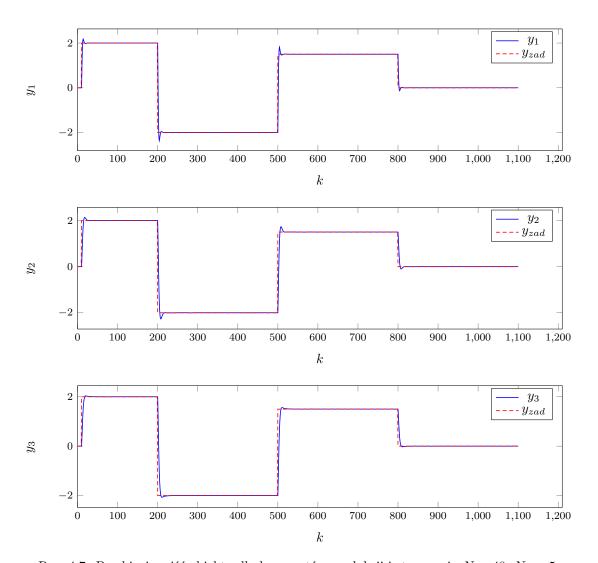
Rys. 4.4. Przebiegi sterowań obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N=50,\,N_u=50.$



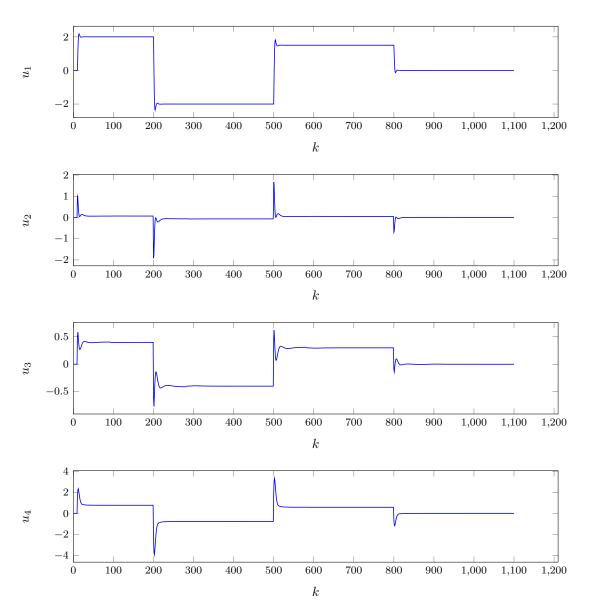
Rys. 4.5. Przebiegi wyjść obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N=40,\,N_u=10.$



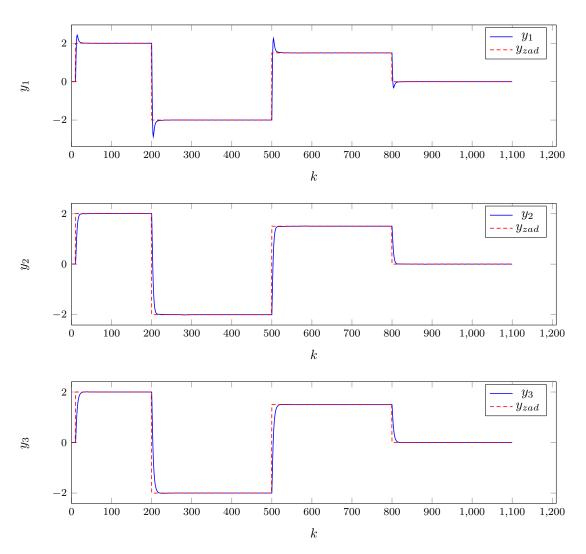
Rys. 4.6. Przebiegi sterowań obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N=40,\,N_u=10.$



