

**Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska**

**Projektowanie układów sterowania
(projekt grupowy)**

Sprawozdanie z projektu nr 5, zadanie nr 5

Kamil Gabryjelski, Paweł Rybak, Paweł Walczak

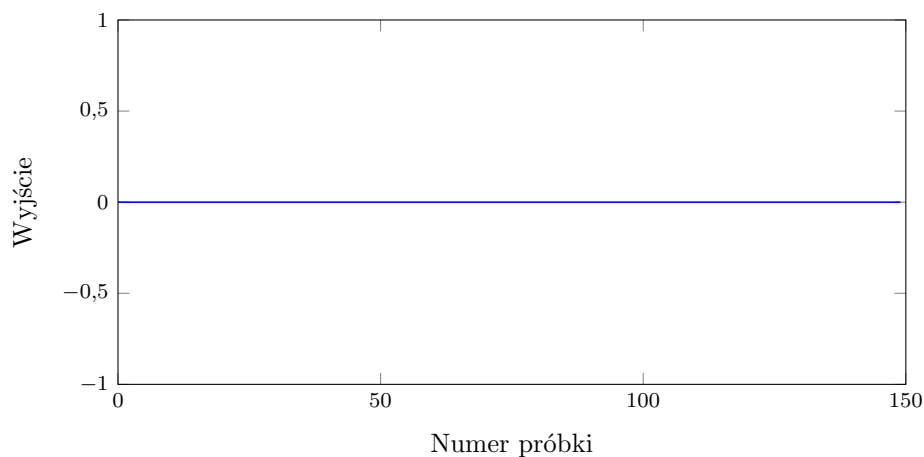
Warszawa, 2017

Spis treści

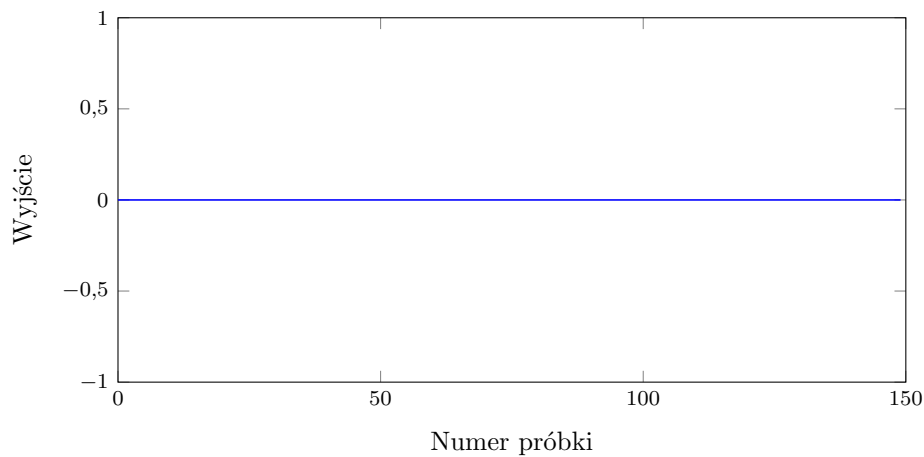
1. Punkt pracy	2
2. Odpowiedzi skokowe	4
3. Zadanie 3: Algorytmy PID i DMC	6
3.1. Cyfrowy algorytm PID	6
3.2. Cyfrowy algorytm PID	6
3.3. Algorytm DMC	6
4. PID	9
5. DMC	15
5.1. Dobór horyzontów predykcji i sterowania	15
6. Parametry λ i ψ	26
6.1. Parametr λ	26
6.2. Parametr ψ	33
7. Optymalizacja	40
7.1. PID	40
7.2. DMC	41

1. Punkt pracy

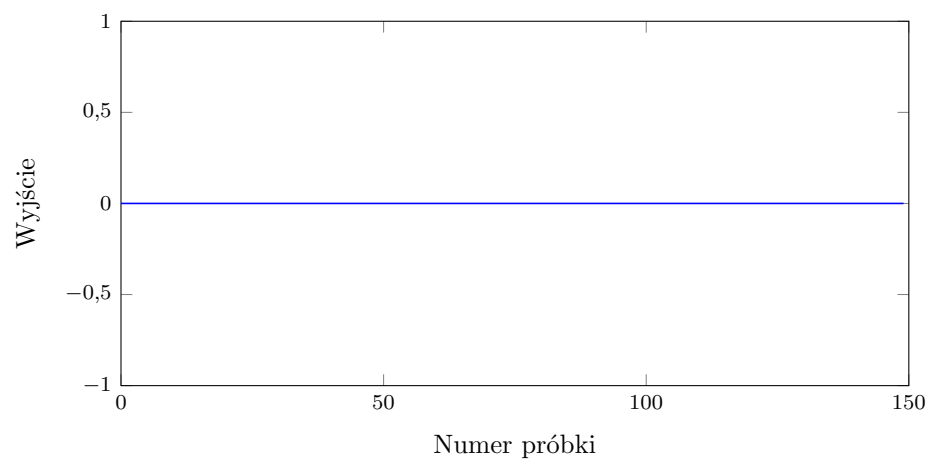
Celem zadania pierwszego było zweryfikowanie poprawności punktu pracy procesu. Podany punkt pracy to $u_1 = u_2 = u_3 = u_4 = y_1 = y_2 = y_3 = 0$. Poprawność sprawdzimy, poprzez podanie na wejście obiektu $u_1 = u_2 = u_3 = u_4 = 0$ i sprawdzenie czy wyjścia obiektu stabilizują się na wartości 0. Eksperyment wykazał, że rzeczywiście obiekt stabilizuje się na wartościach wyjść $y_1 = y_2 = y_3 = 0$, a pokazują to wykresy 1.1, 1.2 oraz 1.3.



Rys. 1.1. Wyjście y_1

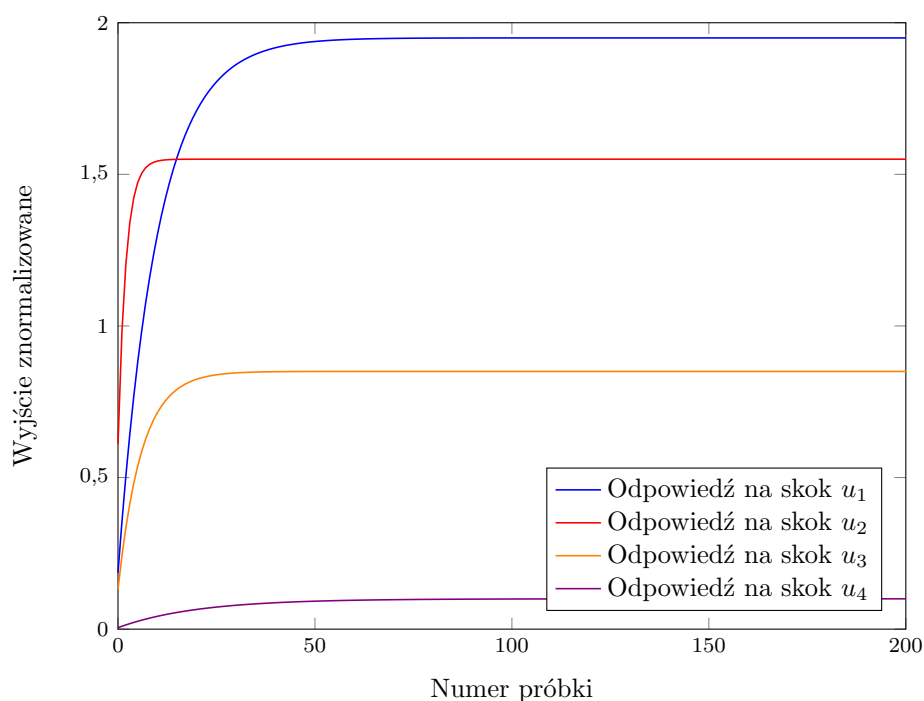


Rys. 1.2. Wyjście y_2

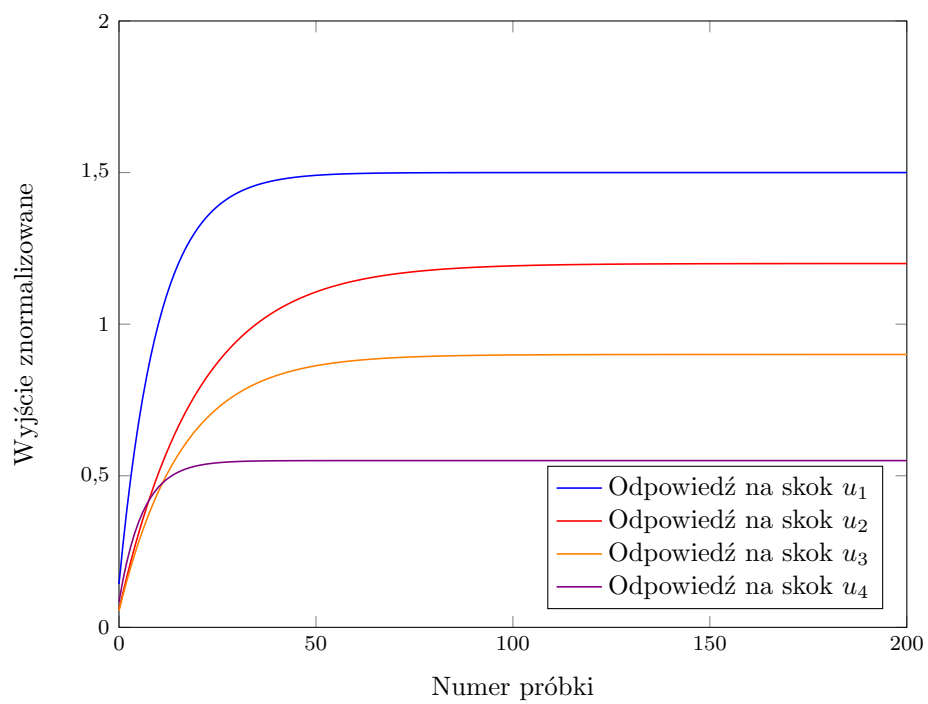
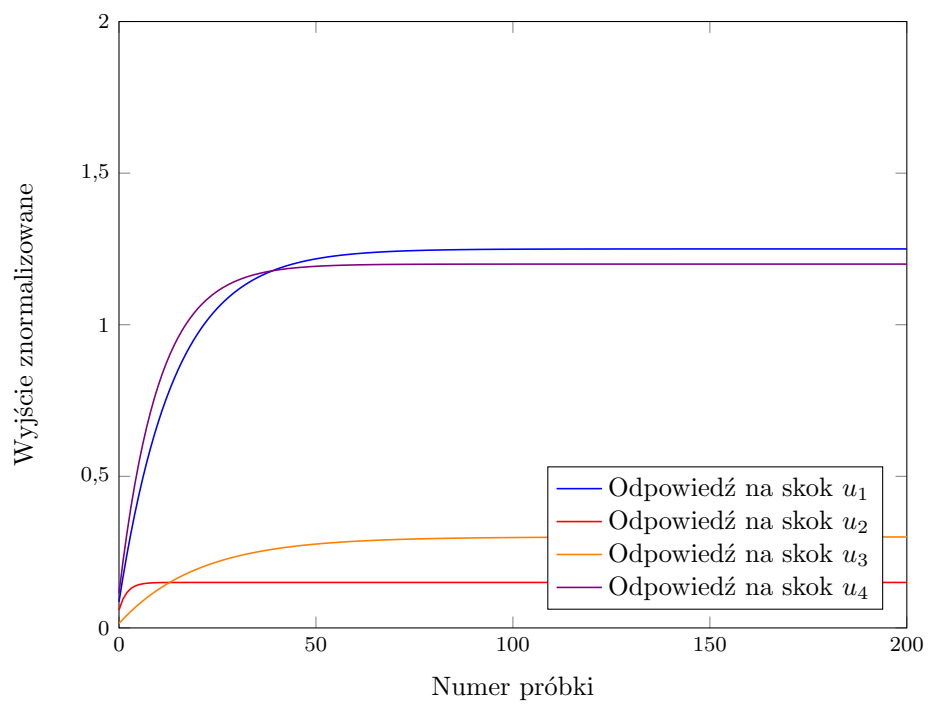
Rys. 1.3. Wyjście y_3

2. Odpowiedzi skokowe

Celem zadania drugiego było symulacyjne wyznaczenie wszystkich odpowiedzi skokowych (każdego toru). Założyliśmy, że obiekt będzie znajdował się przed wykonaniem skoku w wyznaczonym w zadaniu 1. punkcie pracy, a skok będzie jednostkowy. Na podanych niżej wykresach znajdują się wykresy odpowiedzi skokowych dla każdego toru.



Rys. 2.1. Odpowiedzi skokowe wyjścia y_1

Rys. 2.2. Odpowiedzi skokowe wyjścia y_2 Rys. 2.3. Odpowiedzi skokowe wyjścia y_3

3. Zadanie 3: Algorytmy PID i DMC

3.1. Cyfrowy algorytm PID

Celem zadania trzeciego było zaimplementowanie regulatorów *PID* i *DMC* odpowiednich do podanego procesu. Należy zwrócić uwagę, że dany dla projektu procesu cechuje się większą liczbą wejść (4) niż wyjść (3), co wpływa na realizację implementacji regulatorów.

3.2. Cyfrowy algorytm PID

Regulator *PID* jest opisany danymi parametrami: K - wzmacnienie, T_p - czas próbkowania, T_d - czas wyprzedzenia, T_i - czas zdwojenia, N_u - ilość sterowań oraz N_y - ilość wyjść.

W implementacji regulatora będziemy wykorzystywać współczynniki:

$$r_0^j = K^j * (1 + T_p/(2 * T_i^j) + T_d^j/T_p) \quad \forall j \in \langle 1, n_u \rangle \quad (3.1)$$

$$r_1^j = K^j * (T_p/(2 * T_i^j) - 2 * T_d^j/T_p - 1) \quad \forall j \in \langle 1, n_u \rangle \quad (3.2)$$

$$r_2^j = K * T_d^j/T_p \quad \forall j \in \langle 1, n_u \rangle \quad (3.3)$$

Po każdej iteracji obliczany jest nowy uchyb każdego wyjścia, jako różnica wartości zadanej i aktualnej wartości wyjścia. Sterowania również są obliczane tak jak w klasycznym regulatorze PID.

$$U(k)^j = r_2^j * e(k-2)^i + r_1^j * e(k-1)^i + r_0^j * e(k)^i + u(k-1)^j \quad \text{gdzie} \quad j \in \langle 1, n_u \rangle, \quad i \in \langle 1, n_y \rangle \quad (3.4)$$

Należy podkreślić, że w przypadku naszego procesu, każdemu wyjściu odpowiada jedno wejście, co oznacza że jedno z wejść nie będzie używane.

3.3. Algorytm DMC

W algorytmie wykonujemy następujące obliczenia:

$$\mathbf{y}^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} y_1^{\text{zad}}(k) \\ \vdots \\ y_{n_y}^{\text{zad}}(k) \end{bmatrix}_{n_y \times 1} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{y}(k) = \begin{bmatrix} y_1(k) \\ \vdots \\ y_{n_y}(k) \end{bmatrix}_{n_y \times 1} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} u_1(k) \\ \vdots \\ u_{n_u}(k) \end{bmatrix}_{n_u \times 1} \quad (3.7)$$

$$\Delta \mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_1(k) \\ \vdots \\ \Delta u_{n_u}(k) \end{bmatrix}_{n_u \times 1} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{Y}(k) = \begin{bmatrix} y(k|k) \\ \vdots \\ y(k|k) \end{bmatrix}_{N \times n_y \times 1} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{Y}^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} y^{\text{zad}}(k|k) \\ \vdots \\ y^{\text{zad}}(k|k) \end{bmatrix}_{N \times n_y \times 1} \quad (3.10)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k + N_u - 1|k) \end{bmatrix}_{N_u \times n_u \times 1} \quad (3.11)$$

$$\Delta \mathbf{U}^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \vdots \\ \Delta u(k - (D-1)) \end{bmatrix}_{(D-1) \times n_u \times 1} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{S}_l = \begin{bmatrix} s_l^{11} & s_l^{12} & \dots & s_l^{1n_u} \\ s_l^{21} & s_l^{22} & \dots & s_l^{2n_u} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_l^{n_y 1} & s_l^{n_y 2} & \dots & s_l^{n_y n_u} \end{bmatrix}_{n_y \times n_u}, l = 1, \dots, D. \quad (3.13)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & \dots & 0 \\ S_2 & S_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_N & S_{N-1} & \dots & S_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{(N \times n_y) \times (N_u \times n_u)} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{M}^P = \begin{bmatrix} S_2 - S_1 & S_3 - S_2 & \dots & S_D - S_{D-1} \\ S_3 - S_1 & S_4 - S_2 & \dots & S_{D+1} - S_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N+1} - S_1 & S_{N+2} - S_2 & \dots & S_{N+D-1} - S_{D-1} \end{bmatrix}_{(N \times n_y) \times ((D-1) \times n_u)} \quad (3.15)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_{1,1} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \psi_{1,n_y} & & \\ & & & \psi_{2,1} & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & \psi_{2,n_y} \\ & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & \psi_{N,1} \\ & & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & & \psi_{N,n_y} \end{bmatrix}_{(N \times n_y) \times (N \times n_y)} \quad (3.16)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{0,1} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \lambda_{0,n_u} & & \\ & & & \lambda_{1,1} & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & \lambda_{1,n_u} \\ & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & \lambda_{N_u-1,1} \\ & & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & & \lambda_{N_u-1,n_u} \end{bmatrix}_{(N_u * n_u) \times (N_u * n_u)} \quad (3.17)$$

$$Y^0(k) = Y(k) + M^P \Delta U^P(k) \quad (3.18)$$

$$K = (M^T \Psi M + \Lambda)^{-1} M^T \Psi \quad (3.19)$$

$$\Delta U(k) = K(Y^{zad}(k) - Y^0(k)) \quad (3.20)$$

W naszym zadaniu używamy tylko pierwszy element $\Delta U(k)$ czyli inaczej $\Delta u(k|k)$. W tym celu macierz K przekształcamy do postaci:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_{N_u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & \dots & k_{1,N} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & \dots & k_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{N_u,1} & k_{N_u,2} & \dots & k_{N_u,N} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

gdzie $k_{i,j}$ to macierz o wymiarach $n_u \times n_y$, a więc K_i to macierz o wymiarach $n_u \times (N * n_y)$. Prawo regulacji wygląda następująco:

$$\Delta u(k) = K_1(Y^{zad}(k) - Y^0(k)) = K_1(Y^{zad}(k) - Y(k) - M^P \Delta U^P(k)) \quad (3.22)$$

Aktualne sterowanie obliczamy jako suma sterowania poprzedniego i aktualnie wyliczonego $\Delta u(k|k)$.

