

ESTRUTURA DE DADOS

Engenharia da Computação Prof. Renato Matroniani

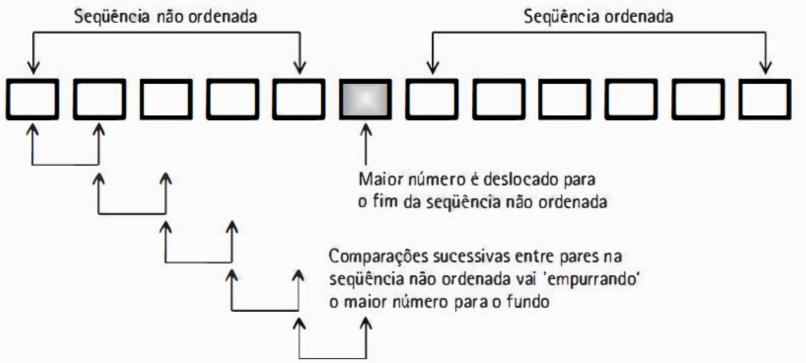


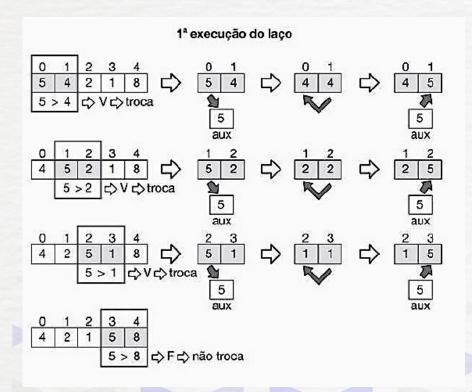
ALGORITMOS DE ORDENAÇÃO

- Normalmente, o usuário que vai inserir os dados não está ou não pode estar preocupado com a ordem de entrada dos dados no momento de sua inserção na relação, de modo que é comum encontrarmos elementos dispostos de maneira aleatória nos sistemas.
- Muitas vezes, necessitamos que esses dados apresentem uma ordem para que possamos realizar ações específicas (por exemplo, busca de dados).
- Devido a essas necessidades, foram desenvolvidos vários algoritmos de ordenação que consistem, basicamente, em realizar comparações sucessivas e trocar os elementos de posição.



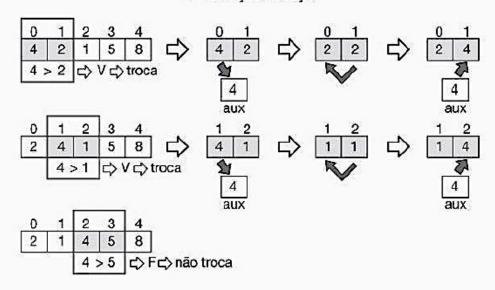
- O método de ordenação por trocas é considerado o mais simples de todos.
- Consiste em comparar pares consecutivos de valores e permutá-los caso estejam fora de ordem.
- O algoritmo determina uma sequência de comparações sistemáticas que varrem a sequência de dados como um todo, fazendo com que o maior valor (ou menor, de acordo com a ordem desejada) acabe no final da sequência e uma nova série de comparações sistemáticas se inicia.







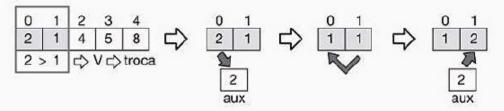
2ª execução do laço



0	1	2	3	4	
2	1	4	5	8	
			5 :	> 8	



3ª execução do laço



	0	1	2	3	4	
1	1	2	4	5	8	
				5 :	> 8	c⇒F⇔não troca



4º execução do laço

0	1	2	3	4		
1	2	4	5	8		
1 > 2		⇔	F⇔	não troc		

5º execução do laço

Apesar de o vetor já estar ordenado, mais uma execução do laço será realizada.

