

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

В. Б. Гисин

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

УЧЕБНИК и ПРАКТИКУМ



ФИНАНСОВЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УМО ВО рекомендует

юрайт
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Оглавление

Предисловие	9
-------------------	---

Раздел I МНОЖЕСТВА И ОТНОШЕНИЯ

Глава 1. Множества.....	15
1.1. Понятие множества.....	15
1.2. Подмножества	17
1.3. Операции над множествами	18
1.4. Диаграммы Эйлера – Венна.....	20
1.5. Алгебра множеств	21
1.6. Прямое произведение множеств	22
1.7. Отображения и их свойства	23
1.7.1. Понятие отображения	23
1.7.2. Специальные виды отображений.....	24
1.7.3. Характеристические функции	25
1.7.4. Операции	26
Резюме	27
<i>Практикум</i>	<i>28</i>
<i>Задачи с решениями.....</i>	<i>28</i>
<i>Задания для самостоятельной работы.....</i>	<i>29</i>
Глава 2. Счетные множества	31
2.1. Мощност множества	31
2.2. Натуральный ряд	33
2.3. Метод математической индукции.....	35
2.4. Свойства счетных множеств	36
2.5. Диагональный метод Кантора.....	39
Резюме	40
<i>Практикум</i>	<i>41</i>
<i>Задачи с решениями.....</i>	<i>41</i>
<i>Задания для самостоятельной работы.....</i>	<i>45</i>
Глава 3. Отношения на множествах	47
3.1. Соответствия	47
3.2. Композиция соответствий	49
3.3. Бинарные отношения и их свойства	50
3.4. Отношения эквивалентности	52
Резюме	54
<i>Практикум</i>	<i>55</i>
<i>Задачи с решениями.....</i>	<i>55</i>
<i>Задания для самостоятельной работы.....</i>	<i>57</i>

Глава 4. Упорядоченные множества и решетки	59
4.1. Отношения порядка.....	59
4.2. Полурешетки и решетки	63
4.3. Булевы алгебры	65
Резюме	67
<i>Практикум</i>	<i>68</i>
<i>Задачи с решениями.....</i>	<i>68</i>
<i>Задания для самостоятельной работы.....</i>	<i>70</i>

Раздел II МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Глава 5. Логика высказываний.....	75
5.1. Высказывания и операции над ними.....	75
5.2. Формулы логики высказываний.....	76
5.3. Равносильность формул.....	78
5.4. Принцип двойственности	80
5.5. Тавтологически истинные формулы.....	81
5.6. Система натурального вывода	82
5.7. Метод резолюций.....	83
Резюме	85
<i>Практикум</i>	<i>85</i>
<i>Задачи с решениями.....</i>	<i>85</i>
<i>Задания для самостоятельной работы.....</i>	<i>87</i>
Глава 6. Логика предикатов	88
6.1. Понятие предиката.....	88
6.2. Логические операции над предикатами	90
6.3. Кванторы.....	91
6.4. Формулы логики предикатов и логические законы	93
6.5. Выполнимые формулы и проблема разрешения.....	95
6.6. Логика предикатов и математическая практика	96
Резюме	97
<i>Практикум</i>	<i>98</i>
<i>Задачи с решениями.....</i>	<i>98</i>
<i>Задания для самостоятельной работы.....</i>	<i>99</i>
Глава 7. Формальные теории	101
7.1. Формализация в математике.....	101
7.2. Логические исчисления	103
7.2.1. Исчисление высказываний	103
7.2.2. Исчисление предикатов	105
7.3. Теории первого порядка. Формальная арифметика.....	107
Резюме.....	110
<i>Практикум</i>	<i>111</i>
<i>Задачи с решениями</i>	<i>111</i>
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	<i>111</i>
Глава 8. Булевы функции.....	113
8.1. Двоичные векторы	113
8.2. Понятие булевой функции.....	114
8.3. Булевы функции одной и двух переменных	115
8.4. Нормальные формы.....	117

8.5. Полные системы булевых функций.....	120
8.6. Важнейшие замкнутые классы булевых функций. Теорема Поста о полноте.....	121
8.7. Характеристические векторы подмножеств конечного множества	123
Резюме.....	125
<i>Практикум</i>	126
<i>Задачи с решениями</i>	126
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	129

Раздел III КОМБИНАТОРИКА

Глава 9. Конечные множества и комбинаторика	135
9.1. Правило суммы и правило произведения	135
9.2. Принцип Дирихле	137
9.3. Размещения и перестановки.....	138
9.4. Сочетания.....	141
9.5. Свойства биномиальных коэффициентов.....	143
9.6. Принцип включения и исключения	145
Резюме.....	147
<i>Практикум</i>	147
<i>Задачи с решениями</i>	147
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	149
Глава 10. Вероятность	151
10.1. Конечные вероятностные пространства	151
10.2. Пространство равновероятных исходов	153
10.3. Условная вероятность	155
10.4. Независимые события	157
10.5. Схема Бернулли.....	158
10.6. Случайные величины	160
10.7. Биномиальное распределение	162
10.8. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел.....	163
Резюме.....	164
<i>Практикум</i>	165
<i>Задачи с решениями</i>	165
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	167
Глава 11. Комбинаторный анализ	169
11.1. Степенные ряды.....	169
11.2. Биномиальный ряд	171
11.3. Производящие функции.....	174
11.4. Рекуррентные соотношения.....	177
11.5. Линейные рекуррентные соотношения.....	178
11.6. Производящие функции линейных рекуррентных последовательностей.....	180
Резюме.....	184
<i>Практикум</i>	185
<i>Задачи с решениями</i>	185
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	195
Глава 12. Числа Фибоначчи	197
12.1. Простейшие свойства	197
12.2. Формула Бине.....	198