4. PID

Na początku strojenia wyznaczona została macierz wzmocnień, zawierająca wzmocnienie każdego z wyjść w zależności od wejścia. Macierz ta jest następująca:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1,9500 & 1,5000 & 1,2500 \\ 1,5500 & 1,2000 & 0,1500 \\ 0,8500 & 0,9000 & 0,3000 \\ 0,1000 & 0,5500 & 1,2000 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Następnie otrzymujemy z tego cztery macierze \mathbf{K}_i . Każda z nich powstaje poprzez usunięcie i -tego wiersza z macierzy \mathbf{K} . Macierze te są następujące:

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 1,5500 & 1,2000 & 0,1500 \\ 0,8500 & 0,9000 & 0,3000 \\ 0,1000 & 0,5500 & 1,2000 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 1,9500 & 1,5000 & 1,2500 \\ 0,8500 & 0,9000 & 0,3000 \\ 0,1000 & 0,5500 & 1,2000 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} 1,9500 & 1,5000 & 1,2500 \\ 1,5500 & 1,2000 & 0,1500 \\ 0,1000 & 0,5500 & 1,2000 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{K}_4 = \begin{bmatrix} 1,9500 & 1,5000 & 1,2500 \\ 1,5500 & 1,2000 & 0,1500 \\ 0,8500 & 0,9000 & 0,3000 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Następnie obliczane są wskaźniki uwarunkowania każdej z czterech macierzy:

$$\text{cond}(\mathbf{K}_1) = 23,8517 \quad (4.6)$$

$$\text{cond}(\mathbf{K}_2) = 12,4174 \quad (4.7)$$

$$\text{cond}(\mathbf{K}_3) = 17,5922 \quad (4.8)$$

$$\text{cond}(\mathbf{K}_4) = 20,1116 \quad (4.9)$$

Następnie wylicza się macierz $\mathbf{K}\mathbf{K}_i = \mathbf{K}_i * \mathbf{K}_i^{-1}$. Z tej macierzy wybiera się tory sterowania, poprzez wybranie najmniejszych wartości dodatnich z macierzy $\mathbf{K}\mathbf{K}_i$, tak aby wybrana była tylko jedna wartość w danym wierszu i kolumnie. Wartości ujemne są wykluczone. Tory sterowania są wyznaczone poprzez numer kolumny i wiersza wybranych wartości. Numer kolumny odpowiada wyjściu, a numer wiersza sterowaniu. Teoretycznie najlepszy wynik będzie osiągnięty dla macierzy $\mathbf{K}\mathbf{K}_i$, dla której wskaźnik uwarunkowania \mathbf{K}_i był najmniejszy, czyli w naszym wypadku \mathbf{K}_2 , ale mimo to sprawdzimy wszystkie cztery opcje. Macierze wychodzą następujące:

$$\mathbf{K}\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 4,9438 & -4,1412 & 0,1974 \\ -4,0222 & 5,7882 & -0,7660 \\ 0,0784 & -0,6471 & 1,5686 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{K}\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 2,3138 & -1,9258 & 0,6119 \\ -1,2263 & 2,5852 & -0,3589 \\ -0,0875 & 0,3406 & 0,7470 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{K}\mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} 3,3287 & -3,4800 & 1,1514 \\ -2,1683 & 3,3423 & -0,1740 \\ -0,1603 & 1,1377 & 0,0226 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\mathbf{K}\mathbf{K}_4 = \begin{bmatrix} 1,0935 & -1,2617 & 1,1682 \\ 2,6075 & -1,4280 & -0,1794 \\ -2,7009 & 3,6897 & 0,0112 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Stąd wybieramy cztery opcje torów sterowania. Dla $\mathbf{K}\mathbf{K}_1$:

- $y_1 - u_4$
- $y_2 - u_3$
- $y_3 - u_2$

Dla $\mathbf{K}\mathbf{K}_2$:

- $y_1 - u_1$
- $y_2 - u_3$
- $y_3 - u_4$

Zgodnie z wyznaczonymi wskaźnikami uwarunkowania te tory powinny być najlepsze. Dla $\mathbf{K}\mathbf{K}_3$:

- $y_1 - u_1$
- $y_2 - u_2$
- $y_3 - u_4$

Dla $\mathbf{K}\mathbf{K}_4$:

- $y_1 - u_2$
- $y_2 - u_3$
- $y_3 - u_1$

Mając teoretycznie najlepsze tory sterowania przystąpiliśmy do dobierania nastaw dla regulatorów. Nasza taktyka polegała na wyłączeniu wszelkich regulatorów, a następnie znalezieniu wartości wzmocnienia pierwszego regulatora, dla którego oscylacje są niegasnące. Mając tę wartość wzmocnienia dzielona była ona przez dwa i dołączany był regulator drugi. Znow szukaliśmy wartości oscylacji niegasnących i po znalezieniu dzieliliśmy wzmocnienie drugiego regulatora na dwa. Następnie dołączaliśmy trzeci regulator i postępowaliśmy tak samo. Następnie dobieraliśmy wartości całkowania, metodą prób i błędów, a na końcu tak samo dobieraliśmy wartości członów różniczkujących dla regulatorów. Zaskakująco metoda ta okazała się przynosić zadowalające rezultaty. Dla toru otrzymanego na podstawie macierzy $\mathbf{K}\mathbf{K}_1$ nie udało nam się wyznaczyć ręcznie nastaw. W tym przypadku zadanie było niezwykle trudne. Dopiero funkcja minimalizacji dała nam nastawy, dla których obiekt działał. Następnie sprawdzony został tor otrzymany na podstawie macierzy $\mathbf{K}\mathbf{K}_2$. Po kilku eksperymentach otrzymaliśmy następujące nastawy:

$$\begin{aligned} K_1 &= 5,1325 & T_{i1} &= 9, & T_{d1} &= 0 \\ K_2 &= 3,1150 & T_{i2} &= 10, & T_{d2} &= 0 \\ K_3 &= 7,2400 & T_{i3} &= 10, & T_{d3} &= 0 \end{aligned} \quad (4.14)$$

Wskaźnik jakości regulacji dla takich nastaw wynosił $E_2 = 134,8370$, czyli lepszy niż ten dla pierwszego toru sterowania. Podobnie jak wcześniej, dodanie różniczkowania nie poprawiało wyników w sensie wskaźnika jakości, więc z niego zrezygnowaliśmy. Działanie tych regulatorów przedstawiają wykresy 4.1, 4.2 oraz 4.3. Dla ułatwienia porównania zastosowano tę samą skalę co w przypadku poprzedniego zestawu regulatorów.

Dla torów wynikających z macierzy $\mathbf{K}\mathbf{K}_3$ otrzymaliśmy nastawy:

$$K_1 = 5,1320 \quad T_{i1} = 10, \quad T_{d1} = 0$$

$$K_2 = 0,6130 \quad T_{i2} = 8, \quad T_{d2} = 0 \quad (4.15)$$

$$K_3 = 7,2710 \quad T_{i3} = 9, \quad T_{d3} = 0$$

oraz wskaźnik jakości $E_3 = 141,6150$. Jest to wynik niewiele gorszy, niż w przypadku macierzy $\mathbf{K}\mathbf{K}_2$, która dała najlepsze rezultaty. Działanie takich regulatorów przedstawiają wykresy 4.4, 4.5 oraz 4.6.

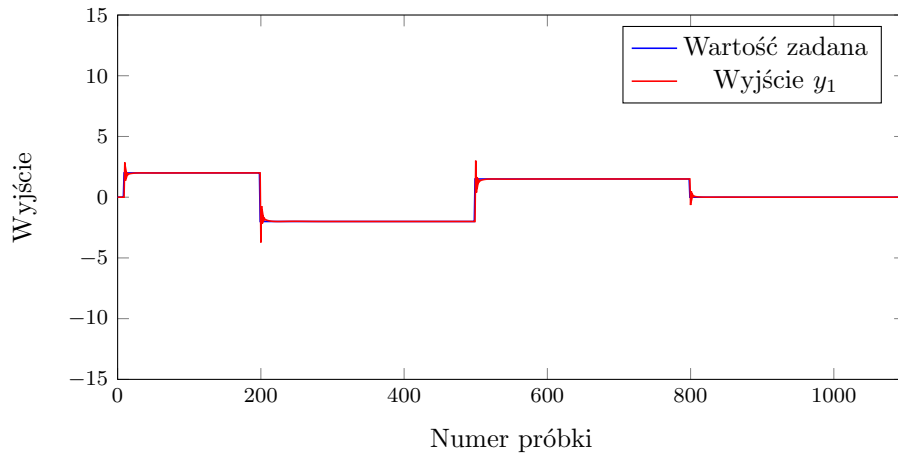
Dla macierzy $\mathbf{K}\mathbf{K}_4$ otrzymane nastawy były następujące:

$$K_1 = 1,3170 \quad T_{i1} = 4, \quad T_{d1} = 0$$

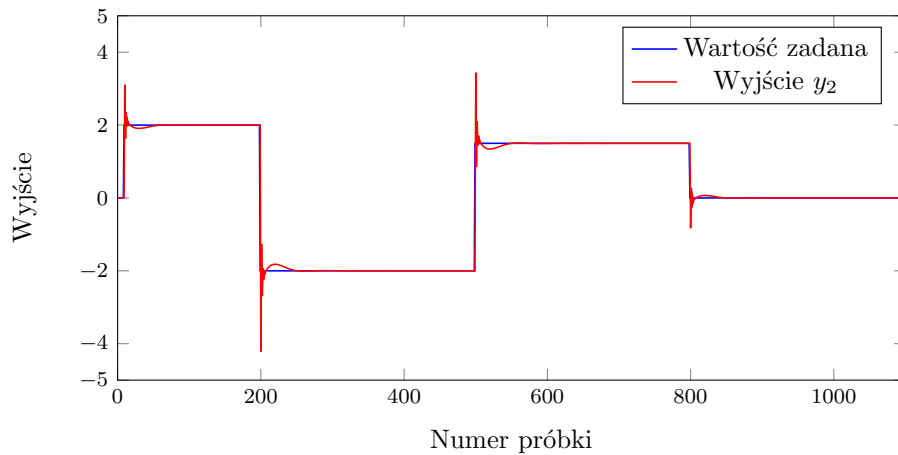
$$K_2 = 14,8350 \quad T_{i2} = 9, \quad T_{d2} = 0 \quad (4.16)$$

$$K_3 = 5,6000 \quad T_{i3} = 6, \quad T_{d3} = 0$$

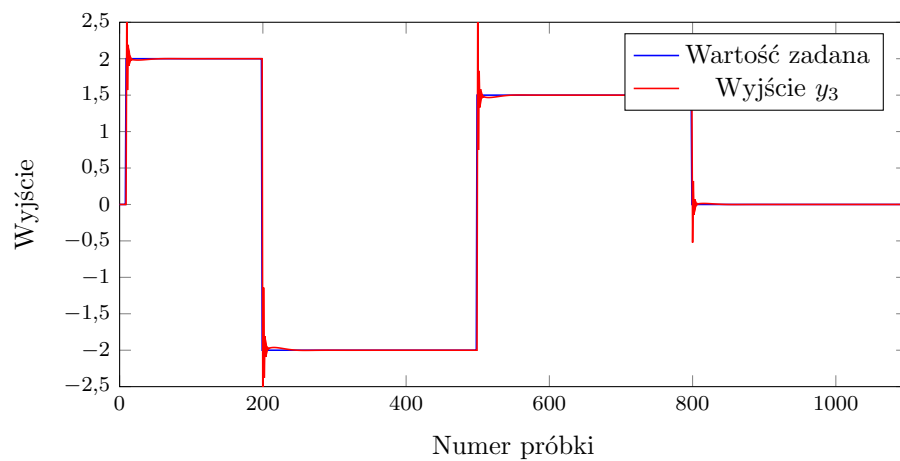
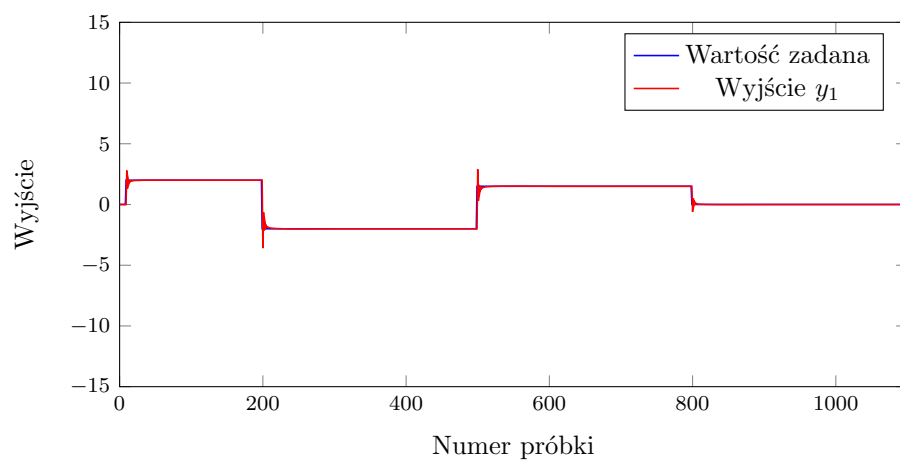
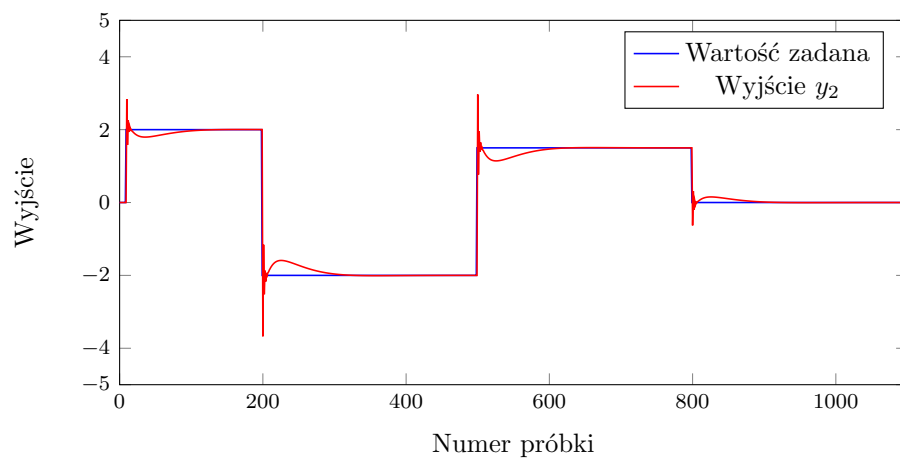
Wskaźnik jakości wynosił 565,3247, czyli był najgorszy ze wszystkich. Znow, dodanie różniczkowania jedynie pogarszało wyniki. Działanie tych regulatorów ukazują wykresy 4.7, 4.8 oraz 4.9.

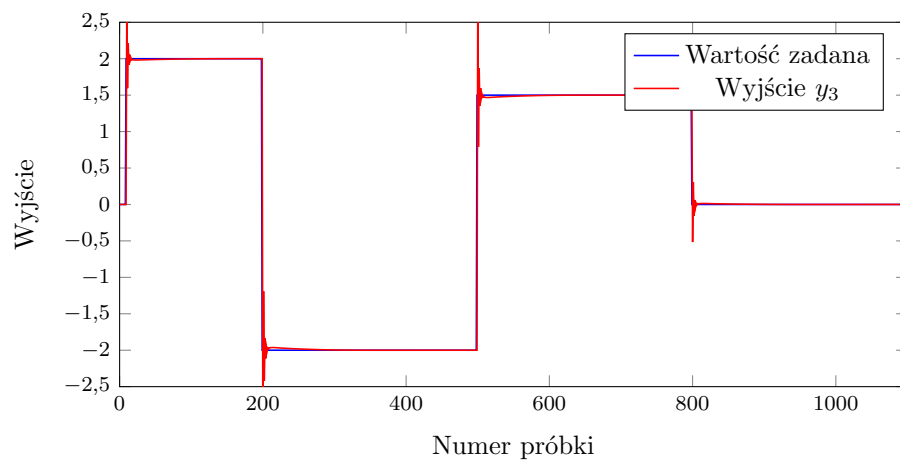
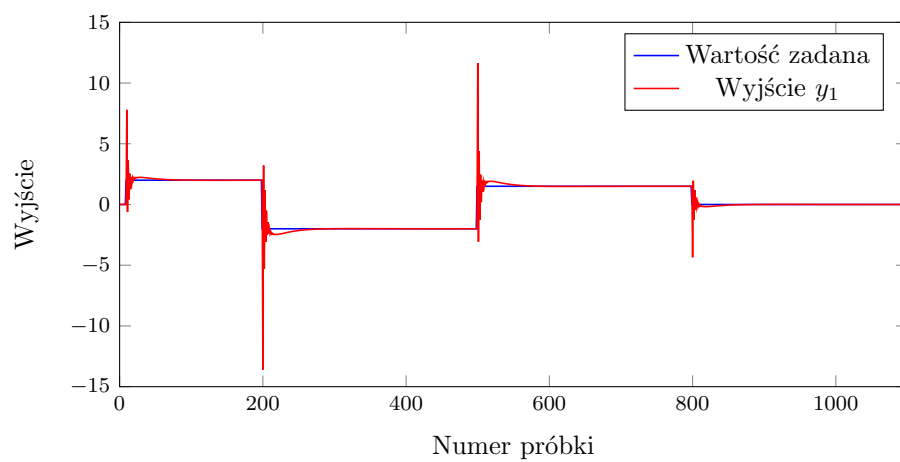
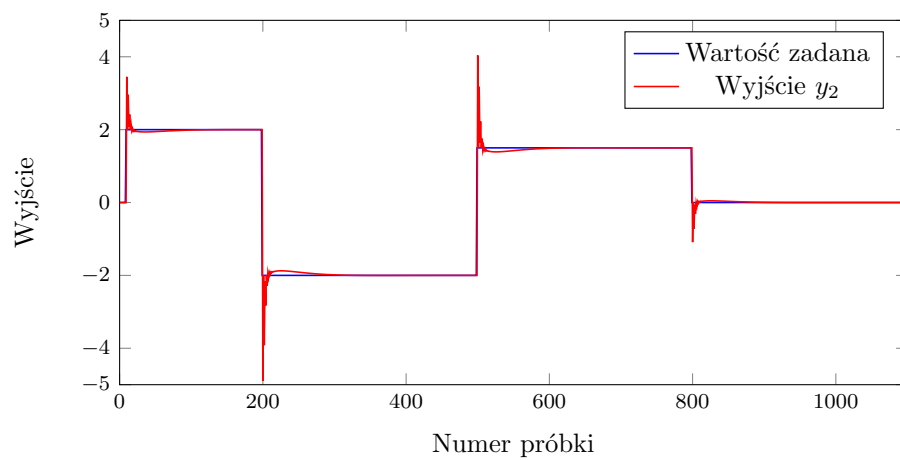


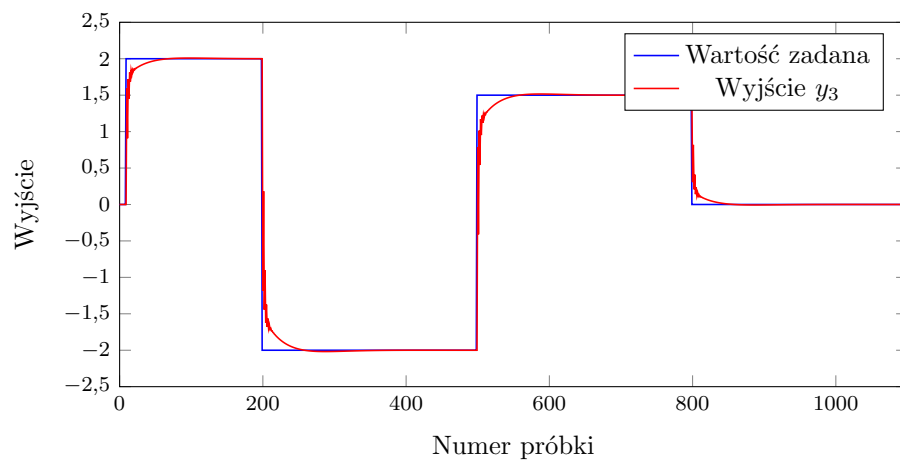
Rys. 4.1. Trajektoria wyjścia y_1 , dla drugiego zestawu regulatorów PID



Rys. 4.2. Trajektoria wyjścia y_2 , dla drugiego zestawu regulatorów PID

Rys. 4.3. Trajektoria wyjścia y_3 , dla drugiego zestawu regulatorów PIDRys. 4.4. Trajektoria wyjścia y_1 , dla trzeciego zestawu regulatorów PIDRys. 4.5. Trajektoria wyjścia y_2 , dla trzeciego zestawu regulatorów PID

Rys. 4.6. Trajektoria wyjścia y_3 , dla trzeciego zestawu regulatorów PIDRys. 4.7. Trajektoria wyjścia y_1 , dla czwartego zestawu regulatorów PIDRys. 4.8. Trajektoria wyjścia y_2 , dla czwartego zestawu regulatorów PID



Rys. 4.9. Trajektoria wyjścia y_3 , dla czwartego zestawu regulatorów PID

5. DMC

Na podstawie analizy odpowiedzi skokowych przyjęliśmy horyzont dynamiki $D = 80$. Przez E_i oznaczyliśmy wartość wskaźnika błędu dla wyjścia i , natomiast E jest sumą błędów dla wszystkich wyjść obiektu.

5.1. Dobór horyzontów predykcji i sterowania

Dobór horyzontów przeprowadzaliśmy korzystając z parametrów ψ i λ równymi 1. Rozpoczęliśmy od nastaw $N = N_u = D = 80$. Dla tych parametrów błędy wynosiły:

- $E_1 = 45,0725$
- $E_2 = 45,9624$
- $E_3 = 24,6561$
- $E = 115,6910$

Przebieg wyjść obiektu przedstawia wykres 5.1, a sterowań wykres 5.2.

Postanowiliśmy skrócić horyzonty do wartości $N = N_u = 50$. Otrzymane błędy wyniosły:

- $E_1 = 45,0726$
- $E_2 = 45,962$
- $E_3 = 24,6562$
- $E = 115,6908$

Błędy regulacji były więc praktycznie jednakowe jak dla dłuższych horyzontów. Przebiegi wyjść i sterowań przedstawiają wykresy 5.3 i 5.4.

W kolejnym kroku skróciliśmy horyzont predykcji do wartości $N = 40$, a sterowania $N_u = 10$. Taka zmiana przyniosła niewielką poprawę wskaźników błędu:

- $E_1 = 45,0801$
- $E_2 = 45,933$
- $E_3 = 24,6021$
- $E = 115,6152$

Przebieg wyjść obiektu przedstawiają wykresy 5.5 i 5.6.