0	1	2	3	4	
1	2	4	5	8	
1 > 2		⇔	F➪	não	troc

0	1	2	3	4	
1	2	4	5	8	
	2 :	- 4	₽ I	==>	não tro

0	1	2	3	4	2
1	2	4	5	8	
		4 :	> 5		F⇔não troca

	0	1	2	3	4	
	1	2	4	5	8]
Ť				5 :	> 8	⇔ F⇔ não troca



base/Fonte: ASCENCIO, A. F. G., ARAÚJO, G. S., 2010

```
algoritmo
declare X[5], n, i, aux numérico
// carregando os números no vetor
para i ← 0 até 4 faça
   início
    escreva "Digite o ",i+1," número: "
    leia X[i]
// ordenando de forma crescente
// laco com a quantidade de elementos do vetor
para n ← 1 até 5 faça
início
// laço que percorre da primeira à
// penúltima posição do vetor
   para i ← 0 até 3 faça
   início
       se (X[i] > X[i+1])
       então início
               aux \leftarrow X[i]
               X[i] \leftarrow X[i+1]
               X[i+1] \leftarrow aux
   fim
// mostrando o vetor ordenado
para i ← 0 até 4 faça
   início
    escreva i+1,"° número: ",X[i]
fim algoritmo.
```



- Análise de complexidade:
- fator relevante para T(n) é o número de comparações realizadas.
- Para o algoritmo do exemplo, temos:

$$n(n-1) = n^2 - n$$

Para um vetor de tamanho 5, no primeiro laço o algoritmo faz 5 interações, no segundo 5 x (5-1) = 20, e assim por diante.

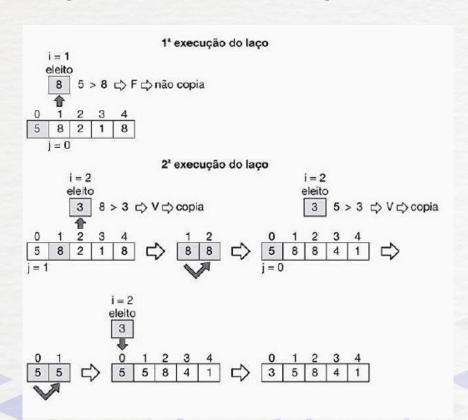
```
T(n) = O(n^2) para o Bubble Sort.
```

```
1.para n ← 1 até 5 faça
2.    início
3.    para i ← 0 até 4 faça
4.         início
5.         se (X[i] > X[i+1])
6.         então início
7.               aux ← X[i]
8.               X[i] ← X[i+1]
9.               X[i+1] ← aux
10.         fim
11.         fim
12.         fim
```

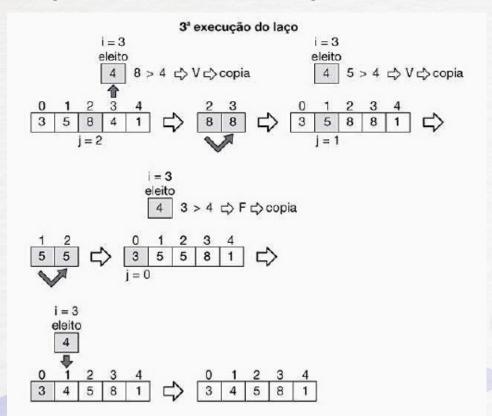


- O *insertion sort* é um algoritmo de ordenação onde é eleito o segundo número do vetor para iniciar as comparações.
- Os elementos à esquerda desse "eleito" estarão sempre ordenados de forma crescente ou decrescente.
- Os laços de comparações são executados do segundo elemento até o último.
- Enquanto existirem elementos à esquerda do eleito para comparações e a ordenação não for atendida, o laço será executado.
- Se o eleito está na posição i, os elementos à esquerda serão i-1 até
 0. O laço é executado enquanto j>=0 e elemento [j] > eleito

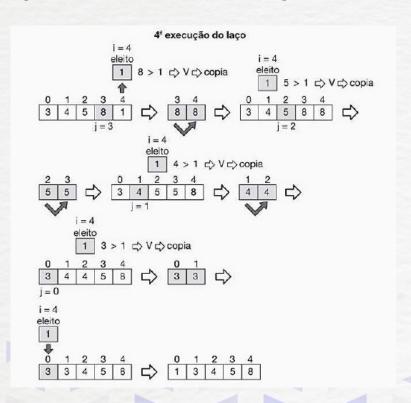














```
algoritmo
declare X[5], i, j, eleito numérico
// carregando os números no vetor
para i ← 0 até 4 faça
   início
    escreva "Digite o ",i+1,"° número: "
    leia X[i]
   fim
// ordenando de forma crescente
// laço com a quantidade de elementos do vetor - 1
para i ← 1 até 4 faça
   início
   eleito ← X[i]
   j ← i - 1
```

```
// laco que percorre os elementos
   // à esquerda do número eleito
   // ou até encontrar a posição para
   // recolocação do número eleito
   // respeitando a ordenação procurada
   enquanto (j \ge 0 E X[j] > eleito)
       início
        X[j+1] \leftarrow X[j]
        j \leftarrow j - 1
   X[j+1] \leftarrow eleito
   fim
// mostrando o vetor ordenado
para i ← 0 até 4 faça
   início
    escreva i+1,"° número: ",X[i]
   fim
fim algoritmo.
```