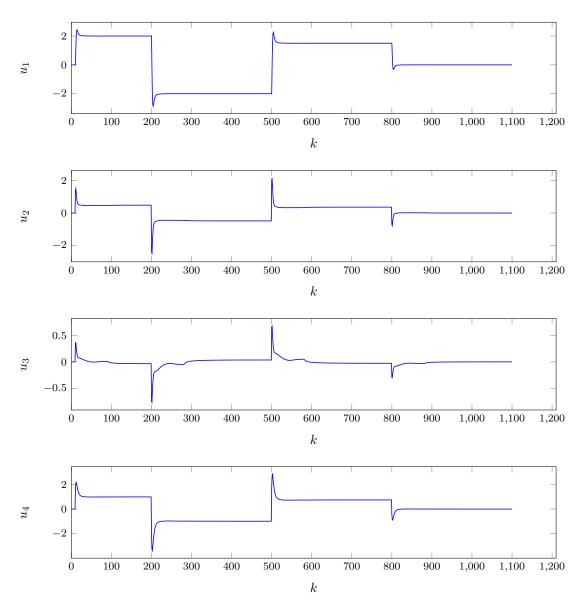
Rys. 4.7. Przebiegi wyjść obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N=40,\,N_u=5.$



Rys. 4.8. Przebiegi sterowań obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N=40,\,N_u=5.$



Rys. 4.9. Przebiegi wyjść obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N=40,\,N_u=5.$



Rys. 4.10. Przebiegi sterowań obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N=40,\,N_u=2.$

5.1. Parametr λ

W wyniku testowania różnych wartości współczynnika λ zaobserwowaliśmy, że błąd regulacji jest najmniejszy dla bardzo małych wartości λ . Trzeba jednak zauważyć, że niskie wartości parametru powodują, że przebieg sterowania jest znacznie "ostrzejszy", występują duże i nagłe skoki u przy zmianach wartości zadanej. W przypadku rzeczywistego obiektu, zjawisko to mogłoby mieć negatywny efekt, na przykład uszkodzenie części sterujących. Staraliśmy się więc doprowadzić do kompromisu między niskim wskaźnikiem błędu a łagodnym przebiegiem sterowania.

Testując różne wartości parametru λ , przyjęliśmy długości horyzontów N=40 i $N_u=5$, a parametry $\psi=1$.

Próba zwiększenia wartości parametrów λ do wartości 2 okazała się przynosić znacznie wyższe współczynniki błędu.

```
-E_1 = 49,4821
-E_2 = 49,361
-E_3 = 28,0998
-E = 126,9428
```

Zdecydowaliśmy więc w kolejnych testach skupić się na parametrach λ poniżej 1. Przebiegi wyjść i sterowań przedstawiają wykresy 5.1 i 5.2.

Ustawienie parametrów na wartości $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0,2$ dało w rezultacie bardzo dużą poprawę wskaźników błędu regulacji.

```
E_1 = 37,0136

E_2 = 37,5058

E_3 = 14,446

E_4 = 88,9654
```

Charakterystykę sterowania uznaliśmy za akceptowalną. Przebiegi wyjść i sterowań przedstawiają wykresy 5.3 i 5.4.

Można dostrzec, że skoki sterowania na torach 1 i 4 osiągają znacznie większe wartości, niż na torach 2 i 3. Tor sterowania 3 natomiast ma łagodniejszy przebieg niż pozostałe. Z tego powodu przetestujemy, jak zachowuje się obiekt w przypadku, gdy parametry λ_1 i λ_4 mają wyższe wartości niż λ_2 , a λ_3 ma niższą wartość. W ten sposób tory sterowania 1 i 4 powinny zostać złagodzone, a tor 3 przyspieszony.

