Institución de Educación Superior INFOTEP HVG

Rotación y Traslación con Matrices

Juan Orozco, Diego Mazzilli, Nayelis Jaimes

Resumen

El siguiente informe presenta el ejercicio de rotación y traslación de un punto a través de la aplicación de matrices 2x2 y 3x3 para sus respectivas dimensiones, encontraremos términos como matriz identidad, plano cartesiano, radianes y homogéneas. El desarrollo se hizo en Jupyter Nootebook y usando librerias para calcular como numpy y simpy, también plt para gráficos.

1 Introducción

En base a la actividad propuesta por el profesor donde nos explicó cómo hacer una rotación con matrices, apoyándonos en ejemplos e inteligencia artificial nuestro equipo plantea una solución al ejercicio de traslación uninendolo con el de rotación y mostrando detalladamente el paso a paso a seguir para gráficar un plano cartesiano que muestres 3 puntos; 1 punto original, 1 punto rotado en este caso 45° y 1 punto trasladado.

2 Objetivos

2.1 Objetivo general

Explicar el paso a paso para la creación y gráfica de matrices 3x3 que muestren la aplicación de rotación y traslación.

2.2 Objetivos específicos

- Obtener gráficos resultantes de matrices.
- comparar los resultados
- realizar operaciones con matrices.

3 Descripción de la actividad

Hacemos uso de Jupyter Nootebook, POO, matrices, librerias plt, sp, np por sus abreviaturas, para la creación, cálculo y visualización de la gráfica final. En el Jupyter podrán encontrar una explicación detallada sobre cada paso, así que aquí entramos a analizar las operaciones y gráfica.

Resultados simbólicos y numéricos

```
Matriz de rotación (homogénea) evaluada a 45°:
⎡√2  -√2    ⎤
⎢──  ────  0⎥
⎢2    2     ⎥
⎢           ⎥
⎢√2   √2    ⎥
⎢──   ──   0⎥
⎢2    2     ⎥
⎢           ⎥
⎣0    0    1⎦

Punto original (en coordenadas homogéneas):
⎡1⎤
⎢ ⎥
⎢0⎥
⎢ ⎥
⎣1⎦

Punto rotado (resultado simbólico):
⎡√2⎤
⎢──⎥
⎢2 ⎥
⎢  ⎥
⎢√2⎥
⎢──⎥
⎢2 ⎥
⎢  ⎥
⎣1 ⎦

Punto rotado (evaluación numérica):
⎡0.707106781186548⎤
⎢                 ⎥
⎢0.707106781186548⎥
⎢                 ⎥
⎣       1.0       ⎦

Matriz de traslación evaluada (tx=3, ty=2):
⎡1  0  3⎤
⎢       ⎥
⎢0  1  2⎥
⎢       ⎥
⎣0  0  1⎦

Punto trasladado (resultado simbólico):
⎡4⎤
⎢ ⎥
⎢2⎥
⎢ ⎥
⎣1⎦

Punto trasladado (evaluación numérica):
⎡4.0⎤
⎢   ⎥
⎢2.0⎥
⎢   ⎥
⎣1.0⎦
```

4 Rotación en 45°

La matriz de rotación en coordenadas homogéneas está dada por:

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

Para $\theta = 45°$:

$$R = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

El punto original es:

$$P = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Aplicamos la transformación $P' = R \cdot P$:

$$P' = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 + (-\frac{\sqrt{2}}{2} \times 0) \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \times 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

Aproximadamente:

$$P' \approx \begin{bmatrix} 0.707 \\ 0.707 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

5 Traslación (tx=3, ty=2)

La matriz de traslación es:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{6}$$

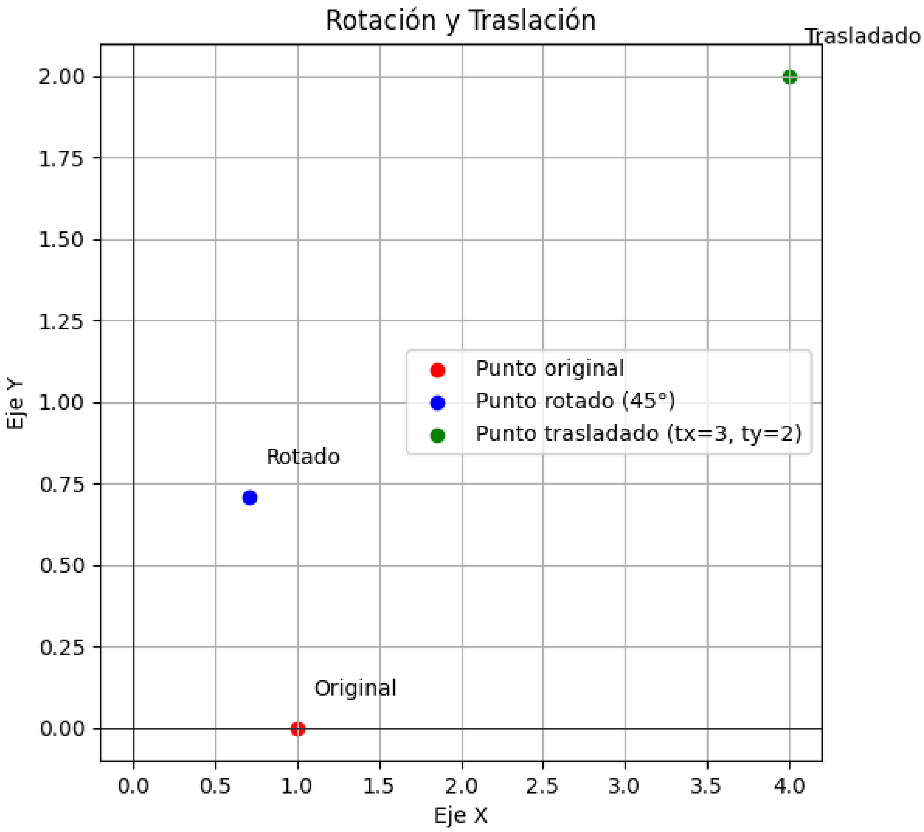
Aplicamos $P'' = T \cdot P'$:

$$P'' = \begin{bmatrix} 1 \times 0.707 + 0 \times 0.707 + 3 \\ 0 \times 0.707 + 1 \times 0.707 + 2 \\ 0 \times 0.707 + 0 \times 0.707 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.707 + 3 \\ 0.707 + 2 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Simplificando:

$$P'' \approx \begin{bmatrix} 4.0 \\ 2.707 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

6 Gráfica



En la gráfica podemos apreciar luego de ejecutar las operaciones con matrices el historico de los puntos original, punto rotado y punto trasladado

7 Conclusión

En conclusión logramos crear un código que nos ayuda a dinamizar los procesos de rotación y traslación de un punto haciendo uso de operaciones con matrices y a su vez sirve como un abreboca para la profundización en operaciones más complejas en base a estos movimientos.