Análise de complexidade

1. para i ← 1 até 4 faça

```
início
 3. eleito \leftarrow X[i]
 4. i \leftarrow i - 1
 5. enquanto (j \ge 0 E X[j] > eleito)
 início
 7.
    X[j+1] \leftarrow X[j]
               j ← j - 1
       fim
10. X[j+1] \leftarrow eleito
11. fim
```

$$T(n) = 2 + 3 + 4 + \dots + n$$

$$T(n) = (\sum_{i=1}^{n} i) - 1$$

$$T(n) = \frac{(1+n)n}{2} - 1$$

$$T(n) = \frac{n^2 + n}{2} - 1$$

$$T(n) = O(n^2), \text{para } c = 2, n \ge 1.$$



- Processo de ordenação por seleção:
- cada número do vetor, a partir do primeiro, é "eleito" e comparado com o menor número que esteja à direita do vetor (para ordem crescente).
- para ordem decrescente, a comparação é feita com o maior à direita.
- se for satisfeita a condição, o número troca de posição com o eleito.
- dessa forma, os números à esquerda ficam ordenados.



- Os laços de comparação são executados do primeiro ao penúltimo elemento, ou seja n-1 vezes (n = número de elementos do vetor).
- "o número da última posição não tem elementos à direita".

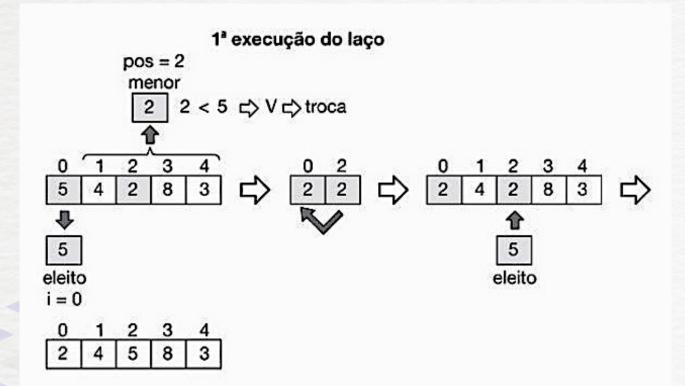
for
$$(i=0; i < n-1; i++)$$

 Além desse laço de comparação (para percorrer o vetor), temos um segundo laço a ser executado para encontrar o menor à direita do número eleito:

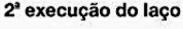
for
$$(j=i+2; j \le n-1; j++)$$

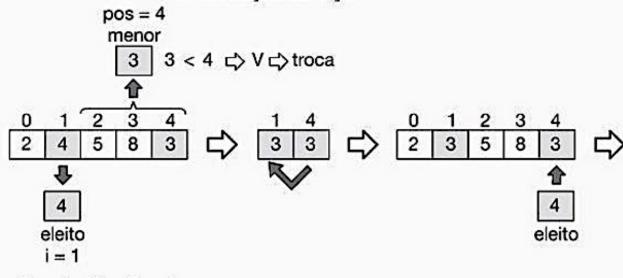
 o primeiro elemento à direita do número eleito é considerado o menor número no início do processo.