Przyjęliśmy parametry o następujących wartościach:

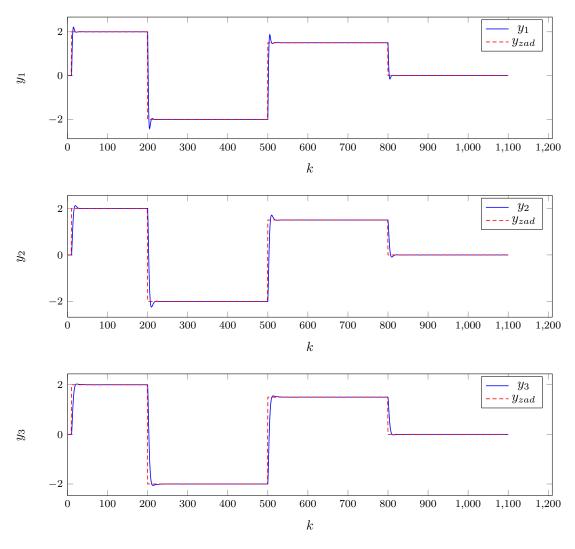
```
-\lambda_1 = 0.3
-\lambda_2 = 0.2
-\lambda_3 = 0.1
-\lambda_4 = 0.3
Blędy regulacji:
-E_1 = 36.357
-E_2 = 38.3743
-E_3 = 16.2287
-E = 90.9600
```

Jak widać odnotowaliśmy nieznaczne pogorszenie jakości regulacji. Można jednak zaobserwować na wykresie sterowań 5.6, że tory 1 i 4 mają łagodniejsze przebiegi. Uznaliśmy więc, że te wartości λ są w naszym przypadku optymalne. Przebiegi wyjść przedstawia wykres 5.5.

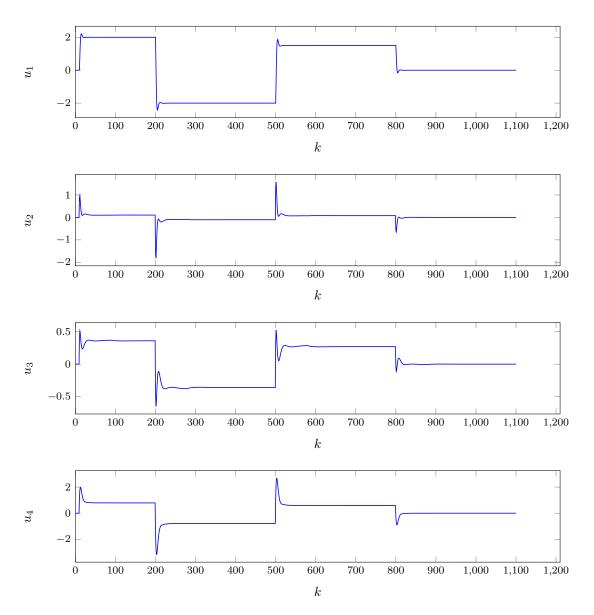
W kolejnych testach używane będą parametry λ o wartościach:

- $--\lambda_1=0.3$

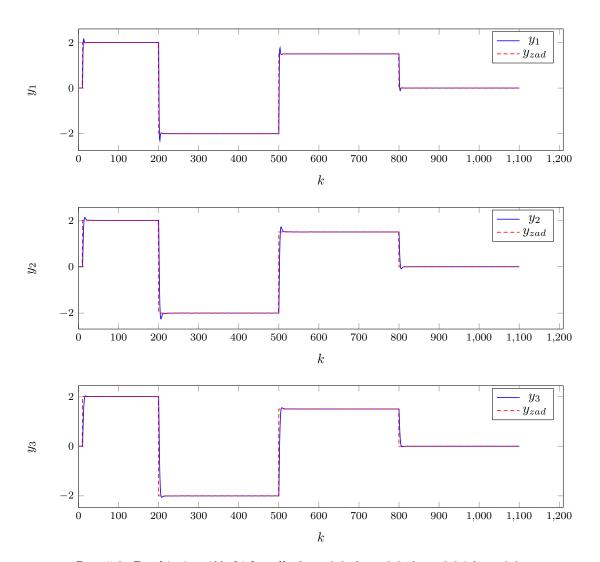
- $\lambda_{2} = 0.2$ $\lambda_{3} = 0.1$ $\lambda_{4} = 0.3$