Jak się okazało, dalsze skracanie horyzontu sterowania przyniosło znacznie bardziej wymierne rezultaty - dla $N_u = 5$ wskaźniki błędów zmalały do wartości:

- $E_1 = 44,4289$
- $E_2 = 44,1988$
- $E_3 = 23,0761$
- $E = 111,7038$

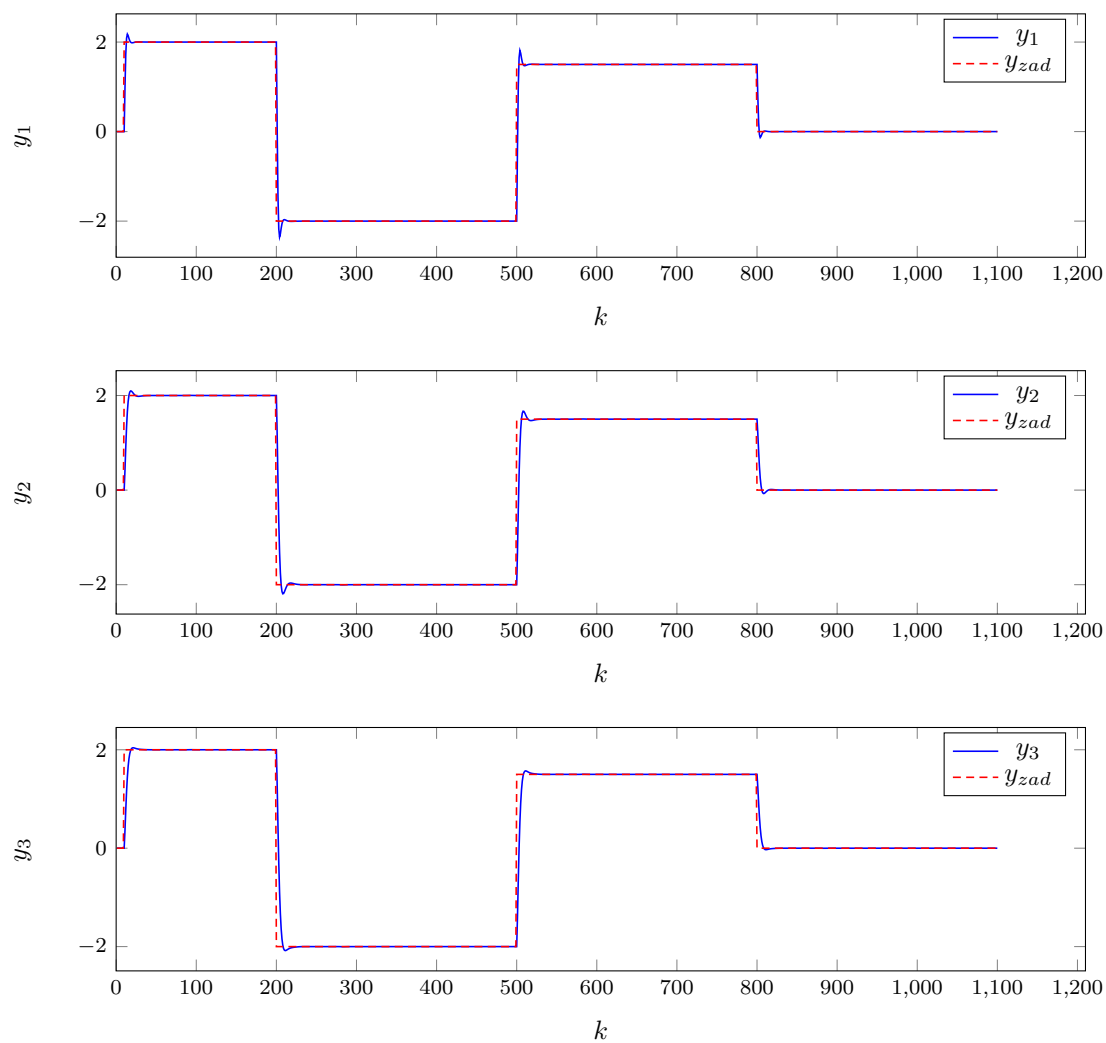
Przebieg wyjść obiektu przedstawiają wykresy 5.7 i 5.8.

Dalsze skracanie horyzontu predykcji nie przyniosło pozytywnych rezultatów. Dla $N_u = 2$ wskaźniki błędów wyniosły:

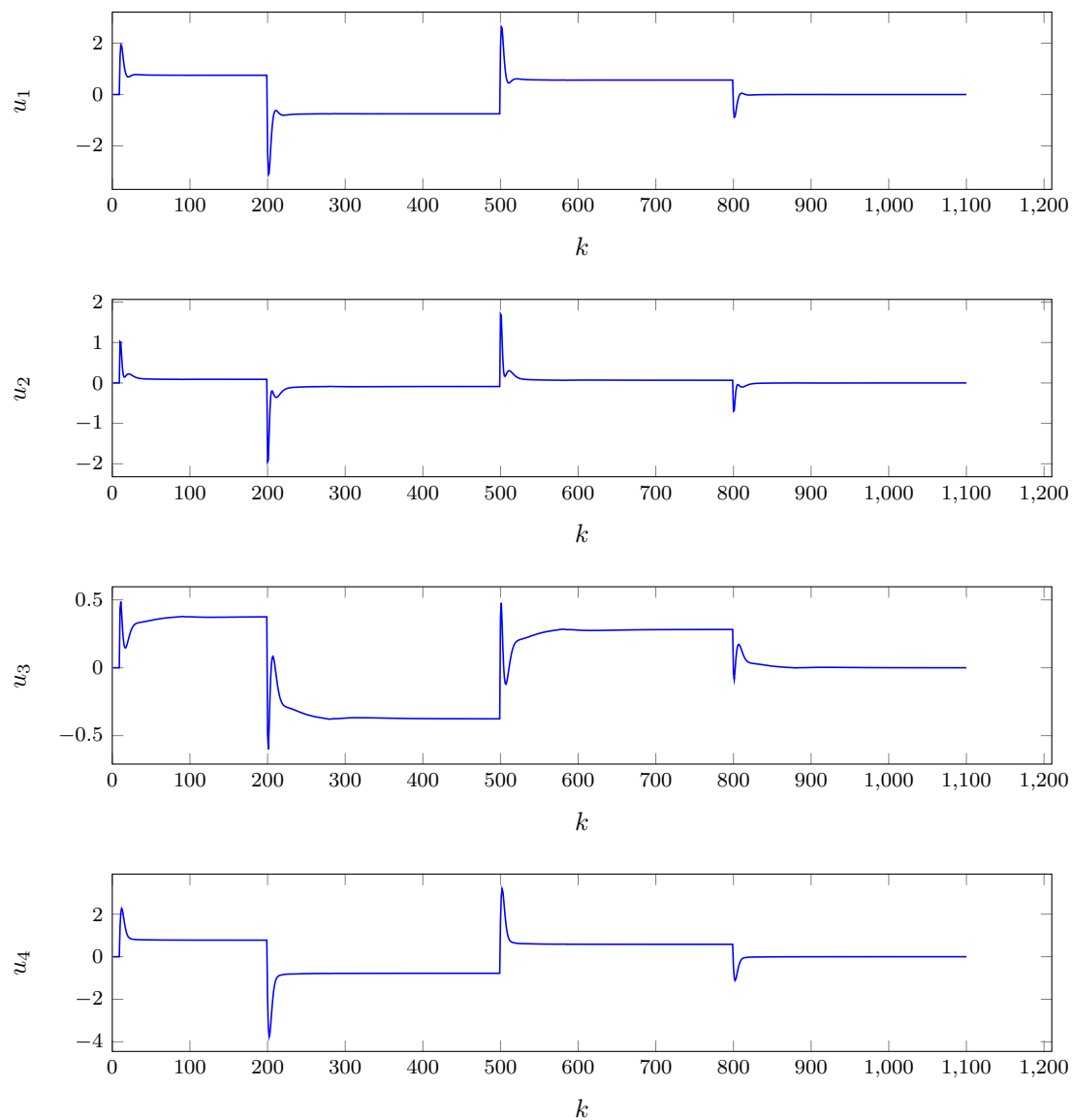
- $E_1 = 46,6684$
- $E_2 = 50,4711$
- $E_3 = 27,023$
- $E = 124,1625$

Można więc przypuszczać, że jeszcze mniejsze wartości horyzontu sterowania przyniosłyby pogorszenie jakości regulacji. Przebieg wyjść obiektu przedstawiają wykresy 5.9 i 5.10.

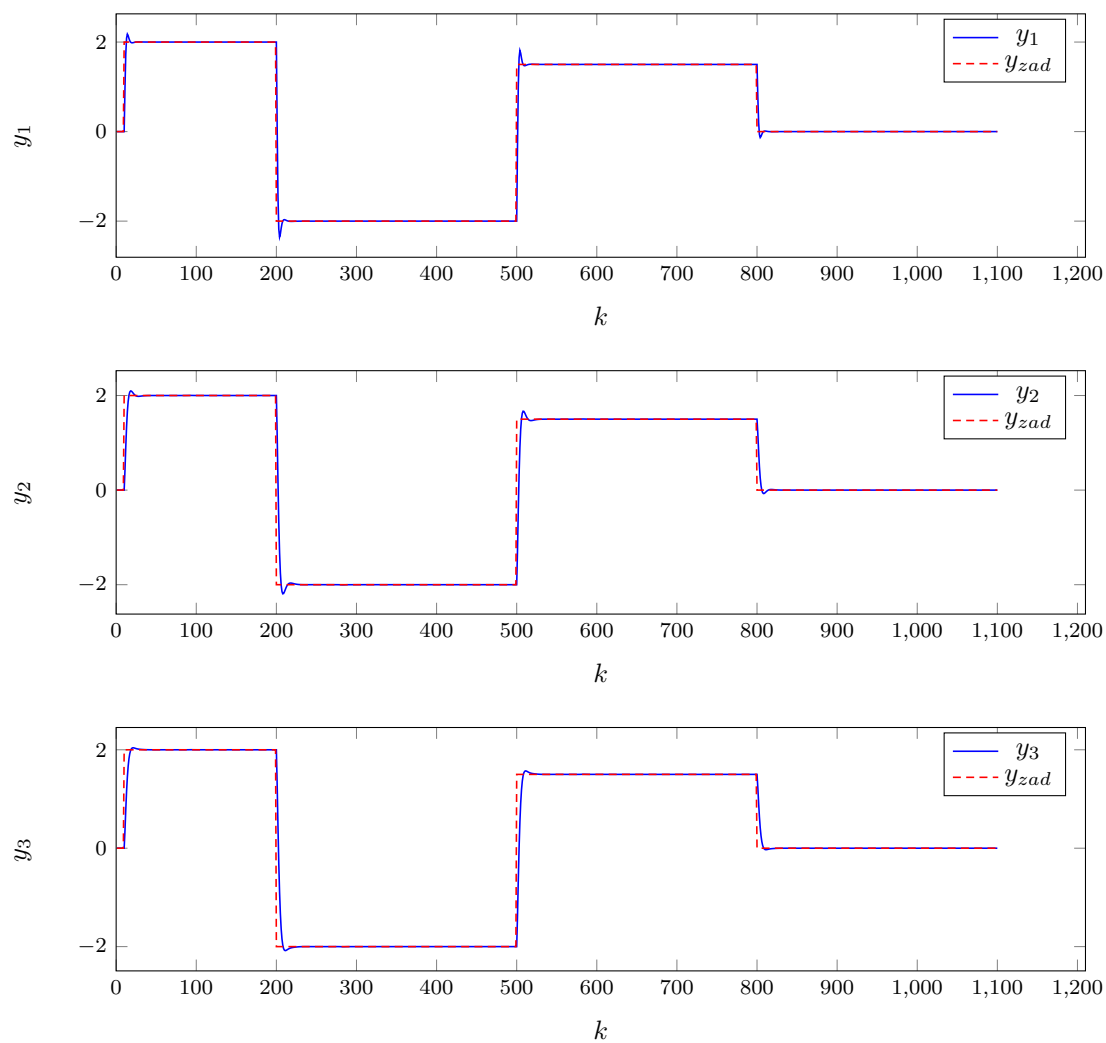
W kolejnych zadaniach używane będą horyzonty $N = 40$ i $N_u = 5$.



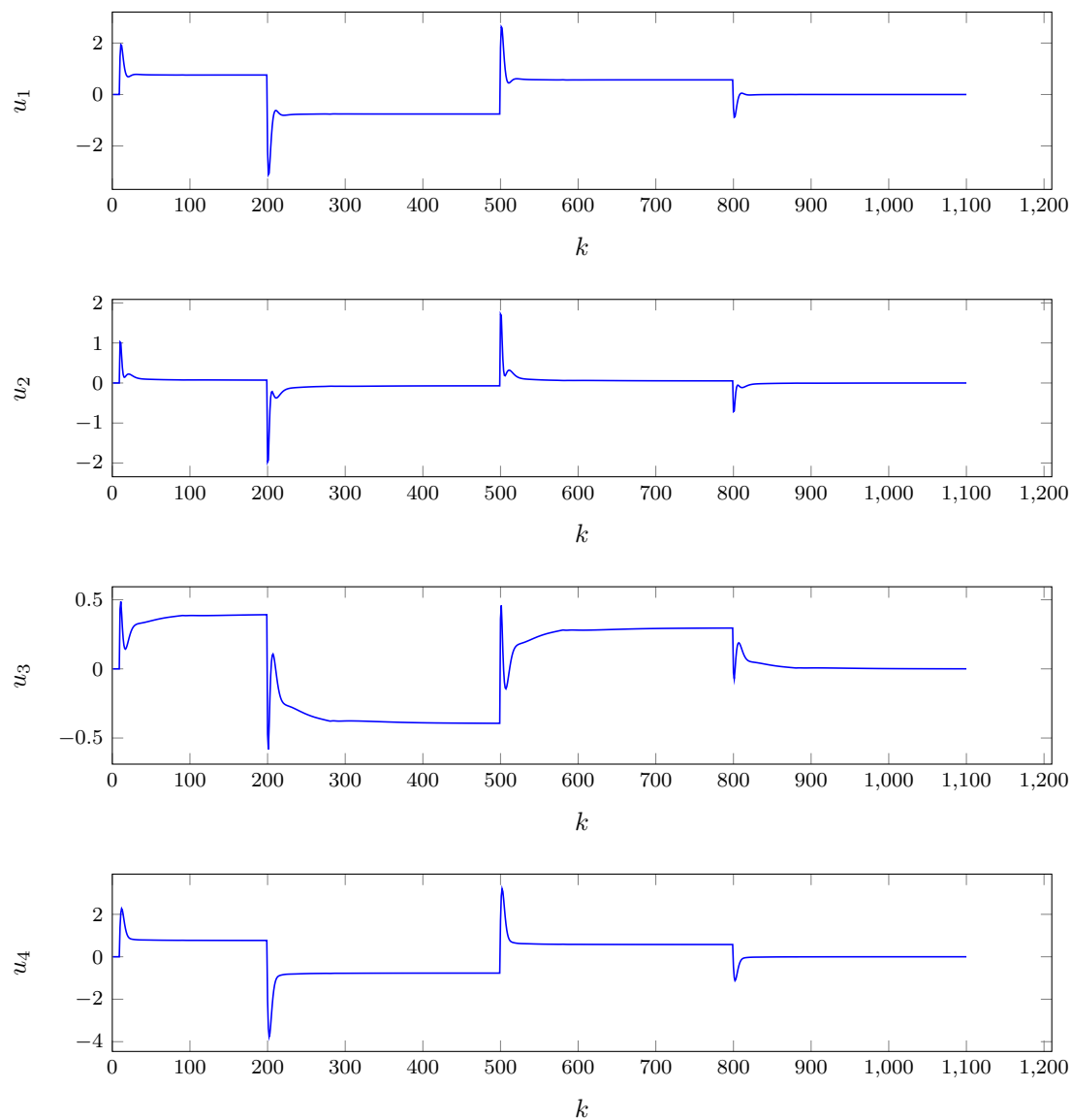
Rys. 5.1. Przebiegi wyjść obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N = 80$, $N_u = 80$.



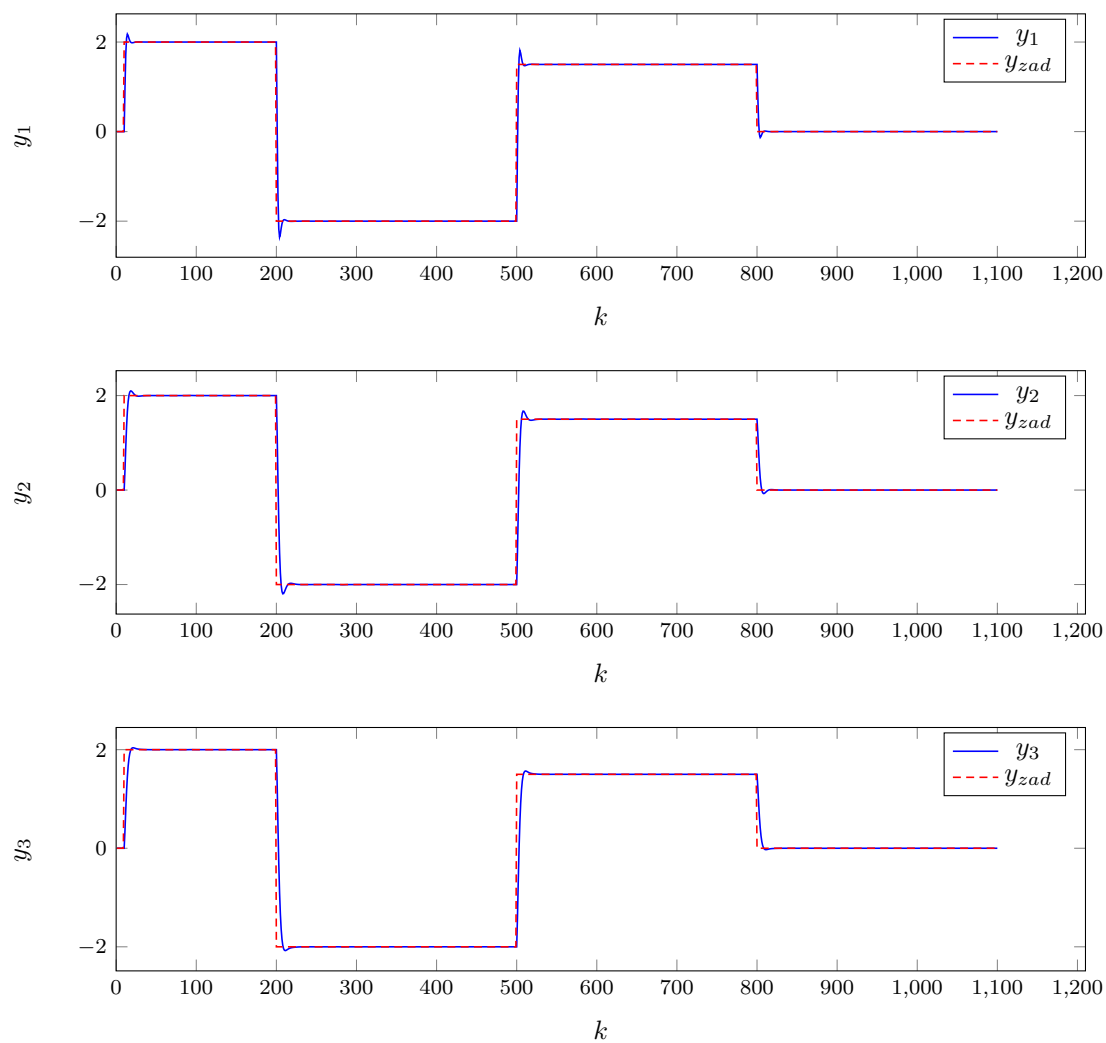
Rys. 5.2. Przebiegi sterowań obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N = 80$, $N_u = 80$.