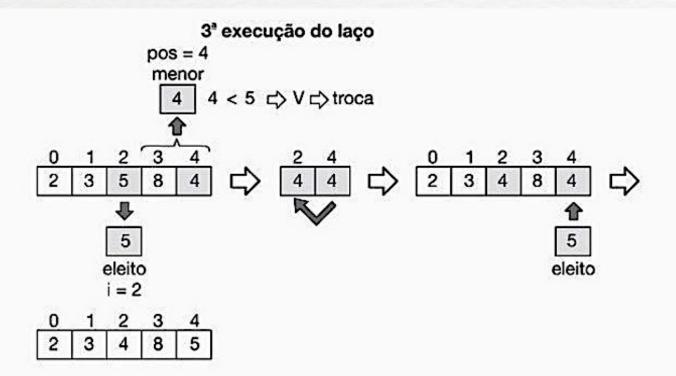




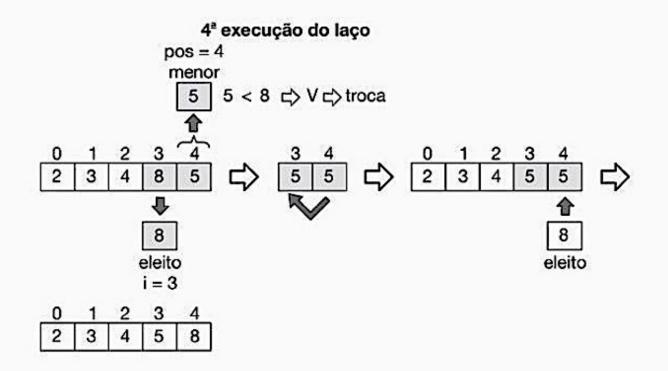


0	1		3	4
2	3	5	8	4











```
algoritmo
declare X[5], i, j, eleito, menor, pos numérico
// carregando os números no vetor
para i ← 0 até 4 faça
   início
    escreva "Digite o ",i+1," número: "
    leia X[i]
   fim
// ordenando de forma crescente
// laço que percorre da 1ª posição à
// penúltima posição do vetor
// elegendo um número para ser comparado
para i ← 0 até 3 faca
início
   eleito ← X[i]
   // encontrando o menor número à direita do eleito
   // com sua respectiva posição
   // posição do eleito = i
   // primeiro número à direita do eleito
   // na posição = i + 1
   menor \leftarrow X[i+1]
   pos ← i+1
```

```
// laço que percorre os elementos que estão à direita do
   // número eleito, retornando o menor número à direita e
   // sua posição
   para j ←i+2 até 4 faça
   início
      se (X[j] < menor)
      então início
              menor ← X[j]
              pos ← j
   // troca do número eleito com o número da posição pos
   // o número da posição pos é o menor número à direita
   // do número eleito
   se (menor < eleito)
   então início
           X[i] \leftarrow X[pos]
           X[pos] ← eleito
         fim
fim
// mostrando o vetor ordenado
para i ← 0 até 4 faca
   início
   escreva i+1,"° número: ",X[i]
   fim
```

fim algoritmo.

EDUCAÇÃO

METODISTA

Texto base/Fonte: ASCENCIO, A. F. G., ARAÚJO, G. S., 2010

• análise de complexidade:

•
$$T(N) = \frac{(1+n-1)\cdot(n-1)}{2} = \frac{n^2-n}{2}$$

- o tempo de execução do selection sort é $oldsymbol{ heta}(n^2)$
- independente do valor de entrada, o algoritmo se comportará da mesma maneira.

```
1. para i ← 0 até 3 faça
2. início
    eleito ← X[i]
4. menor \leftarrow X[i+1]
5. pos \leftarrow i + 1
6. para j ←i+1 até 4 faça
     início
8. se (X[j] < menor)
      então início
               menor ← X[j]
               pos ← j
13.
     fim
14. se (menor < eleito)
15. então início
16.
    X[i] \leftarrow X[pos]
         X[pos] \leftarrow eleito
18.
          fim
```

19. fim

EDUCAÇÃO

- Processo de ordenação por intercalação;
- o vetor é dividido em vetores com metade do tamanho original através de procedimento recursivo;
- ele continua sendo dividido até que o vetor fique com apenas um elemento;
- esses elementos são ordenados e intercalados.
- técnica da divisão e conquista (e combinação).