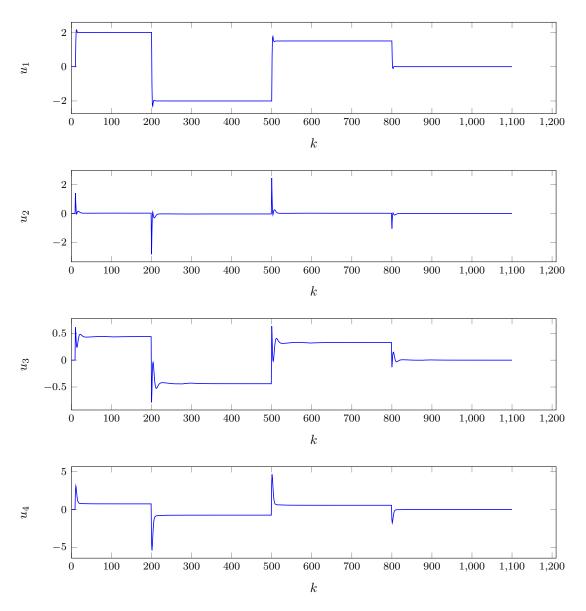
Rys. 5.1. Przebiegi wyjść obiektu dla $\lambda_1=2,\,\lambda_2=2,\,\lambda_3=2$ i $\lambda_4=2.$



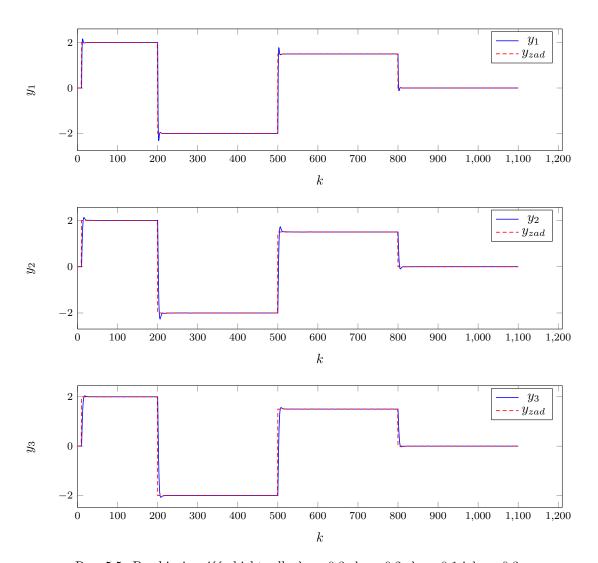
Rys. 5.2. Przebiegi sterowań obiektu dla $\lambda_1=2,\,\lambda_2=2,\,\lambda_3=2$ i $\lambda_4=2.$



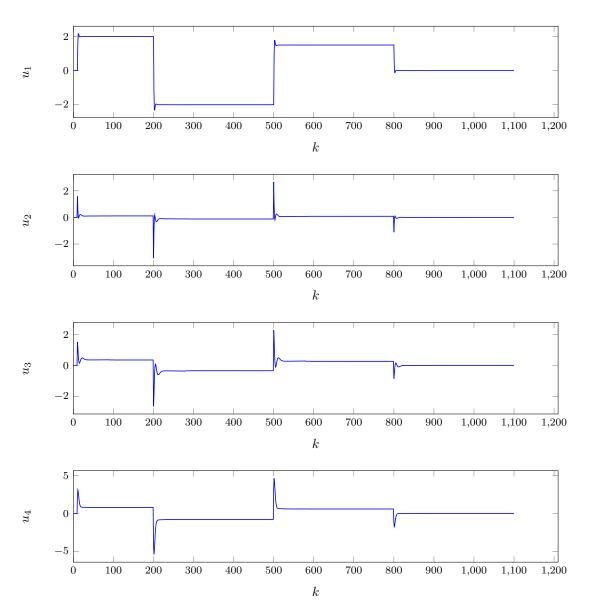
Rys. 5.3. Przebiegi wyjść obiektu dla $\lambda_1=0,\!2,\,\lambda_2=0,\!2,\,\lambda_3=0,\!2$ i $\lambda_4=0,\!2.$



