

Análisis y Aplicación de Rotaciones y Traslaciones en Espacio 3D

Alan Miranda, Marlon Caviedes, Cristian Orozco

Infotep

March 21, 2025

Abstract

En este documento se exploran las transformaciones en el espacio 3D mediante rotaciones y traslaciones. En particular, se evalúa el efecto del orden de las rotaciones y se implementa una función para traslaciones. Se incluyen fragmentos de código, ejemplos numéricos, visualizaciones y un análisis detallado de los resultados obtenidos.

1 Introducción

Las transformaciones geométricas, como las rotaciones y traslaciones, son herramientas esenciales en diversas áreas (por ejemplo, gráficos por computadora, robótica y procesamiento de imágenes). En el espacio tridimensional, las rotaciones no son conmutativas, lo que significa que el orden en que se aplican puede modificar significativamente el resultado final. La presente actividad se centra en evaluar este efecto y en la implementación de una función para realizar traslaciones.

2 Objetivos de la Actividad

- Evaluar el efecto del orden de las rotaciones en el espacio 3D.
- Verificar, mediante ejemplos numéricos, que las rotaciones en 3D no son conmutativas.
- Implementar una función para realizar traslaciones en el espacio 3D y analizar su correcto funcionamiento.
- Visualizar los resultados obtenidos (rotaciones y traslaciones) y extraer conclusiones sobre su comportamiento.

3 Descripción de la Actividad

La actividad se divide en dos partes principales:

3.1 Parte 1: Rotaciones

Se implementaron funciones en Python para generar las matrices de rotación alrededor de cada eje:

```
1 def rotation_x(theta):
2     """Matriz de rotación alrededor del eje X"""
3     return np.array([
4         [1, 0, 0],
5         [0, np.cos(theta), -np.sin(theta)],
6         [0, np.sin(theta), np.cos(theta)]
7     ])
8
9 def rotation_y(theta):
10    """Matriz de rotación alrededor del eje Y"""
11    return np.array([
12        [np.cos(theta), 0, np.sin(theta)],
13        [0, 1, 0],
14        [-np.sin(theta), 0, np.cos(theta)]
15    ])
16
17 def rotation_z(theta):
18    """Matriz de rotación alrededor del eje Z"""
19    return np.array([
20        [np.cos(theta), -np.sin(theta), 0],
21        [np.sin(theta), np.cos(theta), 0],
22        [0, 0, 1]
23    ])
```

Listing 1: Funciones para crear matrices de rotación

A partir de un punto inicial $P_0 = [1, 1, 0]$, se aplicaron distintas secuencias de rotaciones (usando un ángulo de $\pi/2$, es decir, 90°) para evaluar el efecto del orden de las transformaciones. Se definieron las siguientes secuencias:

- Secuencia 1: $X \rightarrow Y \rightarrow Z$
- Secuencia 2: $Z \rightarrow Y \rightarrow X$
- Secuencia 3: $Y \rightarrow X \rightarrow Z$
- Secuencia 4: $Z \rightarrow X \rightarrow Y$
- Secuencia 5: $X \rightarrow Z \rightarrow Y$
- Secuencia 6: $Y \rightarrow Z \rightarrow X$

Además, se probó una secuencia con ángulos diferentes (45° , 60° y 30°) para observar el efecto en la transformación.

3.2 Parte 2: Traslaciones

Se implementó una función para trasladar un punto en el espacio 3D. La traslación se realiza sumando al punto un vector de desplazamiento. El código utilizado es el siguiente:

```
1 def trasladar_punto(punto, vector_traslacion):
2     """
3     Traslada un punto en un espacio tridimensional.
4
5     Par metros:
6         punto: Vector NumPy de tres elementos (x, y, z) del punto
              original.
7         vector_traslacion: Vector NumPy de tres elementos (dx, dy, dz
              ).
8
9     Retorna:
10         El punto trasladado.
11     """
12     return punto + vector_traslacion
```

Listing 2: Función para traslación en 3D

Se aplicó la función a un punto de prueba y se visualizó el resultado.

4 Conclusiones

- **Rotaciones:** La actividad demuestra que el orden de las rotaciones en 3D es crucial, ya que el resultado final depende fuertemente de la secuencia de operaciones. Este comportamiento se debe a la no conmutatividad de las rotaciones en el espacio tridimensional.
- **Traslaciones:** La implementación de la traslación confirma que se trata de una operación sencilla de aplicar, donde el punto se desplaza de acuerdo con el vector de traslación.
- En conjunto, estas transformaciones (rotaciones y traslaciones) son herramientas fundamentales en la manipulación de objetos en espacios 3D y su correcta implementación es esencial para aplicaciones en diversas áreas tecnológicas.