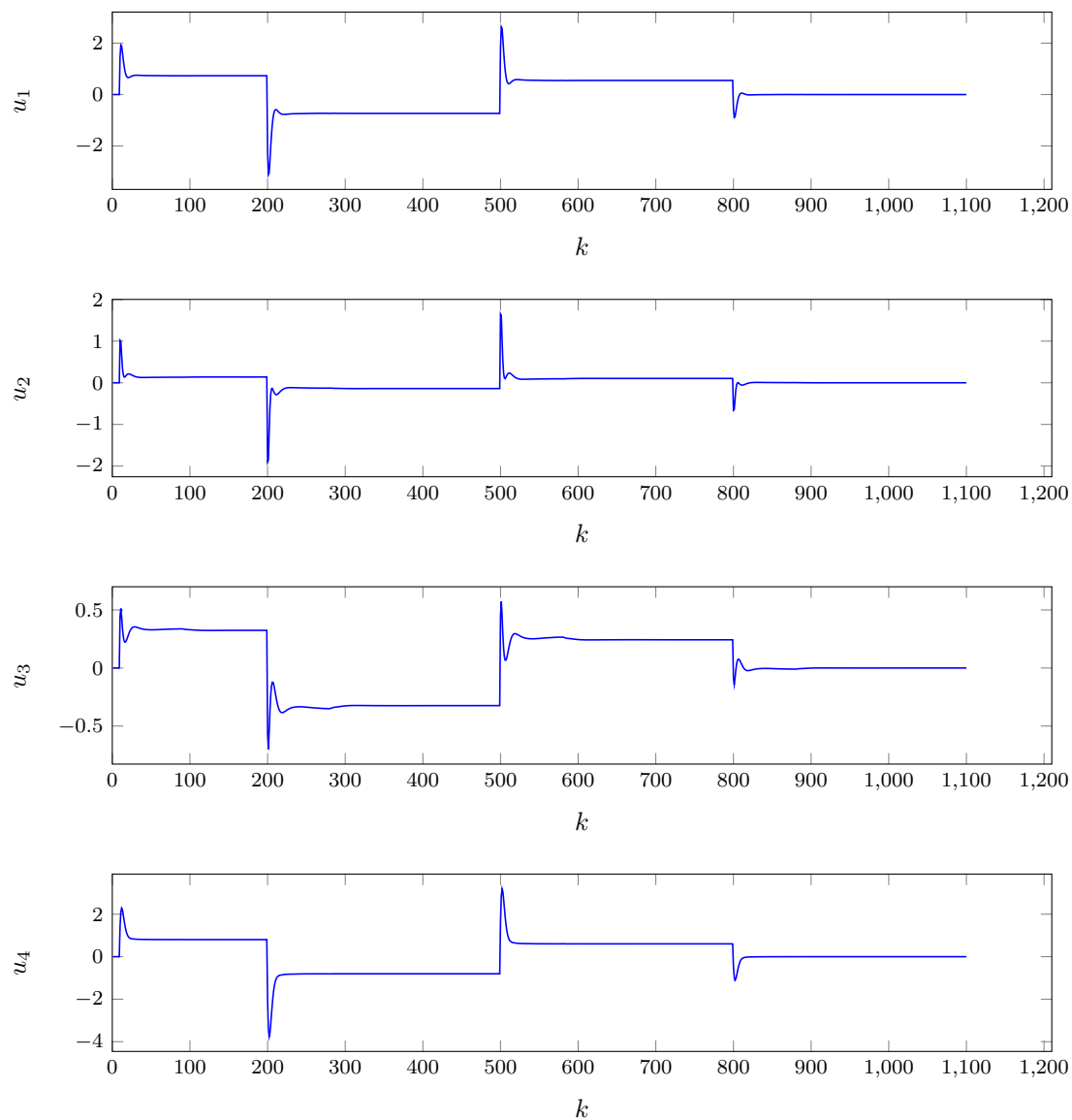
Rys. 5.3. Przebiegi wyjść obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N = 50$, $N_u = 50$.



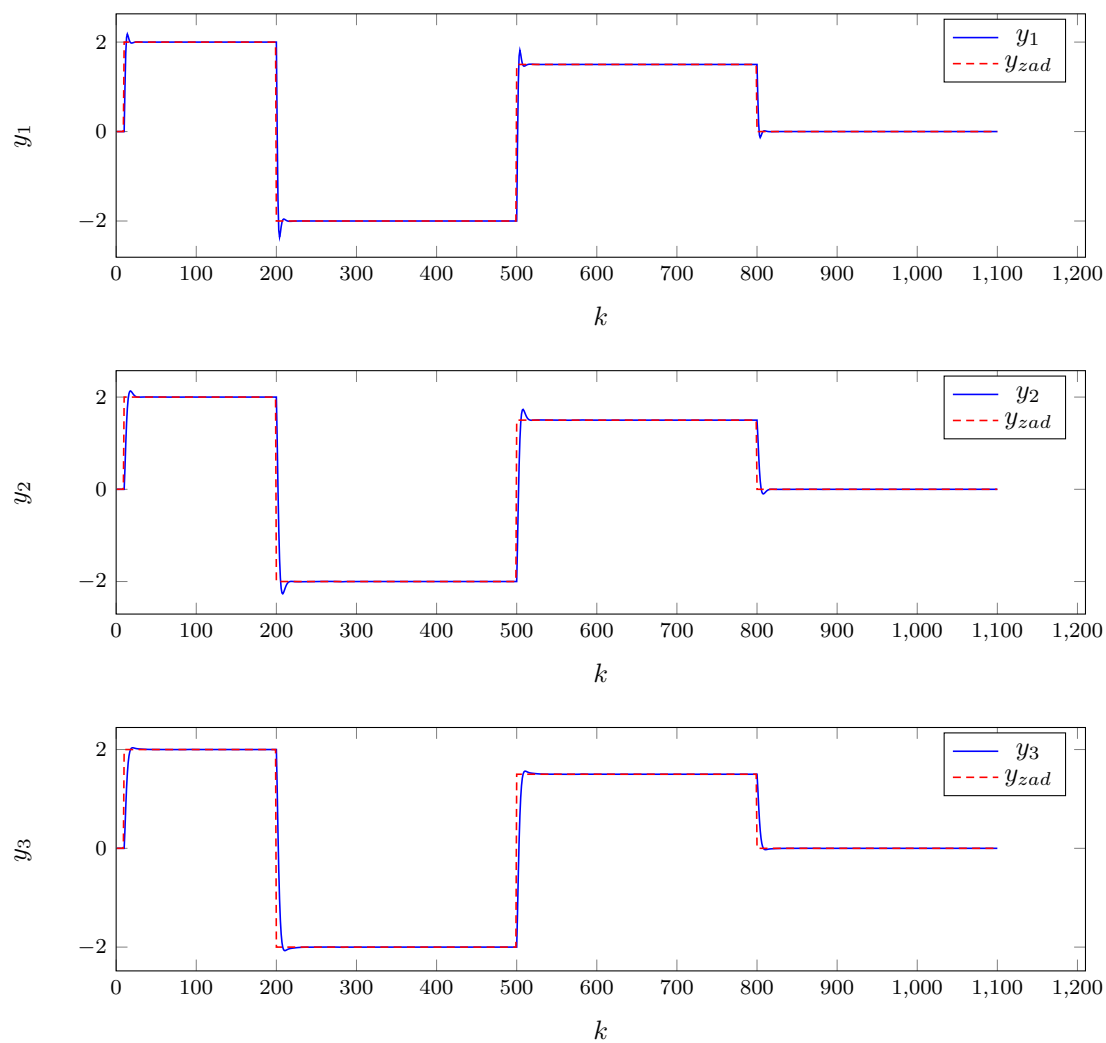
Rys. 5.4. Przebiegi sterowań obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N = 50$, $N_u = 50$.



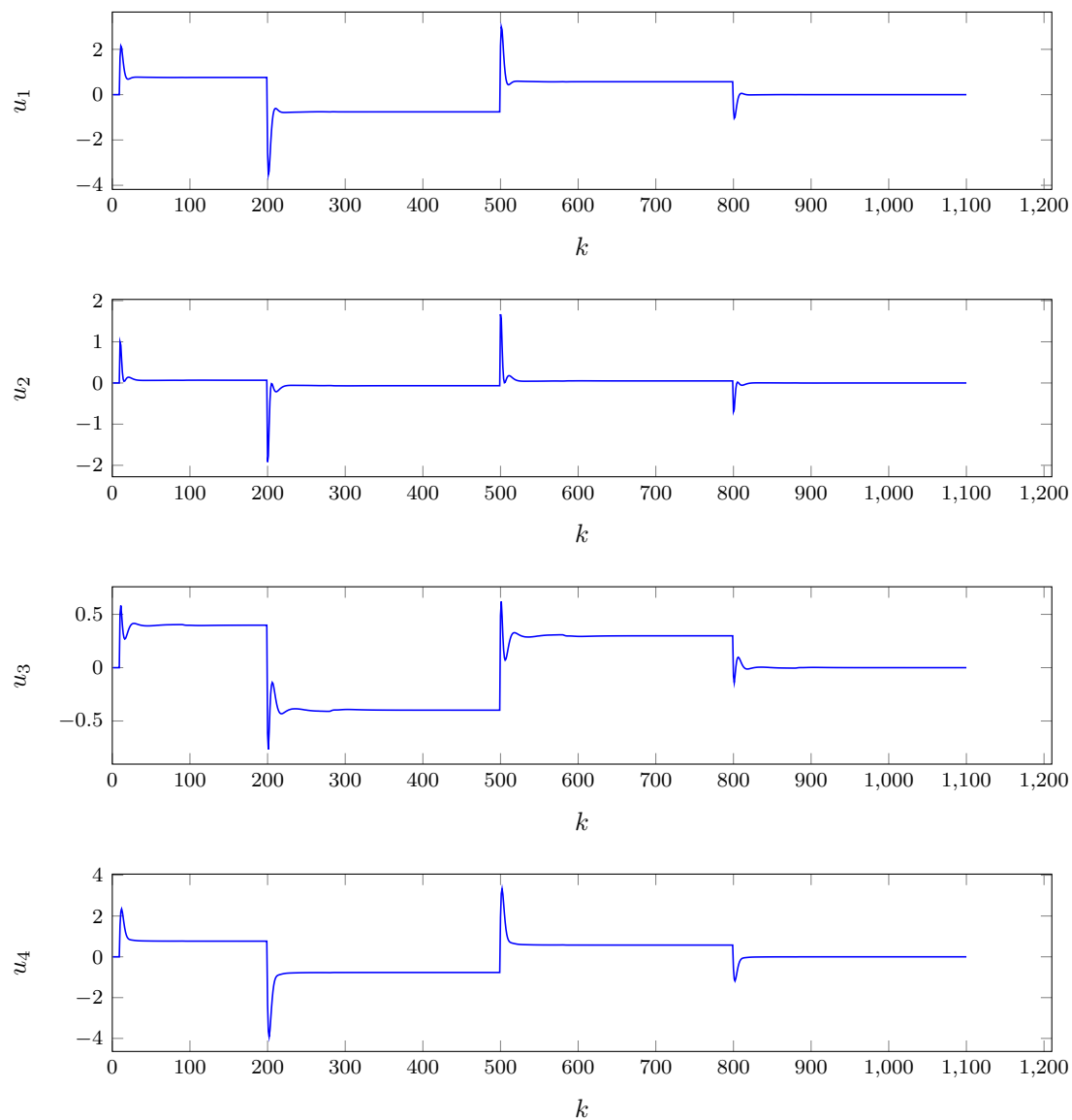
Rys. 5.5. Przebiegi wyjść obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N = 40$, $N_u = 10$.



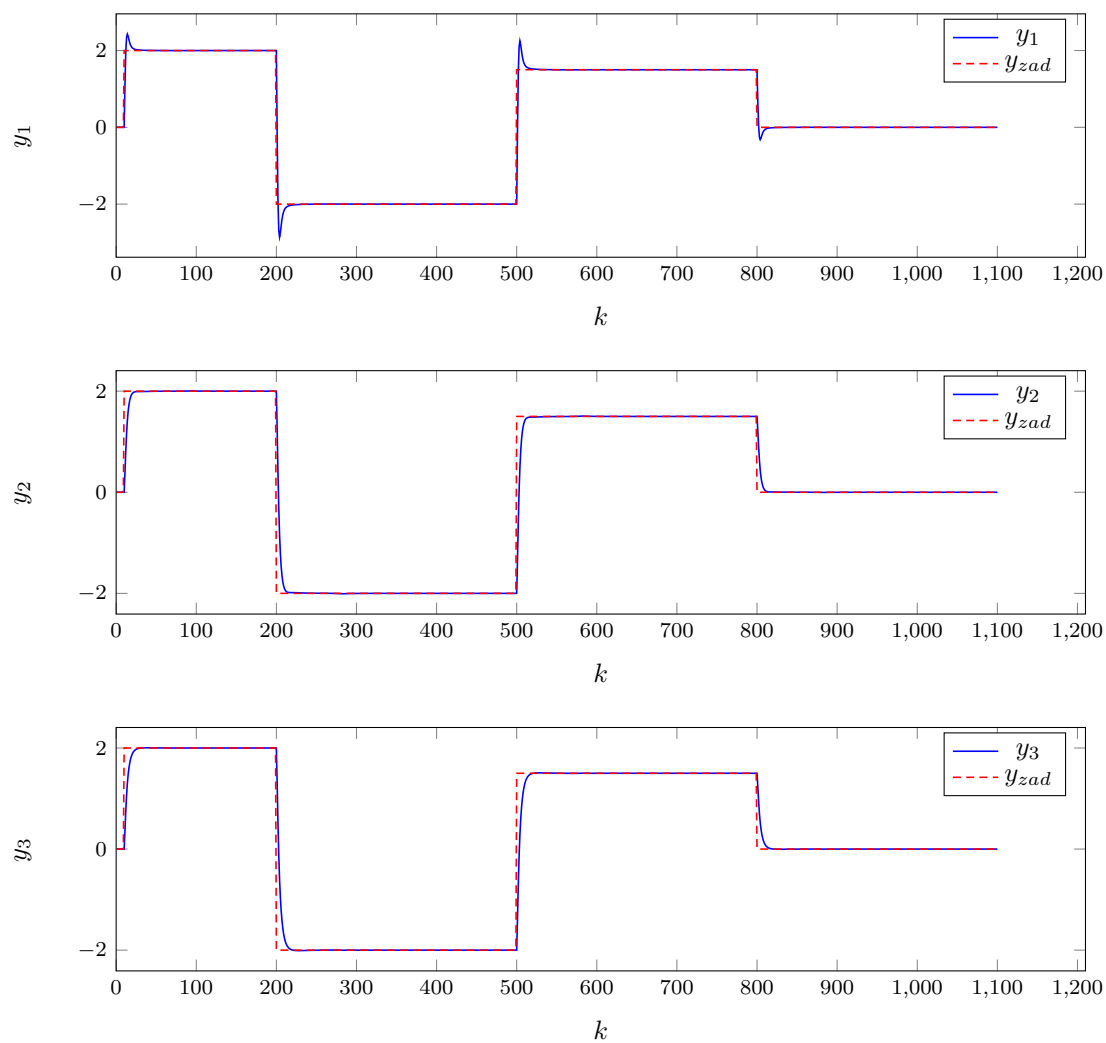
Rys. 5.6. Przebiegi sterowań obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N = 40$, $N_u = 10$.



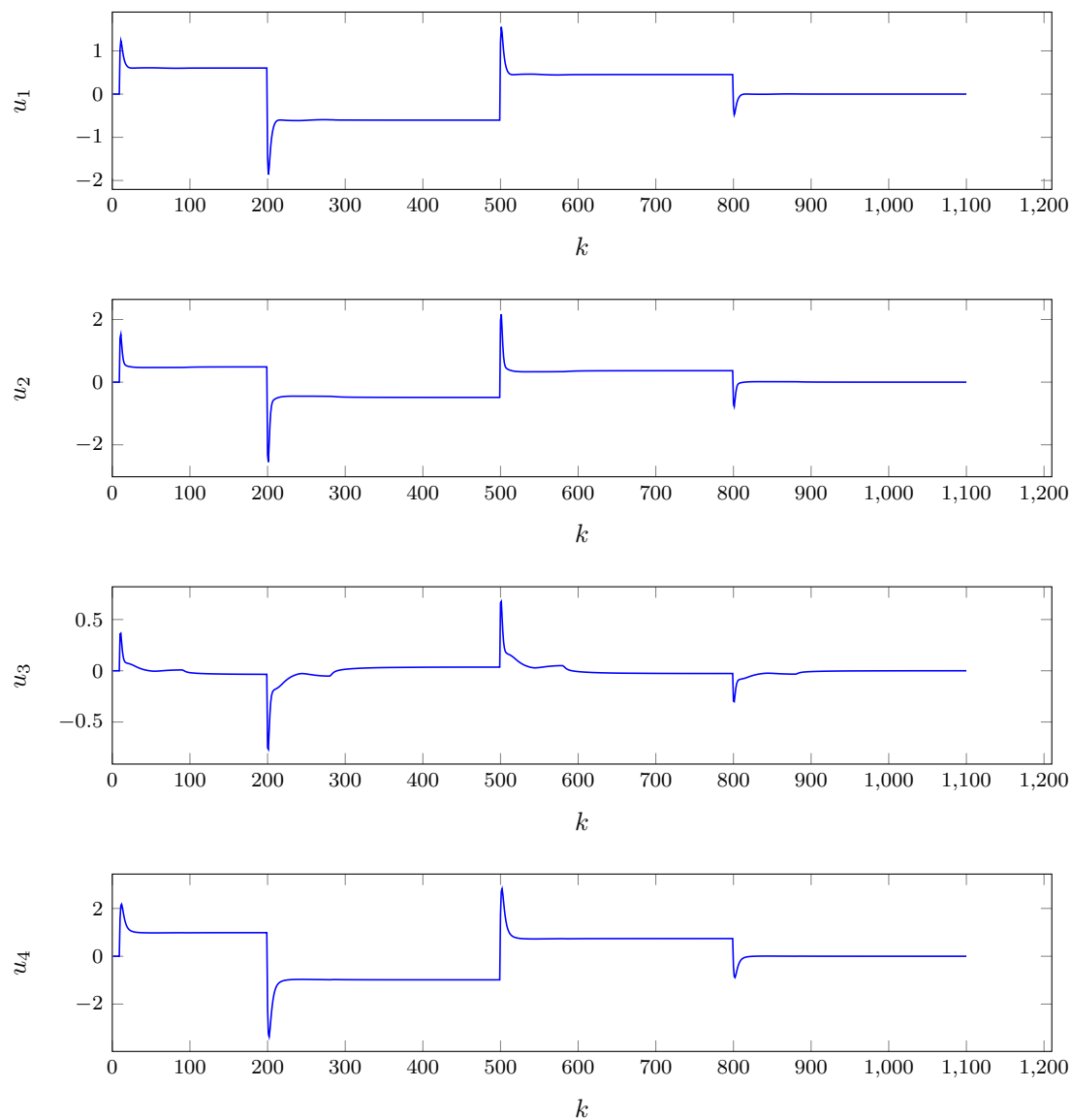
Rys. 5.7. Przebiegi wyjść obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N = 40$, $N_u = 5$.



Rys. 5.8. Przebiegi sterowań obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N = 40$, $N_u = 5$.



Rys. 5.9. Przebiegi wyjść obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N = 40$, $N_u = 5$.



Rys. 5.10. Przebiegi sterowań obiektu dla horyzontów predykcji i sterowania $N = 40$, $N_u = 2$.

6. Parametry λ i ψ

6.1. Parametr λ

W wyniku testowania różnych wartości współczynnika λ zaobserwowaliśmy, że błąd regulacji jest najmniejszy dla bardzo małych wartości λ . Trzeba jednak zauważyć, że niskie wartości parametru powodują, że przebieg sterowania jest znacznie "ostrzejszy", występują duże i nagłe skoki u przy zmianach wartości zadanej. W przypadku rzeczywistego obiektu, zjawisko to mogłoby mieć negatywny efekt, na przykład uszkodzenie części sterujących. Staraliśmy się więc doprowadzić do kompromisu między niskim wskaźnikiem błędu a łagodnym przebiegiem sterowania.

Testując różne wartości parametru λ , przyjęliśmy długości horyzontów $N = 40$ i $N_u = 5$, a parametry $\psi = 1$.

Próba zwiększenia wartości parametrów λ do wartości 2 okazała się przynosić znacznie wyższe współczynniki błędu.

- $E_1 = 49,4821$
- $E_2 = 49,361$
- $E_3 = 28,0998$
- $E = 126,9428$

Zdecydowaliśmy więc w kolejnych testach skupić się na parametrach λ poniżej 1. Przebiegi wyjść i sterowań przedstawiają wykresy 6.1 i 6.2.

Ustawienie parametrów na wartości $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0,2$ dało w rezultacie bardzo dużą poprawę wskaźników błędu regulacji.

- $E_1 = 37,0136$
- $E_2 = 37,5058$
- $E_3 = 14,446$
- $E = 88,9654$

Charakterystykę sterowania uznaliśmy za akceptowalną. Przebiegi wyjść i sterowań przedstawiają wykresy 6.3 i 6.4.

Można dostrzec, że skoki sterowania na torach 1 i 4 osiągają znacznie większe wartości, niż na torach 2 i 3. Tor sterowania 3 natomiast ma łagodniejszy przebieg niż pozostałe. Z tego powodu przetestujemy, jak zachowuje się obiekt w przypadku, gdy parametry λ_1 i λ_4 mają wyższe wartości niż λ_2 , a λ_3 ma niższą wartość. W ten sposób tory sterowania 1 i 4 powinny zostać złagodzone, a tor 3 przyspieszony.