Rys. 5.4. Przebiegi sterowań obiektu dla $\lambda_1=0,\!2,\,\lambda_2=0,\!2,\,\lambda_3=0,\!2$ i $\lambda_4=0,\!2.$



Rys. 5.5. Przebiegi wyjść obiektu dla $\lambda_1=0,\!3,\,\lambda_2=0,\!2,\,\lambda_3=0,\!1$ i $\lambda_4=0,\!3.$



Rys. 5.6. Przebiegi sterowań obiektu dla $\lambda_1=0,\!3,\,\lambda_2=0,\!2,\,\lambda_3=0,\!1$ i $\lambda_4=0,\!3.$

5.2. Parametr ψ

W wyniku testowania różnych wartości współczynnika ψ zaobserwowaliśmy, że błąd regulacji jest najmniejszy dla duzych wartości ψ . Podobnie jednak jak w przypadku dobierania λ zauważamy, że wysokie wartości parametru powodują, że przebieg sterowania jest znacznie "ostrzejszy", występują duże i nagłe skoki u przy zmianach wartości zadanej. W przypadku rzeczywistego obiektu, zjawisko to mogłoby mieć negatywny efekt, na przykład uszkodzenie części sterujących. Staraliśmy się więc doprowadzić do kompromisu między niskim wskaźnikiem błędu a łagodnym przebiegiem sterowania.

Testując różne wartości parametru psi, przyjęliśmy długości horyzontów N=40 i $N_u=5$ oraz współczynniki $\lambda_1=0,3,\ \lambda_2=0,2,\ \lambda_3=0,1,\ \lambda_4=0,3.$

Próba ustawienia parametrów ψ na wartość poniżej 1 dała w rezultacie wyższe błędy regulacji. Próba zmniejszenia wartości parametrów psi do 0,8 okazała się przynosić wyższe współczynniki błędu.

```
E_1 = 36,9114

E_2 = 39,0784

E_3 = 17,3408

E = 93,3306
```

Zdecydowaliśmy więc, że kolejne testy przeprowadzane będą na wartościach ψ powyżej 1. Przebiegi wyjść i sterowań przedstawiają wykresy 5.7 i 5.7.

Zwiększenie współczynników ψ do wartości 5 dało w rezultacie bardzo dużą poprawę błędu regulacji.

```
-E_1 = 34,6604
-E_2 = 34,131
-E_3 = 9,0736
-E = 78,8650
```

Należy jednak odnotować, że przebieg sterowania jest teraz znacznie ostrzejszy, co jest szczególnie widoczne na torze sterowania 4 (wykres 5.10). Zmiana ψ nie miała dużego wpływu na pozostałe tory. Spróbujemy więc, manipulując parametrami ψ , złagodzić sterowanie na torze 4, zachowując jednocześnie poprawę błędu regulacji. Wyjścia obiektu przedstawia wykres 5.9.

W wyniku eksperymentów dowiedzieliśmy się, że najbardziej na sterowanie na torze czwartym wpływa parametr ψ_3 . Postanowiliśmy więc zmniejszyć ψ_3 , jednocześnie zwiększająć ψ_1 i ψ_2 . Przetestowaliśmy działanie obiektu na wartościach $\psi_1=6,5,\ \psi_2=7,\ \psi_3=2$. Jak widać na wykresie 5.12, sterowanie zostało nieco złagodzone, choć w rezultacie nieznacznie pogorszył się wskaźnik błedu regulacji.