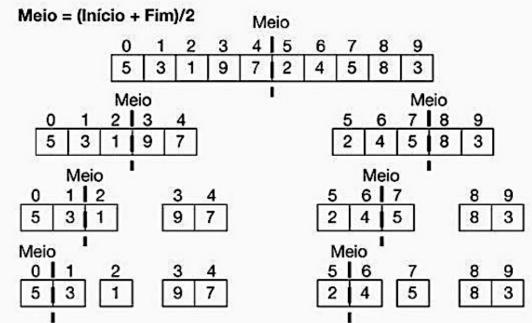


- Os três passos da combinação e conquista:
- dividir o problema em determinado número de subproblemas;
- conquistar os subproblemas solucionando-os recursivamente.
- combinar as soluções dos subproblemas na solução do problema inicial.

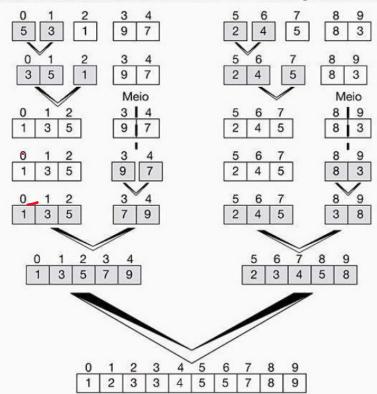


- na ordenação por intercalação, para um vetor de tamanho n:
 - dividir o vetor em duas sequências de tamanho n/2;
 - ordenar as duas sequências recursivamente por intercalação;
 - intercalar as duas sequências ordenadas para gerar a solução.











```
// carregando os números no vetor
para i ← 0 até 9 faça
   início
    escreva "Digite o ",i+1,"° número: "
    leia X[i]
   fim
// ordenando de forma crescente
merge(X, 0, 9);
// mostrando o vetor ordenado
para i ← 0 até 9 faça
   início
    escreva i+1,"° número: ",X[i]
   fim
fim algoritmo.
Função intercala (X, início, fim, meio)
  início
   declare poslivre, início vetor1 numérico
           início vetor2, i, aux[10] numérico
```

algoritmo

declare X[10], i numérico



```
início vetorl ← início
início vetor2 ← meio+1
poslivre ← início
enquanto (início vetor1 ≤ meio e início vetor2 ≤ fim)
    início
       se (X[início vetor1] ≤ X[início vetor2])
       então início
              aux[poslivre] ← X[início vetorl]
               início vetor1 ← início vetor1+1
       senão início
              aux[poslivre] - X[início vetor2]
              início vetor2 ← início vetor2+1
     poslivre ← poslivre+1
     fim
  se ainda existem números no primeiro vetor
// que não foram intercalados
       para i ← início vetor1 até meio faça
       início
           aux[poslivre] \leftarrow X[i]
           poslivre ← poslivre+1
       fim
```



```
// se ainda existem números no primeiro vetor
// que não foram intercalados
        para i ← início vetorl até meio faça
        início
           aux[poslivre] \leftarrow X[i]
           poslivre ← poslivre+1
       fim
// se ainda existem números no segundo vetor
// que não foram intercalados
       para i ← início vetor2 até fim faça
        início
           aux[poslivre] \leftarrow X[i]
           poslivre ← poslivre+1
// retorna os valores do vetor aux para o vetor X
    para i ← início até fim faça
    início
       X[i] \leftarrow aux[i]
    fim
```

```
fim_função_intercala.
Função merge (X, início, fim)
    início
       declare meio numérico
       se (início < fim)
       então início
               meio ← parteinteira((início + fim)/2)
               merge (X, início, meio)
               merge(X, meio+1, fim)
               intercala(X, início, fim, meio)
               fim
fim função merge.
```



- análise de complexidade:
- $T(N) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n$
- $2T\left(\frac{n}{2}\right) \rightarrow \text{duas chamadas}$ recursivas
- n → intercalação das duas metades
- o restante do algoritmo tem custo de tempo constante e é desconsiderado neste cálculo.
- $T(N) = \Theta(nlogn)$

```
    Função merge (X, início, fim)
    início
    declare meio numérico
    se (início < fim)</li>
    então início
    meio ← parteinteira((início + fim)/2)
    merge(X,início,meio)
    merge(X,meio+1,fim)
    intercala(X,início, fim, meio)
    fim
    fim_função_merge.
```

$$\frac{n}{2} \rightarrow \frac{n}{4} \rightarrow \frac{n}{8} \rightarrow \dots \rightarrow \frac{n}{2^k} \le 1$$