Przyjęliśmy parametry o następujących wartościach:

- $\lambda_1 = 0,3$
- $\lambda_2 = 0,2$
- $\lambda_3 = 0,1$
- $\lambda_4 = 0,3$

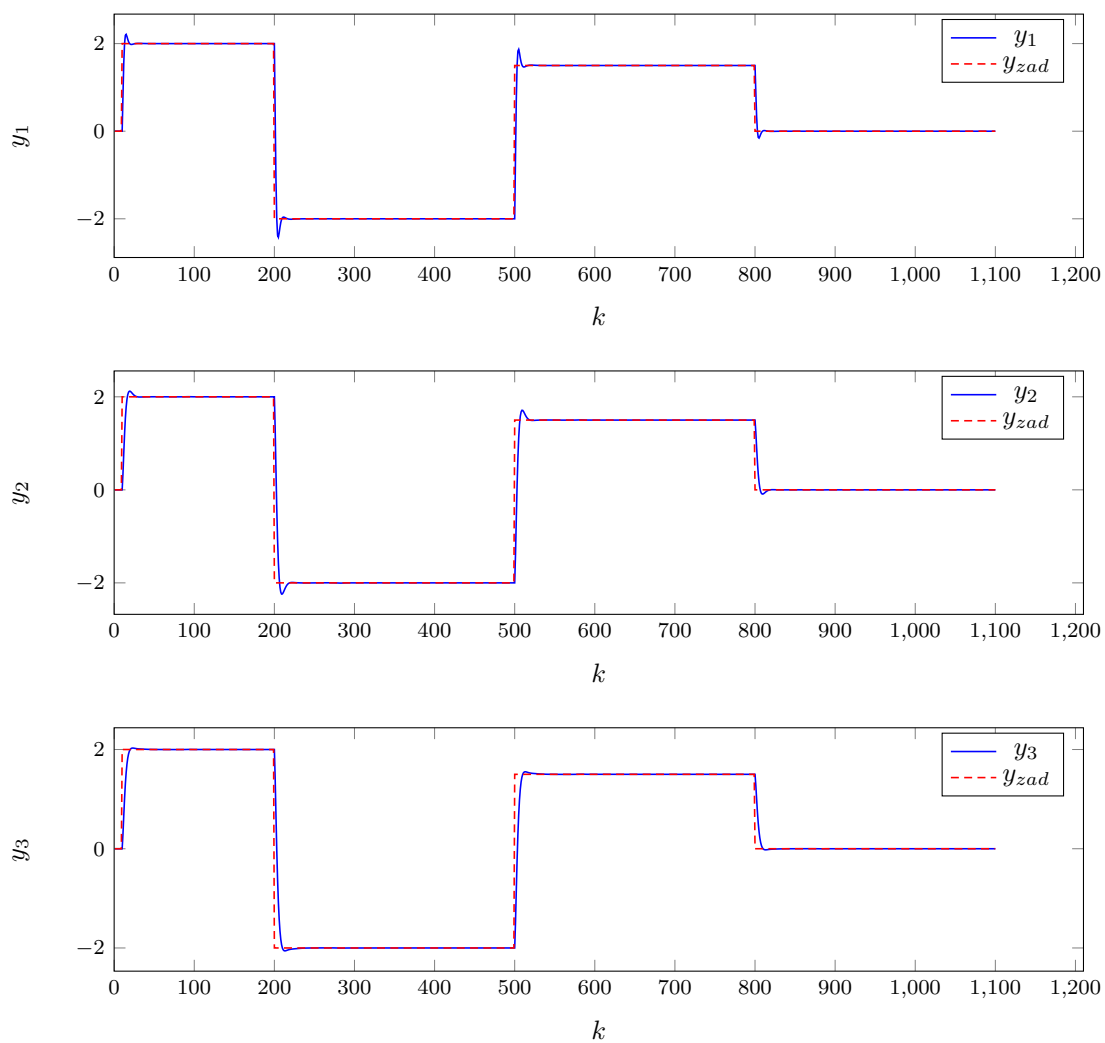
Błędy regulacji:

- $E_1 = 36,357$
- $E_2 = 38,3743$
- $E_3 = 16,2287$
- $E = 90,9600$

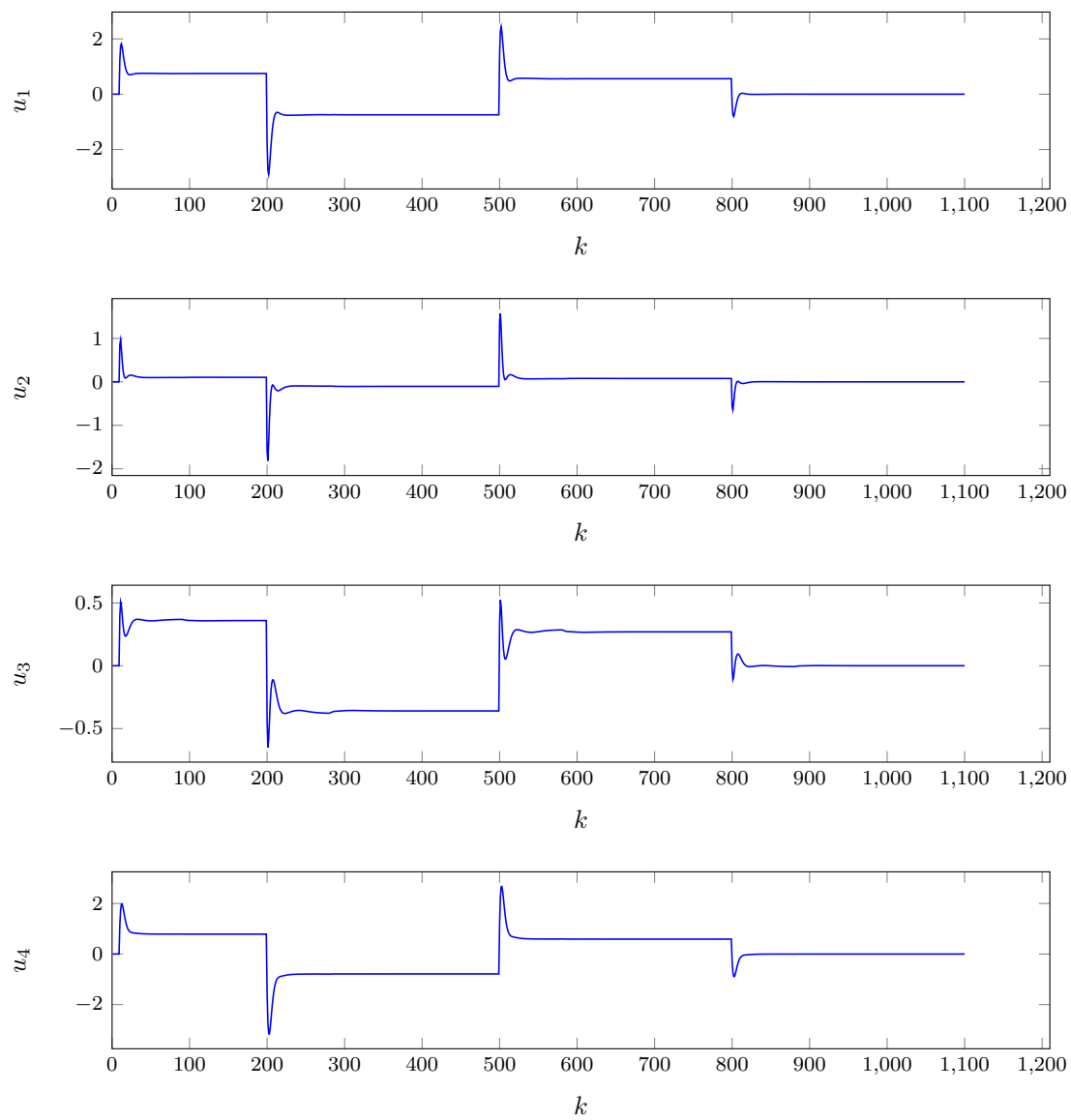
Jak widać odnotowaliśmy nieznaczne pogorszenie jakości regulacji. Można jednak zaobserwować na wykresie sterowań 6.6, że tory 1 i 4 mają łagodniejsze przebiegi. Uznaliśmy więc, że te wartości λ są w naszym przypadku optymalne. Przebiegi wyjść przedstawia wykres 6.5.

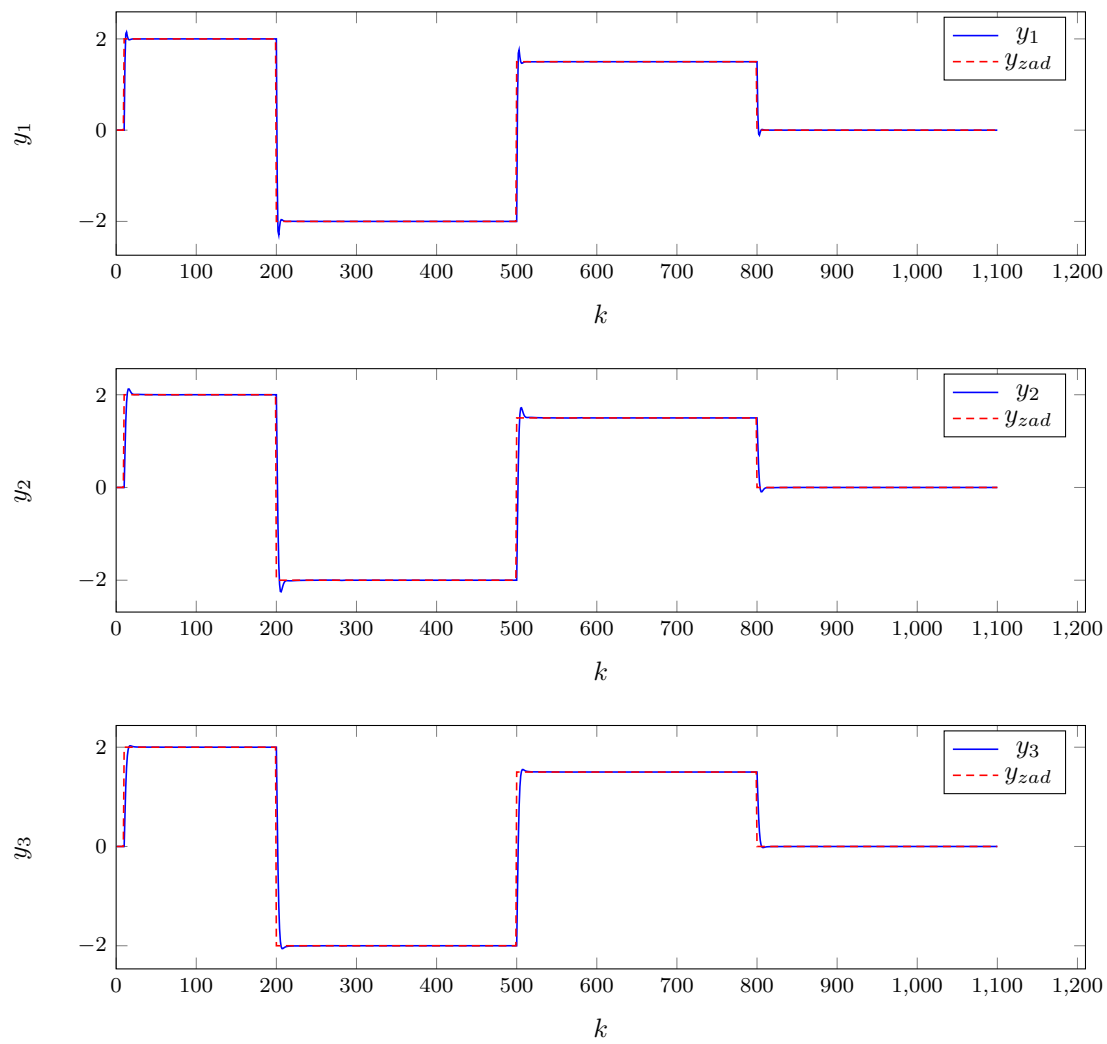
W kolejnych testach używane będą parametry λ o wartościach:

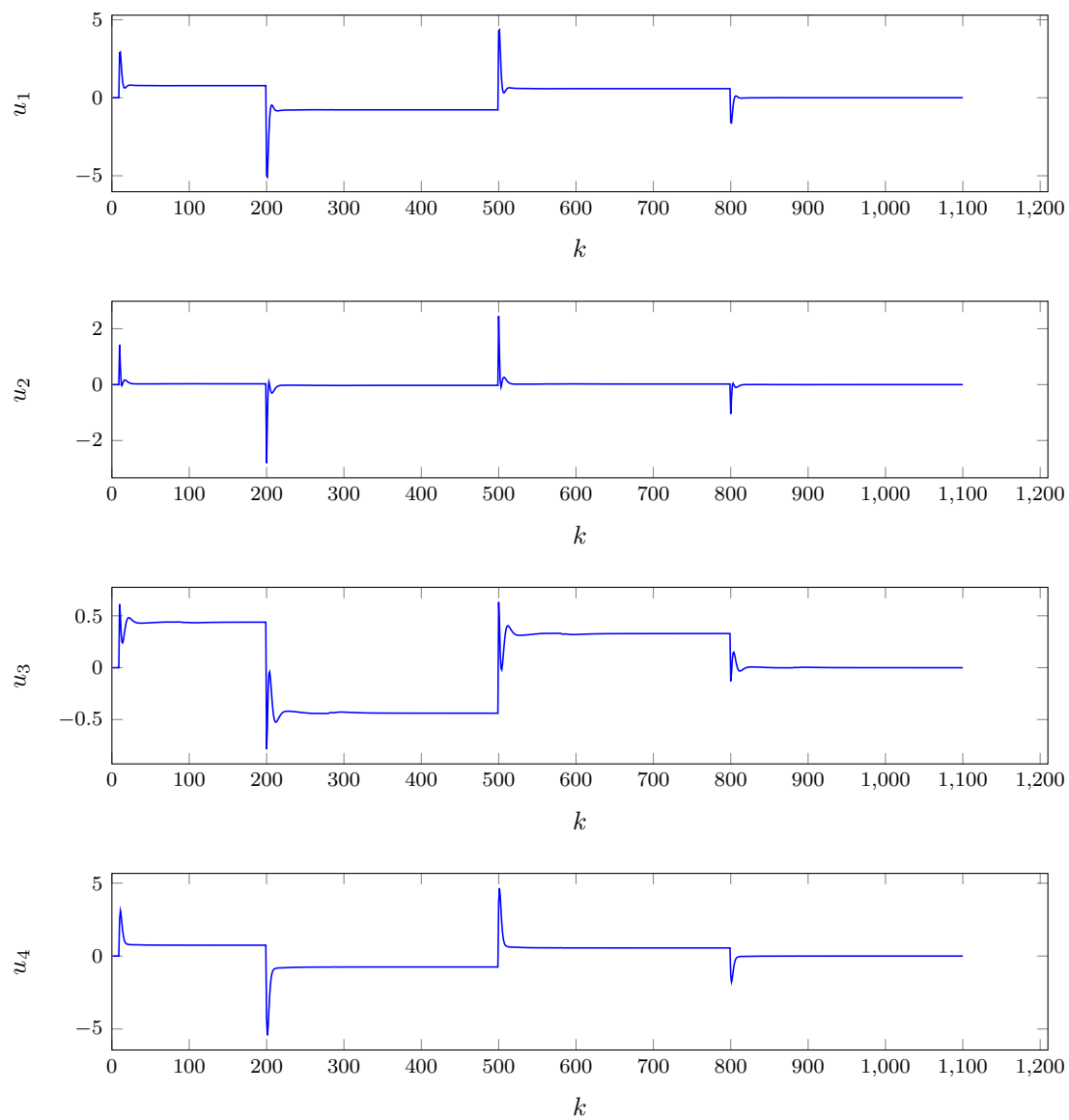
- $\lambda_1 = 0,3$
- $\lambda_2 = 0,2$
- $\lambda_3 = 0,1$
- $\lambda_4 = 0,3$

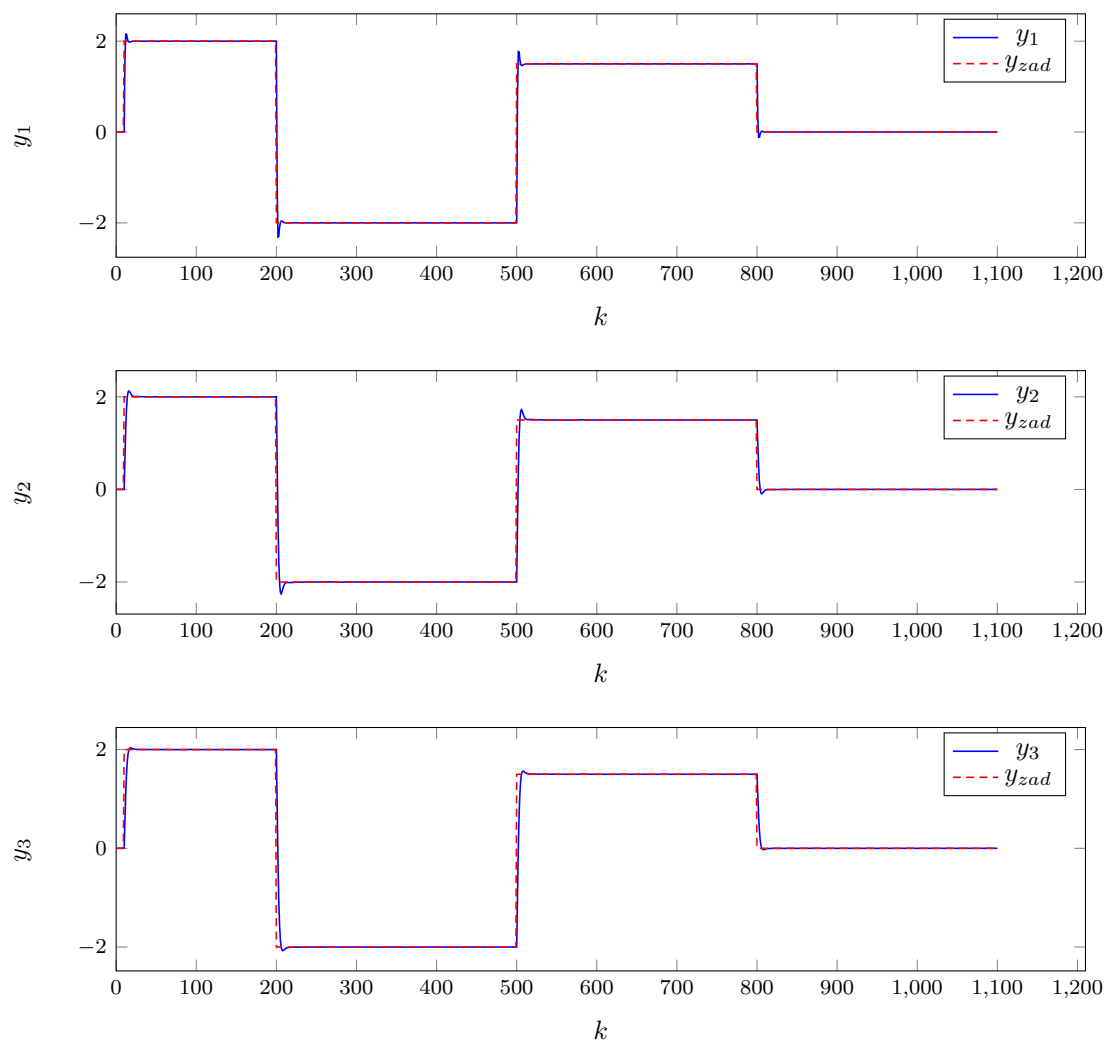


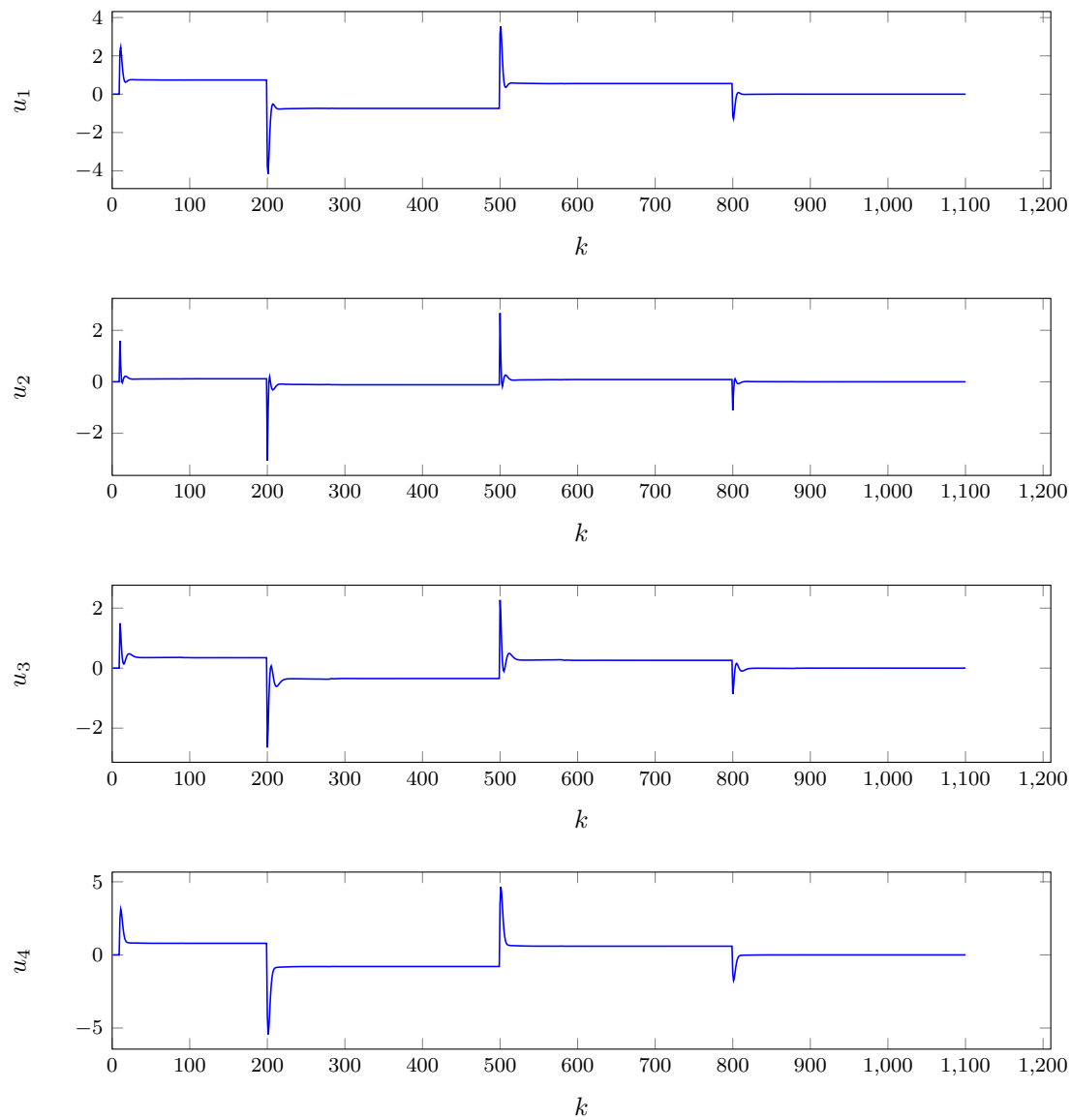
Rys. 6.1. Przebiegi wyjść obiektu dla $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_3 = 2$ i $\lambda_4 = 2$.

