**P279 (1),(5)**

****

****

**P287 (3)(4)**

****

****

**:**

**P300 (1)(4)**

****

V1

V4

V3

V2

****

****

D

F

e8

e4

e7

C

A

e1

E

e2

e3

e5

e6

C

A

D

E

F

B

e5

B

e1

****

**P311 (7)(11)**

****

****

****

**P317 (2)(3)(4)(6)**

****

****

****

****

****

****

****

****

**P321 (4)(5)**

****

**证明：设图G的结点数、边数、面数分别为v,e,r,图G的对偶图G’的结点数、边数、面数分别为v’,e’,r’。由对偶图的定义可知e=e’,v=r’,r=v’，因为G是自对偶图，G与G’同构，故v=v’,所以v=r=v’=r’。由欧拉公式v-e+r=2,将v=r代入得e=2v-2.**

****

****

**P327 (1)(5)**

****

**证明:必要性：若G是树，则删去任一边后，就成为不连通图，故任一边都是G的割边。**

**充分性：任取两个结点u和v，图G是连通的，u和v之间就有路。如果连接u和v有两条路，该两路就可以组成一条回路，删去回路上任意一条边，不改变图的连通性，这样 该回路上的各条边都不是割边，这与假设矛盾，因此任意两个结点之间恰有一条路，图G是树。**

****

**充分性：设边e是G的割边，删去e，G就分成两个互不相连通的子图。对于G的任意一棵生成树T，由于T是连通图，故连接之间的唯一边e必在T中**

**必要性：用反证法。设边e包含在G的每棵生成树中，但e不是割边。在图G中删去e得图G’,图G’仍是连通图。对G来说必有一棵生成树T，T中不包含边e，与假设矛盾。**

**P337 (3)(4)(8)**

****

**证明：(m-1)i=-1,m=2,所以i=-1,结点数v=i+=2-1。v=e+1，所以e=v-1=2(-1)**

****

**E=(t-1)I+tk,其中E为外部通路长度，I为内部通路长度，k为分枝点数**

**以下用数学归纳法证明上式：**

**k=1,E=t,I=0时上式显然成立**

**假设k=n-1时成立，即E’=（t-1）I’+t（n-1）**

**则k=n时，当 删去一个分枝点v,该分枝点v与跟的通路长度为，v的两个儿子是树叶，得到新树T’。将新树T’与原树比较，它减少了t片长度为+1的树叶和一个长度为的分枝点，因为T’只有n-1个分枝点，故E’=（t-1）I’+t（n-1）**

**但在原树中，有E=E’+t(+1)-,I=I’+**

**代入前式得到E-t(+1)+=(t-1)(I-)+t(n-1)，即E=（t-1）I+tn**

****

∧

∧

∨

Q

┐

Q

┐

┐

∨

∧

P

P

P

P

P95

求证：对任意集合A,B,C，有

（a）（A-B）-C = A-（B∪C）

（b）（A-B）-C = （A-C）-B

（c）（A-B）-C = （A-C）-（B-C）

（a）（A-B）-C =（A∩┐B）∩┐C

= A∩┐B∩┐C = A∩(┐B∩┐C)= A∩┐(B∪C)= A-（B∪C）

（b）（A-B）-C = （A∩┐B）∩┐C=（A∩┐C）∩┐B=（A-C）-B

（c）（A-B）-C = A-（B∪C）= A-(（B∪C）∩（C∩┐C）)

=A-（C∪（B∩┐C））= A-（C∪（B-C））=（A-C）-（B-C）

`P98求证：



=（（A∩B）∩┐（A∩C））∪（（A∩C）∩┐（A∩B））

=（（A∩B）∩（┐A∩┐C））∪（（A∩C）∩（┐A∩┐B））

=（A∩B∩┐A）∪（A∩B∩┐C） ∪（A∩C∩┐A）∪（A∩C∩┐B）

=（A∩B∩┐C）∪（A∩C∩┐B）

= A∩（（B∩┐C）∪（C∩┐B））

= A∩（（B-C）∪（C-B））

=A∩（BC）

b）

设A={1}，B={1,2,3}，C={4,5,6}，则BC={1,2,3,4,5,6}，A∪（BC）={1，2,3,4,5,6}，

又因为A∪B={1,2,3}，A∪C={1,4,5,6}，所以（A∪B）（A∪C）={2,3,4,5,6}，所以A∪（BC）=（A∪B）（A∪C）不一定成立

P102

求证：若X × X = Y × Y，则X=Y。

证明：∀x∈X，

<x,x>

求证：若X × Y= X × Y，且X。

证明：

P106

设R是集合X上的一个自反关系。求证：R是对称和传递的，当且仅当<a,b>和<a,c>在R之中，则有<b,c>在R之中。

必要性;设R是集合X上的自反关系，且是对称和传递的，∀<a,b>∈R,<a,c>∈R,因为R是对称的，所以<b,a>∈ R，又因为R是传递的，所以〈b,c〉∈R。

充分性：设R是集合x上的自反关系，且若∀<a,b>∈R,〈a,c〉∈R, 必有<b,c>∈ R, ∀ <a,b> ∈ R,R是自反的，所以〈a,a> ∈ R,所以<b,a>∈ R, R是 对称的;∀ *<a,b>* ∈R∧*<b,c>* ∈ R,R是对称的，所以<b,a>∈ R ∧〈b,c〉∈R,有<a,c>∈ R,R是可传递的。

P107

1. 证明:若S为集合X上的二元关系。
2. S是传递的，当且仅当(S。S)S.
3. S是自反的,当且仅当 S.
4. 证明定理3-7. 3(b).

a）



P108

设R,S,T为集合X上关系，求证：

={<x,z>|<x,y>∈R∧<y,z>∈（S∪T）∧y∈X}

={<x,z>|<x,y>∈R∧(<y,z>∈S∪<y,z>∈T）∧y∈X}

={<x,z>|(<x,y>∈R∧<y,z>∈S∧y∈X)∪（<x,y>∈R∧<y,z>∈T∧y∈X）}

={<x,z>|(<x,y>∈R∧<y,z>∈S∧y∈X)∪{<x,z>|<x,y>∈R∧<y,z>∈T∧y∈X）}



P112







P114





P115





设R是集合A上的对称和传递关系，求证：若对于A中的每个元素a，在A中同时也存在一个b，使<a,b>在R之中，则R是一个等价关系。

证明：对任意a∈A，必存在一个b∈A，使得<a,b>∈R，由于R是对称的，所以<b,a>∈R，又由于R是传递的，所以<a,a>∈R，所以R是自反的，即R使A上的等价关系。

P117









P120





P132













P134





P138







P139





若A是不可数无穷集，B是A的可数子集，则（A-B）~A

证明：A是不可数无穷集，B是A的可数子集，则A-B为无穷集。若A-B为有限集，

且B是可数子集，则A是可数子集，与题设矛盾，因此A-B为无限集。A-B必含有可数子集D，设M=A-B-D，则A=MBD,因为B,D为可数集，所以BD~D,M~M,M(BD)=,MD=,因此有MDB~MD,即A~(A-B)。

若A是任意无限集，M是一个可数集，则（AM）~A

证明：1.若A是可数无限集，则AM是可数集，故（AM）~A

2.若A是不可数无限集，因为M-(AM),所以M-(AM)是可数集，但AM为不可数无限集，由上题可知（AM）-（M-(AM)）~(AM),又因（AM）-（M-（AM））=A,

所以（AM）~A

P140

证明[0,1],(0,1],[0,1),(0,1)是等势的。



求证：若从A到B存在一个满射，则K[B]K[A]