12.3. Золотое сечение	201
12.4. Числа Фибоначчи и поиск экстремума	203
Резюме	210
<i>Практикум</i>	211
<i>Задачи с решениями</i>	211
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	212

Раздел IV ГРАФЫ И ДЕРЕВЬЯ

Глава 13. Графы	215
13.1. Понятие графа	215
13.2. Маршруты, цепи и циклы	217
13.3. Эйлеровы цепи и циклы	219
13.4. Матрицы смежности и инцидентности	220
13.5. Бинарные отношения и графы	222
13.6. Порядковая функция графа	224
13.7. Внешняя и внутренняя устойчивость. Ядро	226
13.8. Планарные графы	231
Резюме	234
<i>Практикум</i>	235
<i>Задачи с решениями</i>	235
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	240
Глава 14. Деревья	245
14.1. Понятие дерева	245
14.2. Остовное дерево связного графа	246
14.3. Ориентированные и упорядоченные деревья	248
14.4. Бинарные деревья	251
Резюме	253
<i>Практикум</i>	253
<i>Задачи с решениями</i>	253
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	255

Раздел V МОДЕЛИ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ В ЭКОНОМИКЕ

Глава 15. Функции выбора	259
15.1. Понятие функции выбора	259
15.2. Примеры функций выбора	260
15.3. Логическое представление функций выбора	262
15.4. Основные свойства функций выбора	264
15.5. Логическое представление нормальных функций выбора	265
15.6. Логическое представление турнирных функций выбора	266
Резюме	268
<i>Практикум</i>	269
<i>Задачи с решениями</i>	269
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	273
Глава 16. Дискретные модели принятия решений	276
16.1. Кооперативные игры	276
16.2. Решение Неймана — Моргенштерна	281
16.3. Устойчивые паросочетания	284
16.4. Отношения предпочтения	288

16.5. Теорема Эрроу.....	291
Резюме	296
<i>Практикум</i>	297
<i>Задачи с решениями</i>	297
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	299
Глава 17. Биномиальная модель ценообразования	301
17.1. Биномиальная решетка	301
17.2. Опционы. Основные понятия.....	303
17.2.1. Однопериодная модель ценообразования опционов	304
17.2.2. Двух- и трехпериодные модели ценообразования опционов.....	306
17.3. Многопериодная модель.....	309
17.4. Случайное блуждание. Числа Каталана	312
Резюме	315
<i>Практикум</i>	316
<i>Задачи с решениями</i>	316
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	317
Раздел VI	
МОДЕЛИ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ В ИНФОРМАТИКЕ	
Глава 18. Алгоритмы и вычислимость	321
18.1. Уточнение понятия алгоритма	321
18.2. Рекурсивные функции	322
18.3. Вычислимость и разрешимость	325
Резюме	326
<i>Практикум</i>	327
<i>Задачи с решениями</i>	327
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	328
Глава 19. Элементы теории кодирования.....	330
19.1. Двоичное кодирование	330
19.2. Векторное пространство $\{0, 1\}^n$	331
19.3. Отображения из $\{0, 1\}^n$ в $\{0, 1\}^m$	332
19.4. Блочные двоичные коды.....	334
19.5. Коды Хемминга.....	336
19.6. Линейные коды и матричная алгебра.....	338
Резюме	339
<i>Практикум</i>	340
<i>Задачи с решениями</i>	340
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	342
Глава 20. Арифметика целых чисел и основы криптографии	343
20.1. Основы теории делимости.....	343
20.2. Кольцо вычетов.....	345
20.3. Функция Эйлера	347
20.4. Система шифрования RSA.....	348
20.5. Сложность вычислений и односторонние функции	350
20.6. Односторонние функции и схемы криптографических протоколов	354
20.7. Протокол электронной подписи.....	357
Резюме	359
<i>Практикум</i>	360
<i>Задачи с решениями</i>	360
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	363

Глава 21. Модели реляционных баз данных	364
21.1. Алгебра многоместных отношений	364
21.2. Математическая модель реляционной базы данных.....	367
21.3. Функциональные зависимости	368
21.4. Нормальные формы	369
Резюме	373
<i>Практикум</i>	<i>374</i>
<i>Задачи с решениями</i>	<i>374</i>
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	<i>376</i>
Рекомендуемая литература	378
Предметный указатель	379