Rys. 6.2. Przebiegi sterowań obiektu dla $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_3 = 2$ i $\lambda_4 = 2$.

Rys. 6.3. Przebiegi wyjść obiektu dla $\lambda_1 = 0,2$, $\lambda_2 = 0,2$, $\lambda_3 = 0,2$ i $\lambda_4 = 0,2$.

Rys. 6.4. Przebiegi sterowań obiektu dla $\lambda_1 = 0,2$, $\lambda_2 = 0,2$, $\lambda_3 = 0,2$ i $\lambda_4 = 0,2$.

Rys. 6.5. Przebiegi wyjść obiektu dla $\lambda_1 = 0,3$, $\lambda_2 = 0,2$, $\lambda_3 = 0,1$ i $\lambda_4 = 0,3$.

Rys. 6.6. Przebiegi sterowań obiektu dla $\lambda_1 = 0,3$, $\lambda_2 = 0,2$, $\lambda_3 = 0,1$ i $\lambda_4 = 0,3$.

6.2. Parametr ψ

W wyniku testowania różnych wartości współczynnika ψ zaobserwowaliśmy, że błąd regulacji jest najmniejszy dla dużych wartości ψ . Podobnie jednak jak w przypadku dobierania λ zauważamy, że wysokie wartości parametru powodują, że przebieg sterowania jest znacznie "ostrzejszy", występują duże i nagłe skoki u przy zmianach wartości zadanej. W przypadku rzeczywistego obiektu, zjawisko to mogłoby mieć negatywny efekt, na przykład uszkodzenie części sterujących. Staraliśmy się więc doprowadzić do kompromisu między niskim wskaźnikiem błędu a łagodnym przebiegiem sterowania.

Testując różne wartości parametru ψ , przyjęliśmy długości horyzontów $N = 40$ i $N_u = 5$ oraz współczynniki $\lambda_1 = 0,3$, $\lambda_2 = 0,2$, $\lambda_3 = 0,1$, $\lambda_4 = 0,3$.

Próba ustawienia parametrów ψ na wartość poniżej 1 dała w rezultacie wyższe błędy regulacji. Próba zmniejszenia wartości parametrów ψ do 0,8 okazała się przynosić wyższe współczynniki błędu.

- $E_1 = 36,9114$
- $E_2 = 39,0784$
- $E_3 = 17,3408$
- $E = 93,3306$

Zdecydowaliśmy więc, że kolejne testy przeprowadzane będą na wartościach ψ powyżej 1. Przebiegi wyjść i sterowań przedstawiają wykresy 6.7 i 6.7.

Zwiększenie współczynników ψ do wartości 5 dało w rezultacie bardzo dużą poprawę błędu regulacji.

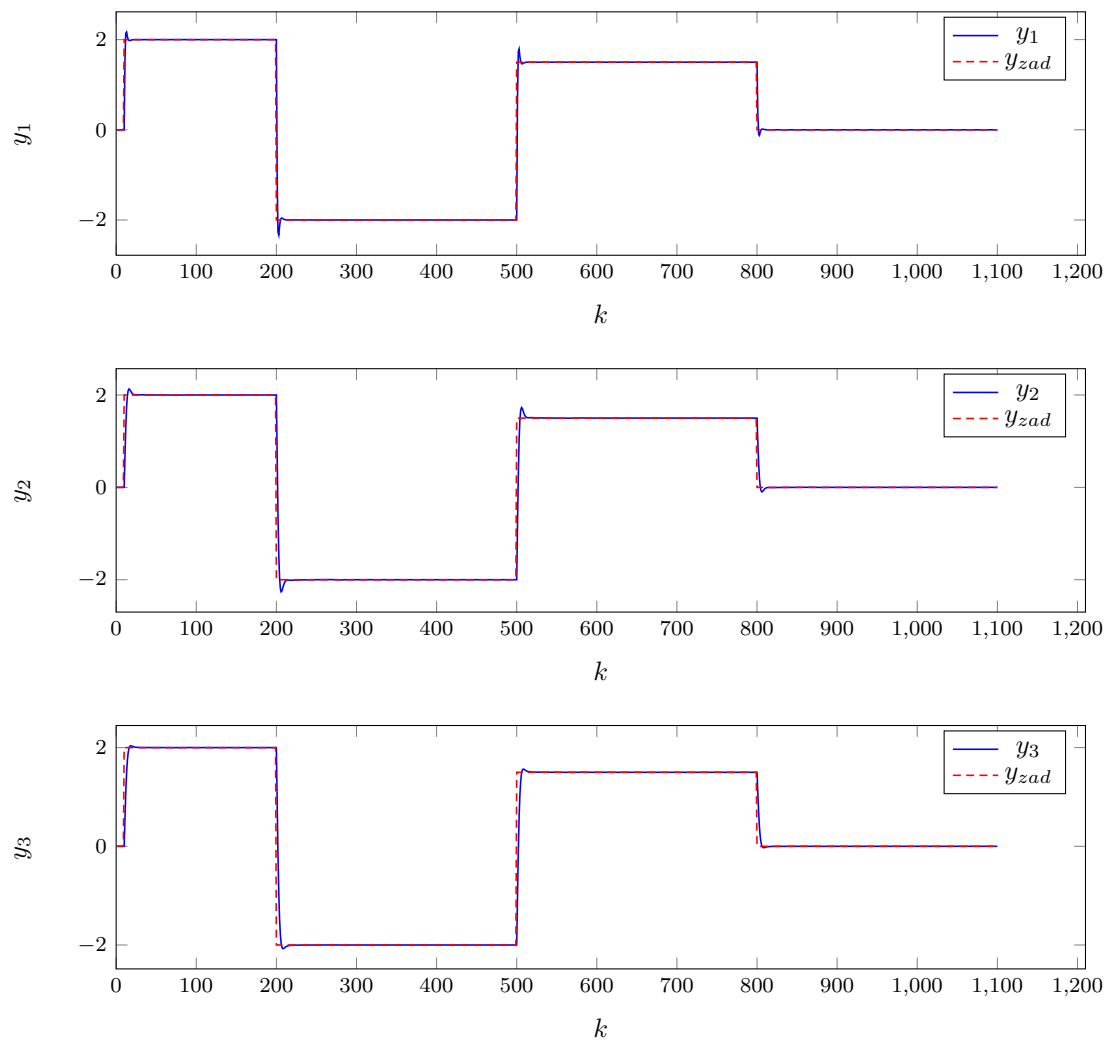
- $E_1 = 34,6604$
- $E_2 = 34,131$
- $E_3 = 9,0736$
- $E = 78,8650$

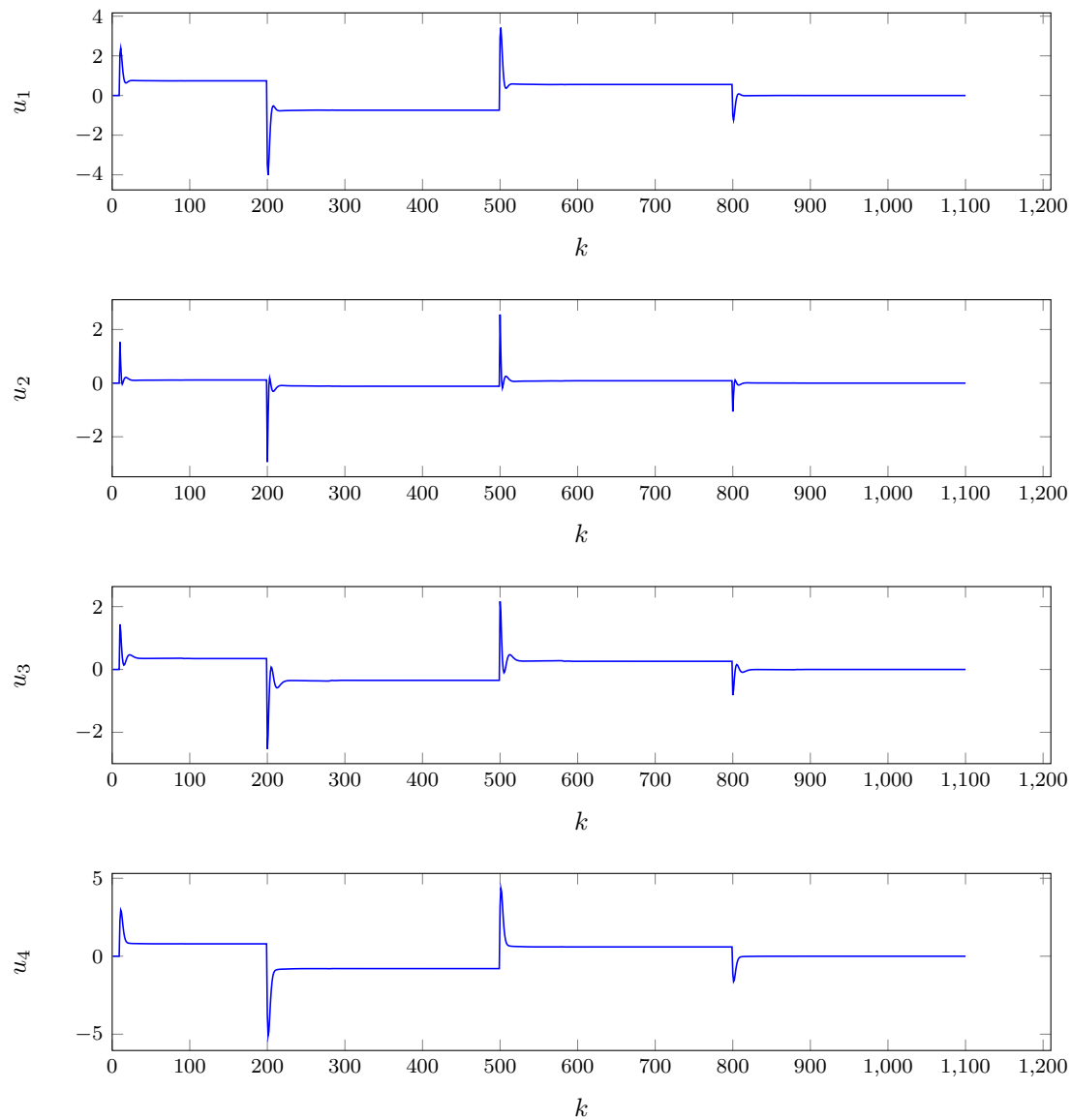
Należy jednak odnotować, że przebieg sterowania jest teraz znacznie ostrzejszy, co jest szczególnie widoczne na torze sterowania 4 (wykres 6.10). Zmiana ψ nie miała dużego wpływu na pozostałe tory. Spróbujemy więc, manipulując parametrami ψ , złagodzić sterowanie na torze 4, zachowując jednocześnie poprawę błędu regulacji. Wyjścia obiektu przedstawia wykres 6.9.

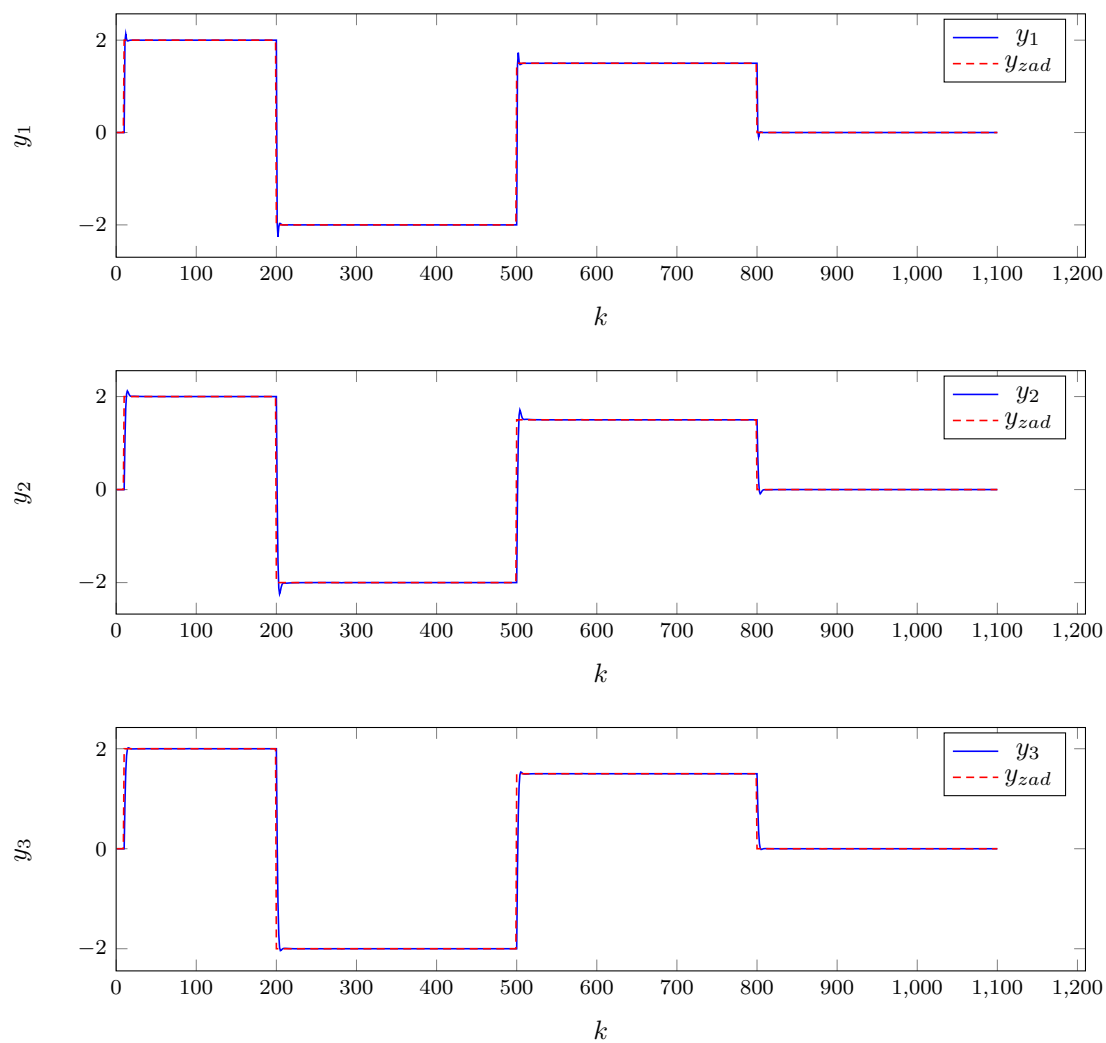
W wyniku eksperymentów dowiedzieliśmy się, że najbardziej na sterowanie na torze czwartym wpływa parametr ψ_3 . Postanowiliśmy więc zmniejszyć ψ_3 , jednocześnie zwiększając ψ_1 i ψ_2 . Przetestowaliśmy działanie obiektu na wartościach $\psi_1 = 6,5$, $\psi_2 = 7$, $\psi_3 = 2$. Jak widać na wykresie 6.12, sterowanie zostało nieco złagodzone, choć w rezultacie nieznacznie pogorszył się wskaźnik błędu regulacji.

