Grzegorz Fotyga
Piotr Sypek

7 kwietnia 2023

Metody numeryczne, laboratorium 4.
Numeryczne rozwiązywanie równań nieliniowych.

1. Wstęp

Celem tego laboratorium jest implementacja dwóch podstawowych metod rozwiązywania równań nieliniowych: metody bisekcji oraz metody siecznych. Opis tych metod, włącznie z podaniem ich algorytmów, jest zawarty w wykładzie czwartym kursu z Metod numerycznych.

2. Opis badanych funkcji

A. **Funkcja wyznaczająca czas wykonania algorytmu A**

Czas wykonywania algorytmu A (t[s]) zależy od liczby parametrów wejściowych (N) zgodnie ze wzorem (1).

$$t = \frac{N^{1{,}43} + N^{1{,}14}}{1000} \tag{1}$$

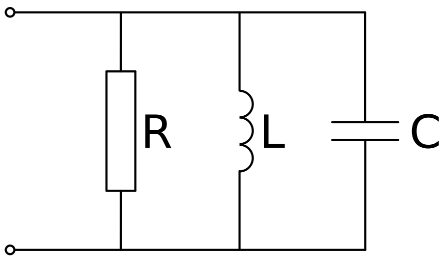
Wyznacz maksymalną liczbę parametrów, dla której czas wykonywania algorytmu A będzie mniejszy lub równy 5000 s. Przedział poszukiwań miejsca zerowego ogranicz do $N \in [1, 60000]$. Dokładność obliczeń: $eps = 10^{-3}$.

B. **Funkcja wyznaczająca impedancję obwodu rezonansowego**

Badany obwód rezonansowy (rys. 1) składa się z rezystora, cewki i kondensatora. Wzór na moduł impedancji tego obwodu zdefiniowano w (2).

$$|Z| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} \tag{2}$$

Znajdź częstotliwość kątową ω rad/s dla której moduł impedancji obwodu wynosi 75 Ω. Przyjmij $R = 725\ \Omega$, $C = 8 \cdot 10^{-5}$ F, $L = 2$ H. Przedział poszukiwań miejsca zerowego ogranicz do $\omega \in (0, 50]$. Dokładność obliczeń: $eps = 10^{-12}$.



Rysunek 1: Obwód rezonansowy równoległy RLC

C. **Funkcja wyznaczająca prędkość lotu rakiety**

Prędkość lotu rakiety zależy od jej masy początkowej m_0, prędkości odrzutu silnika odrzutowego u i tempa zużycia paliwa q zgodnie ze wzorem (3), gdzie t jest czasem, $g = 9{,}81$ m/s^2 jest przyśpieszeniem grawitacyjnym. Oblicz po jakim czasie rakieta osiągnie prędkość $v = 750$ m/s, jeśli $m_0 = 150000$ kg, $q = 2700$ kg/s, $u = 2000$ m/s. Przedział poszukiwań miejsca zerowego ogranicz do $t \in [0, 50]$. Dokładność obliczeń: $eps = 10^{-12}$.

$$v = u \cdot ln\left(\frac{m_0}{m_0 - q \cdot t}\right) - g \cdot t \tag{3}$$

Uwaga: logarytm naturalny ln w Matlabie można wyznaczyć stosując funkcję **`log`**.

3. Zadania do wykonania

- **Zadanie A** (1 punkt). Zaimplementuj w Matlabie metody siecznych i bisekcji. Zadanie to polega na napisaniu implementacji badanych algorytmów w przygotowanych do tego plikach: `bisection.m` dla metody bisekcji oraz `secant.m` dla metody siecznych. Natomiast w pliku `main_lab4.m` znajduje się przykład uruchomienia funkcji `bisection`. Pliki te można pobrać ze strony kursu: laboratorium4_kody.zip. Opis wejściowych i wyjściowych argumentów funkcji `bisection` oraz `secant` znajduje się w komentarzach udostępnionych plików.
  Uwaga: w celu przesłania nazwy funkcji jako argumentu innej funkcji w obliczeniach zastosowano tzw. uchwyt do funkcji. Informacje na temat tego składnika programowania w Matlabie można znaleźć na stronie opisującej **function handle**.

- **Zadanie B** (3 punkty). Działanie implementacji dwóch badanych metod rozwiązywania równań nieliniowych należy sprawdzić dla trzech funkcji podanych w punkcie 2. Sumarycznie powinno być wyznaczonych sześć rozwiązań równań nieliniowych. Przebieg wyznaczenia każdego rozwiązania powinien zostać udokumentowany poprzez wygenerowanie dwóch wykresów:
  - wykres (w skali liniowej) wartości przybliżonego rozwiązania dla kolejnych iteracji: `plot(xtab)`,
  - wykres (w skali logarytmicznej) zmiany wartości przybliżonego rozwiązania dla kolejnych iteracji: `semilogy(xdif)`. Zwyczajowo skalę logarytmiczną należy stosować w sytuacji, gdy na wykresie przedstawiane są wartości różniące się o kilka rzędów wielkości.

  Każdy wymagany wykres należy zapisać do pliku png.
  Uwagi:
  - Standardowe wykonanie laboratorium 4 oznacza wygenerowanie **dwunastu wykresów** przy założeniu, że każdy wykres przedstawia jedną zależność:
    $$(\text{trzy funkcje}) \times (\text{dwie metody}) \times (\text{dwa wykresy}).$$
    Liczba wykresów może być mniejsza, jeśli na opracowanych wykresach przedstawiona będzie więcej niż jedna krzywa. Jeśli na wykresie przedstawiona zostanie więcej niż jedna krzywa, to należy zastosować polecenie **`legend`** do opisania tych krzywych.
  - Każdy wykres powinien zawierać tytuł oraz opis osi (polecenia **`xlabel`**, **`ylabel`**, **`title`**).
  - W celu wyznaczenia takiego x, że $f(x) = b$, można znaleźć miejsce zerowe funkcji $g(x) = f(x) - b$. Dla kolejnych badanych funkcji b wynosi: 5000, 75, 750.
  - Skrypt (skrypty) powinny zostać napisane w taki sposób, aby bez jakiejkolwiek edycji kodu można było wygenerować dowolny plik png stanowiący część sprawozdania.

- **Zadanie C** (1 punkt). Zastosuj wbudowaną funkcję Matlaba **`fzero`** do wyznaczenia miejsc zerowych funkcji `tan(x)`. Analizę należy przeprowadzić dla dwóch punktów startowych: 6,0 oraz 4,5. W celu otrzymania raportu z działania funkcji **`fzero`** należy dodać do jej wywołania zmienną definiującą dodatkowe cechy wywołania tej funkcji:
  ```
  options = optimset('Display','iter')
  fzero(@tan,6, options)
  ```
  W pliku `lab4.txt` zapisz swoją interpretację wyników oraz ocenę otrzymanych rozwiązań.

Całkowite sprawozdanie z laboratorium 4 powinno zawierać kody, dwanaście (ewentualnie sześć) wykresów w formacie png oraz jeden plik txt. Wymienione pliki należy skompresować do pliku zip oraz przesłać na stronę eNauczanie.