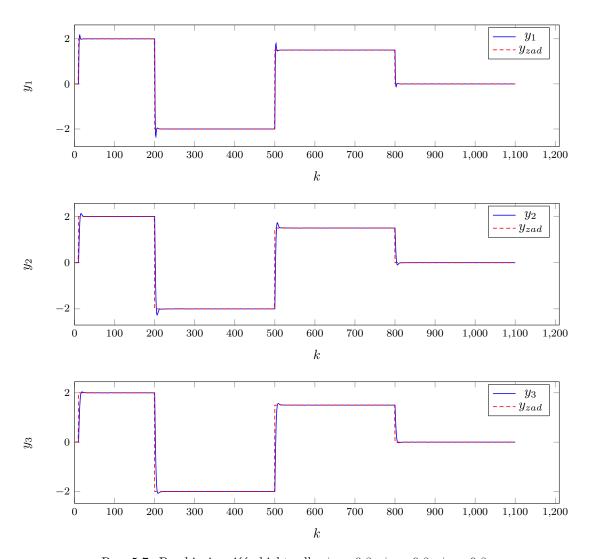
```
E_1 = 34,584

E_2 = 35,2223

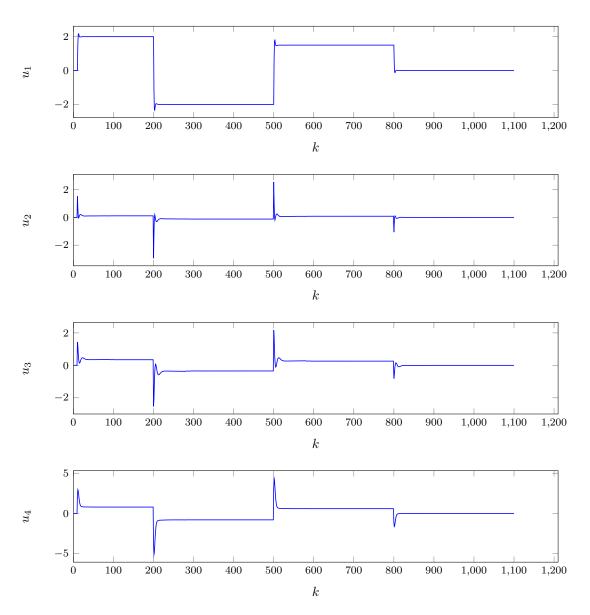
E_3 = 10,3634

E = 80,1697
```

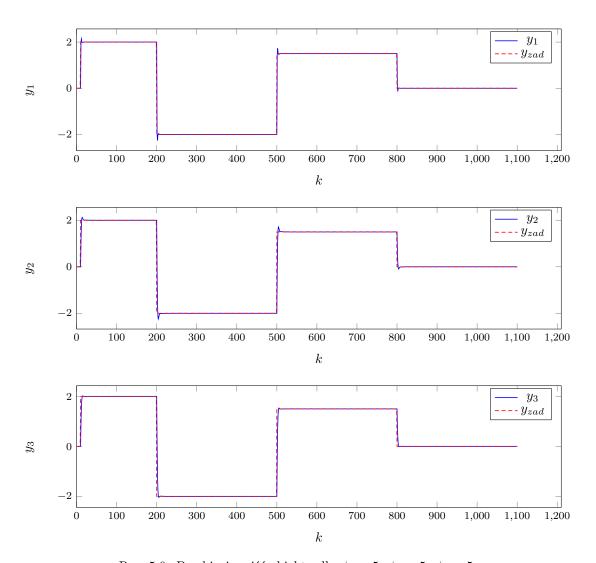
Uznaliśmy jednak, że takie nastawy dają dobry kompromis między jakością regulacji a łagodnym sterowaniem. Przebiegi wyjść obiektu przedstawia wykres 5.11.



