

# ПРОГРАММА КУРСА «ТЕОРИЯ ТИПОВ»

*ИТМО, группы М3234-М3239 (year2016), осень 2018 г.*

1. Бестиповое лямбда-исчисление. Общие определения (альфа-эквивалентность, бета-редукция, бета-эквивалентность). Параллельная бета-редукция. Теорема Чёрча-Россера.
2. Булевские значения, чёрчевские нумералы, упорядоченные пары.
3. Алгебраические типы: аналог в теории множеств, реализация в лямбда-исчислении. Нормальный и аппликативный порядок редукций, мемоизация.
4. **Y**-комбинатор. Парадокс Карри.
5. Просто типизированное лямбда-исчисление. Исчисление по Чёрчу и по Карри. Изоморфизм Карри-Ховарда.
6. Конъюнкция, дизъюнкция, ложь и соответствующие им конструкции в лямбда-исчислении.
7. Нетипизируемость **Y**-комбинатора. Слабая и сильная нормализация.
8. Задачи проверки типа, реконструкции (вывода) типа, обитаемости типа в просто типизированном лямбда-исчислении. Их аналоги в интуиционистском исчислении высказываний.
9. Алгебраические термы. Задача унификации в алгебраических термах. Алгоритм унификации. Доказательство корректности алгоритма унификации. Наиболее общее решение задачи унификации.
10. Алгоритм нахождения типа в просто типизированном лямбда-исчислении. Наиболее общий тип, наиболее общая пара.
11. Комбинаторы. Базисы *SK* и *BCKW*, выразимость в них любого замкнутого лямбда-терма. Аналоги для комбинаторных исчислений в исчислении высказываний.
12. Логика второго порядка. Выразимость связок через импликацию и квантор всеобщности в интуиционистской логике 2-го порядка (конъюнкция, дизъюнкция, ложь, отрицание, квантор существования).
13. Система F. Изоморфизм Карри-Ховарда для системы F. Упорядоченные пары и алгебраические типы.
14. Экзистенциальные типы. Конструкции `unpack` и `pack`.
15. Ранг типа. Частный случай типа. Типы и типовые схемы. `let`-полиморфизм.
16. Типовая система Хиндли-Милнера. Алгоритм W.
17. Типизация **Y**-комбинатора. Экви- и изорекурсивные типы,  $\mu$ -оператор, `roll` и `unroll`.
18. Зависимые типы: примеры в языках программирования, теоретико-множественный смысл, исчисление предикатов и зависимые типы.
19. Обобщённые типовые системы. Типы, рода, сорта. Лямбда-куб.
20. Язык Идрис. Типизация `printf` с использованием зависимых типов.
21.  $\Sigma$  и  $\Pi$  типы в языке Идрис. Примеры использования. Переформулировка типов на языке обобщённых типовых систем. Изоморфизм Карри-Ховарда и утверждения, соответствующие данным типам.

22. Типы `Fin` и `Vect`. Операция индексации, доказуемо не выходящая за границы массива.
23. Доказательства в языке Идрис (на примере коммутативности сложения). Функция `replace` и конструкция `rewrite`.
24. Теорема Диаконеску. Типы и сетойды.