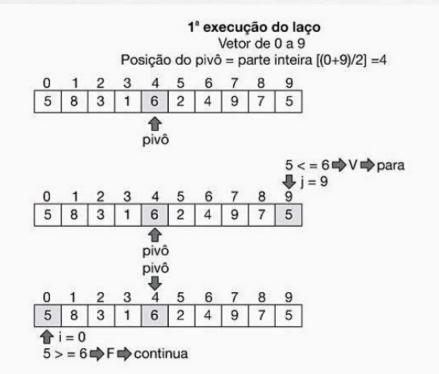


ORDENAÇÃO RÁPIDA - QUICK SORT

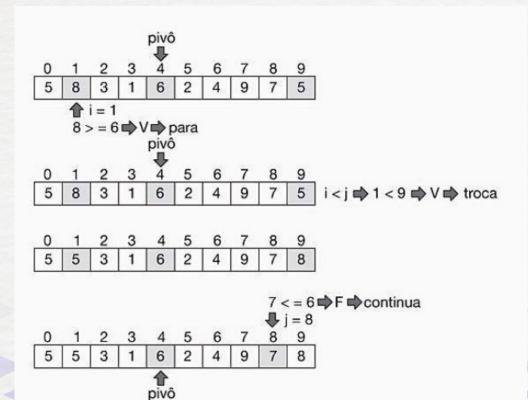
- Assim como no Merge Sort, o vetor é dividido em dois por método recursivo.
- A divisão ocorre até que o vetor fique com apenas um elemento.
- Os demais vetores ficam ordenados também a medida que ocorre a divisão.
- Também se baseia nos passos de divisão e conquista.
- Vamos analisar as diferenças, de forma visual, com o Merge Sort:



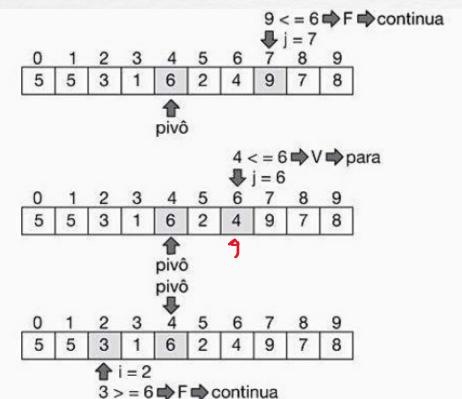
ORDENAÇÃO RÁPIDA - QUICK SORT



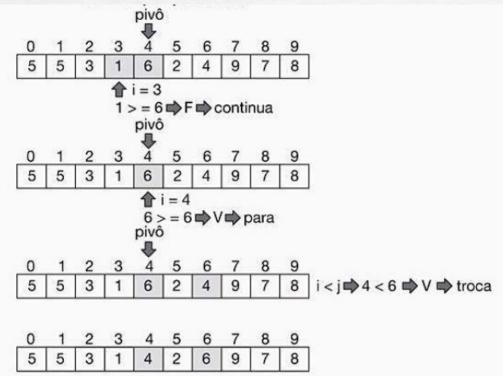




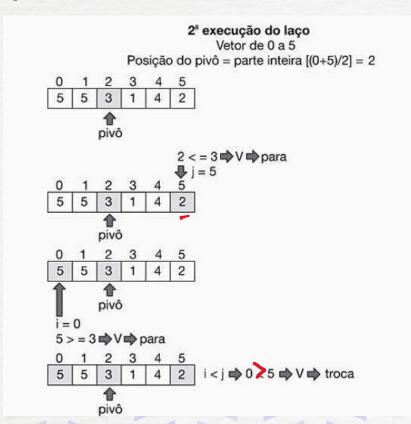




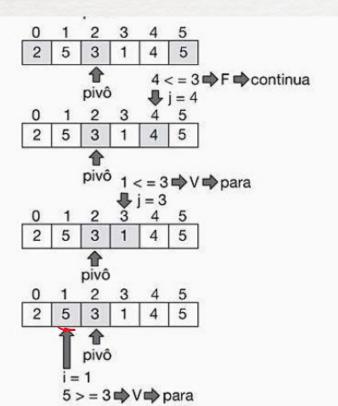


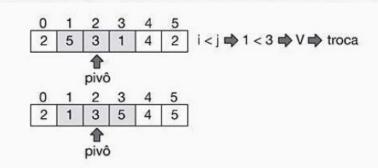






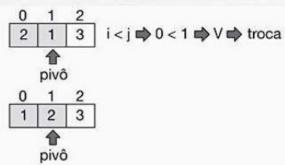






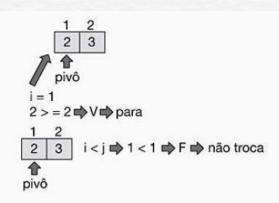


3º execução do laço Vetor de 0 a 2 Posição do pivô = parte inteira [(0+2)/2] = 1 pivô 3 < = 1 ⇒ F ⇒ continua ₩ i = 2 1 < = 1 → V → para J i = 1 pivô 2 > = 1 ➡ V ➡ para



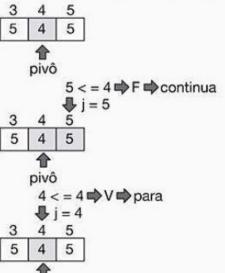


4ª execução do laço Vetor de 1 a 2 Posição do pivô = parte inteira [(1+2)/2] = 1 3 < = 2 ➡ F ➡ continua i=2pivô 2 < = 2 → V → para i = 1 pivô

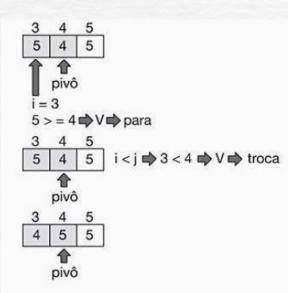




5ª execução do laço Vetor de 3 a 5 Posição do pivô = parte inteira [(3+5)/2] = 4



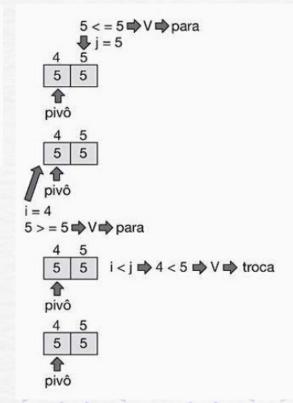
pivô





6ª execução do laço Vetor de 4 a 5

Posição do pivô = parte inteira [(4+5)/2] = 4





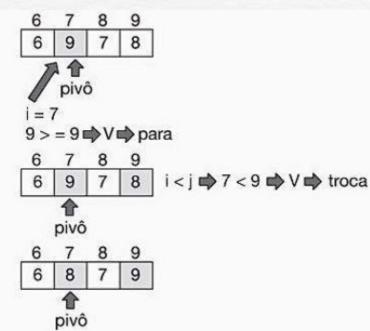
7ª execução do laço

Vetor de 6 a 9

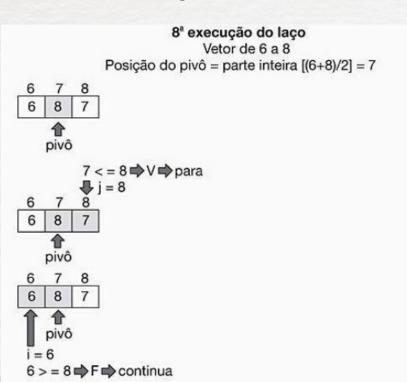
Posição do pivô = parte inteira [(6+9)/2] = 7

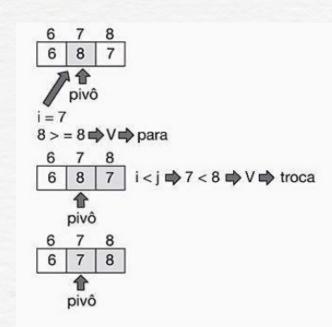
	6	7	8	9
	6	9	7	8
_		nivô		

	6	1	8	9
	6	9	7	8
Į.		1		







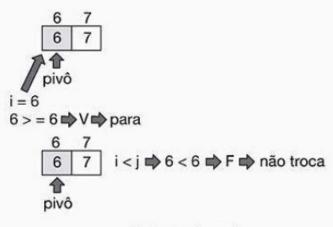




9ª execução do laço

Vetor de 6 a 7 Posição do pivô = parte inteira[(6+7)/2] = 7

pivô



Vetor ordenado

0									
1	2	3	4	5	5	6	7	8	9