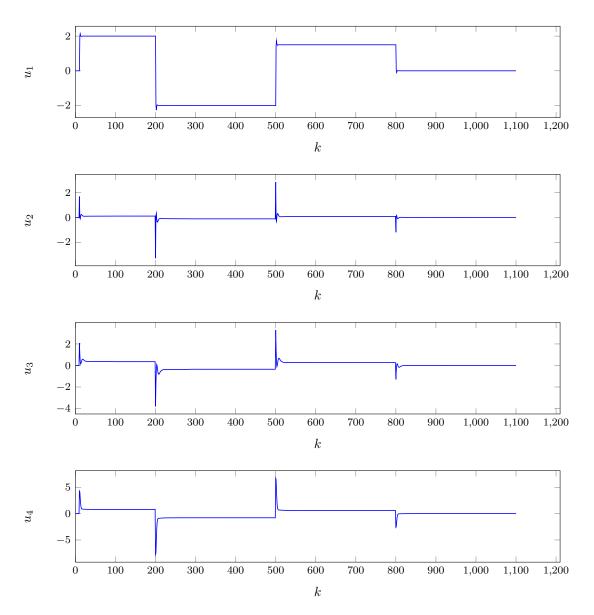
Rys. 5.7. Przebiegi wyjść obiektu dla $\psi_1=0.8,\,\psi_2=0.8,\,\psi_3=0.8.$



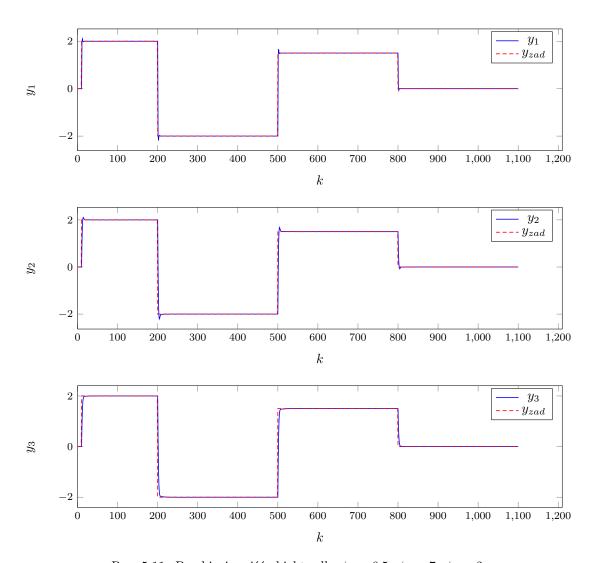
Rys. 5.8. Przebiegi sterowań obiektu dla $\psi_1=0,\!8,\,\psi_2=0,\!8,\,\psi_3=0,\!8.$



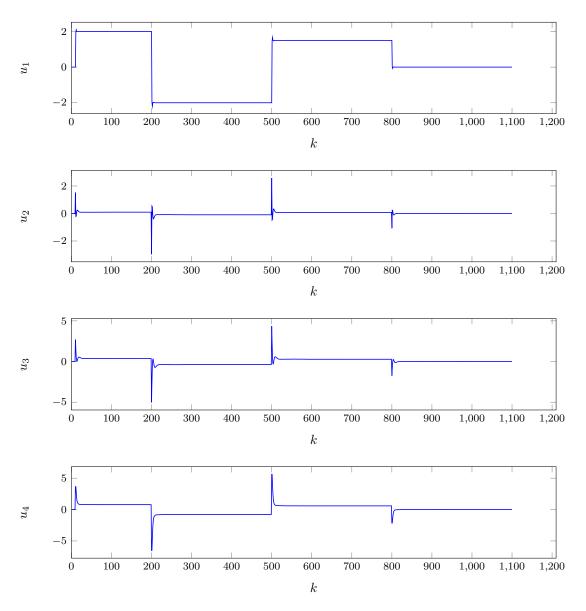
Rys. 5.9. Przebiegi wyjść obiektu dla $\psi_1=5,\,\psi_2=5,\,\psi_3=5.$



Rys. 5.10. Przebiegi sterowań obiektu dla $\psi_1=5,\,\psi_2=5,\,\psi_3=5.$



Rys. 5.11. Przebiegi wyjść obiektu dla $\psi_1=6,5,\,\psi_2=7,\,\psi_3=2.$



Rys. 5.12. Przebiegi sterowań obiektu dla $\psi_1=6,\!5,\,\psi_2=7,\,\psi_3=2.$