| **Linha** | **Afirmação** | **Justificativa** |
| --- | --- | --- |
| 1 | Suponha, por contradição, que a>0a > 0. | Hipótese inicial para demonstração por contradição. |
| 2 | Então, a2>0. | Como a>0a > 0, qualquer fração positiva de aa também é positiva. |
| 3 | Pelo Princípio de Arquimedes, existe um número natural n∈Nn \in \mathbb{N} tal que 1n<a2\frac{1}{n} < \frac{a}{2}. | Aplicação direta do Princípio de Arquimedes: dado qualquer número real positivo, existe um inteiro natural tal que 1n\frac{1}{n} é menor que esse número. |
| 4 | Seja ε0=1n\varepsilon\_0 = \frac{1}{n}, então ε0>0\varepsilon\_0 > 0. | Como n∈Nn \in \mathbb{N}, temos ε0>0\varepsilon\_0 > 0 por definição de número natural positivo. |
| 5 | Pela hipótese do teorema, a<ε0a < \varepsilon\_0. | A condição do problema vale para todo ε>0\varepsilon > 0. |
| 6 | Mas, de (4), ε0=1n<a2\varepsilon\_0 = \frac{1}{n} < \frac{a}{2}. | Reescrevendo o resultado da linha 3. |
| 7 | Logo, temos: a<ε0<a2a < \varepsilon\_0 < \frac{a}{2}. | Conclusão direta das linhas (5) e (6). |
| 8 | Mas isso implica que a<a2a < \frac{a}{2}. | Transitividade da desigualdade (de (7)). |
| 9 | Dividindo ambos os lados por a>0a > 0, temos 1<121 < \frac{1}{2}. | Isolando a desigualdade (dividindo ambos os lados por aa), o que é claramente falso. |
| 10 | Contradição! | Resultado absurdo: 1<121 < \frac{1}{2} não é verdade. |
| 11 | Logo, a suposição de que a>0a > 0 é falsa. | Conclusão da prova por contradição. |
| 12 | Portanto, a=0a = 0. | Finalização da prova. |