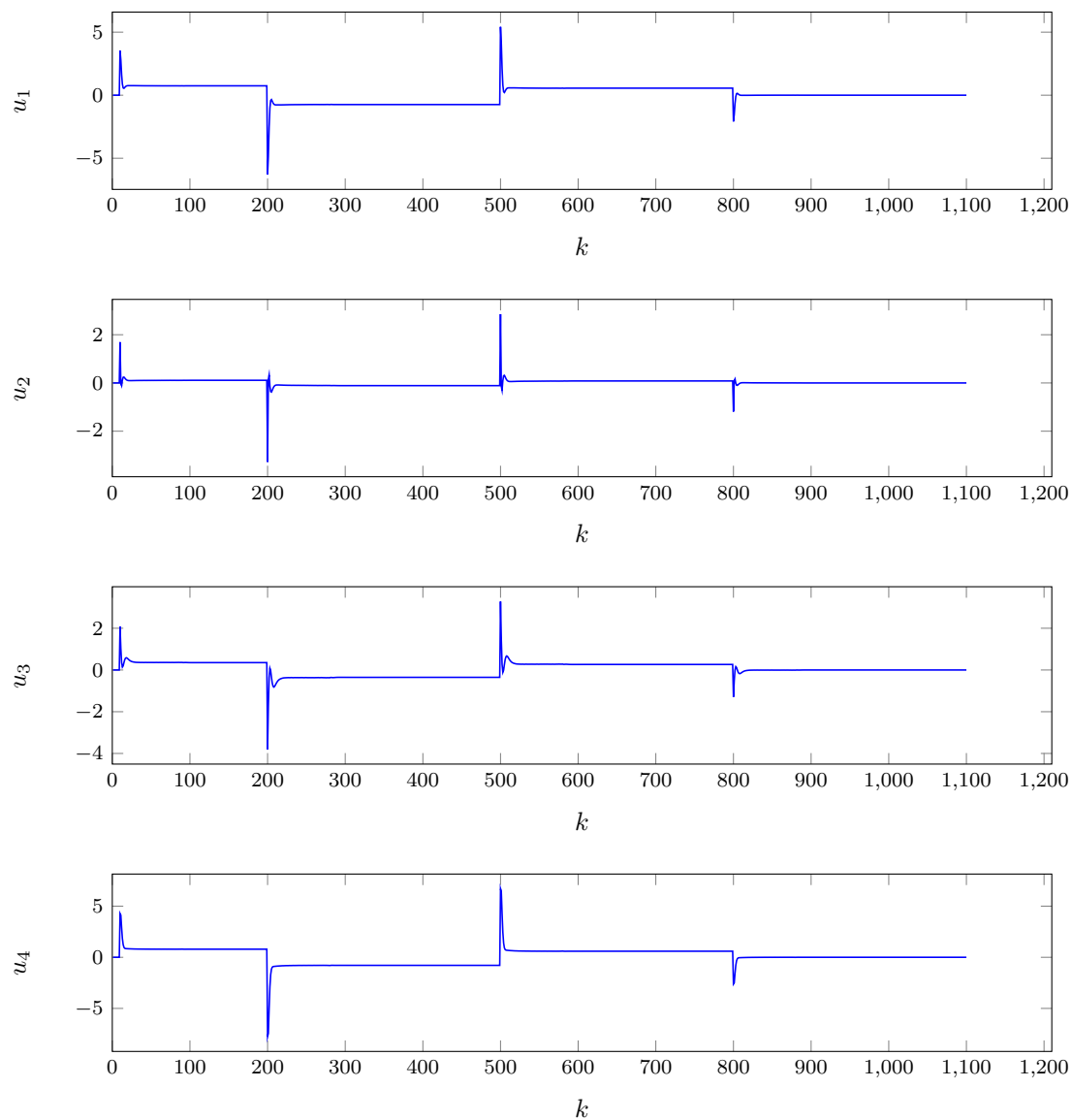
- $E_1 = 34,584$
- $E_2 = 35,2223$
- $E_3 = 10,3634$
- $E = 80,1697$

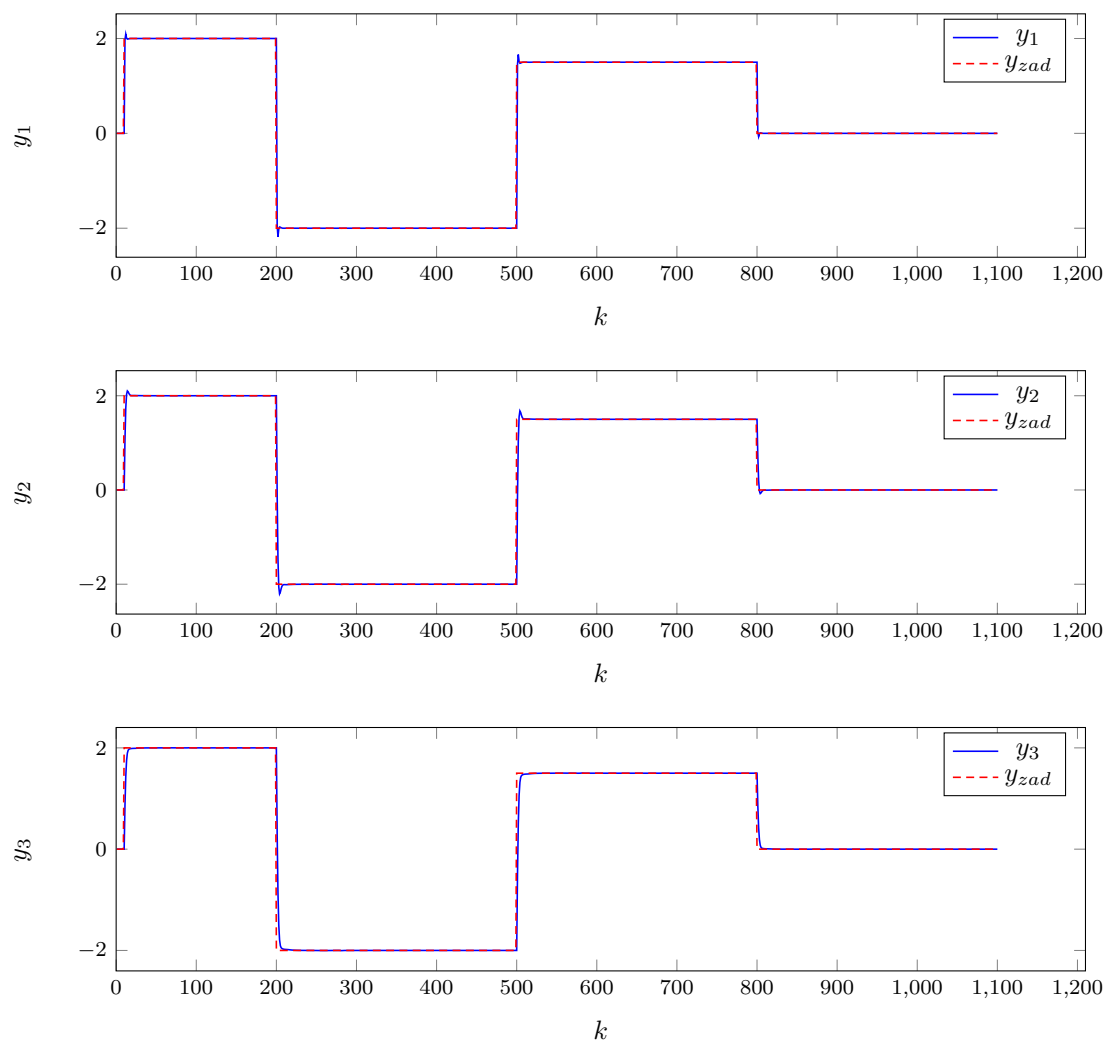
Uznaliśmy jednak, że takie nastawy dają dobry kompromis między jakością regulacji a łagodnym sterowaniem. Przebiegi wyjść obiektu przedstawia wykres 6.11.

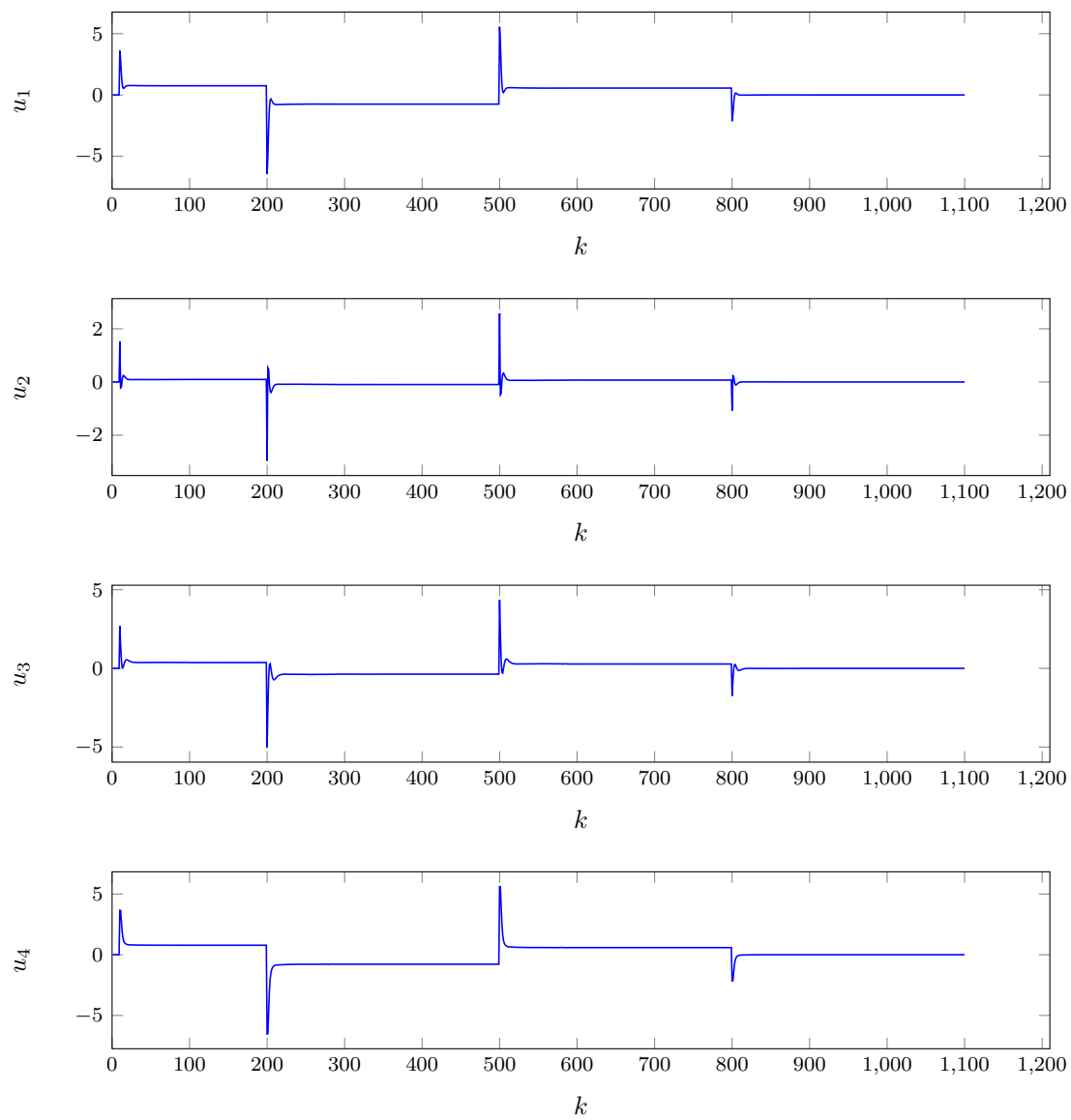
Rys. 6.7. Przebiegi wyjść obiektu dla $\psi_1 = 0,8$, $\psi_2 = 0,8$, $\psi_3 = 0,8$.

Rys. 6.8. Przebiegi sterowań obiektu dla $\psi_1 = 0,8$, $\psi_2 = 0,8$, $\psi_3 = 0,8$.

Rys. 6.9. Przebiegi wyjść obiektu dla $\psi_1 = 5$, $\psi_2 = 5$, $\psi_3 = 5$.

Rys. 6.10. Przebiegi sterowań obiektu dla $\psi_1 = 5$, $\psi_2 = 5$, $\psi_3 = 5$.

Rys. 6.11. Przebiegi wyjść obiektu dla $\psi_1 = 6,5$, $\psi_2 = 7$, $\psi_3 = 2$.

Rys. 6.12. Przebiegi sterowań obiektu dla $\psi_1 = 6,5$, $\psi_2 = 7$, $\psi_3 = 2$.

7. Optymalizacja

Zadanie piąte polegało na znalezieniu optymalnych wartości nastaw dla regulatora PID oraz DMC, wykorzystując do optymalizacji ilościowy wskaźnik błędu regulacji E. Stworzyliśmy do tego skrypt, który używa funkcji *fmincon* w celu dobierania nastaw dla regulatorów.

7.1. PID

Rozpocznijmy od optymalizacji nastaw regulatora PID. Jako cele optymalizacji przyjmujemy parametry K oraz T_i . Zdecydowaliśmy się odgórnie narzucić zerowe wartości T_d ze względu na wyniki badań jakie przeprowadziliśmy w poprzednim punkcie sprawozdania. Jako ograniczenia przyjmujemy zgodnie z logiką, wartości nie mniejsze niż 0 oraz mniejsze od nieskonczoności. Jako punkt startowy wybieramy wartości wzmacnień równe 1 a czasy zdwojenia jako 1000. Optymalizacji poddajemy trzy regulatory PID w czterech konfiguracjach, tzn. rozważamy cztery różne konfiguracje torów sterowania wyznaczone w poprzednim punkcie sprawozdania.

Dla toru:

- $y_1 - u_4$
- $y_2 - u_3$
- $y_3 - u_2$

otrzymujemy nastawy:

$$\begin{aligned} K_1 &= 1,9724 & T_{i1} &= 210\,008, & T_{d1} &= 0 \\ K_2 &= 1,3646 & T_{i2} &= 7,9930, & T_{d2} &= 0 \\ K_3 &= 0,1696 & T_{i3} &= 300\,220, & T_{d3} &= 0 \end{aligned} \tag{7.1}$$

Takie nastawy dają błąd regulacji 486,6761. Jest to dziwnie trudny przypadek, gdyż nie udało nam się znaleźć nastaw dla niego ręcznie, a lekka modyfikacja nastaw wygenerowanych funkcją *fmincon* daje ogromny skok błędu. Działanie przedstawiają wykresy 7.1, 7.2 i 7.3.

Dla toru:

- $y_1 - u_1$
- $y_2 - u_3$
- $y_3 - u_4$

otrzymujemy nastawy:

$$\begin{aligned} K_1 &= 2,7249 & T_{i1} &= 3,9641, & T_{d1} &= 0 \\ K_2 &= 2,9122 & T_{i2} &= 3,1237, & T_{d2} &= 0 \\ K_3 &= 5,5929 & T_{i3} &= 9,8384, & T_{d3} &= 0 \end{aligned} \tag{7.2}$$

Błąd regulacji wynosi: 104,4858. Jest to najlepszy ogólnie otrzymany wynik. Działanie przedstawiają wykresy 7.4, 7.5 i 7.6.

Dla toru:

- $y_1 - u_1$
- $y_2 - u_2$
- $y_3 - u_4$

otrzymujemy nastawy:

$$\begin{aligned} K_1 &= 2,9883 & T_{i1} &= 4,4246, & T_{d1} &= 0 \\ K_2 &= 0,6972 & T_{i2} &= 8824,7, & T_{d2} &= 0 \\ K_3 &= 5,6629 & T_{i3} &= 11,6449, & T_{d3} &= 0 \end{aligned} \quad (7.3)$$

Błąd regulacji wynosi: 115,6349 . Jest to bardzo dobry wynik, jednakże nieco gorszy niż dla poprzedniego toru. Zauważmy, że wyznaczone nastawy dla pierwszego i trzeciego regulatora są bardzo podobne do tych dla poprzedniego toru. Wynika to z faktu, że zmienił się tu jedynie tor dla drugiego regulatora, gdzie teraz wpływa na wyjście drugie regulator drugi. Działanie przedstawiają wykresy 7.7, 7.8 i 7.9.

Dla toru:

- $y_1 - u_2$
- $y_2 - u_3$
- $y_3 - u_1$

otrzymujemy nastawy:

$$\begin{aligned} K_1 &= 1,1001 & T_{i1} &= 1,7044, & T_{d1} &= 0 \\ K_2 &= 2,2444 & T_{i2} &= 3,7464, & T_{d2} &= 0 \\ K_3 &= 4,0054 & T_{i3} &= 15,7112, & T_{d3} &= 0 \end{aligned} \quad (7.4)$$

Błąd regulacji wynosi: 207,1231 . Jest to wynik nieco gorszej jakości niż dla poprzednich dwóch torów. Działanie przedstawiają wykresy 7.10, 7.11 i 7.12.

Analizując otrzymane wyniki, zauważamy że dla wszystkich przypadków funkcja optymalizacji znalazła lepsze wyniki niż dla regulatorów wyznaczonych metodą inżynierską. Jest to jak najbardziej normalne zjawisko. Również potwierdziła się metoda Multiple Gain Array. Najlepsze wyniki otrzymaliśmy dla regulatora o konfiguracji torów odpowiadającej najmniejszej wartości współczynnika uwarunkowania macierzy, zaś najgorsze wyniki dla torów odpowiadających największej wartości współczynnika uwarunkowania macierzy.

« « « i HEAD

7.2. DMC

Optymalizacja nastaw algorytmu DMC dała bardzo zaskakujące rezultaty. Wyznaczone parametry λ i ψ to:

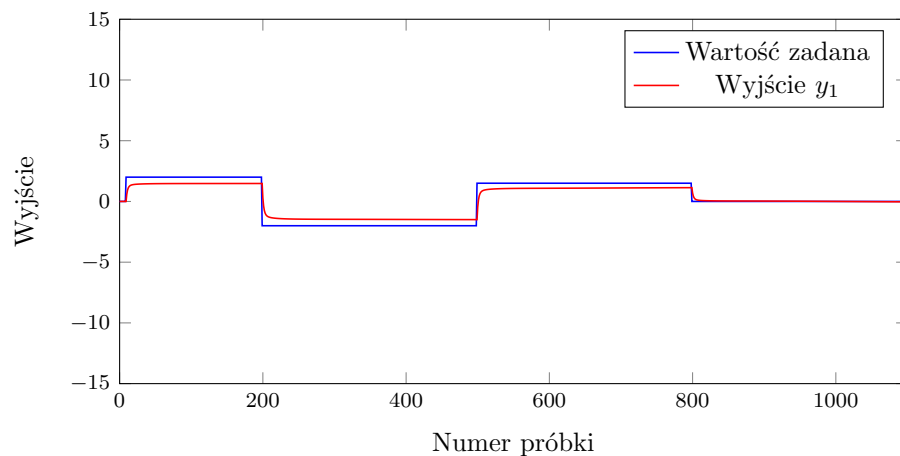
$$\lambda_1 = 50\,200 \quad \lambda_2 = 2390 \quad \lambda_3 = 546370 \quad \lambda_4 = 140 \quad (7.5)$$

$$\psi_1 = 120050 \quad \psi_2 = 234440 \quad \psi_3 = 43840 \quad (7.6)$$

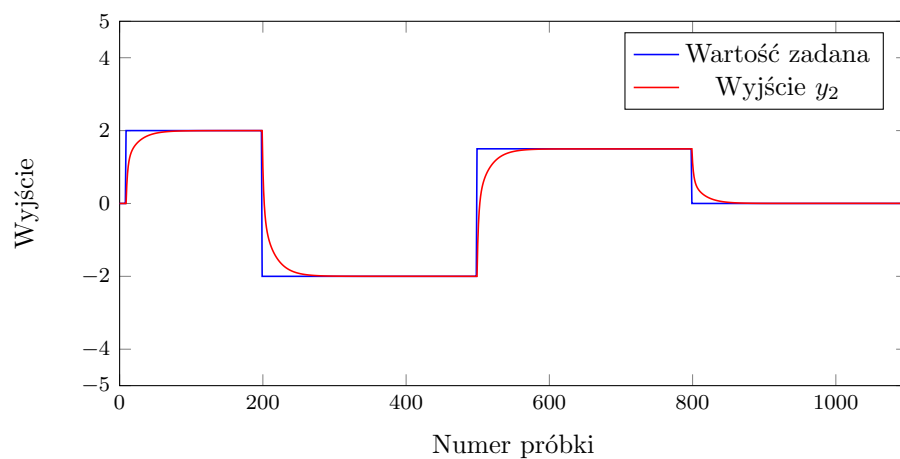
Nastawy te mają bardzo duże wartości, odbiegające od wyznaczonych przez nas. Błędy regulacji są następujące:

- $E_1 = 34,6239$
- $E_2 = 34,5739$
- $E_3 = 0,572\,72$
- $E = 69,7705$

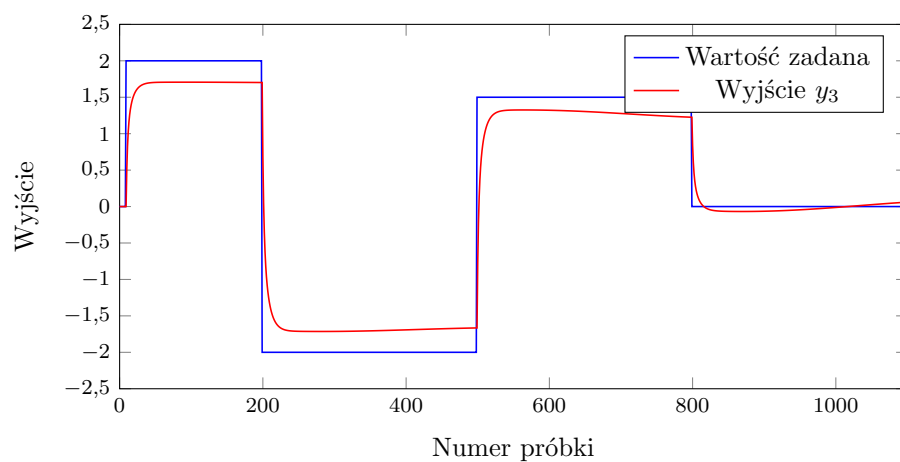
Błąd regulacji jest zatem znacznie mniejszy od błędy zwracanego przez nasz najlepszy regulator. Na wykresie 7.14 widać jednak, że przebieg sterowania na torze 4 osiąga bardzo duże wartości i byłby nieakceptowalny na rzeczywistym obiekcie. Przebieg wyjść obiektu przedstawia wykres 7.13.



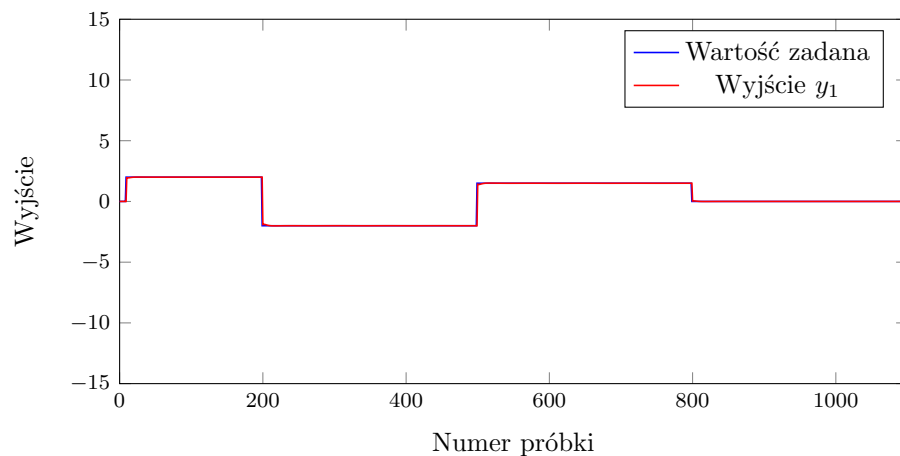
Rys. 7.1. Trajektoria wyjścia y_1 , dla pierwszego zestawu regulatorów PID, dostrojonych funkcją optymalizacyjną



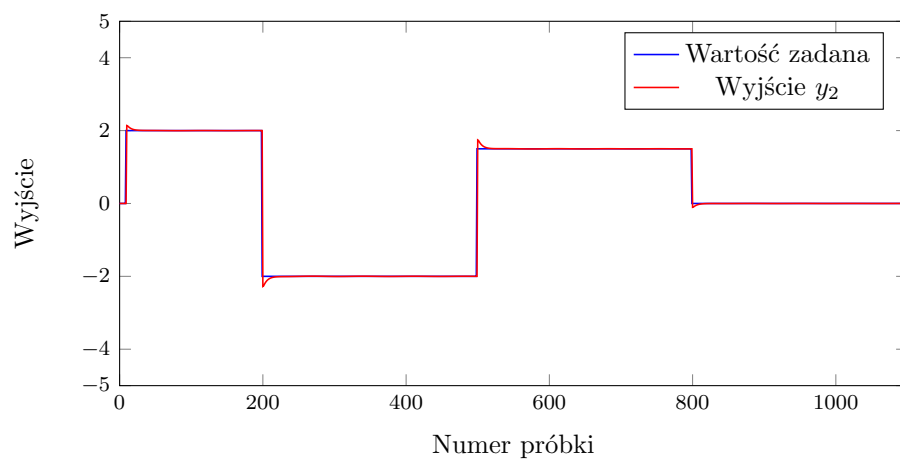
Rys. 7.2. Trajektoria wyjścia y_2 , dla pierwszego zestawu regulatorów PID, dostrojonych funkcją optymalizacyjną



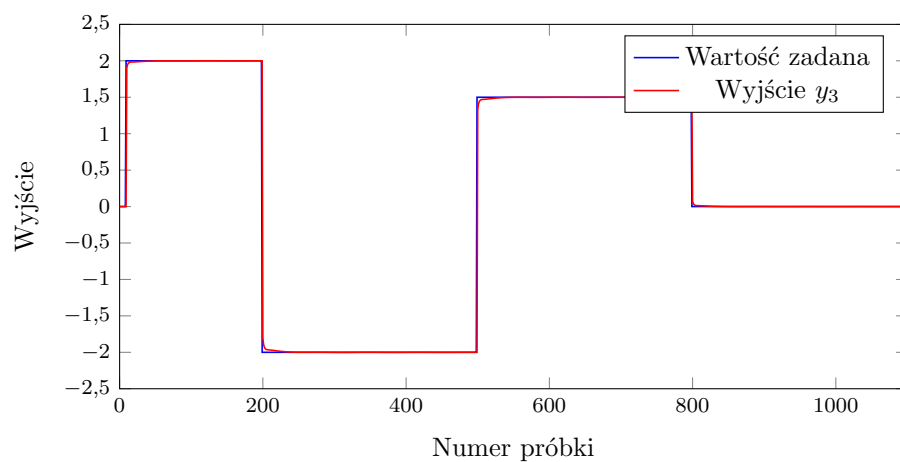
Rys. 7.3. Trajektoria wyjścia y_3 , dla pierwszego zestawu regulatorów PID, dostrojonych funkcją optymalizacyjną



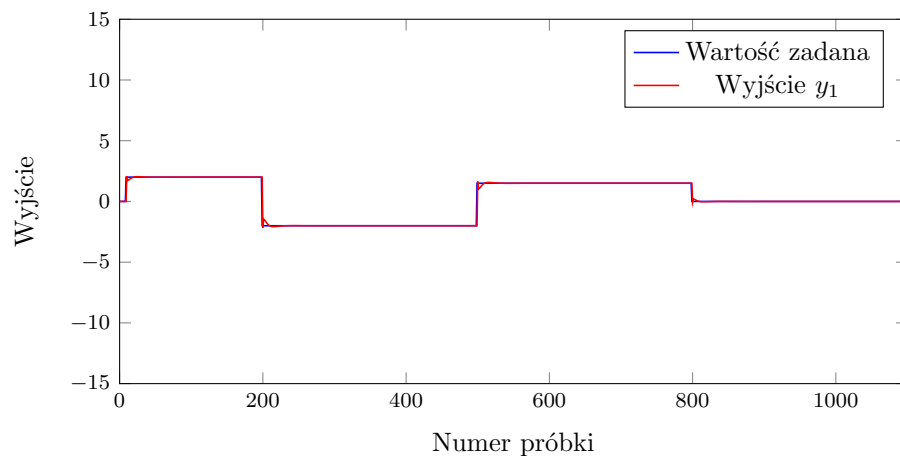
Rys. 7.4. Trajektoria wyjścia y_1 , dla drugiego zestawu regulatorów PID, dostrojonych funkcją optymalizacyjną



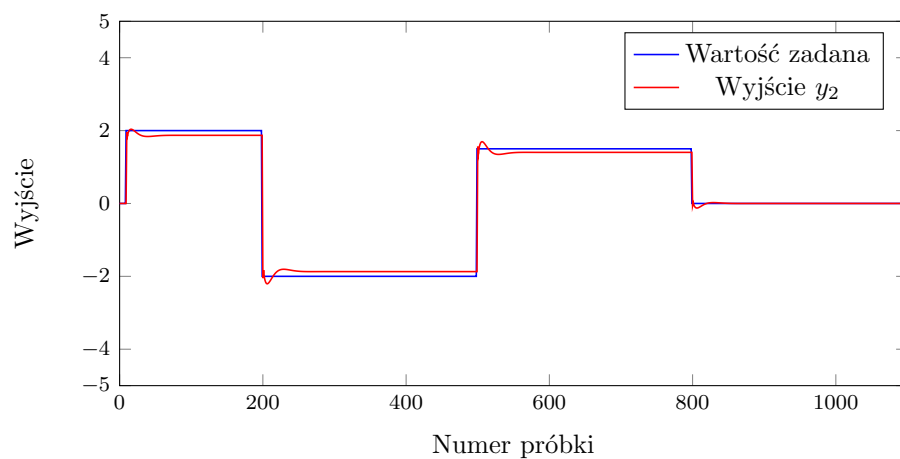
Rys. 7.5. Trajektoria wyjścia y_2 , dla drugiego zestawu regulatorów PID, dostrojonych funkcją optymalizacyjną



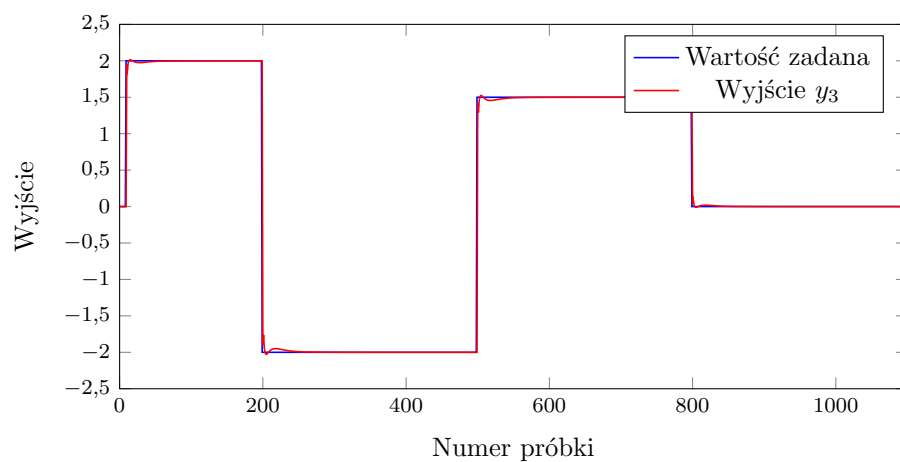
Rys. 7.6. Trajektoria wyjścia y_3 , dla drugiego zestawu regulatorów PID, dostrojonych funkcją optymalizacyjną



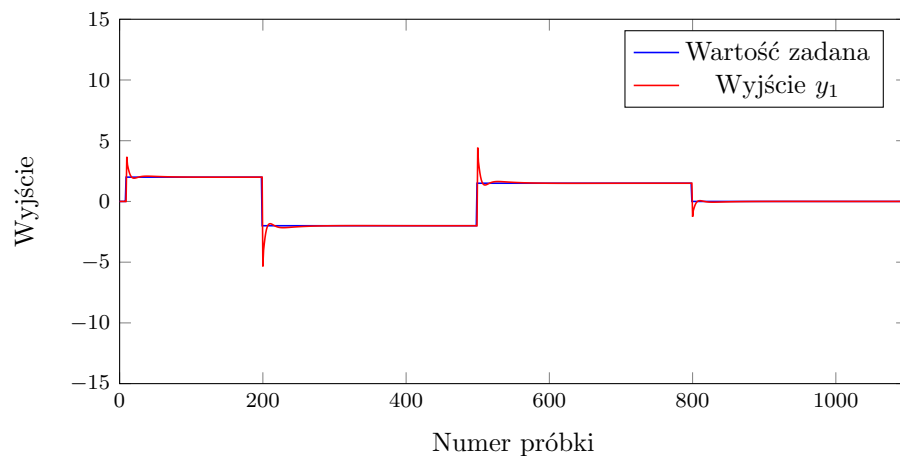
Rys. 7.7. Trajektoria wyjścia y_1 , dla trzeciego zestawu regulatorów PID, dostrojonych funkcją optymalizacyjną



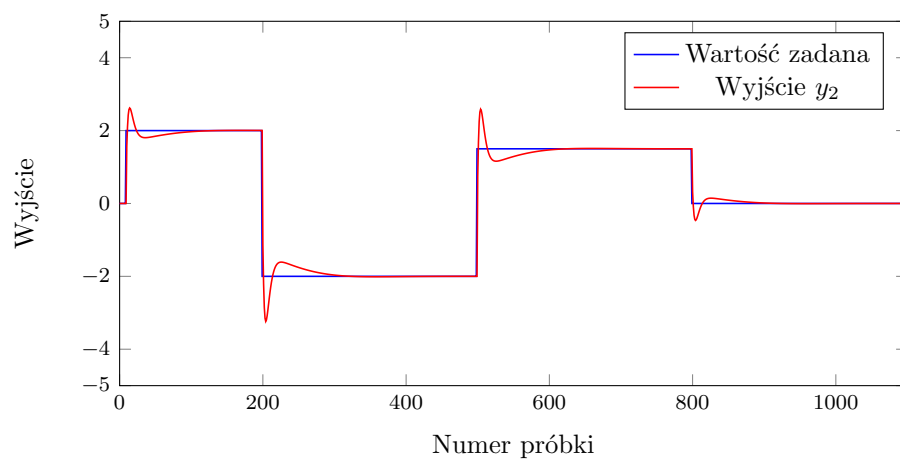
Rys. 7.8. Trajektoria wyjścia y_2 , dla trzeciego zestawu regulatorów PID, dostrojonych funkcją optymalizacyjną



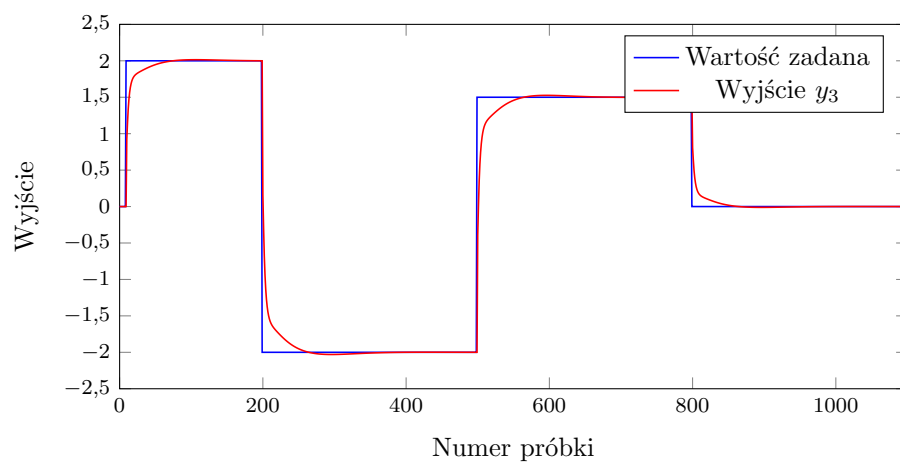
Rys. 7.9. Trajektoria wyjścia y_3 , dla trzeciego zestawu regulatorów PID, dostrojonych funkcją optymalizacyjną



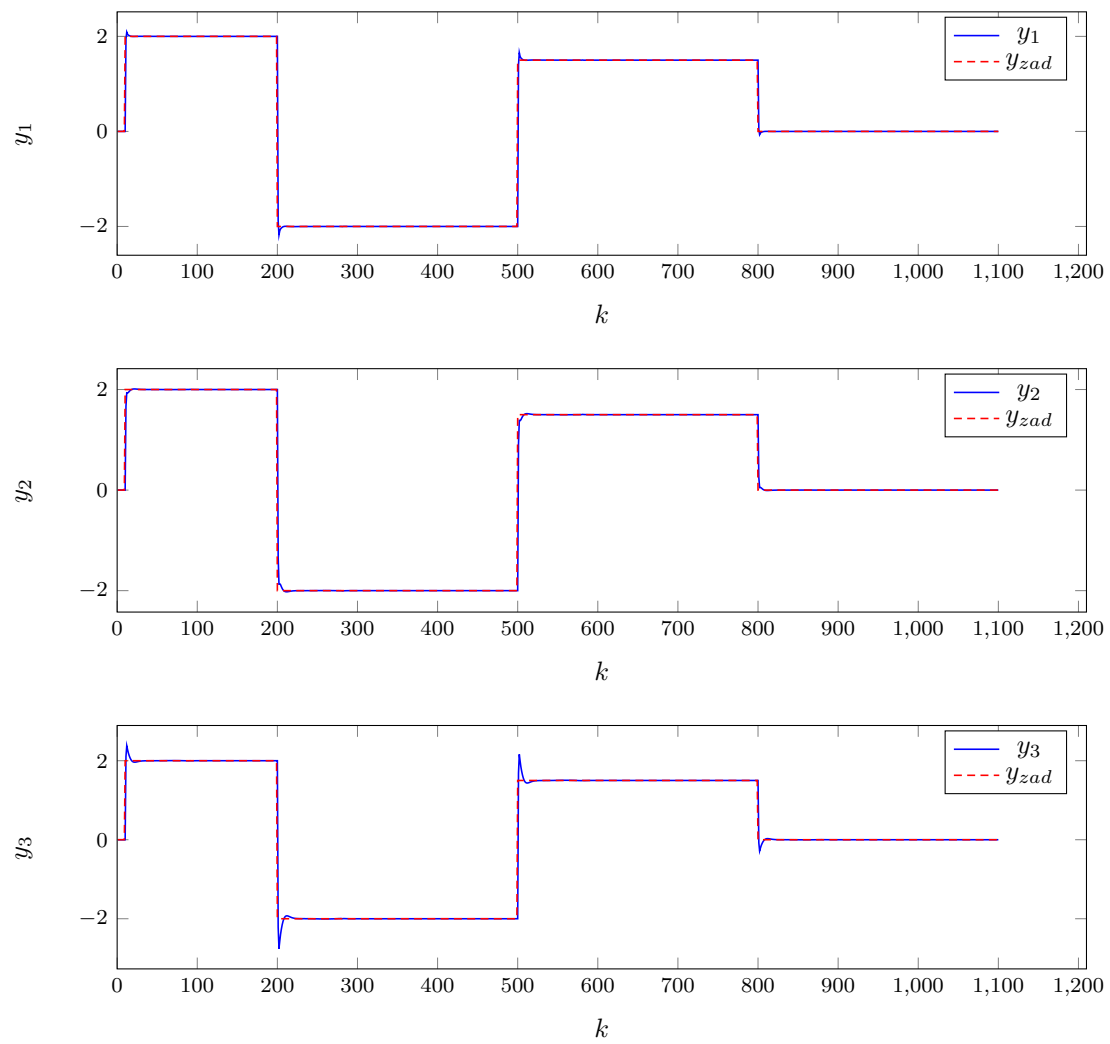
Rys. 7.10. Trajektoria wyjścia y_1 , dla czwartego zestawu regulatorów PID, dostrojonych funkcją optymalizacyjną



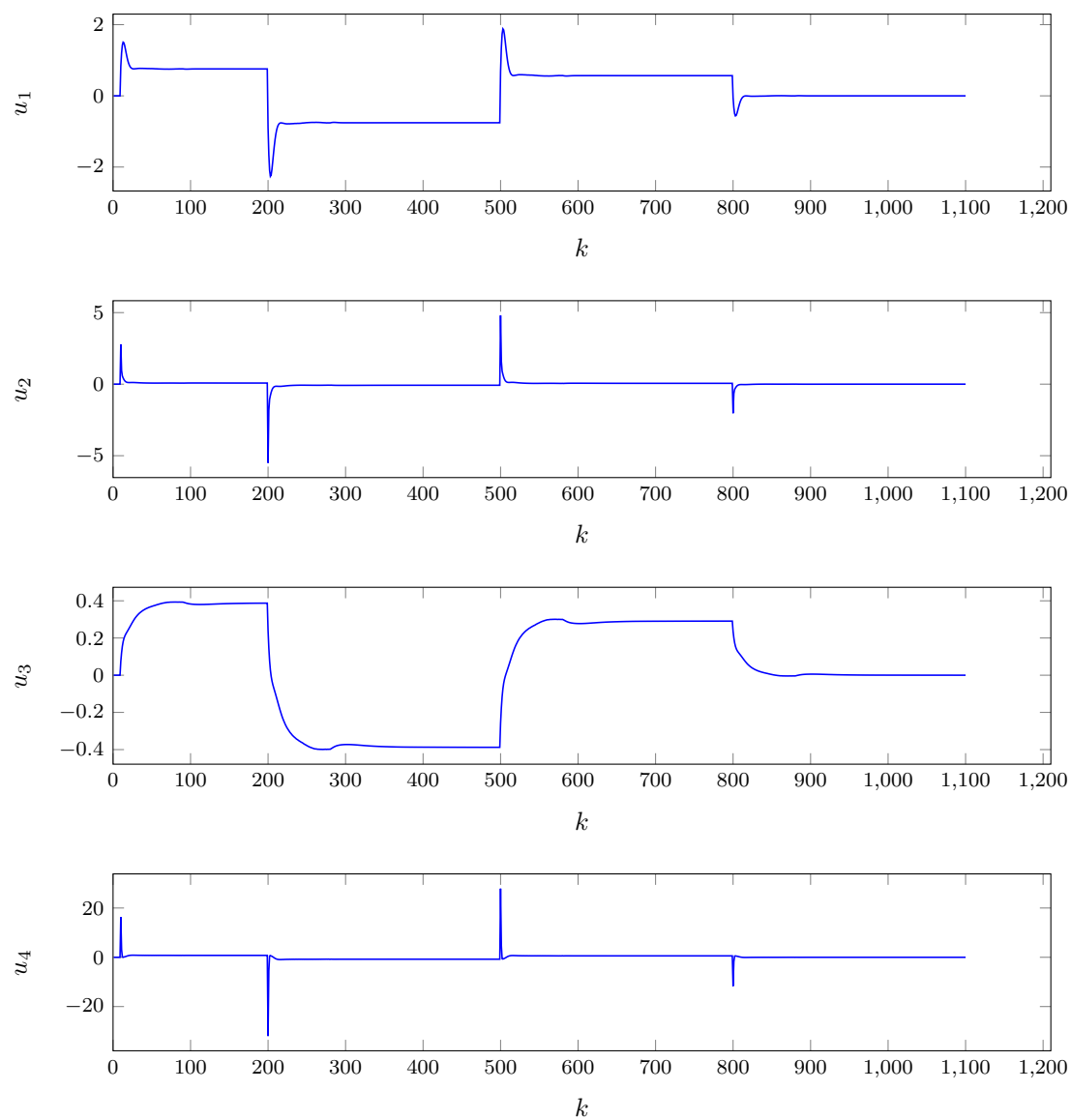
Rys. 7.11. Trajektoria wyjścia y_2 , dla czwartego zestawu regulatorów PID, dostrojonych funkcją optymalizacyjną



Rys. 7.12. Trajektoria wyjścia y_3 , dla czwartego zestawu regulatorów PID, dostrojonych funkcją optymalizacyjną



Rys. 7.13. Przebiegi wyjść obiektu dla nastaw wyznaczonych narzędziem fmincon



Rys. 7.14. Przebiegi sterowań obiektu dla nastaw wyznaczonych narzędziem fmincon